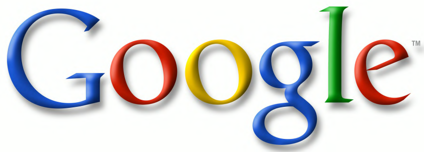





ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
SIGILLVM
ET
VE RI TAS
CHRISTO ECCLESIAE





VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.


SIGILLVM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
VE RI TAS
CHRISTO ET ECCLESIAE

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling **NATUURKUNDE.**

DERDE REEKS.

DERDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1887.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS.

INHOUD

VAN HET

DERDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN.

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 Juni 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, MICHAËLIS, SCHOLS, VAN DIESEN, J. A. C. OUDEMANS, BEHRENS, STOKVIS, PEKELHARING, BOSSCHA, VERLOREN, GUNNING, GRINWIS, RAUWENHOFF, ZEEMAN, PLACE, HUBRECHT, KORTEWEG, MAC GILLAVRY, FORSTER, DE VRIES, BEIJERINCK, VAN 'T HOFF, FRANCHIMONT, MARTIN, ZAAIJER, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts het correspondeerend lid de Heer C. L. VAN DER BURG.

— De Voorzitter verwelkomt den Heer VAN DER BURG, med. Dr. te Batavia, tijdelijk naar Nederland teruggekeerd.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1° J. BOSSCHA, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 10 Juni 1886; 2°. J. TIDEMAN, Secretaris aan het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 25 Juni 1886; 3°. TH. LEFÈVRE, Secretaris der Société royale malacologique de Belgique te Brussel, 15 Juni 1886; 4°. L. DELISLE, Directeur der Bibliothèque

nationale te Parijs, 5 Juni 1886; 5°. den Secretaris der Société mathématique de France te Parijs, 1886; 6°. den Secretaris der Société zoologique de France te Parijs, 1886; 7°. DE MILLOUÉ, Conservator van het Musée Guimet te Lyon, 1 Juni 1886; 8°. A. VIVIEN, Secretaris der Académie nationale des Sciences, belles-Lettres et Arts, te Bordeaux, 31 Mei 1886; 9°. O. MORTEL, Bibliothecaris der Université te Bordeaux, 31 Mei 1886; 10°. A. GASTÉ, Secretaris der Académie des Sciences, Arts et belles-Lettres te Caen, 30 Mei 1886; 11°. A. DURIEUX, Secretaris der Société d'Émulation te Cambrai, 31 Mei 1886; 12°. J. GARNIER, Secretaris der Société des Antiquaires de Picardie te Amiens, 6 Juni 1886; 13°. E. LEMAIRE, Vice-President der Société académique te St. Quentin, 17 Juni 1886; 14°. W. FOX, Bibliothecaris der royal medical and chirurgical Society te Londen, 26 Mei 1886; 15°. den Secretary of State for India te Londen, 5 Juni 1886; 16°. J. E. A. MARTIN, Bibliothecaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Altertumskunde te Jena, 9 Juni 1886; 17°. O. BUCHNER, Secretaris der Oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde te Giessen, 1886; 18°. PH. BERTKAU, Secretaris van het naturhistorischer Verein der Preuss. Rheinlande te Bonn, 24 Juni 1886; 19°. F. BURY, Secretaris der Wetterauische Gesellschaft für die gesammte Naturkunde te Hanau, 10 Juni 1886; 20°. H. L. FLEISCHER, Leipzig, 1 Juni 1886; 21°. W. PETZOLD, Secretaris van het Verein für Naturwissenschaft te Brunswijk, 30 Mei 1886; 22°. HAENDER, Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 26 Mei 1886; 23°. SCHÖNWÄLDER, Secretaris der Oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften te Görlitz, 17 Juni 1886; 24°. SCHAARSCHMIDT, Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Bonn, 5 Juni 1886; 25°. JOH. FRANCK, Bonn, 7 Juni 1886; 26°. R. VON HERING, Göttingen, 9 Juni 1886; 27°. CONWENTZ, Secretaris der naturforschende Gesellschaft te Danzig, 11 Juni 1886; 28°. den Directeur van het Germanische Nationalmuseum te Nürnberg, 12 Juni 1886; 29°. W. HEYD, Bibliothecaris der kön. oeffentliche Bibliothek te Stuttgart, 10 Juni 1886; 30°. TH. NÖLDEKE,

Straatsburg, 9 Juni 1886; 31⁰. R. REUSS, Conservator der Bibliothèque municipale te Straatsburg, 18 Juni 1886; 32⁰. C. BUNGE, Secretaris der Sociedad cientifica Argentina te Buenos-Aires, 4 Mei 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1⁰. SIEGEL, Secretaris der kais. Akademie der Wissenschaften te Weenen, 11 Juni 1886; 2⁰. den Directeur der Université royale te Lund, 25 Mei 1886; 3⁰. L. ALBERTINI, Buenos-Aires, 25 April 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren de kennisgevingen van de Heeren BIERENS DE HAAN en HOEK, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen, en een schrijven van den hoogleeraar GEGENBAUR, eene dankzegging behelzend voor zijne benoeming tot buitenlandsch lid.

— De Heer BEIJERINCK houdt de door hem aangekondigde voordracht over de gal(noot) van Nematus Capreae aan Salix amygdalina en biedt daarover een opstel aan voor de Verslagen en Mededeelingen. De spreker kwam tot de volgende besluiten:

1⁰. dat de vorming der uitwassen, door den steek van Nematus Capreae verwekt, niet berust op de aanwezigheid van het gelegde ei, maar op die eener te gelijker tijd door eene giftklier afgescheiden stof;

2⁰. dat deze stof niet is eene levende en voor zelfstandige vermeerdering vatbare stof;

3⁰. dat zij is een enzymotisch lichaam;

4⁰. dat de vorming van galnoten niet onmiddellijk in staat is licht te verspreiden over het wezen der variabiliteit.

Over het laatste punt heeft eenige discussie plaats tusschen den spreker en den Heer DE VRIES.

— De Heer KORTEWEG spreekt over *stabiliteit van periodieke vlakke banen.*

Bij gelegenheid van een onderzoek omtrent centrale banen (*Versl. en Meded.*, Deel XX, 2[de] reeks), was spreker indertijd tot het besluit gekomen, dat iedere instabile cirkelbaan de asymptotische cirkel is van een oneindig aantal spiraalbanen. Later rees nu bij hem het vermoeden, dat wellicht bij iedere instabile periodieke baan, in een willekeurig krachtenveld, zulke asymptotisch naderende banen aan te wijzen zouden zijn. Duidelijk was het, dat de aanwezigheid van zulke banen (door spreker *parasitische banen* genoemd) instabiliteit medebrengen moest; dat echter, omgekeerd, instabiliteit ook noodzakelijk met de aanwezigheid van zulke banen gepaard gaat, is niet *a priori* in te zien. De uitkomst van sprekers onderzoek leerde hem dan ook, dat daarop uitzonderingen mogelijk zijn.

Onder periodieke banen verstaat spreker niet uitsluitend banen, die in zich zelf wederkeeren, maar ook dezulke, waar, na afloop eener bepaalde periode, dezelfde baanvorm en dezelfde verhoudingen in het krachtenveld terugkeeren Willekeurige centrale banen met apocentrum en pericentrum leveren daarvan een voorbeeld op.

Spreker was begonnen met op te maken de algemeene vergelijking van de bij eene gegevene baan behoorende gestoorde banen. Daarbij werd zoowel eene storing voor eens, als ook het bestaan van periodieke storende krachten aangenomen. Deze vergelijking luidt:

$$\frac{d^2 u}{d s^2} + \frac{1}{v_0}\frac{d v_0}{d s} \cdot \frac{d u}{d s} + \left[\frac{1}{v_0^2} \cdot \left(\frac{\delta^2 V}{\delta u^2}\right)_0 + \frac{3}{\varrho_0^2}\right] u =$$

$$= \frac{2\varepsilon}{v_0^2 \varrho_0} + \frac{2}{v_0 \varrho_0}\int \xi_s \cdot ds + \frac{\xi_u}{v_0^2}$$

waarin s de booglengte is, geteld langs de oorspronkelijke baan tot aan het voetpunt der normaal, uit het punt der gestoorde baan nedergelaten, u de lengte dier normaal (*de afwijking*), V de potentiaal der krachten onder wier invloed de oorspronkelijke baan beschreven werd, v_0, ϱ_0 snelheid en

kromtestraal in een willekeurig punt dier baan, ξ_s en ξ_n ontbondenen volgens normaal en raaklijn der storende periodieke krachten, ε verschil in energie tusschen de gestoorde en de ongestoorde baan.

Aanvankelijk werden de *conservatief* gestoorde banen beschouwd, voor welke:

$$\varepsilon = 0 ; \quad \xi_s = 0 ; \quad \xi_n = 0.$$

Spreker ontdekte, dat bij deze banen *naast* de differentiaalvergelijking eene differentievergelijking kon worden aangewezen. Stelt u_n de afwijking vóór eener conservatief gestoorde baan in een punt der n^{de} periode, u_{n+1} en u_{n+2} de afwijkingen in overeenkomstige punten der $n + 1^e$ en $n + 2^e$ periode, dan is:

$$\frac{u_{n+2} + u_n}{u_{n+1}} = \varkappa$$

een standvastig getal, karakteristiek voor de gegeven oorspronkelijke baan, maar onafhankelijk van de keuze der conservatief gestoorde baan of van het punt, waar u_n wordt genomen.

Van dit getal $\varkappa$, door spreker den *stabiliteitscoëfficient* der baan genoemd, hangt de stabiliteit der baan af. Ligt het *tusschen* de grenzen $+ 2$ en $- 2$, dan is er *stabiliteit*, daar buiten *instabiliteit*. Het is in den regel alleen door benadering te vinden. Bij centrale banen is het echter gelijk $+ 2$, 'tgeen onmiddellijk blijkt als men de om het centrum gedraaide baan als eene conservatief gestoorde der oorspronkelijke baan opvat. Dan is toch $u_n = u_{n+1} = u_{n+2}$.

Spreker onderzocht nu eerst het geval dat $\varkappa$ buiten de grenzen $+ 2$ en $- 2$ ligt. De instabiliteit die dan optreedt, gaat gepaard met de aanwezigheid van parasitische banen, die twee bundels vormen, overeenkomende met de twee richtingen, waarin de oorspronkelijke baan doorloopen kan worden. Deze parasitische banen kunnen al of niet de oorspronkelijke baan telkens opnieuw snijden. De snijpunten, zoo zij er zijn, zijn gemeenschappelijk voor alle banen van denzelfden

bundel, verschillend voor de beide bundels. Zij worden steeds in overeenkomstige punten der perioden gevonden. Dit laatste is bij eene andere niet parasitische conservatief gestoorde baan niet het geval.

In het geval dat x tusschen de grenzen -2 en $+2$ ligt, is er stabiliteit niet alleen voor conservatieve, maar voor willekeurige storingen, en zelfs voor periodieke storende krachten, mits eene bepaalde betrekking van meetbaarheid niet vervuld wordt en de som van den door hen verrichten arbeid niet onbepaald toeneemt. De betrekking luidt:

$$\frac{p}{S'} \pm \frac{q}{S} = \frac{1}{S_\theta}$$

waarin S' de periode der storende krachten, S die der oorspronkelijke baan, p en q geheele getallen voorstellen, terwijl:

$$S_\theta = \frac{2\pi S}{\theta}; \qquad \cos\theta = \frac{x}{2}; \qquad \pi < \theta < 2\pi.$$

Verder kon spreker bewijzen dat de toevoeging der termen van hoogere orde aan de differentiaalvergelijking der gestoorde baan, de stabiliteit niet verstoren kan.

Hierna ging spreker over tot de gevallen, waarin x juist *op* de grenzen ligt, dus bijv. $x = +2$. Er zijn dan drie verschillende typen mogelijk. In het algemeen is er instabiliteit *zonder* aanwezigheid van parasitische banen. Ook draagt die instabiliteit een eenigzins afwijkend karakter, daar de reeks u_1, $u_2 \ldots u_n \ldots$ enz. zuiver arithmetisch is, terwijl zij in het algemeene geval der instabiliteit tot eene meetkunstische reeks nadert. In plaats der beide parasitische baanbundels treedt één enkele baanbundel van periodieke banen op.

Is eene bepaalde voorwaarde vervuld, dan zijn de banen daarentegen stabiel voor *conservatieve*, instabiel voor *niet conservatieve* storingen.

Eindelijk zijn er banen die *ook* voor deze laatste storingen stabiel zijn. Zij onderscheiden zich van de eigenlijke stabiele banen slechts nog daardoor, dat 1e de storingspe-

riode gelijk is aan de periode der oorspronkelijke baan; 2e bij inachtneming der termen van hoogere orde de stabiliteit verdwijnen kan.

Merkwaardigerwijze behooren de planetenbanen tot dit zeer bijzondere baantype. Spreker doet zien hoe als onmiddellijk gevolg daaruit voortvloeit, dat twee cirkelvormige planetenbanen in het algemeen gééne, twee excentrische slechts zulke seculaire storingen op elkander kunnen uitoefenen, die met machten der excentriciteiten evenredig zijn. Men houde daarbij enkel in het oog dat sprekers theorie alleen op de afwijking (dus op de normaal van uit de plaats der gestoorde planeet op de oorspronkelijke ongestoorde baan) let; anders zoude de seculaire lengteverandering van het perihelium eene uitzondering vormen, die echter verdwijnt als men bedenkt, dat de invloed dezer verandering op de afwijking van de excentriciteit der baan afhankelijk is.

— De Heer Forster spreekt over het »pasteurizeeren" van vloeistoffen en deelt de uitkomst mede van proeven, door Dr. J. van Geuns in zijn laboratorium genomen omtrent de vraag: bij welke laagste temperatuur de komma- of cholera-bacil in vloeistoffen gedood wordt. Het antwoordt op die vraag luidde: tusschen 54^0 en 55^0 C. indien de verwarming niet minder dan 40 seconden aanhoudt. Door de verwarming eener vloeistof met cholera-bacillen tot 70^0—75^0 C. en eene daarop gevolgde plotselinge afkoeling, worden de bacillen terstond gedood.

— De Heer Franchimont deelt de eerste uitkomsten mede van een onderzoek, door den Heer A. F. Holleman verricht. Het betreft een gekristalliseerd lichaam, dat bij de nitreering van cymol als bijproduct ontstaat en door vroegere onderzoekers nu eens voor een nitrocymol, dan eens voor eene andere, niet nader omschreven, stof gehouden werd. Door eene doelmatige verandering in de bereidingsmethode, gelukte het de opbrengst iets te vergrooten, zoodat deze nu 12—15 $^0/_0$ van het gebruikte cymol bedraagt. Van het behoorlijk gezuiverde lichaam, welks smeltpunt bij 125^0 ligt,

werd eene rij elementairanalyses gemaakt, wier resultaten er de empirische formule $C_9 H_8 NO_2$ voor aanwijzen; volgens deze kan het dus wel eene nitroverbinding zijn, maar niet van het cymol, daar het een ander aantal C- en H-atomen dan dit bevat; bij de vorming werd het ontstaan van koolzuurgas aangetoond. Dat de formule $C_9 H_8 NO_2$ tevens het moleculairgewicht aanduidt, kon niet met zekerheid bewezen worden, omdat de stof in vacuo bij 160^0 explodeert en de dampdichtheid dus niet bepaald kon worden.

Zooals reeds door vroegere onderzoekers is opgemerkt, wordt het lichaam zoowel door geconcentreerd zwavelzuur als door bijtende natron ontleed, onder vorming van paratoluylzuur en andere producten; dit moest in het oog gehouden worden bij de proefnemingen ter reductie.

Van de verschillende aangewende reductiemiddelen leverden zinkstof en verdund azijnzuur bij koking het volgende resultaat. Hierdoor werd een gekristalliseerd kleur- en reukloos lichaam verkregen, in platte naaldjes, die bij 159^0 smelten. De opbrengst is evenwel slechts ongeveer $^1/_3$ van het gewicht der gebruikte nitroverbinding. Als bijproducten werden aangetoond ammoniak en eene vloeibare, in water weinig oplosbare en daarop drijvende stof met eigenaardigen reuk.

Het gekristalliseerde, in water onoplosbare, product is stikstofvrij en heeft volgens de analyses de empirische samenstelling $C_9 H_9 O$. Het is niet sublimeerbaar en ook niet vluchtig met waterdamp, onoplosbaar in kali en in geconcentreerd zoutzuur; in petroleumaether is het zeer moeilijk oplosbaar, ook in alcohol, terwijl het in benzol gemakkelijk oplost.

Ten einde eenig inzicht in de natuur van dit lichaam te verkrijgen, werd in de eerste plaats getracht om te vinden hoe de zuurstof er in gebonden is, en daartoe het bewuste lichaam met acetylchloride gekookt. Hierdoor werd eene uit alcohol in prachtig glanzende, dunne plaatjes kristalliseerende stof verkregen, die het smeltpunt 164^0 had. De elementairanalyse duidde op de formule $C_{18} H_{16} O$. Het is dus òf uit twee moleculen van het reductieproduct door vorming

en uittreding van één molecuul water ontstaan òf, als de formule van het reductieproduct $C_{18}H_{18}O_2$ is, dan is het daaruit door verlies van een molecuul water gevormd.

In de tweede plaats werd het reductieproduct gekookt met azijnzuur en azijnzure ammoniak, waardoor een gekristalliseerd, stikstof bevattend lichaam verkregen werd dat bij 197° smelt. De elementairanalyse duidt op de formule $C_{18}H_{17}N$.

Eindelijk werd nog de werking van phosphorpentasulfide nagegaan, die bij 160°—170° in eene toegesmolten buis plaats had. Onder ontwikkeling van zwavelwaterstof ontstaat een lichaam, dat, na behoorlijke zuivering, ten slotte door sublimatie witte kristalletjes vormt, die bij 171° smelten en zwavel bevatten. Deze zwavelhoudende stof geeft met isatine en zwavelzuur eene groene verkleuring.

Het gedrag nu van het reductieproduct bij de drie opgenoemde proeven herinnert levendig aan dat der diketonen (1.4), welke door PAAL en KNORR bestudeerd zijn. Deze toch verliezen, door wateronttrekkende middelen, water onder vorming van furfuraanderivaten; geven met azijnzure ammoniak pyrrolderivaten en met phosphorpentasulfide thiopheenderivaten.

Is de formule van het reductieproduct $C_{18}H_{18}O_2$, dan zou het een dergelijk diketon kunnen zijn, waarvoor ook nog pleit dat het de reactie, door KNORR onlangs voor die lichamen aangegeven, duidelijk vertoont; terwijl ook het door azijnzure ammoniak verkregen lichaam $C_{18}H_{17}N$ een pyrrolderivaat schijnt te zijn, daar het evenals deze door indampen met geconcentreerd zoutzuur eene roode, harsachtige stof levert, en eindelijk de reactie met isatine en zwavelzuur het niet onwaarschijnlijk maakt, dat het zwavelbevattende lichaam een thiopheenderivaat is.

De Heer HOLLEMAN is met proeven om zijne opvatting te staven bezig en zal tevens trachten de structuur der nitroverbinding, die tot uitgangspunt gediend heeft, vast te stellen.

— Voor de Boekerij der Akademie worden aangeboden: door den Heer GUNNING, uit naam van Dr. AD. MAYER,

Hoogleeraar aan de Landbouwschool te Wageningen, diens Lehrbuch der Agriculturchemie, 3de druk, stuk I--IV; door den Heer C. A. J. A. OUDEMANS, uit naam van den Heer Dr. MAX WEBER, Hoogleeraar te Amsterdam, diens Studien ueber Säugethiere. Ein Beitrag zur Frage nach den Ursprung der Cetaceen.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

OVER HET CECIDIUM VAN NEMATUS CAPREAE

AAN

SALIX AMYGDALINA

DOOR

M. W. BEIJERINCK.

De bladgallen of bladcecidiën der wilgen, welke door zaagwespen worden voortgebracht, kunnen, naar hun vorm, in twee groepen verdeeld worden, al naarmate zij de gedaante bezitten van een meer of min afgerond lichaam, dat door middel van een hals of korten steel aan het blad bevestigd is, of die van een gelijkelijk op de boven- en de onderzijde van de bladschijf uitpuilende verdikking. De inlandsche soorten, welke tot de eerste groep behooren, zijn voornamelijk het bolvormige gladde cecidium van *Nematus viminalis* aan *Salix purpurea*, en het onregelmatig langwerpige of peervormige behaarde cecidium van *Nematus pedunculi* aan *Salix aurita*.

De meest bekende inlandsche vorm van de tweede groep is het cecidium van *Nematus Capreae* (syn. *Nematus Vallisnerii*), dat bij voorkeur aan *Salix amygdalina* wordt aangetroffen, maar nu en dan ook veelvuldig aan *Salix alba* voorkomt. Intusschen weigerden bij mijn proeven de insekten, welke uit de cecidiën van *Salix alba* kwamen steeds, hun eieren te leggen in de bladen van *Salix amygdalina* en omgekeerd; niettemin bestaat er tusschen de insekten uit deze cecidiën geen waarneembaar verschil.

Het grootste en fraaiste cecidium van deze groep is de donker paarse bladaanzwelling van *Nematus vesicatrix* aan *Salix purpurea*, welke ik veelvuldig in de wijnbergen van den Elzas heb waargenomen. Of deze vorm inlandsch is betwijfel ik;

daarentegen vond ik binnen onze grenzen nog een drietal andere soorten, dan de genoemde.

Ik onderzocht uitvoerig de wijze van het ontstaan der cecidiën van *Nematus Capreae* en *N. viminalis*; die van de overige soorten moet daarmede in hoofdzaak overeenstemmen. Bij mijn beschrijving zal ik mij meer in het bijzonder bepalen tot *Nematus Capreae*, die zóó algemeen is, dat ieder in staat is mijne waarnemingen te herhalen.

Nematus Capreae komt elken zomer in twee generaties voor. Voor de eerste maal ziet men deze kleine zaagwesp verschijnen aan 't eind van Mei. Zij zoekt dan de zeer jeugdige, nog door midden gevouwen en dicht aaneensluitende blaadjes van het eindknopje der wilgeloten, welke dan sterk groeien; zij plaatst zich met den kop naar beneden gekeerd op de rugzijde van een blaadje, zaagt daarin een wond door middel van haar uit vier chitinplaatjes bestaande zaag, welke zij in een vlak, evenwijdig met onder- en bovenepidermis, heen en weêr beweegt. Zoodoende ontstaat een plat driehoekig wondje, waarvan de breede basis juist in 't midden van de dikte van het blad ligt en de fijne opening met den top van den driehoek overeenstemt. Laatstgenoemde opening ligt tegen een nerfje, sluit zich later door een kurklaagje en blijft levenslang op den rand der gal te zien. Achter, in het breede deel van 't wondje, wordt het ei gelegd en de overige ruimte aangevuld met een slijmdruppel, afkomstig uit de »giftblaas". Reeds na één of twee dagen begint de abnormale woekering van het blad zichtbaar te worden. Na ongeveer 14 dagen of drie weken is het cecidium geheel rijp en volwassen. Snijdt men het pas volwassen cecidium door midden, dan vindt men daarin voorreerst een betrekkelijk ruime holte; hierin ligt dan nog het gesloten ei, schijnbaar geheel onveranderd, hoewel binnen de eischaal een klein, in alle deelen volkomen onwikkeld larfje zit, dat onmiddellijk na het verlaten van de eischaal den dikken groenen wand, welke de larvekamer bekleedt, aan knaagt om zich daarmede te voeden. Aan het eind van Juni bijt de larve, die dan een lengte van 1 cM. bereikt heeft een ronde opening in den wand van het cecidium, aanvankelij

bestemd voor reiniging en luchtverversching; eenige dagen later verlaat het dier zelf door die opening zijn woning, valt op den grond, spint zich een donkerbruin tonnetje, verandert daarin in nymf, en in 't begin van Augustus ziet men daaruit de tweede generatie in volkomen toestand voor den dag komen. Ook zij vindt weder jonge wilgeloten en voert de zelfde leefwijze als de eerste generatie. Haar kroost overwintert in de tonnetjes, welke in en op de losse aarde tusschen de wilgestruiken liggen.

Bij de eerste generatie van *Nematus Capreae* worden volstrekt geen mannetjes aangetroffen, bij de tweede enkele zeldzame exemplaren. Bij insluiting in gaasnetten hebben mijne wespen, ook die der tweede generatie, zich parthenogenetisch voortgeplant, en ik vermoed dat de parthenogenesis in dit geval zonder schadelijke gevolgen tot in 't onbegrensde kan worden voortgezet.

Bij *Nematus viminalis* vond ik vele mannetjes, maar ook hier hadden de wijfjes in aantal de overhand. Parthenogenesis binnen mijne gaasnetten gelukte ook bij deze soort, maar hiervan onderzocht ik alleen de tweede generatie.

In het volwassen blad van *Salix amygdalina* vindt men, buiten de vaatbundels, 9 cellagen, namelijk de bovenepidermis, 2 lagen palissadeparenchym, 4 lagen merenchymatische cellen met veel bladgroen, één kleurlooze of zeer weinig bladgroen bevattende cellaag met ruime intercellulaire ruimten, en de epidermis van de onderzijde. In de dikkere nerven liggen dubbelvaatbundels, welke door 2 of 3 lagen kleincellig parenchym gescheiden zijn; zij keeren elkander hun houtbundels toe, zoodat de bovenste vaatbundels andersom geplaatst zijn, in vergelijking van wat men in de meeste andere bladen aantreft. In de dunnere nerfjes is echter de ligging der vaatbundels gewoon.

Het insekt legt zijn ei in het midden der 4 genoemde merenchymcellagen. De daarop volgende woekering wordt 't eerst zichtbaar nabij de wondopening en breidt zich van daar langzamerhand uit in de richting van het achter in de wond gelegde ei, en duurt in de nabijheid daarvan het langst voort, zoodat het cecidium aan het achtereind iets dikker

wordt dan van voren. Alle levende weefsels, zonder onderscheid, nemen aan de woekering deel. De vier merenchymlagen en de tot de vaatbundels behoorende cellen, vormen in het inwendige van het cecidium een intensief groen gekleurde, kleincellige weefselmassa, welke het voedsel der larve uitmaakt en scherp afsteekt tegen het kleurlooze of roode weefsel, dat uit de overige bovengenoemde cellagen van het blad ontstaat, arm is aan inhoud, maar door de wandverdikking der cellen eenige beschutting aanbiedt tegen den angel der sluipwespen, die de larve vervolgen. Het groene weefsel met de daartoe behoorende vaatbundels schijnt als homoloog met den centraalcylinder van stengels en wortels beschouwd te moeten worden. In het cecidium is het contrast tusschen dit en de overige deelen veel belangrijker dan het verschil tusschen de overeenkomstige weefsels van het onveranderde blad, zoodat de som der veranderingen, door de cecidiumvorming teweegbracht, uit een anatomisch oogpunt diep ingrijpend moet worden genoemd.

Prepareert men in een waterdroppel het genitaalapparaat van *Nematus Capreae* uit de chitinstukken van het achterlijf los, dan vindt men daarin dezelfde structuur terug, welke gevonden wordt bij de overige afdeelingen der Hymenoptera. Onmiddellijk in het oog vallen de drie volgende deelen: vooreerst de eierstokken, die niets bijzonders aanbieden, verder de »giftklier" en eindelijk de »giftblaas". De giftklier bestaat uit een stelsel van betrekkelijk dikke, fraai vertakte buizen, of juister gezegd draden, van een vrij gecompliceerde structuur, geheel overeenstemmende met die van de ware giftklieren der wespen, hommels en bijen. Het is een merkwaardige eigenschap van dit orgaan, dat zich in het midden der draden een zeer fijne buis bevindt, blijkbaar stevig genoeg om steeds, als overal open kanaal, de afgescheiden stof naar de blaas te voeren. In deze buis komen een groot aantal fijne zijbuisjes uit, waarschijnlijk even zooveel als er afscheidende kliercellen in de giftklier voorkomen.

De hoofdinhoud van de bolvormige blaas, waarvan de middellijn ongeveer $^1/_2$ mM. bedraagt, is een glasheldere dikke vloeistof, die uit eiwit bestaat, dat zich door verschil-

lende eigenschappen met albumine laat vergelijken, maar daarvan natuurlijk uit een physiologisch oogpunt geheel verschilt. Het vergift uit de giftblaas van wespen, bijen en hommels is eveneens een eiwitachtige stof *), en volgens FAYRER is het vergift van de cobraslang een eiwit, dat met de ptyaline van het speeksel moet vergeleken worden.

De cecidiumvorming bij *Nematus* berust ongetwijfeld op de werking van de stof, welke door de giftklier wordt afgescheiden en dus homoloog is met het vergift der angeldragende Hymenoptera. Dit volgt ten eerste uit het feit, dat elk wondje door het insekt gemaakt, ook wanneer daarin geen ei gelegd wordt, toch een cecidium voortbrengt, dat wel veel kleiner is dan dat, waarin zich later een larve ontwikkelt, maar daarmede toch in alle verdere opzichten overeenstemt †). Indien de wesp haar ei niet in de wond, welke zij gezaagd heeft, aflegt, is de hoeveelheid daarin gebracht eiwit uit de giftblaas steeds veel geringer dan wanneer het ei wel in de wond is gebracht; bij zorgvuldige waarneming kan men zich ligt overtuigen van het zeer merkwaardige feit, dat de grootte van 't cecidium steeds evenredig is met de grootte der gemaakte wond en met de hoeveelheid van het daarin gebrachte eiwit §). Het tweede bewijs, dat ik geven kan. voor de stelling dat de cecidiumvorming hier niet van het ei of de larve, maar van het volkomen insekt uitgaat, berust op de volgende proef.

Zoodra de wesp haar ei heeft gelegd, is het gemakkelijk om met een sterke loupe dit ei binnen in het blad waar te nemen, en het met een fijne naald te doorsteken. Het gevolg hiervan is, dat de cecidiumvorming niet onderdrukt wordt, maar voor zoover de ruwe verwonding, waardoor

*) Het vergift uit de giftblaas van wespen, welke een paar jaar in alcohol waren bewaard, was gecoaguleerd, maar bleek in menschelijke huidwonden gebracht, hoezeer verzwakt, nog steeds werkzaam te zijn.

†) De verwonding op zich zelf is niet de oorzaak der woekering, want andere zaagwespsoorten maken, zonder gevolg, geheel overeenkomstige wonden in de wilgebladen.

§) Kunstmatige injectieproeven in wilgebladen met den inhoud der Nematusblaas gaven slechts een twijfelachtige woekering of mislukten geheel, — mijn hand kon niet wedijveren met het werktuig der zaagwesp.

zoovele cellen van het teedere blaadje vernietigd worden, dit toelaat, normaal doorgroeit. Natuurlijk blijven zulke cecidiën klein. Noch het ei, noch de larve zijn dus noodzakelijk voor het tot stand komen der woekering. Hun aanwezigheid heeft echter wel een zekeren invloed op de regelmatigheid van den groei, wat misschien daardoor verklaard moet worden, dat de larve binnen de eischaal belangrijk groeit en daaarvoor voedsel, — waaronder ongetwijfeld ook eiwitten, — zal onttrekken aan de snel groeiende weefsels van zijn woning.

Sints lang is het mij voorgekomen, dat het van groot belang moet worden geacht, om tot zekerheid te komen aangaande de volgende vragen: Zijn de stoffen, waardoor plantenweefsels bij cecidiënvorming in woekering gebracht worden, van dien aard, dat zij tot een blijvende verandering van het protoplasma der plant aanleiding geven, hetzij door dit in chemischen zin te veranderen, of door zelve en als zoodanig mede te groeien en zich te vermeerderen, in welk laatste geval zij zelve als levende stoffen zouden moeten worden beschouwd? Of is de hoeveelheid dezer stoffen voor elk cecidium een constante, die weldra bij de woekering is opgebruikt, waarna het bij de cecidiënvorming betrokken protoplasma, zonder chemisch veranderd te zijn, tot den begintoestand kan terugkeeren?

Aanvankelijk koesterde ik de hoop, dat het mij gelukken zou door bastaardeering van Cynipiden en door de kultuur der cecidiën door de bastaardbevruchte eieren, en door de eieren der bastaarden voortgebracht, de genoemde vragen te beantwoorden, en ik heb daartoe gedurende eenige achtereen volgende jaren een reeks van bastaardeeringsproeven gedaan tusschen de twee eenige soorten van galwespen, welke ik in voldoende hoeveelheid kweeken kon, namelijk *Rhodites Rosae* en *R. Mayri* onzer wilde rozen. Hoezeer de verkregen cecidiën zeer merkwaardig waren, gaven zij geen aanleiding tot het opstellen van bepaalde regels, omdat er bijna altijd twijfel bestond aangaande hun juisten oorsprong, hetgeen voornamelijk geweten moest worden aan de parthenogenesis, die bij deze dieren regel is *).

*) De bevruchte wijfjes dezer beide soorten kunnen, evenals de bijen-

Op andere wijze slaagde ik er evenwel in de hoofdvraag te beslissen.

Indien de bij de cecidiumvorming betrokken stof, evenals het protoplasma der plant een levende, voor onbegrensde vermeerdering geschikte stof is, of een stof die aan het protoplasma der plant, een blijvende verandering mededeelt, dan moeten, indien het gelukt, het geheele cecidium, of een bepaald gedeelte daarvan, over de normale maat, welke daardoor gewoonlijk ten slotte bereikt wordt, te laten voortgroeien, de eigenschappen van het cecidium onveranderd blijven voortbestaan. Indien daarentegen de cecidumvormende stof niet kan medegroeien, noch nieuw, voor groei geschikt protoplasma schept, dan moeten, bij zoodanige voortzetting van den groei, de eigenschappen van het orgaan, waaruit het cecidium ontstaan is, terugkeeren.

Het laatste is gebleken het geval te zijn: Een cecidium, dat door een bebladerden stengel is voortgebracht, verandert bij een, over de normale maat voortgezetten, groei in een volkomen normalen bebladerden tak: — een door cecidiumvorming veranderde wortel verandert onder deze omstandigheden in een normalen wortel: — een door cecidumnvorming veranderd blad in een normaal blad.

De zoogenaamde wilgerozen, — de fraaie cecidiën van *Cecidomyia rosaria* aan *Salix alba*, — vormen een geschikt materiaal om het eerste deel dezer laatste stelling te bewijzen. Indien men namelijk zeer vroegtijdig het larfje, dat zich in het middelpunt van de bladrozet, ter plaatse van het vegetatiepunt, bevindt, met een fijne naald doodsteekt en de zijtakken, welke zich met groote kracht onmiddellijk onder het cecidium ontwikkelen, wegsnoeit, dan gelukt het, enkele der knopvegetatiepunten, welke in de oksels der cecidiumbladen zitten, tot ontwikkeling te brengen. Deze vormen dan een bebladerden tak, waarvan de onderste bladen met de zoo diep gewijzigde bladen der wilgenroos overeenstemmen, maar, naarmate men hooger in het takje komt, worden de bladen

koningin, bevruchte en onbevruchte eieren leggen, zoodat in de (veel kamerige) bastaardgallen de meest vreemdsoortige mengsels van kenmerken te voorschijn kwamen.

meer en meer normaal, en ten slotte verschillen zij in geen enkel opzicht van de onveranderde bladen. Enkele uit de gal gevormde takjes dragen zelfs van den aanvang af normale bladen. Blijkbaar blijft dus de door de larve afgescheiden stof in dit geval een begrensde hoeveelheid, die niet geschikt is voor zelfstandige vermeerdering en die het protoplasma der plant niet blijvend chemisch verandert.

Een met het thans beschreven geheel overeenkomstig verschijnsel heb ik waargenomen bij het doorgroeien van de »heksebezems" der berken en van de knoppen van *Corylus Avellana*, welke door *Phytoptus Coryli* in cecidiën veranderd waren.

Dat door cecidiënvorming veranderde wortels bij voortzetting van den groei terugkeeren tot hun oorspronkelijke eigenschappen, leert het belangwekkende cecidium van *Cecidomyia Poae* aan *Poa nemoralis*. Van dit cecidium is het hoofddeel een zeer vreemdsoortige bundel van eigenaardig gewijzigde wortels, welke ver boven den grond uit den stengel naar buiten breken. Behandelt men een halm, waaraan zich zulk een cecidium bevindt, als stek, dezen op een beschaduwde plaats in lossen humusgrond stekende, dan ziet men aan enkele exemplaren uit de toppen der cecidiumwortels, of onmiddellijk onder deze toppen, volkomen normale Poawortels te voorschijn komen *). De overgang is plotseling; de stof, die bij de vorming der cecidiumwortels een rol heeft gespeeld, was dus reeds geheel uitgeput, toen de groei opnieuw tot voortzetting kwam.

En wat nu ten slotte de cecidiën betreft, welke op bladen voorkomen, ook zij kunnen niet over hun maat groeien, zonder hun specifieke eigenschappen als cecidium te verliezen. Ik heb dit waargenomen aan de draadvormige aanhangselen, welke op de bedeguaren, dat is op de veelkamerige, door *Rhodites Rosae* voortgebrachte cecidiën onzer wilde rozen

*) Daar zich in de nabijheid der galwortels een knop bevindt, is het mogelijk uit de krachtigste gallen een geheele plant op te kweken. Een op deze wijze voortgebracht zeer forsch individu van *Poa nemoralis* heeft in mijn tuin te Delft gebloeid. Bijzondere eigenschappen heb ik daaraan niet kunnen bespeuren; de plant was zelffertiel en draagt thans een groote hoeveelheid rijp zaad.

(*Rosa rubiginosa* en *R. canina*) gevonden worden. Daar deze cecidiën door bladmetamorphose ontstaan, is het moeielijk hun groei door het snoeien der struiken, waaraan zij zitten, te bevorderen. Intusschen kan, door het wegnemen van zuigers en andere zijtakken, de voeding eenigszins begunstigd worden; geschiedt dit vroegtijdig, wanneer men de eieren nog op het oppervlak van het jonge cecidium ziet glinsteren, dan zijn er later sommige aanhangselen, welke in een enkelvoudig of zelfs in een gevind blaadje overgaan. Is het op deze wijze gevormde blaadje enkelvoudig, dan bestaat het uit een kleine bladschijf, welke zich aan den top van een lang, onderaan geheel normaal gebleven, aanhangsel bevindt. Anatomisch is dit bladschijfje niet te onderscheiden van de bladschijf van de normale bladen, en toch zijn de cellen daarvan het product van moedercellen, welke deel hebben uitgemaakt van de zoo hoogst opvallende aanhangselen der gal. De gevinde blaadjes verschillen vooreerst van de gewone bladen door hun geringe afmeting, die slechts een paar centimeters bedraagt, en verder door de zeer weinig in de lengte uitgegroeide bladspil tusschen de blaadjes; maar ook in dit geval is de anatomische structuur der bladzelfstandigheid volkomen normaal.

Nu het vastgesteld is, dat de cecidiumvormende stof geenszins een levende, voor zelfstandige vermeerdering geschikte stof is, noch aan het bij de galvorming betrokken levende protoplasma der plant een blijvende verandering mededeelt, is het duidelijk, dat de cecidiumvorming niet direct in staat is licht te verspreiden over het wezen der variabiliteit, want het essentieele van dit laatste groote physiologische proces bestaat juist in de productie van nieuwe, levende, voor onbegrensden groei geschikte materie *). Cecidiën kunnen niet overgeërfd worden.

*) Levende stof ontstaat bij vier verschillende processen: bij generatio spontanea, bij variabiliteit, bij ontwikkeling en groei, en bij cecidiumvorming. Uit een theoretisch oogpunt verschilt de variabiliteit alleen dáárdoor van de generatio spontanea, dat bij het tot stand komen van de eerste reeds levende stof werkzaam is, bij de laatste niet; bij beide ontstaat iets nieuws. Bij groei en ontwikkeling ontstaat niets nieuws, maar het reeds aanwezige vermeerdert zich, en dit geldt dus eveneens ten aanzien van de cecidumvorming.

De verdere vraag, of wij de tot cecidiumvorming aanleiding gevende stoffen moeten beschouwen als gewone eiwitten, die als bijzonder krachtig voedsel dienst doen, of wel als enzymatisch-werkende lichamen, die een effect voortbrengen, dat niet in verhouding staat tot de quantiteit der stof welke daartoe aanleiding geeft *), laat zich gemakkelijker beantwoorden dan de voorgaande. Keeren wij daartoe terug tot *Nematus Capreae* en *Salix amygdalina*.

Reeds een oppervlakkige beschouwing van de grootte van het gansche insekt, in vergelijking tot de hoeveelheid cecidiën, welke daardoor kunnen worden voortgebracht (ongeveer een honderdtal) en onder wier last de wilgetakken buigen, overtuigt ons spoedig, dat hier werkingen van een gansch bijzonderen aard moeten bestaan. Tracht men door berekening vast te stellen, hoeveel eiwit, gezamenlijk met het ei en het uitgestorte vocht, in elke wond wordt gebracht, hetgeen gemakkelijk geschieden kan door het bepalen van de grootte der giftblaas, van het getal der eieren en van de afmetingen van deze, zoo vindt men een hoeveelheid, die bij benadering 0.06 cub. mM. bedraagt; de massa van het ei, die, zooals wij zagen, onwerkzaam is, is hiervan meer dan de helft. Vergelijkt men deze hoeveelheid met die van het door schatting ongeveer te bepalen volumen van het levend protoplasma van het cecidium, dat zeker 10 cub. mM. overtreft, dan bespeurt men, te doen te hebben met twee grootheden van verschillende orde, en het schijnt daardoor, in verband met de boven gegeven beschrijving, als bewezen te kunnen worden beschouwd, dat de specifieke stof, afgescheiden door *Nematus Capreae*, — en ik zie geen enkele reden om deze conclusie niet tevens op alle andere cecidiën toe te passen, — een eiwitachtig lichaam is, dat niet als gewoon voedend eiwit werkt, waardoor slechts een aequivalente hoeveelheid protoplasma en niet meer zou kunnen ontstaan, maar als een enzymatisch lichaam, waarvan het effect, in getallenmaat, van andere orde is dan de werkende hoeveelheid.

*) Ook sommige anorganische zouten werken bij den groei en de ontwikkeling op de laatstbedoelde wijze.

Natuurlijk laten de enzymen, naar hetgeen daarvan tegenwoordig bekend is, zich in andere belangrijke opzichten niet met de cecidiumvormende eiwitten vergelijken, en de bij uitnemendheid physiologische functie der laatste maakt het misschien wenschelijk om daaraan den naam van protoplasmaenzymen toe te kennen.

Gelijk wij boven zagen, is de grootte der cecidiën van *Nematus Capreae* afhankelijk van de quantiteit der werkzame stof, welke door het insekt in de wond wordt uitgestort. Hoezeer nu, ten aanzien van de gewone enzymen, een hiermede eenigszins vergelijkbaar feit geldig is, daar de best onderzochte, namelijk de diastase en de pepsine, ook slechts begrensde hoeveelheden zetmeel en eiwit omzetten, komt het mij toch voor, dat de werking der protoplasmaenzymen op een andere wijze zal moeten verklaard worden. Men zou bijvoorbeeld kunnen aannemen, dat de cecidiumvormende stof een bepaalde soort van levende moleculen uit het protoplasma tot overmatige ontwikkeling brengt en voor deze als direct voedsel in chemischen zin dienst doet; de overige soorten van protoplasmamoleculen zouden daarbij dan passief en in mindere mate mede tot ontwikkeling gebracht worden en zich voeden met het gewone eiwit der moederplant.

De groote physiologische en anatomische overeenkomst der cecidiën met de normale organen der planten waartoe zij behooren, maakt het noodzakelijk, deze beide, oogenschijnlijk zoozeer verschillende, producten van het leven als door vergelijkbare oorzaken ontstaan op te vatten. De verhouding van een stengel tot het daaraan bevestigde blad, is geene andere dan die van het blad tot het daardoor gedragen cecidium. Zijn, bij de vorming van het cecidium, protoplasmaenzymen werkzaam, dan moet dit ook het geval zijn, indien uit een vegetatiepunt een blad ontstaat; maar in dit laatste geval moet het protoplasmaenzym natuurlijk door het protoplasma zelf worden afgescheiden, terwijl dit in 't eerste geval door het insekt geschiedt.

OVER HET

„PASTEURISEEREN" VAN BACTERIËN.

DOOR

J. FORSTER.

Sedert eenige jaren wordt, zooals bekend is, ten einde de koemelk voor te spoedig bederf te vrijwaren, eene handelwijze toegepast, in hoofdzaak overeenkomende met die, welke bij de bereiding van bier of wijn gebruikelijk, en waaraan de naam van »pasteuriseeren" gegeven is. In een daartoe ingericht toestel wordt melk in weinige seconden tijds tot eene temperatuur van 70 à 80^0 C. verwarmd en onmiddellijk daarop door middel van ijswater afgekoeld. Hierdoor wordt *) de melkzuur-gisting in de melk vertraagd en de hoeveelheid der bacteriën, die in de gewone melk in vrij groot aantal aanwezig zijn, belangrijk verminderd. Proeven hierover, in mijn laboratorium door Dr. JB. VAN GEUNS begonnen, werden door hem met ijver voortgezet, vooral met het doel om den invloed der handelwijze op eene reeks van pathogene bacteriën na te gaan. Nu de cholera altijd nog in een deel van Europa heerscht, komt het mij voor niet van belang ontbloot te zijn, in het kort de uitkomsten mede te deelen, welke wij met de genoemde wijze van handelen bij de cholera-bacillen van KOCH verkregen hebben. Het bleek namelijk, dat deze microörganismen, indien zij gepasteuriseerd worden, niet alleen bij de hierboven aange-

*) Verg. *Archiv für Hygiene*. III Bd. 1885.

geven warmtegraden, maar zelfs onder den invloed van veel lagere temperaturen, sterven.

De komma-bacillen der aziatische cholera zijn, zooals reeds door R. KOCH werd aangetoond, veel gevoeliger dan andere bacteriën voor sommige invloeden van buiten; en, wat de uitwerking van de temperatuur op haar betreft, werd door NICATI en RIETSCH reeds waargenomen, dat zij het vermogen om te leven en zich te vermenigvuldigen verliezen, indien zij gedurende eenige minuten tot ongeveer 60° C. verwarmd worden. Onze proefnemingen echter, die dikwijls herhaald werden, brachten het onverwachte feit aan het licht, dat eene temperatuur van 56° C., die binnen eenige seconden bereikt en door onmiddellijke afkoeling gevolgd wordt, komma-bacillen, in bouillon of eene zwak alkalische oplossing van keukenzout gesuspendeerd, doodt. Bij 54° C. en minder, kunnen dezelfde microörganismen gepasteuriseerd worden zonder nadeel te ondervinden. Naar het schijnt, worden de cholera-bacillen door het pasteuriseeren tusschen 54 en 55° C. gedood; men moet dus aannemen, dat onder den invloed van deze temperatuur plotseling eene scheikundige verandering van ingrijpenden aard in het microörganisme plaats heeft.

Het spreekt van zelf, dat voor deze proeven kulturen gebruikt werden, waarvan de zuiverheid vooraf was nagegaan; dit geschiedde zoowel met behulp van den microscoop, als door middel van de bekende wijze van groeien van den komma-bacillus in »steek"- en »plaat-kulturen", en op gesteriliseerde aardappelen.

Behalve de komma-bacillen van KOCH, worden, door het pasteuriseeren bij eene zoo lage temperatuur, ook nog andere spirochaeten gedood: zoo b.v. volgens proeven, die nog niet afgesloten zijn, de komma-bacillus van FINKLER en PRIOR. Andere bacteriën (en smetstoffen) echter verdragen, voor zoover onze onderzoekingen reiken, het pasteuriseeren bij de genoemde warmtegraden zeer goed. Vaccine-lymphe wordt eerst bij eene temperatnur van 60—64° C. onwerkzaam; miltvuur-bacillen — zonder sporen — verdragen zelfs nog hoogere temperaturen gemakkelijk, enz., enz.

De uitkomsten onzer proefnemingen schijnen mij toe niet zonder gewicht te zijn:

1°. Met het oog op de leer van het leven der bacteriën. Ook onze ervaring bewijst opnieuw, hoe ongelijk verschillende bacteriën tegenover invloeden van buiten reageeren.

2°. Uit een practisch oogpunt. Want aan den eenen kant geven zij een — in sommige gevallen te gebruiken — middel aan de hand om de komma-bacillen te herkennen, terwijl zij aan den anderen kant doen zien, dat eene vrij geringe verhitting bij de desinfectie — zelfs de aanwending der warmte bij de gewone bereiding van spijzen — voldoende is om deze soort van microörganismen te dooden.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 25 September 1886.

Tegenwoordig de Heeren: Buys Ballot, Voorzitter, Brutel de la Rivière, de Vries, Beijerinck, Mulder, van 't Hoff, Hoek, Pekelharing, Forster, Martin, Schoute, Zaaijer, Franchimont, Michaëlis, Schols, van Diesen, Bosscha, van Bemmelen, van der Waals, Korteweg, Bierens de Haan, A. C. Oudemans jr., Grinwis, Rauwenhoff, Place, Stokvis, Behrens, Zeeman, Mac Gillavry, Lorentz, Hubrecht, J. A. C. Oudemans en C. A. J. A. Oudemans, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1°. G. F. Westerman, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap Natura Artis Magistra te Amsterdam, 21 Augustus 1886; 2°. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 26 Juni 1886; 3°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 30 Juni 1886; 4°. Buys Ballot, Directeur van het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut te Utrecht, 7 Juli 1886; 5°. G. J. W. Bremer, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte

te Rotterdam, 10 Juli 1886; 6°. VAN NAAMEN, Secretaris der Overijsselsche Vereeniging tot Ontwikkeling van provinciale Welvaart te Zwolle, 30 Juni 1886; 7°. L. BROEKEMA, Directeur der Rijkslandbouwschool te Wageningen, 29 Juni 1886; 8°. de Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 12 Augustus 1886; 9°. J. BRANDES, Bibliothecaris van het Bataviaasch Genootschap voor Kunsten en Wetenschappen te Batavia, 7 Juli 1886; 10°. den Bibliothecaris van de Vereeniging tot Bevordering van geneeskundige Wetenschappen te Batavia, 16 Juli 1886; 11°. VAN DER STOK, Directeur van het magnetisch-meteorologisch Observatorium te Batavia, 15 Augustus 1886; 12°. W. P. GROENEVELDT, Batavia, 2 Juli 1886; 13°. TREUB, Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 13 Juli 1886; 14°. A. W. P. VERKERK PISTORIUS, Tandjoeng Pandan, 4 Augustus 1886; 15°. TH. LEFÈVRE, Secretaris der Société malacologique de Belgique te Brussel, 1 September 1886; 16°. CROIZIER, President der Société académique Indo-Chinoise te Parijs, 7 Juli 1886; 17°. L. DESCHAMPS, Secretaris der Société des Antiquaires de la Morinie te St. Omer, 9 Juli 1886; 18°. den Secretaris der Royal Society te Londen, 17 Juni 1886; 19°. F. CZERMAK, Secretaris van het naturforschende Verein te Brunn, 1 Februari 1886; 20°. MARCHESETTI, Directeur van het Museo civico di Storia naturale te Triëst, 25 Juni 1886; 21°. STRICKER, Bibliothecaris der senckenbergische naturforschende Gesellschaft te Frankfurt a./M., 25 Juni 1886; 22°. W. STUDEMUND, Breslau, 25 Juli 1886; 23°. F. KOCH, Secretaris van het Verein der Freunde der Naturgeschichte in Mecklenburg te Güstrow, 13 Juli 1886; 24°. den Secretaris van het historischer Verein für Steiermark te Graz, 7 Juli 1886; 25°. H. BRUNS, Bibliothecaris der astronomische Gesellschaft te Leipzig, 1 Augustus 1886; 26°. MÜLDENER, Bibliothecaris der königliche Universitäts-Bibliothek te Greifswald, 17 September 1886; 27°. N. BARDELEBEN, Secretaris der medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft te Jena, 11 Augustus 1886; 28°. ANSFELD, Secretaris van het Verein für nassauische Alterthumskunde und Geschichtsforschung te Wiesbaden, 22 Augustus 1886;

29⁰. LAUBMANN, Bibliothecaris der kön. Hof- und Staatsbibliothek te München, 2 Juli 1886; 30⁰. SCHIAPARELLI, Secretaris der R. Accademia dei Lincei te Rome, 1 Juli 1886; 31⁰. L. CREMONA, Bibliothecaris der Societa Italiana delle Scienze te Rome, 30 Juni 1886; 32⁰. E. FERGOLA, Secretaris der Académie royale des Sciences physiques et naturelles te Napels, 1886; 33⁰. E. F. TROIZ, Secretaris van het R. Istituto di Scienze, Lettere ed Arti te Venetië, 6 Augustus 1886; 34⁰. D. CHILOVI, Bibliothecaris der Biblioteca nationale te Florence, 30 Juni 1886; 35⁰. den Secretaris der R. Accademia delle Scienze dell'Istituto te Bologna, 29 Juni 1886; 36⁰. den Secretaris van het R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere te Milaan, 1886; 37⁰. L. BIANCHI, Secretaris der R. Scuola normale superiore te Pisa, 28 Juni 1886; 38⁰. J. M. LATINO-COELHO, Secretaris der Académie royale des Sciences te Lissabon, 16 April 1886; 39⁰. F. MALMBERG, Directeur van het nautisk-meteorologiska Byran te Stockholm, 13 September 1886; 40⁰. H. WILD, Directeur van het Observatoire physique central te St. Petersburg, 7 Juli 1886; 41⁰. den Secretaris van de Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, Januari 1886; 42⁰. A. O. KIHLMAN, Bibliothecaris der Societas pro Fauna et Flora fennica te Helsingfors, 1886; 43⁰. J. C. PILLING, Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 2 Juni 1886; 44⁰. J. E. BILLINGS, Bibliothecaris van het Surgeon General's Office U. S. Army te Washington, 30 Juni 1886; 45⁰. H. PHILLIPS JR., Secretaris der American philosophical Society te Philadelphia, 6 Juli 1886; 46⁰. CH. A. ASHBURNER, Directeur der 2ᵈ geological Survey of Pennsylvania te Philadelphia, 3 Juli 1886; 47⁰. E. C. PICKERING, Directeur van Harvard-College Observatory te Cambridge, 30 Juni 1886; 48⁰. N. MURRAY, Secretaris van John's Hopkins University te Baltimore, 16 Juli 1886; 49⁰. A. B. WATKINS, Secretaris der University of the State of New-York te Albany, 3 Juli 1886; 50⁰. den Secretaris der Elliott Society of natural Sciences te Charleston, 8 Juli 1886; 51⁰. E. EVERS, Secretaris der Academy of Sciences te St. Louis, 1 Juli 1886; 52⁰. J. B. CHRISTY, Secretaris

der California Academy of Sciences te San Francisco, 11 Augustus 1886; 53°. H. E. Mathews, Secretaris der James Lick Trust te San Francisco, 9 Juli 1886; 54°. J. Thorburn, Bibliothecaris der geological and natural History Survey te Sussex, 11 Augustus 1886; 55°. M. Barcena, Directeur van het Observatorio meteorologico-magnetico central te Mexico, 21 Juli 1886; 56°. A. Liversidge, Secretaris der Royal Society of N. S. W. te Sydney, 9 Augustus 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 18, 21, 26 Augustus 1886; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 11 Mei 1886; 3°. het Ministerie van Waterstaat, Handel- en Nijverheid te 's Gravenhage, 18 September 1886; 4°. den Commissaris des Konings in de provincie Friesland te Leeuwarden, 7 Juli 1886; 5°. W. A. Hienfeld, Vice-Consul van Spanje te Amsterdam, 24 September 1886; 6°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 2 September 1886; 7°. het Ministère de l'Intérieur de Belgique te Brussel, 22 September 1886; 8°. E. Reusens, Bibliothecaris der Université catholique te Leuven, Januari 1886; 9°. R. H. Scott, Secretaris van het meteorological Office te Londen, 1886; 10°. Curtius, Secretaris der kön. preussischen Akademie der Wissenschaften te Berlijn, Mei 1886; 11°. Förstemann, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 15 April 1886; 12°. H. Knoblauch, Voorzitter der kais. Leopoldinisch-Carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher te Halle a./S., 14 Augustus 1886; 13°. Jos. Staender, Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Greifswald, Januari 1886; 14°. G. Fischer, Secretaris van het Verein für thüringische Geschichte und Altertumskunde te Jena, 1 Juli 1886; 15°. H. Wild, Directeur van het physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, December 1885; 16°. A. Nauck, St. Petersburg, 23 Augustus 1886; 17°. S. B. Christy, Secretaris der Califor-

nia Academy of Sciences te San Francisco, 31 Januari 1886; 18°. J. F. Bride, Bibliothecaris der plublic Library te Melbourne, 21 Juni 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. eene kennisgeving van den Heer Koster, dat hij verhinderd is de Vergadering bij te wonen; 2°. een brief van den Heer Fennema, waarin dank gezegd wordt voor zijne benoeming tot correspondeerend lid der Akademie; 3°. een brief van den Hoogleeraar van Beneden, eene dankbetuigiug behelzend voor de belangstelling, hem door de Afdeeling bij gelegenheid van het herdenken zijner 50-jarige ambtsvervulling betoond; 4°. een schrijven van den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken (2 Sept. 1886), als antwoord op een brief der Afdeeling van 24 December 1885. De Minister verklaart daarin, niet ongenegen te zijn, de uitzending van een beoefenaar der dier- of plantenkunde naar de stations te Batavia of te Buitenzorg in overweging te nemen, wanneer zich voor zoodanige zending een bekwaam persoon mocht voordoen. De brief van den Minister zal, ter fine van kennisneming, worden toegezonden aan de Commissie, die in der tijd over den brief des Heeren Dr. Sluiter advies gaf; 5°. eene missive van den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken (28 Juli 1886) ter begeleiding van een schrijven der Heeren Prof. B. J. Stokvis, Prof. J. Forster en W. P. Ruysch, waarin eene subsidie gevraagd wordt tot het nemen van proeven over de werking van oververwarmde lucht op choleralijders. De Minister wenscht het oordeel der Afdeeling over deze aanvrage te vernemen. Beide stukken zullen om raad in handen gesteld worden van de Heeren Mac Gillavry, Zeeman en Zaaijer, die, ter Vergadering tegenwoordig, zich hunne benoeming als adviseurs laten welgevallen; 6°. eene missive van Heeren Curatoren der Utrechtsche Hoogeschool, ter begeleiding van eene bronzen medaille, geslagen ter gelegenheid van de herdenking van het 250-jarig bestaan der Utrechtsche Universiteit. De Secretaris bericht dat aan

Heeren Curatoren bereids de dank der Akademie voor dit geschenk werd overgebracht.

— De Heer HUGO DE VRIES deelt de uitkomsten mede, verkregen door den Heer F. A. F. C. WENT bij diens onderzoek naar de jongste toestanden der vacuolen in plantencellen. Sedert de vroegere meening, dat celkernen en bladgroenkorrels door inwendige differentieering van het plantaardig protoplasma kunnen ontstaan, opgegeven is, en men bekend geworden is met de aanwezigheid van een eigen, levenden wand rondom de vacuolen, bestond er grond om de juistheid te betwijfelen van de bewering, dat vacuolen door het protoplasma konden worden voortgebracht. Celkernen toch ontstaan uitsluitend door deeling van reeds voorhanden kernen, bladgroenkorrels zijn gebleken groen geworden amyloplasten te zijn, en ook deze amyloplasten ontstaan niet anders dan door deeling van reeds aanwezige; het vermoeden was dus gewettigd, dat ook vacuolen uitsluitend door deeling zouden ontstaan en zich vermenigvuldigen.

Het onderzoek van den Heer WENT heeft de juistheid van dit vermoeden aan het licht gebracht. Het leerde, dat alle levende plantencellen vacuolen bevatten, ook in die jongste toestanden, waarin men thans algemeen aanneemt, dat druppels celvocht ontbreken. In alle meristeemcellen, zoowel in initiaalcellen als in topcellen, verder in de jongste cellen van Algae en Fungi, in embryozakken, eicellen en pollenkorrels, werden vacuolen aangetroffen. Overal waren deze vacuolen tevens aan voortdurende veranderingen van haar vorm onderhevig, waarbij zij nu eens inéénsmelten en dan weer zich door in- en doorsnoering splitsen. Zulk eene splitsing ziet men van tijd tot tijd aan eene celdeeling voorafgaan, en wel zóó, dat de twee helften der gesplitste vacuole elk in een der beide dochtercellen komen te liggen. Hieruit mag men afleiden, dat alle vacuolen eener plant door deeling afkomstig zijn uit de eicel der moederplant. Tevens bleek bij deze waarnemingen, dat de beweging van het protoplasma niet, zooals HOFMEISTER meende, aan het

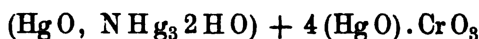
einde van den meristematischen toestand begint, maar dat zij reeds in de allerjongste cellen voorkomt.

De proeven van Hofmeister, Sachs, Strasburger en anderen, over het uittreden van protoplasma uit doorgesneden levende cellen, en het zichtbaar worden van vacuolen daarbij, werden door den Heer Went herhaald; het bleek daarbij, dat alle vacuolen òf reeds vooraf aanwezig waren, òf door afsnoering uit reeds voorhandene ontstaan. Onafhankelijk van deze ontstaan er geen.

Eindelijk slaagde de Heer Went er in, cellen aan te treffen met tweeërlei soort van vacuolen, die van elkander, zoowel door hare grootte als door haren inhoud, verschillen.

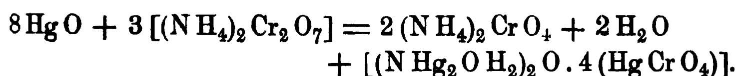
— De Heer van Bemmelen deelt het volgende mede:

Van de ammoniakale kwikverbindingen heeft alleen Hirzel de chroomzuurverbinding onderzocht. Bij de inwerking van HgO op $(NH_4)_2Cr_2O_7$ verkreeg hij een oranjerood zandig residu, aan hetwelk hij de (oude) formule toeschreef:



$$(HgO,\ NHg_3\,2HO) + 4\,(HgO).CrO_3$$

afgeleid van de door hem aangenomene Monoxymercurazotine. De werking, die daarbij plaats heeft, zoude naar de nieuwe formulen (afgeleid van de Millon'sche basis $(NHg_2OH_2)^2O$) bij Hirzel luiden:



$$8\,HgO + 3\,[(NH_4)_2Cr_2O_7] = 2\,(NH_4)_2CrO_4 + 2\,H_2O + [(NHg_2OH_2)_2O.4\,(HgCrO_4)].$$

Hirzel heeft de stikstof niet bepaald, en evenmin bewezen dat zij als een amide aanwezig was.

Door ammoniak zou deze verbinding volgens Hirzel overgaan in een geel poeder van $(NHg_2OH_2)_2O.CrO_3$.

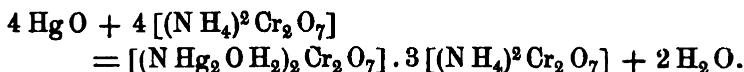
De Heer Hensgen, assistent aan het anorganisch scheikundig Laboratorium te Leiden, heeft deze verbindingen aan een nader onderzoek onderworpen, en bevonden, dat de eerste stof door Hirzel in onzuiveren toestand verkregen is, en eene andere samenstelling bezit. Door de behandeling van ammoniumbichromaat met HgO scheidt zich bij bekoeling eene kristallijne goudgele verbinding af, die stikstofhoudend

is. Een gedeelte dier stikstof scheidt zich door de inwerking van kali als ammoniak af, een ander deel door de inwerking van iodkalium. Het eerste beantwoordt aan het ammoniakgehalte, het tweede aan het amidgehalte.

	Berekend.	Gevonden. (Gemidd. van 3 analysen).
Hg_4	43.48	43.66
Cr_8	22.84	22.78
N_6	4.57	4.63
N_2	1.53	1.53
H_{28} *)	1.50	1.58
O_{30}	26.08	
	100.00	

*) Als water bepaald.

Deze cijfers beantwoorden aan de werkings-formule:



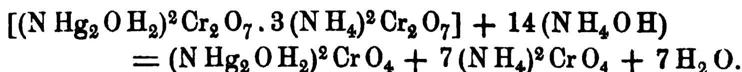
$$4\,Hg\,O + 4\,[(N\,H_4)^2\,Cr_2\,O_7] = [(N\,Hg_2\,O\,H_2)_2\,Cr_2\,O_7]\,.\,3\,[(N\,H_4)^2\,Cr_2\,O_7] + 2\,H_2\,O.$$

De stof is alzoo een Oxydimercurammoniumbichromaat, verbonden met 3 mol. ammoniumbichromaat. De door HIRZEL verkregen stof moet een mengsel van verschillende producten geweest zijn.

De gele kristallijne stof gaat door ammonia in een helder geel poeder over, waaruit kali geene ammonia meer ontwikkelt, en iodkalium wel. Het is dus eene amidverbinding zonder ammoniumzout.

	Berekend.	Gevonden (3 Anal.).
Hg_4	81.61	81.78
Cr	5.35	5.54
N_2	2.87	2.96
H_4	0.45	0.58
O_6	9.77	
	100.00	

De vormingsformule is:



$$[(N\,Hg_2\,O\,H_2)^2\,Cr_2\,O_7\,.\,3\,(N\,H_4)^2\,Cr_2\,O_7] + 14\,(N\,H_4\,O\,H) = (N\,Hg_2\,O\,H_2)^2\,Cr\,O_4 + 7\,(N\,H_4)^2\,Cr\,O_4 + 7\,H_2\,O.$$

Er ontstaat alzoo, zoowel door kali als ammonia, uit de

gele verbinding een chromaat van het Oxydimercurammoniumoxyd.

Door de behandeling van de kwikchromaten met eene warme ammoniakale oplossing van ammoniumchromaat verkreeg de Heer HENSGEN bruine oplossingen, die in water uitgegoten een helder geel poeder afzetteden, van dezelfde samenstelling als het zooeven beschrevene.

	Gevonden (2 Anal.).
Hg	81.89
Cr	5.68
N	2.77
H	0.57

Deze laatste vorming is geheel overeenkomstig met die van het Seleenzuur-ammonium-turpith.

— Eene tweede mededeeling van den Heer VAN BEMMELEN betreft de uitkomsten van het voortgezet onderzoek van het broomwaterstofhydraat door den Heer BAKHUIS ROOZEBOOM.

Dat onderzoek betrof thans inzonderheid de beteekenis van den eigenaardigen vorm der vroeger verkregen lijn, die de betrekking aangaf tusschen de temperaturen en drukkingen, bij welke het hydraat bestaan kan. Deze lijn bestond uit drie takken. Noemt men c de sterkte van het hydraat en x die der oplossing, welke nevens het hydraat bestaan kan, dan was op den eersten tak $c > x$ en nam p met t toe, tot dat $c = x$ was geworden.

Van dit punt af boog de lijn terug, zoodat met toenemenden druk de t afnam, terwijl tegelijkertijd $x > c$ werd en steeds toenam, tot dat in een zeker punt (B) de lijn nogmaals keerde om nu met toenemende t weder te stijgen.

Volgens eene formule, aangegeven door Prof. V. D. WAALS (zie Proces-Verbaal 28 Februari 1885) zoude een dergelijk beloop der spanningslijn mogelijk zijn, en zoude meer bizonder de 3de tak optreden, zoodra men het punt voorbij was, waar het warmteverschijnsel van teeken veranderde.

De Heer ROOZEBOOM heeft dit thans nagegaan. Bij het punt B (— $15^{0}.5$ en $2^{1}/_{2}$ atm.) ontstaat na smelting van

het hydraat $HBr.2H_2O$ eene oplossing van de samenstelling 1.234 $HBr.2H_2O$. Indien de kristallen smelten, wordt dus tevens 0.234 mol. HBr als gas opgenomen. De omzettingswarmte bestaat derhalve uit het verschil van deze smeltwarmte en de oplossingswarmte van het gas in de ontstane vloeistof. De eerste werd bepaald uit het verschil van de oploswarmte van het hydraat en van eene oplossing van gelijke sterkte (beide bij — 15°.5).

Gevonden werd:

Smeltwarmte van $HBr.2H_2O$ = — 3.05 gr. calorieën.

De oplossingswarmte van 0.234 mol. HBr gas in het gesmolten hydraat kan door berekening gevonden worden, zoodra men de oplossingswarmte kent van HBr gas in veel water en tevens die van vloeistoffen van verschillende sterkte. Uit enkele bepalingen, hiertoe verricht, kan afgeleid worden:

oplossingswarmte van 0.234 HBr gas in $HBr.2H_2O$ vloeibaar: + 1.8 cal. *Bij het punt* B *kost de omzetting dus nog steeds warmte* (— 3.05 + 1.8 cal.). Het punt B is dus niet het bedoelde keerpunt.

Nog in een ander opzicht voldeed de voorgestelde verklaring niet. Prof. v. d. WAALS leidde uit zijne formule af, dat op dien 3den tak de sterkte der oplossing met toenemende temperatuur moest afnemen. Tot een gelijk besluit kwam Prof. v. 'T HOFF.

In tegenspraak hiermede neemt de sterkte der oplossing voorbij het punt B voortdurend toe.

Het was dus duidelijk dat deze derde tak eene geheel andere beteekenis moest hebben. Slechts twee verklaringen schenen mogelijk: het hydraat, bij dezen tak behoorende, moest verschillen van het eerst onderzochte, hetzij in kristalvorm, hetzij in samenstelling. Dit laatste scheen uitgesloten door eene vorige proefneming, waarbij uit de meting van het gasvoluum boven kristallen van $HBr.2H_2O$, bij verhoogden druk geene opslorping werd waargenomen. De theoretische beschouwingen lokten echter een nieuw proefondervindelijk onderzoek uit. Het ware niet gelukt de oplossing te verkrijgen, zonder de uitvinding eener inrichting, waarmede het mogelijk werd eene glazen kraan sluitend te maken

voor 10 atm. druk, en welke te danken is aan Prof. ONNES. Daardoor werd het mogelijk grootere hoeveelheden water te verzadigen met HBr bij een druk boven 3 atm.

Bij temperaturen boven — 15.5 en drukkingen boven $2^1/_2$ atm. neemt men nu waar, dat het hydraat $HBr . 2 H_2O$ eerst smelt, en dat daarna zich weder kristallen afzetten, terwijl er gas opgeslorpt wordt. De einddruk, die zich instelt, beantwoordt steeds aan den 3den tak, die vroeger gevonden was. Het nieuw gevormde hydraat kon met behulp van bovenvermelde kraan geanalyseerd worden. De zamenstelling bleek te zijn:



$$HBr . H_2O.$$

Dit hydraat was tot nog toe onbekend; en daaraan behoort nu de 3de tak der spanningslijn, die ik vroeger toeschreef aan het tweede hydraat $HBr . 2 H_2O$. Evenals op den 1sten tak der spanningslijn van het 2de hydraat, neemt de sterkte der oplossingen, die nevens het hydraat bestaan kunnen, met de temperatuur toe, hoewel die oplossing bij eenen druk, die voldoende is om het HBr gas vloeibaar te maken, nog slechts de samenstelling H_2O 0.75 HBr verkrijgt.

Bij temperaturen boven — 15°.5 kunnen beide hydraten niet nevens elkander bestaan; koelt men echter beneden — 15°.5 af, dan kan zich uit eene oplossing, die kristallen van $HBr . H_2O$ bevat, ook het 2de hydraat afzetten. Gewoonlijk geschiedt dit eerst bij — 18°.

De oplossing wordt dan geheel vast tot een mengsel der beide hydraten.

De spanningslijn van het nieuwe hydraat is beneden — 15°.5 vervolgd. De druk neemt geleidelijk af. Bij — 27° is hij 1 atm. Beneden deze temperatuur kan men dus het hydraat in een open vat hebben, en levert zulks eene geschikte gelegenheid om het hydraat, eens verkregen, te analyseeren.

Bij gelijke temperaturen zijn de spanningen van het 1ste hydraat aanmerkelijk hooger, dan die van het 2de hydraat. Daalt de druk, zoo verandert het 1ste hydraat onder vrij

worden van HBr gas in het 2de. Het omgekeerde geschiedt echter merkwaardigerwijze slechts hoogst langzaam.

Zelfs na uren is ternauwernood eenige opslorping waar te nemen als men den druk boven het 2de hydraat voldoende verhoogt. Door eene kleine hoeveelheid kristallen zelfs met overmaat van vloeibaar HBr 3 uren lang te behandelen, werden nog slechts 8 pCt. in het 1ste hydraat omgezet. Daarentegen boven — 15.°5 bij gas-overmaat heeft de omzetting, na smelting van het 2de hydraat, zóó snel plaats, dat men bij kleine hoeveelheden kristallen (zooals de Heer Roozeboom die vroeger in de buis van Cailletet onderzocht) de verandering niet bemerkt. Beide omstandigheden verklaren, waarom vroeger geenerlei aanduiding van het bestaan van een 2de hydraat waargenomen is. In eene oplossing blijft de vorming van het eerste hydraat nooit uit, zoodra de temperatuur bereikt is waarbij zij mogelijk wordt.

Hiermede schijnen alle waarnemingen voldoende verklaard.

Terugkeerende tot de beschouwing van het 2de hydraat, blijkt dus dat tot nog toe 2 takken der spanningslijn bekend zijn, en dat de verwezenlijking van den 3den onmogelijk gemaakt wordt door het optreden van een nieuw hydraat.

De mogelijkheid van het bestaan van zulk een 3den tak blijkt echter uit eene nauwkeurige beschouwing der waarnemingen omtrent de verbinding $NH_4Br.NH_3$. Hierbij is het bestaan van oplossingen waargenomen, welker sterkte met stijgende temperatuur afneemt, hoewel zij steeds rijker aan NH_3 blijven dan de vaste verbinding, terwijl de druk met de temperatuur stijgt.

Dit beantwoordt geheel aan de eigenschappen, die volgens bovengenoemde formule door den Heer van der Waals afgeleid zijn. Slechts is noodig bij deze stof door voortgezette proefneming ook den 2den tak te vinden, die den 1sten met den 3den verbindt. Ook hier bestaat eene tweede vaste verbinding, $NH_4Br . 3 NH_3$, welker spanningslijn echter eerst bereikt wordt, nadat men den 3den tak der lijn van de eerste verbinding een eindweegs heeft kunnen afloopen.

Dergelijke gevallen zullen ongetwijfeld nog meer te vinden zijn. Bij het bestaan van meer dan ééne gasverbinding kan het overgaan van de armere tot de rijkere, nu eens op den 1[sten] tak, dan eens op den 2[den] of den 3[den] tak der spanningslijn invallen. Of wel, de mogelijkheid tot het vervolgen dezer lijnen wordt afgesneden, omdat het maximum der oplosbaarheid van het gas bereikt is, en bij verhoogden druk het gas vloeibaar wordt; gelijk dit het geval was bij de hydraten van zwaveligzuur, broom, chloor, en thans weder bij het nieuwe hydraat $HBr . H_2 O$.

Uit bovenstaande beschouwing laat zich nog eene gevolgtrekking afleiden ten aanzien van de oplosbaarheid van zouthydraten. Tot nog toe onderscheidde men twee gevallen. Bij sommigen kan de oplosbaarheid met verhooging der temperatuur toenemen, tot dat de oplossing dezelfde samenstelling verkrijgt als de kristallen. Men noemde dit punt gewoonlijk hun smeltpunt. Bij anderen treedt, vóór dit punt bereikt wordt, de vorming van een lager hydraat op, met andere oplosbaarheid.

Het bestaan van een hydraat naast de oplossingen die minder $H_2 O$ bevatten, is tot nog toe niet aangetoond. Dit geval kan wellicht voorkomen bij enkele van de zouten, welke in hun kristalwater smelten, zonder onder waterverlies in een armer hydraat over te gaan.

Als algemeenen regel vindt men dus dat hydraten bestaan kunnen nevens oplossingen, zoowel slappere als sterkere. De hoogste temperatuur echter, waarbij zij bestaan kunnen, wordt bereikt nevens eene oplossing van gelijke sterkte. Bij gashydraten is de kleinste druk, bij welke die sterkten mogelijk zijn, de spanning van het eigen gas boven zulk eene oplossing. Deze spanningen zijn voor de beide takken van het hydraat $HBr . 2 H_2 O$ bekend. Bij verhooging van den druk moet echter de temperatuur, bij welke het hydraat nevens eene oplossing van bepaalde sterkte smelt, veranderen.

Tot nog toe is dit slechts aangetoond voor het smeltpunt van het zuivere hydraat $HBr . 2 H_2O$, hetwelk voor elke atmosfeer drukvermeerdering eene verhooging van $0^o.015$

ondergaat. De berekening, gegrond op het volumenverschil bij smelting en op de smeltwarmte, geeft $0^{o}.014$.

Voor slappere zoowel als voor sterkere oplossingen moet iets dergelijks gelden, en zoo laat zich bij elke temperatuur eene reeks van oplossingen voorzien, nevens welke het hydraat bestaan kan onder passenden druk.

— De Heer SCHOUTE zegt eene verhandeling toe »Over een nauwer verband tusschen hoek en cirkel van BROCARD".

— De Heer Behrens deelt mede, dat de Commissie voor de geologische kaart bereid is een eerste verslag uit te brengen, maar acht het, evenals den Voorzitter, wegens het gevorderde uur wenschelijk, de aandacht der leden daarbij eerst in de October-Vergadering te bepalen.

— Voor de Bibliotheek der Akademie worden aangeboden:
Door den Heer BOSSCHA: Annales de l'Ecale Polytechnique de Delft, Livr. 1—2 en door den Heer C. A. J. A. OUDEMANS diens »Contributions à la flore mycologique des Pays-Bas, N°. XI".

— Daar er verder niets te verhandelen valt, sluit de Voorzitter de Vergadering.

OVER EEN NAUWER VERBAND

TUSSCHEN

HOEK EN CIRKEL VAN BROCARD.

DOOR

P. H. SCHOUTE.

In 1881 is door den franschen geniekapitein H. BROCARD op het te Algiers gehouden Congres der »Association française" een in het vlak van een driehoek $A\,B\,C$ gelegen cirkel aangewezen, waarvan eerst zeven en later tien punten in een bijzondere betrekking tot dien driehoek bleken te staan. Door den ontdekker als »cirkel der zeven punten" naast den negenpuntscirkel van FEUERBACH gesteld, wordt deze cirkel thans algemeen als »cirkel van BROCARD" beschreven. Tot twee zestallen van op dien cirkel gelegen punten is later de Heer A. ARTZT, eerste leeraar in wiskunde aan het gymnasium te Recklinghausen (*Jahresbericht*, 1885—86) gekomen. Een van deze zestallen bevat het middelpunt H van den omgeschreven cirkel, de beide punten O en O' van BROCARD en de hoekpunten A_2, B_2, C_2 van den tweeden driehoek van BROCARD; terwijl van de vier andere punten, namelijk de hoekpunten A_1, B_1, C_1 van den eersten driehoek van BROCARD en het punt K van LEMOINE, slechts het laatste punt deel uitmaakt van het tweede zestal. Wat echter m. i. de verhandeling van ARTZT bijzonder belangrijk maakt, is de opmerking, dat de aanzienlijke litteratuur over den cirkel van BROCARD wel het gewicht van de nieuwe ontdekking heeft aangetoond, maar

ons nog niet heeft gevoerd tot een beginsel, waaruit al de eigenschappen diens cirkels als uit een gemeenschappelijke bron ontspringen. De reden hiervan schijnt gelegen in de verdeeling van de tien eerst gevonden punten in groepen van verschillende beteekenis. De punten A_1, B_1, C_1 staan op zich zelf, evenzoo de punten A_2, B_2, C_2; verder hebben de punten O en O' een gelijkwaardigen oorsprong, terwijl elk der punten H en K een afzonderlijke bepaling heeft. Is er dan geen bepaling te vinden, die — op alle punten van den cirkel toepasselijk — de grondslag van een algemeene studie zijn kan?

De zoo duidelijk door Artzt uitgesproken behoefte aan een meetkundige eigenschap van alle punten des cirkels van Brocard, die ons in staat stellen kan deze kromme als een meetkundige plaats te beschouwen, is nog in hetzelfde jaar bevredigd. In het tweede gedeelte van het achtste hoofdstuk van *A treatise on the analytical geometry* van J. Casey, dat over gelijkvormige figuren handelt en in een kort bestek veel wetenswaardigs omtrent den cirkel van Brocard meedeelt, vinden we op ééne bladzij twee meetkundige bepalingen van dien cirkel, de eerste door M'Cay, de tweede door Casey zelven gegeven. Beschrijven we op de drie zijden $B\,C$, $C\,A$, $A\,B$ van driehoek $A\,B\,C$ gelijkvormige figuren, — en wel allen naar buiten of allen naar binnen — en zijn a, b, c gelijkstandige lijnen dier drie figuren, dan is de cirkel van Brocard volgens M'Cay de meetkundige plaats van het bij den driehoek $a\,b\,c$ behoorende punt van Lemoine en volgens Casey de meetkundige plaats van het gelijkvormigheidspunt van de driehoeken $A\,B\,C$ en $a\,b\,c$.

In de volgende bladzijden wensch ik een meer eenvoudige meetkundige bepaling van den cirkel van Brocard te geven.

---

1. Is P (Fig. 1) een willekeurig punt in het vlak van driehoek $A\,B\,C$ en zijn α, β, γ de voetpunten der loodlijnen uit P op de zijden $B\,C$, $C\,A$, $A\,B$ van driehoek $A\,B\,C$ neergelaten, dan kan driehoek $\alpha\,\beta\,\gamma$ als de *voet-*

puntsdriehoek van P worden gekenmerkt. Laat ons trachten den bij dien voetpuntsdriehoek behoorenden hoek van Brocard in de coördinaten $P\alpha = x$, $P\beta = y$, $P\gamma = z$ van P uit te drukken.

De hoek van Brocard van driehoek $\alpha\beta\gamma$, die δ_1 heeten mag, wordt door de betrekking

$$\cot \delta_1 = \cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma \text{ *)}$$

gemakkelijk in de zijden $\beta\gamma = a_1$, $\gamma\alpha = b_1$, $\alpha\beta = c_1$ en den inhoud I_1 van $\alpha\beta\gamma$ uitgedrukt. Men vindt namelijk onmiddellijk

$$\cot \delta_1 = \frac{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}{4 I_1}.$$

Nu is verder

$$2 I_1 = y z \sin A + z x \sin B + x y \sin C,$$
$$a_1^2 = y^2 + z^2 + 2 y z \cos A,$$
$$b_1^2 = z^2 + x^2 + 2 z x \cos B,$$
$$c_1^2 = x^2 + y^2 + 2 x y \cos C.$$

Men heeft dus eindelijk

$$\cot \delta_1 = \frac{x^2 + y^2 + z^2 + y z \cos A + z x \cos B + x y \cos C}{y z \sin A + z x \sin B + x y \sin C}.$$

Bij de gelijkstelling van $y z \sin A + z x \sin B + x y \sin C$ en $2 I_1$ moet opgemerkt worden, dat de eerste stelkundige uitdrukking van teeken omkeert, wanneer het punt P den om driehoek $A B C$ beschreven cirkel overschrijdt. Voor elk punt P binnen dien cirkel is de stelkundige uitdrukking positief, voor elk punt P er buiten is zij negatief. Hiermee hangt samen, dat de voetpuntsdriehoek $\alpha\beta\gamma$ zijn draaiingsrichting omkeert, wanneer P dien omgeschreven

*) Deze betrekking moet reeds zijn gevonden door Jan Hendrik van Swinden (geb. 1746) en in diens *Grondbeginselen der meetkunde,* dat op onze scholen Euclides verdreef en later door C. F. A. Jacobi uit Jena in het Duitsch vertaald werd, gepubliceerd.

cirkel overschrijdt. Voor elk punt P binnen den cirkel is de driehoek $\alpha\,\beta\,\gamma$ gelijkdraaiend (isotrope), voor elk punt er buiten is hij ongelijkdraaiend (anisotrope) met $A\,B\,C$. In verband hiermee zullen we den inhoud en den hoek van Brocard van de bij binnen den cirkel gelegen punten P behoorende voetpuntsdriehoeken als positieve, van de bij buiten den cirkel gelegene punten P behoorende voetpuntsdriehoeken als negatieve grootheden beschouwen.

Schrijven we de voorgaande vergelijking in den vorm

$$(x^2 + y^2 + z^2 + y\,z \cos A + z\,x \cos B + x\,y \cos C)\,tg\,\delta_1 -$$
$$-(y\,z \sin A + z\,x \sin B + x\,y \sin C) = 0 \;\ldots\ldots\; (1),$$

dan blijkt onmiddellijk, dat zij een bundel van kegelsneden met den parameter $tg\,\delta_1$ voorstelt. Deze kegelsneden zijn alle cirkels. Vooreerst is

$$y\,z \sin A + z\,x \sin B + x\,y \sin C = 0$$

de om $A\,B\,C$ beschreven cirkel. Verder blijkt bij invoering van de zijden a, b, c van driehoek $A\,B\,C$, dat de drie lijnenparen

$$a_1^2 \equiv y^2 + z^2 + 2\,y\,z \cos A = 0,$$
$$b_1^2 \equiv z^2 + x^2 + 2\,z\,x \cos B = 0,$$
$$c_1^2 \equiv x^2 + y^2 + 2\,x\,y \cos C = 0$$

eenvoudig de puntcirkels A, B, C zijn, omdat deze vergelijkingen verkregen worden door achtereenvolgens x, y, z te elimineeren tusschen

$$a\,x + b\,y + c\,z = 0,$$
$$a\,y\,z + b\,z\,x + c\,x\,y = 0,$$

van welke vergelijkingen de eerste de lijn in het oneindige en de tweede weer den om $A\,B\,C$ beschreven cirkel voorstelt. Dus moet ook

$$\tfrac{1}{2}(a_1^2+b_1^2+c_1^2) \equiv x^2 + y^2 + z^2 + yz \cos A + zx \cos B + xy \cos C = 0$$

een cirkel uit het door de puntcirkels A, B, C bepaalde net voorstellen en onze bundel van kegelsneden een bundel van cirkels zijn. We hebben dus deze stelling:

»Naar den hoek van BROCARD, die bij den voetpuntsdriehoek van het punt P behoort, rangschikken de punten van het vlak zich in cirkels, die een bundel vormen. Tot deze cirkels behoort de omgeschreven cirkel."

Onmiddellijk zal blijken, dat de cirkel van BROCARD ook deel uitmaakt van dezen bundel.

Klaarblijkelijk is het net

$$\lambda a_1^2 + \mu b_1^2 + \nu c_1^2 = 0$$

bepaald door den omgeschreven cirkel, die door de drie puntcirkels

$$a_1^2 = 0, \; b_1^2 = 0, \; c_1^2 = 0$$

gaat en dus alle cirkels van het net loodrecht snijdt. En omdat de omgeschreven cirkel zelf niet tot dit net behoort, stelt

$$\varkappa I_1 + \lambda a_1^2 + \mu b_1^2 + \nu c_1^2 = 0$$

een willekeurigen cirkel voor en bestaat er dus voor elken cirkel een lineaire betrekking van bovenstaanden vorm tusschen inhoud en vierkanten der zijden van de voetpuntsdriehoeken zijner punten. *)

Merkwaardig is nog het drietal cirkels

$$b_1^2 + c_1^2 = a_1^2,$$
$$c_1^2 + a_1^2 = b_1^2,$$
$$a_1^2 + b_1^2 = c_1^2,$$

die gezamenlijk de meetkundige plaats van de punten P met rechthoekige voetpuntsdriehoeken vormen. Zij zijn zóó op de zijden BC, CA, AB van driehoek ABC beschreven, dat ze elkaar twee aan twee in de hoekpunten van den driehoek aanraken volgens de lijnen die het middelpunt H van den omgeschreven cirkel met de hoekpunten verbinden. Hunne vergelijkingen in x, y, z worden uit het bovenstaande onmiddellijk neergeschreven.

*) Een verdere ontwikkeling van dit denkbeeld zal in de »Sitzungsberichte der k. Akad. von Wien" worden opgenomen.

2. Na het voorgaande is het nu meetkundig onmiddellijk duidelijk, dat de cirkel van BROCARD tot den gevonden bundel behoort, eenvoudig omdat de punten H, O en O', die den cirkel van BROCARD bepalen, op denzelfden cirkel des bundels liggen, namelijk op den cirkel behoorende bij die waarde δ van δ_1, welke door den hoek van BROCARD van driehoek ABC wordt aangegeven. Want voor elk dier punten is de voetpuntsdriehoek rechtstreeks gelijkvormig met driehoek ABC en gelijkvormige driehoeken hebben blijkens de boven gegevene betrekking der cotangenten gelijke hoeken van BROCARD. Terwijl de betrekkingen $\alpha = A$, $\beta = B$, $\gamma = C$ bij het middelpunt H van den omgeschreven cirkel onmiddellijk in het oog springen, voert de gelijkheid der hoeken OCB, OAC, OBA (fig. 2) aan de hand van de afhankelijkheid tusschen de hoeken van een koordenvierhoek bij $A\beta O\gamma$, $B\gamma O\alpha$, $C\alpha O\beta$ tot de vergelijkingen $\beta = A$, $\gamma = B$, $\alpha = C$. En evenzoo vindt men bij het andere punt O' van BROCARD $\gamma = A$, $\alpha = B$, $\beta = C$. Hierbij verdient nog opgemerkt, dat elk der punten dezelfde beteekenis heeft met betrekking tot den driehoek ABC en den voetpuntsdriehoek $\alpha\beta\gamma$ *).

We hebben dus nu de stelling:

»De cirkel van BROCARD is de meetkundige plaats van het punt P, waarvan de voetpuntsdriehoek in hoek van BROCARD met den gegeven driehoek ABC overeenkomt."

Ook stelkundig kan dit gemakkelijk blijken, wanneer men den meest algemeenen cirkel van het vlak voorgesteld door de vergelijking

$$ayz + bzx + cxy = (ax + by + cz)(px + qy + rz)$$

met de drie willekeurige parameters p, q, r, laat gaan door de drie punten K, O, O', waarvan de coördinaten met

$$(a,\ b,\ c),\ \left(\frac{b}{c},\ \frac{c}{a},\ \frac{a}{b}\right),\ \left(\frac{c}{b},\ \frac{a}{c},\ \frac{b}{a}\right)$$

*) Men vergelijke hierbij het door Rev. T. C. SIMMONS, M. A. gestelde vraagstuk 8375 in de *Mathematical questions and solutions from the educational times*, Vol. XLV, 1886, page 98.

evenredig zijn *). Dit levert ter bepaling van p, q, r de vergelijkingen

$$3\,a\,b\,c = (a^2 + b^2 + c^2)(a\,p + b\,q + c\,r),$$
$$a\,b\,c = a\,b^2\,p + b\,c^2\,q + c\,a^2\,r,$$
$$a\,b\,c = a\,c^2\,p + b\,a^2\,q + c\,b^2\,r,$$

of

$$a^2(a\,p) + b^2(b\,q) + c^2(c\,r) = a\,b\,c,$$
$$b^2(a\,p) + c^2(b\,q) + a^2(c\,r) = a\,b\,c,$$
$$c^2(a\,p) + a^2(b\,q) + b^2(c\,r) = a\,b\,c$$

op. Stelt men $a^2 + b^2 + c^2$ eenvoudigheidshalve door m^2 voor, dan geeft oplossing

$$p = \frac{b\,c}{m^2},\ q = \frac{c\,a}{m^2},\ r = \frac{a\,b}{m^2}$$

en is dus de verlangde vergelijking

$$(a^2+b^2+c^2)(a\,y\,z+b\,z\,x+c\,x\,y)=(ax+by+cz)(bcx+cay+abz),$$

of wel

$$a\,b\,c\,(x^2 + y^2 + z^2) = a^3\,y\,z + b^3\,z\,x + c^3\,x\,y \quad ..(2)\ \dagger)$$

Nu is echter volgens art. 1 voor elk punt van het vlak

$$x^2+y^2+z^2+y\,z\cos A+z\,x\cos B+x\,y\cos C=\tfrac{1}{2}(a_1^2+b_1^2+c_1^2);$$

dus geeft eliminatie van $x^2 + y^2 + z^2$ uit deze identische betrekking en uit (2)

$$a\,b\,c\,(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2) =$$
$$=2\left\{a^3\,y\,z+b^3\,z\,x+c^3\,x\,y+abc\,(yz\cos A+zx\cos B+xy\cos C)\right\},$$

*) Zoo als men weet zijn de afstanden van K tot de zijden van ABC evenredig met die zijden a, b, c, enz. Men vergelijke H. BROCARD „Nouvelles propriétés du triangle" (*Annuaire de l'Association française*, Congrès de Rouen, 1883).

†) Deze vergelijking is het eerst door R. TUCKER, M. A. gegeven (*Quarterly Journal of Mathematics*, t. XIX, n°. 76). Men vergelijke „Propriétés diverses du cercle et de la droite de BROCARD" van E. LEMOINE (*Mathesis*, Mai 1885).

of

$$abc(a_1^2 + b_1^2 + c_1^2) = (a^2 + b^2 + c^2)(ayz + bzx + cxy),$$

d. i. wanneer men den inhoud van driehoek ABC door I voorstelt,

$$\frac{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}{I_1} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{I},$$

wat het gevraagde bewijs levert.

3. Wanneer we de rechte lijn zoeken, die in den cirkelbundel (1) begrepen is, moeten we opmerken, dat de termen met x^2, y^2, z^2 in deze vergelijking gelijke coëfficiënten hebben. Want hieruit is af te leiden, dat de coëfficiënten p, q, r van de vergelijking der bedoelde lijn

$$px + qy + rz = 0$$

omgekeerd evenredig moeten zijn met de zijden a, b, c van driehoek ABC, wanneer deze lijn met de lijn in het oneindige een kromme van den bundel (1) vormen en

$$(px + qy + rz)(ax + by + cz) = 0$$

voor zekere waarde van δ_1 dus met vergelijking (1) overeenkomen wil. Derhalve is de vergelijking der in bundel (1) begrepen lijn

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0,$$

en deze dus de poollijn van het punt van Lemoine met betrekking tot den omgeschreven cirkel, d. i. de lijn van Lemoine. Dat werkelijk vergelijking (1) een δ_1 toelaat, waarvoor zij zich tot de lijn van Lemoine en de lijn in het oneindige herleidt, volgt hieruit, dat de vergelijkingen

$$tg\,\delta_1\,(b^2 + c^2 - bc\cos A) + bc\sin A = 0,$$
$$tg\,\delta_1\,(c^2 + a^2 - ca\cos B) + ca\sin B = 0,$$
$$tg\,\delta_1\,(a^2 + b^2 - ab\cos C) + ab\sin C = 0,$$

die uit de evenredigstelling van gelijknamige coëfficiënten voortvloeien, aan $tg\ \delta_1$ dezelfde waarde geven. Want zij herleiden zich alle tot

$$(a^2 + b^2 + c^2)\, tg\ \delta_1 = - 4\, I,$$

waaruit volgt:

»De lijn van LEMOINE is de meetkundige plaats der punten P, waarvan de voetpuntsdriehoeken hoeken van BROCARD hebben op het teeken na gelijk aan dien van driehoek $A\ B\ C$.

4. Alvorens de beschouwing van den gevonden bundel van cirkels voort te zetten mogen een paar opmerkingen omtrent hoek van BROCARD en voetpuntsdriehoek hier een plaats vinden.

a). Wanneer de medianen van een driehoek D' evenredig zijn met de zijden van een anderen driehoek D zullen weerkeerig de medianen van D evenredig zijn met de zijden van D'. Want de zijden van driehoek $E\ C\ D$ (fig. 3) zijn twee derde van de medianen der overeenkomstige zijden van driehoek $A\ B\ C$ en weerkeerig zijn de medianen van $E\,C\,D$ de helft van de overeenkomstige zijden van $A\ B\ C$.

Wanneer we de zijden $C\,D$, $D\,E$, $E\,C$ van driehoek $E\,C\,D$ door a_2, b_2, c_2 voorstellen, dan geeft optelling der vergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} 9\, a_2^2 &= 2\, b^2 + 2\, c^2 - a^2 \\ 9\, b_2^2 &= 2\, c^2 + 2\, a^2 - b^2 \\ 9\, c_2^2 &= 2\, a^2 + 2\, b^2 - c^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

de betrekking

$$3\,(a_2^2 + b_2^2 + c_2^2) = a^2 + b^2 + c^2.$$

Maar men heeft ook, als I_2 den inhoud van driehoek $E\,C\,D$ voorstelt,

$$3\, I_2 = I$$

en dus door deeling, als δ_2 de hoek van BROCARD van driehoek $E\,C\,D$ aanwijst,

$$tg\,\delta_2 = tg\,\delta.$$

Wanneer we nu twee driehoeken die onderling gelijkdraaiend zijn en verder zoo met elkaar in verband staan dat de zijden van den een evenredig zijn met de medianen van den ander »toegevoegde driehoeken" noemen *), dan kunnen we beweren, dat

»Twee toegevoegde driehoeken hebben een gelijken hoek van BROCARD" †).

Onder toegevoegde punten P en P_1 zullen we in het vervolg punten met toegevoegde voetpuntsdriehoeken verstaan.

b). Is $\alpha\,\beta\,\gamma$ (fig. 1) weer de voetpuntsdriehoek van het punt P, dan geldt in vierhoek $A\,C\,P\,B$ de betrekking

$$\angle B\,P\,C = A + \angle P\,B\,A + \angle A\,C\,P.$$

Aan den anderen kant volgt uit de koordenvierhoeken $\alpha\,B\,\gamma\,P$ en $\alpha\,P\,\beta\,C$

$$\angle P\,B\,A = \angle P\,\alpha\,\gamma,$$
$$\angle A\,C\,P = \angle \beta\,\alpha\,P,$$

zoodat men achtereenvolgens de betrekkingen

$$\left.\begin{array}{l} \angle B\,P\,C = A + \alpha \\ \angle C\,P\,A = B + \beta \\ \angle A\,P\,B = C + \gamma \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

afleidt. Hierop moet echter dadelijk volgen, dat deze betrekkingen alleen dan voor alle standen van het punt P

*) Een bijzonder geval hiervan met betrekking tot volstrekte grootte en ligging vormen de »cosymmedians" van CASEY (On the harmonic hexagon of a triangle", *Proceedings of the Royal Irish Academy*, Jan. 26, 1886).

†) Deze stelling doet ten deele de oplossing aan de hand van de vraagstukken 8645 en 8686 in de nummers 303 en 304 van *The educational times* (Juli en Augustus 1886) door Rev. T. C. SIMMONS, M. A. gesteld.

gelden, wanneer men een bijzondere overeenkomst treft omtrent het teeken der daarin voorkomende hoeken. Vooreerst moeten de hoeken α, β, γ met het positieve of met het negatieve teeken genomen worden, naarmate de driehoek $\alpha\beta\gamma$ gelijkdraaiend of ongelijkdraaiend is met ABC, wat in de cotangentenformule ook op het teeken van δ den behoorlijken invloed heeft. Verder moet men zorg dragen, dat $A+\alpha$, $B+\beta$, $C+\gamma$ door vermeerdering of vermindering met π tusschen 0^0 en 180^0 gebracht worden. En eindelijk moet men onder de hoeken BPC, CPA, APB de hoeken van draaiing verstaan, die de stralen BP, CP, AP om P in den zin ABC moeten ondergaan om met de andere beenen CP, AP, BP tot samenvalling te komen. Met eerbiediging dezer afspraken leiden de vergelijkingen (4) onmiddellijk tot de volgende uitkomst:

»Met betrekking tot een gegeven driehoek ABC is elk punt P gekenmerkt door zijn voetpuntsdriehoek en wel in dien zin, dat er slechts een enkel punt P te vinden is, waarvan de voetpuntsdriehoek op een geheel bepaalde wijze gelijkvormig is met een gegeven driehoek."

Want wanneer de hoeken α, β, γ met het teeken gegeven zijn, bepalen de vergelijkingen (4) slechts een stel hoeken BPC, CPA, APB en geeft de constructie van twee der drie cirkels BPC, CPA, APB slechts een enkel punt P.

Maar aan den anderen kant vindt men zes punten P, die een voetpuntsdriehoek $\alpha\beta\gamma$ van bepaalde draaiingsrichting en vorm hebben, wanneer men de verdeeling van de overeenkomstige hoekpunten van den voetpuntsdriehoek over de zijden van driehoek ABC niet aanwijst. Want dan kan met den gegeven driehoek PQR een der zes volgende rangschikkingen

$$\begin{array}{ll} \alpha\beta\gamma & \gamma\beta\alpha \\ \beta\gamma\alpha & \alpha\gamma\beta \\ \gamma\alpha\beta & \beta\alpha\gamma \end{array}$$

gelijkvormig zijn. En daarbij verdeelt dit zestal rangschik-

kingen zich in twee drietallen van cirkelvormige verschikkingen.

Eindelijk verkrijgt men nog zes nieuwe voetpuntsdriehoeken gelijkvormig met een zelfden gegeven driehoek, wanneer men tot de tegengestelde draaiingsrichting overgaat. Ook dit nieuwe zestal, waarvoor nu de hoek van Brocard op het teeken na aan dien van de andere zes gelijk is, splitst zich in twee cirkelvormige drietallen. Bovendien komt elk dezer zes nieuwe standen in rangschikking der overeenkomstige hoekpunten op de zijden van $A\,B\,C$ met een bepaalden der eerste zes overeen. Twee op zulk een wijze samenhangende voetpuntsdriehoeken noemen wij in navolging van Artzt »tweelingsdriehoeken" en de punten van welke deze tweelingsdriehoeken de voetpuntsdriehoeken zijn »tweelingspunten" *).

Is de gegeven driehoek $P\,Q\,R$ gelijkbeenig, dan gaan de twee gevondene zestallen in twee drietallen over, omdat hier de twee cirkelvormige drietallen, waaruit in het algemeene geval elk der beide zestallen bestaat, met elkaar samenvallen. En is de gegeven driehoek $P\,Q\,R$ gelijkzijdig, dan herleidt zich elk zestal tot een enkelen stand. Men heeft dus:

»Met betrekking tot een gegeven driehoek ABC zijn er twaalf voetpuntsdriehoeken gelijkvormig met een gegeven ongelijkbeenigen driehoek, zes voetpuntsdriehoeken gelijkvormig met een gegeven gelijkbeenigen driehoek en twee gelijkzijdige voetpuntsdriehoeken."

De vergelijkingen (4) voeren onmiddellijk tot een eenvoudige constructie van de twee punten, die een gelijkzijdigen voetpuntsdriehoek hebben. Hun ligging zal aanstonds nader worden aangewezen.

c). Om de meetkundige plaats te zoeken van de punten A, die met twee gegeven punten B en C driehoeken $A\,B\,C$ met gegeven hoek van Brocard opleveren, nemen we het

*) Hierbij moet worden opgemerkt, dat onze tweelingspunten niet geheel met die van den Heer Artzt overeenstemmen, maar veeleer met deze isogonaal verwant zijn.

midden van BC tot oorsprong en BC tot x-as van een rechthoekig coördinatenstelsel aan. Men vindt dan als voorwaarde

$$a^2 + \{(x + \tfrac{1}{2} a)^2 + y^2\} + \{(x - \tfrac{1}{2} a)^2 + y^2\} = 2\, a\, y \cot \delta,$$

wanneer B het punt $(-\tfrac{1}{2} a, 0)$, C het punt $(\tfrac{1}{2} a, 0)$ en de draaiing $A B C$ als in de figuren positief aangenomen is. Deze vergelijking herleidt zich tot

$$x^2 + (y - \tfrac{1}{2} a \cot \delta)^2 = \frac{a^2}{4} (\cot^2 \delta - 3).$$

Dus is de gezochte meetkundige plaats een cirkel, waarvan het middelpunt ligt op de lijn, die BC loodrecht middendoor deelt *). Alleen voor waarden van $tg\, \delta$ gelegen tusschen $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ en $+\frac{1}{3}\sqrt{3}$ is deze cirkel bestaanbaar. En wanneer de cirkel bestaanbaar is, zijn de snijpunten met de loodlijn op het midden van BC steeds bestaanbaar, terwijl de snijpunten met BC zelf steeds onbestaanbaar zijn, zooals het behoort.

In het voorgaande is het bewijs besloten van de volgende stelling:

»Met betrekking tot den hoek van Brocard behoorende bij de driehoeken ABC, waarvan de hoekpunten B en C vast zijn terwijl A bewegelijk is, rangschikken zich de punten A van het vlak in de cirkels van een bundel met BC tot gemeenschappelijke machtlijn."

Omdat de bestaanbaarheid van den cirkel eischt, dat $tg\, \delta$

---

*) De drie cirkels, die met betrekking tot de drie zijden BC, CA, AB van driehoek ABC de meetkundige plaats der punten zijn, die met de uiteinden dier zijden driehoeken vormen, die in hoek van Brocard met driehoek ABC overeenkomen, zijn door M'Cay gevonden (*Transactions of the Royal Irish Academy*, Vol. 28, page 453—470) en worden naar hem genoemd.

Men vergelijke nog het door J. Neuberg in de *Mathematical questions*, etc. (Vol. XLV, 1886, page 87) gestelde vraagstuk 8434.

tusschen $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$ en $\frac{1}{3}\sqrt{3}$ in ligt en deze grenswaarden van δ klaarblijkelijk bij een gelijkzijdigen driehoek $A\ B\ C$ behooren, vinden we:

»De gelijkzijdige driehoeken zijn de bestaanbare driehoeken met een zoo groot mogelijken hoek van BROCARD."

Omdat een bestaanbare ongelijkzijdige driehoek geen hoek δ van BROCARD bezitten kan, waarvoor $tg^2\,\delta$ grooter is dan $\frac{1}{3}$, voert elk der beide onderstellingen $tg\,\delta = \pm\frac{1}{3}\sqrt{3}$ tot een puntcirkel, zoowel in den bundel (1) als in den hier gevonden bundel. Terwijl deze laatste dus de toppen der beide op $B\ C$ beschrevene gelijkzijdige driehoeken tot grenspunten heeft, zijn de beide punten P, die gelijkzijdige driehoeken tot voetpuntsdriehoeken hebben, de grenspunten van den eersten. Derhalve worden de bedoelde punten met gelijkzijdigen voetpuntsdriehoek aldus geconstrueerd. Is h de loodrecht op de lijn l van LEMOINE neergelaten middellijn van den omgeschreven cirkel, die den cirkel van BROCARD behalve in H in het punt K van LEMOINE snijdt, en duidt L het snijpunt van deze middellijn met l aan, dan zal de uit L met de middenevenredige tusschen $L\ H$ en $L\ K$ als straal beschreven cirkel de middellijn h in de twee verlangde punten snijden.

5. We komen thans tot de bekende punten op den cirkel van BROCARD terug en gaan daarom terug tot dat gedeelte van art. 2, waarin aangewezen is, dat de voetpuntsdriehoeken van de punten H, O, O' rechtstreeks gelijkvormig zijn met $A\ B\ C$ en zij dus op de wijs van art. 4, b een drietal cirkelvormige verschikkingen uitmaken. Daaraan knoopen we het bewijs vast, dat de hoekpunten van den tweeden driehoek van BROCARD het aanvullende drietal vormen. Het punt A_2 (fig. 4) wordt namelijk bepaald door de voorwaarde, dat de driehoeken $A\ A_2\ C$ en $B\ A_2\ A$ gelijkvormig zijn *).

*) Men vergelijke BROCARD's mededeeling omtrent den cirkel der zeven punten (*Annuaire de l'Association française, Congrès d'Alger,* 1881).

Maar dan volgen ook onmiddellijk uit de in de figuur aangewezen gelijkheid der hoeken en uit de eigenschappen der hoeken van een koordenvierhoek de betrekkingen $\alpha = A$, $\gamma = B$, $\beta = C$. Op dezelfde wijs vindt men voor B_2 en C_2 de noodige vergelijkingen en deze bewijzen dan gezamenlijk wat beweerd werd, dat de punten A_2, B_2, C_2 het aanvullend drietal vormen voor voetpuntsdriehoeken gelijkdraaiend en gelijkvormig met $A B C$. Derhalve behooren de drietallen H, O, O' en A_2, B_2, C_2 tot hetzelfde zestal en heeft Artzt deze punten terecht met elkaar in verbinding gebracht.

Onderzoeken we verder in welke betrekking het tweede zestal van Artzt, waarvan K deel uitmaakt, tot het eerste staat. Wordt K bepaald als het punt, dat isogonaal verwant is met het zwaartepunt E (fig. 5) van $A B C$ ten opzichte van $A B C$, dan volgt uit de beide betrekkingen

$$\angle \gamma \beta K = \angle \gamma A K, \qquad \angle \gamma A K = \angle E A C,$$

dat $\beta \gamma$ loodrecht staat op $A E$, m. a. w. dat de zijden van driehoek $\alpha \beta \gamma$ loodrecht staan op de overeenkomstige zijden van driehoek $E C D$. Dus zijn de driehoeken $A B C$ en $\alpha \beta \gamma$ toegevoegd en behoort K tot het zestal punten, dat men toegevoegd aan het eerste zou kunnen noemen *).

Terwijl we de hoekpunten A_1, B_1, C_1 van den eersten driehoek van Brocard als niet tot een zelfde zestal behoorende buiten beschouwing laten, merken we nog op, dat K het zwaartepunt is van zijn voetpuntsdriehoek. Want daar $K\alpha$, $K\beta$, $K\gamma$ evenredig zijn met de zijden $B C$, $C A$, $A B$ van $A B C$ volgens een der bepalingen van het punt K, zoo zijn ze ook evenredig met de medianen van driehoek $\alpha \beta \gamma$ †), enz.

---

*) Zooals de Heer Artzt opgeeft, zijn de isogonaal met de punten van het eerste zestal verwante punten de punten, waaruit men de zijden van driehoek $A B C$ onder hoeken ziet, die aan de supplementen van de hoeken des driehoek gelijk zijn en wel zoo, dat die supplementen zich om die punten heen in de volgorde van draaiing $A B C$ vertoonen. Zoo als men weet, komt het hoogtepunt H' onder dit zestal voor.

†) Men vergelijke J. Neuberg's „Mémoire sur le tétraèdre" (*Mémoires couronnés*, etc, 1884) § 2, IV.

6. De beschouwing van de zestallen van punten op den cirkel van BROCARD gelegen, die in art. 4, *b* is afgebroken, geeft de volgende stelling:

»De zestallen van punten op den cirkel van BROCARD, waarvan de voetpuntsdriehoeken onderling rechtstreeks gelijkvormig zijn, vormen een involutie van den zesden graad, die zich met behulp van de onderscheiding der cirkelvolgorde met dien verstande in een kubische involutie oplost, dat de involutie van den zesden graad een kwadratische involutie onder de drietallen van de kubische involutie doet ontstaan."

Welke kromme wordt omhuld door de zijden van de driehoeken, waarvan de toppen op den cirkel van BROCARD gelegen de drietallen der kubische involutie op deze kromme vormen? Natuurlijk is deze omhullende, die de duitsche meetkundigen de involutiekromme noemen, een kegelsnee, daar uit een willekeurig punt Q van den cirkel van BROCARD twee raaklijnen aan de omhullende getrokken kunnen worden, de lijnen die dit punt Q met de beide andere punten van zijn drietal verbinden. Daar de vier snijpunten van den cirkel, die de involutie draagt, met de involutiekromme krachtens de beteekenis der involutiekromme dubbelpunten van de involutie moeten zijn, zoeken we eerst deze snijpunten.

Wanneer R een der dubbelpunten van de involutie is, moet de voetpuntsdriehoek van R de bijzondere eigenschap hebben, dat cirkelvormige verschikking van zijn hoeken die hoeken niet verandert. Dus moet het drietal, waarvan R deel uitmaakt, uit drie in een punt samengevallen punten bestaan, wat vereischt dat de involutiekromme den cirkel van BROCARD in twee punten aanraakt. Aan den anderen kant is iedere driehoek, welks hoeken bij cirkelvormige verschikking niet veranderen, een gelijkzijdige driehoek en moeten de punten R dus gelegen zijn op een der beide cirkels van den in art. 1 gevonden bundel, die zich tot een punt hebben herleid. Maar dan zijn de dubbelpunten

ook gemeenschappelijk aan alle cirkels van dien bundel en dus òf de beide onbestaanbare cirkelpunten, òf de onbestaanbare snijpunten van lijn van LEMOINE en cirkel van BROCARD. Nu zou in de eerste onderstelling de involutiekromme een cirkel zijn concentrisch met den cirkel van BROCARD en dus de involutie in den laatsten door ingeschreven gelijkzijdige driehoeken kunnen worden voortgebracht, wat daar $\angle O H O'$ gelijk is aan $2\,\delta$ in het algemeen niet het geval zijn kan *). Dus is de involutiekromme een kegelsnee, die den cirkel van BROCARD op de lijn van LEMOINE dubbel aanraakt; zij is een ellips, omdat de lijn van LEMOINE haar in onbestaanbare punten snijdt en deze lijn loodrecht op een harer assen die as ontmoet in een punt niet gelegen tusschen de beide toppen dier as.

Wat voor de kubische involutie op den cirkel van BROCARD geldt, is met zeer voor de hand liggende wijzigingen van toepassing op de kubische involutie die geheel op dezelfde wijs op elk der andere cirkels van bundel (1) ontstaat.

De involutie van den zesden graad op den cirkel van BROCARD moet tien dubbelpunten hebben (†). Werkelijk laten deze zich zonder moeite vinden. Eerstens behooren de twee boven gevonden dubbelpunten tweemaal tot het tiental. En ten tweede wordt de meetkundige plaats van art. 4, *c* voor de bij den cirkel van BROCARD behoorende gevallen door de loodlijn op het midden van $B\,C$ in twee punten gesneden en laat dus de cotangentenvergelijking twee gelijkbeenige oplossingen toe, zoodat de involutie van den zesden graad nog zes andere dubbelpunten bezit in de twee zestallen, die uit samengevallen drietallen bestaan.

7. Eindigen wij onze beschouwingen met het onderzoek van de twee transformaties, die we ontmoet hebben, de

---

*) Men vergelijke BROCARD (*Annuaire de l'Association française, Congrès d'Alger,* 1881).

†) Zoo als men weet, bezit de involutie van den n^{den} graad $2\,(n-1)$ dubbelpunten.

transformatie der toegevoegde punten (art. 4, a) en de transformatie der tweelingspunten (art. 4, b).

Krachtens de eerste stelling van art. 4, b zijn beide transformaties birationeel; bovendien hebben zij een involutorisch karakter. En toch zullen we ondervinden, dat de stelkundige behandeling — en langs dezen weg laat de eerste der beide transformaties zich met de minste moeite naderen — dit eenvoudige kenmerk niet op den voorgrond brengt. Echter is de reden hiervan niet ver te zoeken. Met een enkelen oogopslag toch bemerkt men, dat de stelkundige inkleeding van de transformatie der toegevoegde punten, die in een evenredigstelling van zijden en medianen van voetpuntsdriehoeken bestaat, noodzakelijkerwijs bij verdrijving der wortelteekens de draaiingsrichting der voetpuntsdriehoeken uit het oog moet verliezen en de transformatie der toegevoegde punten hierdoor dus zoo met die der tweelingspunten gemengd wordt, dat met een punt van het vlak twee tweelingspunten zullen gaan overeenstemmen. Wij zullen deze »gemengde transformatie" eerst onderzoeken en haar daarna in de samenstellende deelen ontbinden.

Zijn P_1 en P_2 twee punten die in de gemengde transformatie met elkaar overeenstemmen, zijn a_1, b_1, c_1 de zijden van den voetpuntsdriehoek $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ van P_1 en a_2, b_2, c_2 de zijden van den voetpuntsdriehoek $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ van P_2, dan geven de vergelijkingen (3) aan de betrekkingen tusschen $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ en $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$, die boven werden aangestipt, den vorm

$$a_1^2 : b_1^2 : c_1^2 = 2(b_2^2 + c_2^2) - a_2^2 : 2(c_2^2 + a_2^2) - b_2^2 \\ : 2(a_2^2 + b_2^2) - c_2^2,$$

die geldig blijft bij omwisseling van a_1, b_1, c_1 en a_2, b_2, c_2. Derhalve komen met de drie puntcirkels

$$a_1^2 = 0, \qquad b_1^2 = 0, \qquad c_1^2 = 0,$$

(d. i. met de punten A, B, C) de drie cirkels

$$2(b_2^2 + c_2^2) - a_2^2 = 0, \quad 2(c_2^2 + a_2^2) - b_2^2 = 0, \\ 2(a_2^2 + b_2^2) - c_2^2 = 0$$

overeen, die als behoorende tot het net door de eerste drie bepaald den omgeschreven cirkel loodrecht snijden. Wijl nu echter, na a_2^2, b_2^2, c_2^2 door hun waarde in x, y, z vervangen te hebben, de discriminant van elk der drie laatste vergelijkingen den factor

$$1 - \cos^2 A - \cos^2 B - \cos^2 C - 2 \cos A \cos B \cos C$$

bevat en deze factor nul is voor drie hoeken A, B, C met een som van 180°, zijn deze nieuwe cirkels zoo als te verwachten was ook puntcirkels. Wegens de vereischte loodrechte snijding zullen deze punten, die we achtereenvolgens door A', B', C' voorstellen, op den omgeschreven cirkel liggen. Verder blijkt onmiddellijk uit den vorm der vergelijkingen in a_2^2, b_2^2, c_2^2, dat de aan het slot van art. 1 gevonden cirkels achtereenvolgens deel uitmaken van de bundels door de puntenparen $A A'$, $B B'$, $C C'$ bepaald. En wijl nu de middelpunten dier cirkels (fig. 5) de hoekpunten A'', B'', C'' zijn van den driehoek door de raaklijnen in A, B, C aan den omgeschreven cirkel gevormd en de lijnen $A A''$, $B B''$, $C C''$, zoo als bekend is *), elkaar in het punt van Lemoine snijden, wordt hierdoor de ligging der punten A', B', C' op den omgeschreven cirkel volkomen aangewezen †). Als evenredig aan de coördinaten dier punten vindt men $(-2a, b, c)$, $(a, -2b, c)$, $(a, b, -2c)$.

Niettegenstaande het gezamenlijk optreden van twee tweelingspunten in de stelkundige behandeling der gemengde transformatie vindt men bij elk der punten A, B, C slechts een enkel overeenkomstig punt A', B', C'. Dit is een gevolg hiervan, dat de punten van den omgeschreven cirkel met hun tweelingspunten samenvallen. Op dezen cirkel moeten de met elkaar overeenkomende toegevoegde punten dus een involutie vormen en door een punt gaande ver-

---

*) Men vergelijke J. Neuberg's *Mémoire sur le tétraèdre.*

†) De zeshoek $A B' C A' B C'$ is de „harmonische zeshoek" van driehoek $A B C$ en de driehoeken $A B C$ en $A' B' C'$ zijn „cosymmedians". Men vergelijke Casey's *On the harmonic hexagon of a triangle.*

bindingslijnen opleveren. Dit centrum van involutie is hier het punt K van Lemoine *).

In de gemengde transformatie stemt met het net

$$\lambda a_1^2 + \mu b_1^2 + \nu c_1^2 = 0$$

het net

$$\lambda (2 b_2^2 + 2 c_2^2 - a_2^2) + \mu (2 c_2^2 + 2 a_2^2 - b_2^2) + \\ + \nu (2 a_2^2 + 2 b_2^2 - c_2^2) = 0$$

overeen. Deze netten omvatten elkaar, wijl in elk van beide drie punten van den omgeschreven cirkel als puntcirkels optreden, in zoover, dat beide de cirkels bevatten, die den omgeschreven cirkel loodrecht snijden. Door de gemengde transformatie worden eenvoudig de cirkels van dit eene net involutorisch gepaard. Maar dan gaan alle cirkels van dit net, die een gegeven punt P_1 bevatten, tevens door een punt P_1' op die wijze op $H P_1$ gelegen, dat het product van $H P_1$ en $H P_1'$ gelijk is aan het vierkant van den staal R des omgeschreven cirkels, en vormen zij dus een bundel, waarvan P_1 en P_1' de basispunten zijn. Met die basispunten komen in de gemengde transformatie de twee basispunten P_2 en P_2' van den overeenkomstigen bundel overeen, die eveneens zoo met H in een rechte lijn liggen, dat het product van $H P_2$ en $H P_2'$ aan R^2 gelijk is. En dit doet, zoo als dadelijk blijken kan, behalve het karak-

*) Zelf in dit geval van driehoeken met de hoekpunten in een rechte lijn wordt de betrekking tusschen de toegevoegde voetpuntsdriehoeken nog niet illusorisch. Wanneer P_1 en P_2 twee op den omgeschreven cirkel gelegen toegevoegde punten zijn met de voetpuntsdriehoeken $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ en $\alpha_2 \beta_2 \gamma_2$ en verder α_1', β_1', γ_1' de middens zijn van $\beta_1 \gamma_1$, $\gamma_1 \alpha_1$, $\alpha_1 \beta_1$ en α_2', β_2', γ_2' de middens van $\beta_2 \gamma_2$, $\gamma_2 \alpha_2$, $\alpha_2 \beta_2$, dan is steeds voldaan aan de betrekkingen

$$\beta_1 \gamma_1 : \gamma_1 \alpha_1 : \alpha_1 \beta_1 = \alpha_2 \alpha_2' : \beta_2 \beta_2' : \gamma_2 \gamma_2'$$

en

$$\alpha_1 \alpha_1' : \beta_1 \beta_1' : \gamma_1 \gamma_1' = \beta_2 \gamma_2 : \gamma_2 \alpha_2 : \alpha_2 \beta_2,$$

die uit elkaar af te leiden zijn.

ter der gemengde transformatie ook dat van de transformatie der tweelingspunten kennen.

Beginnen we met de laatste. Wijl twee met een zelfde punt P_1 overeenkomende punten P_2 en P_2', die zoo als we weten tweelingspunten zijn, zoo met H op een rechte lijn liggen, dat het product van $H P_2$ met $H P_2'$ gelijk aan R^2 is, is de transformatie der tweelingspunten niets anders dan de transformatie door weerkeerige voerstralen, die H tot centrum en R^2 tot macht heeft. Dus vinden we dat:

»Twee punten P en P', die in de transformatie door weerkeerige voerstralen met het centrum H en de macht R^2 met elkaar overeenkomen, hebben tegengesteld gelijkvormige voetpuntsdriehoeken, waarvan de gelijkstandige hoekpunten met elkaar op dezelfde zijde van driehoek ABC gelegen zijn.''

Het is niet moeielijk deze stelling meetkundig te bevestigen. Omdat de koorden $\beta\gamma$ en $\beta'\gamma'$ (fig. 6) in de cirkels $P\gamma\beta A$ en $P'\gamma' A\beta'$, die PA en $P'A$ tot middellijnen hebben, gelijke hoeken (A) onderspannen, heeft men

$$\beta\gamma : \beta'\gamma' = PA : P'A.$$

Aan den anderen kant volgt uit de betrekking $HP \,.\, HP' = HA^2$ der verwantschap de gelijkvormigheid der driehoeken HAP en $HP'A$ en dus ook

$$PA : P'A = PH : HA.$$

Zoo vindt men dus

$$\beta\gamma : \beta'\gamma' = \gamma\alpha : \gamma'\alpha' = \alpha\beta : \alpha'\beta' = PH : R,$$

wat de stelling bewijst.

In de transformatie der tweelingspunten stemmen die cirkels van den bundel (1) uit art. 1 met elkaar overeen, welke bij twee op het teeken na gelijke waarden van $tg\,\delta_1$ behooren. Dit wordt door bovenstaande stelling bewaarheid. Want vooreerst doet de stelling den omgeschreven cirkel met zich zelf, ten tweede doet zij den cirkel van

Brocard en de lijn van Lemoine involutorisch met elkaar overeenkomen. Duidt men nu de met elkaar overeenkomende waarden door $tg\,\delta_1$ en $tg\,\delta_1'$ aan, dan komen met de waarden 0, δ, $-\delta$ van δ_1 dus de waarden 0, $-\delta$, δ van δ_1' overeen en hieruit volgt algemeen $\delta_1' = -\delta_1$.

Keeren we thans tot de toegevoegde punten terug. Met een willekeurige middellijn d van den omgeschreven cirkel Γ (fig. 7) stemt als cirkel, die Γ rechthoekig snijdt, zoo als we weten, een cirkel overeen, die dezelfde eigenschap bezit. De constructie van dezen cirkel Δ levert geen bezwaar op. Want met de snijpunten M en N van d en Γ stemmen de snijpunten M' en N' van Γ met MK en NK overeen, zoodat Δ de door M' en N' gaande cirkel is, die Γ in deze punten rechthoekig snijdt en dus het snijpunt S der raaklijnen in M' en N' aan Γ tot middelpunt heeft. Omdat d door H gaat, moet Δ het overeenkomstige punt K bevatten. Maar dan moet Δ ook door het snijpunt L van HK met de lijn l van Lemoine gaan. Dus is L een fundamentaalpunt van de transformatie der toegevoegde punten. Want met den bundel van cirkels Δ door K en L stemt een bundel van stralen d door het met K overeenkomende punt H overeen en dus moet op elk der lijnen d door H een van H verschillend punt met L overeenkomen.

Omdat H geen fundamentaalpunt is van de transformatie en met een willekeurige lijn d door H een cirkel overeenstemt, die door K en L gaat, moet de transformatie der toegevoegde punten, een kwadratische involutie zijn *) met drie enkelvoudige fundamentaalpunten, L en de beide onbestaanbare cirkelpunten. Dus blijft nog te onderzoeken, of deze kwadratische involutie regelmatig of onregelmatig is †). In het eenvoudige geval, dat voor ons ligt, komt de laatste onderstelling neer op een transformatie door weerkeerige voerstralen met L tot middelpunt en $LH.LK$ tot macht; terwijl deze transformatie in de eerste onderstelling nog

*) „Over de constructie van unicursale krommen door punten en raaklijnen" (*Nieuw Archief voor Wiskunde*, deel XII, blz. 1).

†) Over de constructie, enz.

vereenigd moet worden met de vervanging van telkens een der beide met elkaar overeenstemmende punten door het met betrekking tot LKH symmetrisch gelegen punt, zoodat de bedoelde overeenkomst in de eerste onderstelling een om LKH omgelegde transformatie door weerkeerige voerstralen is.

De keus tusschen deze twee mogelijkheden, die ons nog overblijven, kan ons gemakkelijk gemaakt worden door de opmerking, dat de overeenkomst door weerkeerige voerstralen een cirkel van punten bevat die met hun overeenkomstige samenvallen, terwijl er na omlegging om een lijn door het centrum nog slechts twee zulke punten op die lijn overblijven. Bij de toepassing van dit onderscheidingsteeken is het noodig te onderzoeken, of de middellijn d den met haar overeenkomenden cirkel Δ snijdt of niet. Nu staat SK als poollijn van T met betrekking tot Γ in U loodrécht op d, terwijl bij draaiing van d om H het middenpunt S van Δ de lijn s loodrecht op het midden van LK en U den op KH als middellijn beschreven cirkel doorloopt. Dus is K steeds tusschen S en U gelegen en ontmoet d haar cirkel Δ alleen, wanneer zij met HK samenvalt. Er zijn dus twee coïncidentiepunten op LKH, enz. We vinden dus, dat:

»Twee punten P_1 en P_2, die met elkaar overeenstemmen in de om LKH omgelegde transformatie door weerkeerige voerstralen met het centrum L en de macht $LK \,.\, LH$, hebben gelijkdraaiende voetpuntsdriehoeken, die zoo met elkaar in verband staan, dat de zijden van den een evenredig zijn met de overeenkomstige medianen van den ander".

We merken nog op, dat de verwantschap der tweelingspunten met de kennis van den omgeschreven cirkel alleen geheel gegeven is, terwijl die der toegevoegde punten bovendien nog de plaats van K binnen dien cirkel vereischt. Dus is er een enkelvoudige oneindigheid van driehoeken ABC die tot dezelfde verwantschap van toegevoegde punten en een oneindigheid van de tweede orde van driehoeken

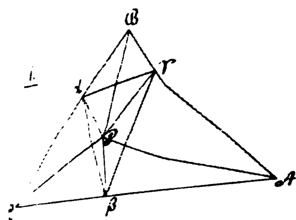
$A\,B\,C$ die tot dezelfde verwantschap van tweelingspunten voeren. Bovendien zullen wegens de bekende betrekking

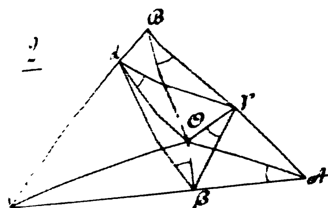
$$HK^2 = R^2 (1 - 3\,tg^2\,\vartheta)$$

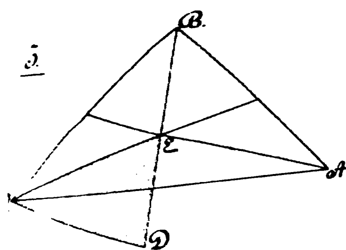
alle driehoeken $A\,B\,C$ van de eerste oneindigheid in de absolute waarde van den hoek van Brocard met elkaar overeenkomen.

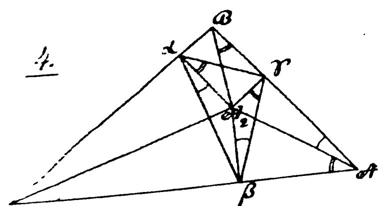
Groningen, 21 September 1886.

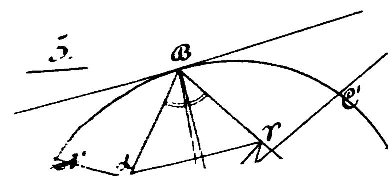
Hoek en cirkel van Brocard

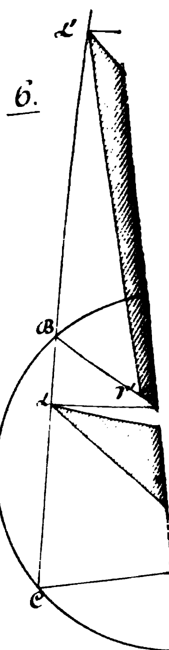


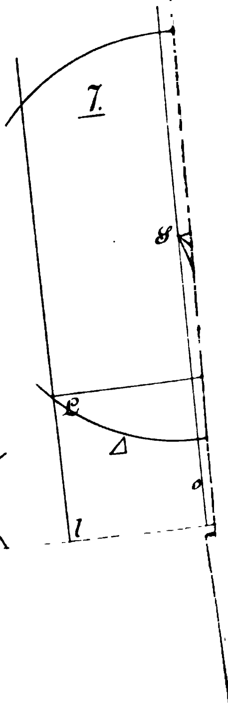












UNDE,

A. C.
MAC
HOFF,
VIÈRE,
OREN,
IDERS,
J. A.
d, de

lt ge-

ont-

icher
ecre-
Mei
Ge-
LLER,
d te
teur
nber

A *I*
voe

alle
abs
ove

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 30 October 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, J. A. C. OUDEMANS, A. C. OUDEMANS JR., VAN DIESEN, BOSSCHA, MAC GILLAVRY, ZAAIJER, DE VRIES, FORSTER, HOEK, VAN 'T HOFF, BIERENS DE HAAN, VAN RIEMSDIJK, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, LORENTZ, VAN DER WAALS, KORTEWEG, BEHRENS, VERLOREN, STOKVIS, PLACE, RAUWENHOFF, FRANCHIMONT, MULDER, DONDERS, GUNNING, HUBRECHT, ENGELMANN, SCHOUTE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris; voorts het Correspondeerend lid, de Heer VAN DER BURG.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1⁰. G. KARSTEN, Secretaris van het naturwissenschaftlicher Verein te Kiel, 20 October 1886; 2⁰. A. RERMANN, Secretaris van het Verein für Naturkunde te Cassel, 30 Mei 1886; 3⁰. A. GRUBER, Secretaris der naturforschende Gesellschaft te Freiburg i/B, 10 October 1886; 4⁰. S. MÜLLER, Secretaris der Société royale des antiquaires du Nord te Kopenhagen, 1 October 1886; 5⁰. A. KARPINSKY, Directeur van het Comité géologique te St. Petersburg, 30 September 1886; 6⁰. A. TURNER, Bibliothecaris van de Smithsonian

Institution te Washington, 28 Juni 1886; 7°. R. W. YOUNG, Secretaris van het Canadian Institute te Toronto, 27 September 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 25 October 1886; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teijler's Stichting te Haarlem, October 1886; 3°. A. A. VORSTERMAN VAN OIJEN, 's Gravenhage, September 1886; 4°. G. N. DE STOPPELAAR, Middelburg, 30 October 1886; 5°. GATIEN-ARNOULT, Secretaris der Académie des Sciences, Inscriptions et belles-lettres te Toulouse, 1886; 6°. G. BRUNEL, Archivaris der Société des Sciences physiques et naturelles te Bordeaux, 1 Februari 1886; 7°. W. H. M. CHRISTIE, Directeur van het royal Observatory te Greenwich, 23 October 1886; 8°. HEUSINGER, Secretaris der Gesellschaft zur Beförderung der gesammten Naturwissenschaften te Marburg, Augustns 1886; 9°. den Directenr van het Musée public te Moscou, 4 October 1886; 10°. den Directeur van het U. S. naval Observatory te Washington, 1886; 11°. J. C. PILLING, Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 10 Mei, 15 Juni en 3 Juli 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. het bericht van den Heer SCHOLS, dat hij door ongesteldheid verhinderd is de Vergadering bij te wonen; 2°. een schrijven van Dr. J. P. VAN DER STOK te Batavia (15 Augustus 1886), waarin dank gezegd wordt voor zijne benoeming tot correspondeerend Lid der Akademie; 3°. het bericht van het overlijden van het vroeger correspondeerend Lid der Akademie, wijlen den Heer J. C. BERNELOT MOENS (2 Oct. 1886). Aan Mevrouw de Wed. BERNELOT MOENS is de deelneming der Afdeeling in het door haar geleden smartelijk verlies te kennen gegeven; 4°. een brief van Z.E. den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken, ter begeleiding van eene door den

consul der Nederlanden op het eiland Barbados gedane opgave, behelzende de waarneming, door hem op 3 mijlen afstands van Bridgetown gedaan, van eene op 29 Augustus l.l. plaats gehad hebbende zonsverduistering. — Bedoelde opgave wordt ter kennisneming aan de astronomische leden der Afdeeling aangeboden.

— De Voorzitter der Commissie voor de geologische kaart van Nederland, de Heer BEHRENS, verklaart, dat het rapport der Commissie in het ongereede geraakt is, zoodat hij niet in de mogelijkheid verkeert aan zijne verplichting gevolg te geven. Hij hoopt in de November-vergadering daartoe in staat te zijn.

— De Heer MAC GILLAVRY leest, uit naam der Commissie ad hoc, het advies omtrent de aanvrage eener subsidie aan Z.E. den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken door de Heeren STOKVIS, FORSTER en RUYSCH, ter oprichting van eene barak, geschikt om choleralijders aan den invloed van oververwarmde lucht bloot te stellen. — Dit advies luidt zeer gunstig en eindigt met een concept-antwoord, aan den Minister op Z.Exc's. missive van 28 Juli 1886 aan te bieden. — De Vergadering hecht hare goedkeuring aan dit concept. De Voorzitter zegt der Commissie dank voor hare bemoeiingen. De Heer DONDERS wijst op het gunstige oordeel, door wijlen den Hoogleeraar in de Ophthalmologie ALBRECHT VON GRAEFE over de door requestranten bedoelde behandeling van choleralijders reeds in 1866 uitgesproken, en dat wel op grond der ondervinding, door hem in het cholerahospitaal te Berlijn, gedurende den Pruisisch-Oostenrijkschen oorlog, opgedaan.

— De Heeren HUBRECHT en HOEK verklaren, dat het antwoord des Ministers betreffende het uitzenden van jeugdige geleerden naar de stations te Batavia en te Buitenzorg, hun geen grond tot het doen van nieuwe voorstellen gegeven heeft.

— De Heer BIERENS DE HAAN biedt voor de Verslagen

en Mededeelingen aan: Bouwstoffen N^{0}. 30, en licht met enkele woorden den inhoud van zijne bijdrage toe.

— De Heer J. A. C. Oudemans geeft een kort overzicht betreffende door hem uitgevoerde verificatiën van eenige verguldkoperen standaardkilogrammen, in 1856 door de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram vervaardigd. Een opstel over dit onderwerp wordt toegezegd voor de Verslagen en Mededeelingen.

— Voor de bibliotheek der Akademie worden aangeboden: door den Secretaris, de dissertatie van den Heer Dr. F. A. F. C Went: »De jongste toestand der vacuolen", en door den Heer Donders, diens rede, uitgesproken bij de eerste uitreiking van de von Graefe-medaille aan den Hoogleeraar Helmholtz.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

RAPPORT DER COMMISSIE

BENOEMD

IN DE VERGADERING VAN 25 SEPTEMBER 1886.

(Voorgedragen in de Vergadering van 30 October 1886).

Ter voldoening aan de opdracht: *Rapport uit te brengen over een adres van de Heeren* STOKVIS, FORSTER en RUIJSCH, heeft de in de Vergadering van den 25sten September j.l. benoemde Commissie de eer:

mede te deelen, dat adressanten op zoo afdoende wijze de wenschelijkheid van de door hen verlangde inrichting hebben betoogd, dat Uwe Commissie aan dit betoog niets behoeft toe te voegen en daarom voorstelt, dat de natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen aan den Heer Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken, in antwoord op Zijner Excellentie's missive van den 28sten Juli j.l, N°. 2284, Afdeeling *Medische Policie*, zal antwoorden:

dat de natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen het met de Heeren STOKVIS, FORSTER en RUIJSCH volkomen eens is, dat proefnemingen, doelende op de behandeling van choleralijders in warme, min of meer met waterdamp bedeelde, lucht ten zeerste den steun der Regeering verdienen, en van oordeel is dat eene inrichting, in den geest als door adressanten bedoeld wordt, ook in tijden, waarop in Nederland geene cholera voorkomt, uitstekende diensten kan bewijzen bij het bestudeeren van den

invloed, dien warme, min of meer met waterdamp bedeelde, dampkringslucht op de levensverrichtingen van gezonde en zieke menschen uitoefent; redenen waarom de Afdeeling den Heer Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken adviseert, op het verzoek van adressanten gunstig te beschikken.

October 1886.

MAC GILLAVRY.
Dr. J. ZEEMAN.
T. ZAAIJER.

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

N°. XXX. JAN JANSZ. STAMPIOEN DE JONGE EN JACOB A WAESSENAER.

1. JAN JANSZ. STAMPIOEN DE JONGE heeft in der tijd een zekere vermaardheid verkregen door het geven met eenigen ophef van een regel voor de worteltrekking uit een binomium met wortelteekens — en den strijd daarover gevoerd met JACOBUS A WAESSENAER. Van de vrij talrijke boekjes en pamfletten, over dezen strijd gedrukt, waren mij de voornaamste werken onder de oogen gekomen, en van den Haagschen Archivaris den Heer A. J. SERVAAS VAN ROOIJEN, ontving ik eenige opgaven uit de Archieven der Hofstad, betrekking hebbende op deze zaak.

Bij het onderzoek van de briefwisseling van CONSTANTIJN HUYGENS, den vader, met het oog op stukken, die voor de uitgave der briefwisseling van onzen CHRISTIAAN HUYGENS van belang konden zijn, vond de Hoogleeraar D. J. KORTEWEG eenige brieven van CONSTANTIJN aan DESCARTES, en van DESCARTES aan CONSTANTIJN HUYGENS en aan anderen, waaruit bleek dat beiden zich met dien strijd, gedeeltelijk zijdelings, bemoeid hadden. Verder werden er nog andere stukken van CONSTANTIJN HUYGENS dienaangaande gevonden.

Wegens het gewicht en het belangrijke dezer brieven, reeds op zich zelve, om daaruit beide groote mannen nader te leeren kennen, — scheen eene opzettelijke behandeling van dezen strijd de moeite wel te zullen beloonen.

Doch eerst het een en ander, wat omtrent de genoemde personen kon worden opgespoord.

2. Onze STAMPIOEN was de zoon van JAN JANSZ. STAMPIOEN, in het laatst der zestiende eeuw geboren.

Deze woonde te Rotterdam, schreef aldaar in 1618 zijne »Nieuwe tafelen der Polus-hooghte" [1]), waaruit hij leerde op vier verschillende manieren de poolshoogte te bepalen. Hij verkreeg hiervoor van de Staten-Generaal een Privilegie van acht jaren, benevens eene gratificatie van *f* 150 op den 10den April 1618. Ook verkreeg hij nog octrooi tot het uitgeven van »een bouxken, Coelestum planum genoemd" [2]), en daarvoor nogmaals eene vereering van *f* 75 op den 1sten November 1619. Den 25sten Mei 1621 werd hij tot Landmeter in de Provincie Holland benoemd, en ontving toen van de Provinciale Staten van Holland nog eene gratificatie van *f* 25 voor zijn Planum Coeleste. In het jaar 1624 was hij IJkmeester te Rotterdam. Die betrekking bekleedde hij 36 jaren, maar werd toen den 28sten Juli 1660 wegens misbruik van vertrouwen daaruit ontslagen bij eene Sententie:

»Met rijpe deliberatie van Rade deser gesien ende overwogen hebbende alles 'tgeene ter materie dienende is, doende recht in den naam ende van wegen de Hooge Overigheyt ende Graeffelijckheyt van Hollandt, Zeelandt ende Vrieslandt, den voornoemden JAN JANSZ. STAMPIOEN verklaert heeft ende verklaert hem midts desen vervallen te sijn van sijne bedieninge als ijckmeester, ende condemneert hem voor amende te betalen in handen van den Rentmeester van de Exploicten de somma van Duysent ponden te veertich grooten 't pont, mitsgaders inde kosten ende misen van justitie tot taxatie ende moderatie van de voorsz. Hove".

Hij werd dus niet zeer genadig behandeld, daar die boete toen eene groote som gelds vertegenwoordigde. Na dien tijd is er niets meer van hem bekend.

3. Zijn zoon JAN JANZ. STAMPIOEN DE JONGE werd in

1610 te Rotterdam geboren, blijkens een goed portret, dat in zijne Algebra voorkomt. In 1634 schijnt hij nog in Rotterdam gewoond te hebben; althans in het jaar 1632 gaf hij aldaar uit een nieuwe uitgaaf van Sinustafels van FRANS VAN SCHOOTEN, den vader (zie Bouwstoffen, N°. XIII, Aanteek. 2) benevens een kort Bijvoegsel der sphaerischer Triangulen (zie aldaar dezelfde Aanteek.) en in 1634 mede te Rotterdam de Solutie op de Quaestie van E. DE DECKER (zie Bouwstoffen N°. I, Aanteek. 17) met de Resolutie en Ontbindingh van twee vraegstucken (zie aldaar dezelfde Aanteek.). Hij noemde zich later »eertijds Professor Matheseos aan de Illustre Schole te Rotterdam".

In 1639 echter woonde hij te 's Gravenhage. Waarschijnlijk met het doel om zijne geschriften met minder kosten te kunnen uitgeven, richtte hij toen aldaar eene eigene drukkerij op, zooals toen ter tijde wel meer de gewoonte was van hen, die eigene werken liever zelve wilde drukken of uitgeven. Deze drukkerij stond te 's Hage op »de Markt in Sphaera Mundi, naest de Remonstrantsche kerck." Het eerste werk, dat hij aldaar drukte, was zijne »Algebra oft Nieuwe stelregel, 1632" [3]). Toen evenwel zijne verschillende stukjes, rakende den te behandelen strijd, waren uitgekomen, en die strijd niet tot zijn voordeel was afgeloopen, heeft hij van dit drukken afgezien, en den 7[den] September 1644, blijkens Acte:

»Sijns vercoopers druckerije van veel verscheyden letteren met eene pers ende winckelhoeck van desen, midtsgaders de letterkassen ende voeten daerse op staen, alles sulcx ende inder voughen als de voorsz. druckerije tegenwoordich staet by den vercooper tot op dato gebruyckt voor negenthien hondert Caroli guldens tot XL grooten 't stuck"

verkocht aan TROUCK VAN DER SPRUYT, boeckvercooper. Deze was werkzaam te 's Hage van 1640 tot 1642; zijne weduwe nog in 1645 aldaar.

In hetzelfde jaar 1644 werd STAMPIOEN door CONSTANTIJN HUYGENS, den vader, aangenomen tot leermeester van zijne zoons in de wiskundige vakken.

Van 1650 tot 1653 arbeidde hij aan eene kaart van het

Hoogheemraadschap Schieland, uitgekomen in 1660 [4]); waaruit blijkt, dat hij toen gezworen ordinaris Landmeter van de Provincie Holland was; en in 1684 vindt men nog een Hemelsplein [5]) aan hem toegeschreven, dat mij evenwel niet onder de oogen gekomen is; misschien is het wel een herdruk van het werk van zijn vader. (zie Aanteek. 2.)

Later wordt hij nog genoemd als expert bij het geding van LIEUWE WILLEMS GRAEF over de vinding van oost en west, dat is van de bepaling der lengte op zee; dit geding had plaats in het jaar 1689, en dit is de laatste maal, dat zijn naam mij is voorgekomen.

Is hij misschien een broeder van zijn naamgenoot W. J. STAMPIOEN, die in 1640 te 's Gravenhage zijne Ephemeridis Annales [6]) uitgaf? Althans zoowel deze als onze STAMPIOEN woonden in hetzelfde huis op de Markt, aldernaest de Vleeschhalle in Sphaera Mundi.

4. Is ons van STAMPIOENS levensloop niet veel bekend, nog minder weten wij van zijn tegenstander JACOBUS A WAESSENAER of WASSENAER, zoo als hij zich somtijds noemt.

Is hij misschien een zoon van Mr. ABEL W. WAESSENAER, Mathematicus en Landmeter te Utrecht, die aldaar in 1650 zijne »Tafelen op Winninghe en Tafels van Rabat" [7]) uitgaf. Deze was in 1583 met zijn vader uit Waesmunster in Vlaanderen naar Zeeland gevlucht, en vestigde zich later, in 1613, te Utrecht op 't oude Kerckhoff aldernaest den Hulck.

Door STAMPIOEN wordt JACOBUS VAN WAESSENAER »de student van Padua" genoemd, ten deele omdat hij zich in zijne Aenmercking op den Nieuwen stel-regel (zie Aanteek. 13) met zulk een student vergelijkt, ten deele misschien, omdat men aan hem toeschrijft de vertaling der »Arithmetische Practijck van JULIUS CAESAR van Padua" [8]), een tafel van vermenigvuldiging voor de getallen 1 tot 100, 110, 120, 130, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 en 1000, met een voorwoord omtrent het gebruik daarvan.

Hij was een aanhanger van DESCARTES, die ook veel met hem ophad.

5. Het was in 1639 dat STAMPIOEN zijne »Algebra oft

Nieuwe stelregel" te 's Hage uitgaf. Voor den gewonen titel komt een gegraveerde titel, en in verso van den eersten een fraai portret van den schrijver *A⁰ Dm.* 1638 *Aetat.* 28, door CH. QUEBORN: uit deze gegevens werd in § 3 zijn geboortejaar afgeleid. Daaronder een latijnsch vers van ADRIANUS COCQUIUS, die, in 1617 te Rotterdam geboren, Predikant was, en den 19den Augustus 1678 tot Theologiae Dr. hon. causa werd bevorderd. Na de opdracht aan Prins FREDERICK HENRICK, Privilegie en voorrede, volgen naar de manier van die tijden niet minder dan vijftien, meestal vrij hoogdravende verzen, waarvan sommige in het latijn.

Het was niet de bedoeling van STAMPIOEN om de geheele stelkunde te behandelen, maar eerder de worteltrekking uit twee- of veeltermen, waarin wortelgrootheden voorkomen; met het doel om daaruit de oplossing van derde-machtsvergelijkingen af te leiden. Hij schrijft daaromtrent zelf in zijn voorrede aan den lezer het volgende:

»Soo ist: dat ick door Godes genade niet alleenlick || bequame middellen gevonden hebbende op alle de || deellen *Algebrae* voorvallende inden Teerling, maer || daer beneffens oock eenen Generalen Regel waer || door alle de vergelijkingen der Teerling vande mee || ste af tot de allerminste vergelijking toe seer licht || ontbonden worden, in dit tegenwoordich mijn eer- || ste werck openbare."

Na eenige voorbereidende opmerkingen en bewerkingen behandelt STAMPIOEN op bladz. 19 de »*Treckinge der vierkant-wortel uyt twee-naemighe ghetallen*", waarmede hij tweetermige wortelvormen $a + \sqrt{b}$ bedoelt. Van de drie regels, die hij geeft, is de laatste de thans nog gewone, en de beste. De vorige, die gedeeltelijk op benadering berusten, moeten eerder dienen tot voorbereiding van hetgeen nu volgt, op blz. 25 »*Een generale ende seer lichte Regel om den Teerling-wortel te trecken uyt twee-naemighe ghetallen.*"

Deze grondt zich op de herleiding:

$$(A + \sqrt{B})^3 = A^3 + 3\,A^2\sqrt{B} + 3\,A\,B + B\sqrt{B} =$$
$$= A\,(A^2 + 3\,B) + (B + 3\,A^2)\sqrt{B}.$$

Voor de coëfficiënt van $\sqrt{B}$ schijft STAMPIOEN $(BB + 3A)$,

maar geeft later in woorden de goede waarde aan. Nu volgt hieruit, als men de derde macht $P + \sqrt{Q}$ stelt, waarin P »het ledighe deel" heet,

$$A^3 + 3AB = P \qquad (B + 3A^2)\sqrt{B} = \sqrt{Q}$$

Stilzwijgend neemt STAMPIOEN aan, dat bij de benadering $\sqrt{B}$ tegenover A te verwaarloozen is; neemt de grootste derde macht, die in P voorkomt, voor A^3; en deelt nu $P - A^3$ door $3A$, om B te verkrijgen. Daarop deelt hij Q door B; is dit een volkomen vierkant, zoo trekt hij den wortel daaruit; is deze gelijk aan $B + 3A^2$, dan zijn A en B de gezochte grootheden en $P + \sqrt{Q}$ is »geschikt". Zoodra echter $Q : B$ niet een volkomen vierkant is, wordt de vorm $P + \sqrt{Q}$ door hem »ongeschikt" verklaard, dat wil dus zeggen, dat hij niet ontstaan is uit een vorm $(A + \sqrt{B})^3$.

In het IIe Hooftstuck (bladz. 56—234) *Vande Ontbindingh der Teerling-Stel-Regelsche vergelijckingen* past hij den gegeven regel toe op de »derthien voorvallen", waarbij (1), (2), (3) de eerste, tweede en derde macht der onbekende voorstellen:

1. 1 (3) + (1) = (0)	7. 1 (3) + (2) + (1) = (0)
2. 1 (3) — (1) = (0)	8. 1 (3) — (2) + (1) = (0)
3. (1) — 1 (3) = (0)	9. 1 (3) — (2) — (1) = (0)
4. 1 (3) + (2) = (0)	10. 1 (3) + (2) — (1) = (0)
5. 1 (3) — (2) = (0)	11. (2) — 1 (3) + (1) = (0)
6. (2) — 1 (3) = (0)	12. (2) — 1 (3) — (1) = (0)
	13. (1) — 1 (3) — (2) = (0)

Hierin zijn N^0^. 2 en 3, N^0^. 5 en 6, N^0^. 8 en 12, N^0^. 9 en 11, N^0^. 10 en 13 werkelijk onderscheiden, omdat (0) hier altijd positief ondersteld wordt.

6. Thans verschijnt J. A WAESSENAER in het strijdperk, echter vooreerst tegen een paar vraagstukken, die STAMPIOEN vroeger in het licht gezonden had. In zijne »Solutie" [9]) toch geeft WAESSENAER eene oplossing van het zoogenoemde Antwerpsche Vraagstuk [10]), en stelt een nieuwe Quaestie daarbij over hetzelfde onderwerp. En hierop antwoordde STAMPIOEN

in zijne »Openbaringh 1638"[11]) (in de laatste dagen van December, zooals volgt uit hetgeen WAESSENAER zegt op blz. 45 van zijne »Aenmerkinge"), beweerde daarin, dat WAESSENAER's oplossing ongerijmd is, en hij op ongeoorloofde wijze de vergelijking oplost. De nieuwe questie van WAESSENAER schuift hij op J. BAPTISTA, den autheur van het Antwerpsche vraagstuk. En aan het einde biedt hij hem »*een vereeringhe van hondert Rijcx-daelders*", als hij zijn »*generael Regeltje maer kan thoonen, welcke eere dan, vande Ontbindinge, grooter* proportie *sal hebben, tot de eere van sijn voor-gaende, als de beloofde vereeringh, tot een* Mathematisch *punct*".

Omstreeks dezen tijd waarschijnlijk gaf WAESSENAER nog zijne afzonderlijke Quaestien[12]) uit.

7. Dit tegenschrift van STAMPIOEN gaf aanleiding, dat WAESSENAER zijn tegenwerpingen wat hooger ophaalde. In zijne »Aenmerkingen op den nieuwen Stel-Regel 1639"[13]) begint hij met de vorige geschriften van STAMPIOEN te beschouwen, nadat hij eerst in het algemeen zijne bezwaren had ontwikkeld tegen den algemeenen stel-regel zelven. Daarop gaat hij de verschillende werken van STAMPIOEN na; bladz. 16 de Sinustafels van VAN SCHOOTEN, blz. 17 het kort Bijvoeghsel en de Solutie der Questien, alle in § 3 opgegeven.

Bladz. 30 geeft hij ons het Antwerpsche Vraagstuk, voorgesteld door JOHAN BAPTISTA, Antwerpiensis 1638, met de Wis-constighe ontbindingh door STAMPIOEN 1638[14]), waaromtrent hij uit beide stukken bewijzen put, dat ook het eerste stuk door STAMPIOEN zelven is opgesteld. Hij wijst aan, hoe verschillende der gegevens in het vraagstuk onbepaald, overtollig of onderling in strijd zijn, en hoe de ontbinder daarvan niets bemerkt heeft, maar van die gegevens alleen die heeft gebruikt, welke tot zijn doel dienstig waren, en de overige onbepaalde naar zijn zin en behoefte heeft bepaald.

Blz. 49 volgt daarop het Problema Astronomicum et Geometricum[15]), mede door STAMPIOEN voorgesteld in 1638, betreffende de schaduw van drie stokken.

8. Laat ons nu zien, welken rol R. DESCARTES in dezen brief heeft gespeeld.

In zijn Wiskonstigh Bewijs (zie Aanteek. 21), blz. 57 verhaalt STAMPIOEN, hoe hij zijn Nieuwen Stel-Regel reeds »Anno 1634 gheschreven" had, en hoe hij toen Questien opgaf o. a. van een driehoek met ingeschreven maximum vierkant, terwijl »in de af-ghesneden Drie-Hoecken ... eene Rondt beschreven wert, soo groodt als mogelick is.

»Welcken Drie- || Hoec ick doe-tertijt door inductie van den Rector D. BEECMAN *) alder || eerst ghesonden hebbe aen seecker MATHEMATICIEN, die my || daer op tot solutie ghegheven heeft, niet meer als een Verghelijckingh || welcke Verghelijckingh ick naer den MATHEMATICIEN sijn || segghen, niet bevondt met de waerheyt over-een te comen. Want de so- || lutie was dese:

Ie trouve que la proportion qui est entre le moindre costé du Triangle || *A B C* et le plus grand, est comme l'unité a l'une des deux racines qui peuvent estre tires de cette aequation.

$$4900\,x^6 \text{ aequat.} - 4899\,x^5 + 2354\,x^4 + 16858\,x^3 + 9458\,x^2 + 429\,x - 4900.$$

Daer nae so bevonde ick dat de selfde Verghelijckings waerden niet en waren tot de eenheyt ghelijck *B C* tot *C A*. Maer ghelijck de twee Recht-Hoeck-sijden *A B* en *B C* tot malcanderen."

Uit den titel »Mathematicien", de fransche oplossing en hare korte behandeling, alsook uit den verderen loop der zaak, mogen wij wel onderstellen, dat hier van DESCARTES sprake is. Dit wordt nog bevestigd door hetgeen WAESSE-

*) ISAAC BEECKMAN, zoon van den engelschen godgeleerde ABRAHAM BEECKMAN, en SUZANNA VAN RHEE, werd te Middelburg omstreeks 1570 geboren, en overleed den 20sten Mei 1637 te Dordrecht, waar hij Rector der Latijnsche Scholen en Hoogleeraar in de Logica was. Hij was Medicinae Dr., en vooral beroemd wegens zijne wiskundige kennis. Hij was de leermeester van JOHAN DE WITT, en sedert 1617 een getrouw vriend van DESCARTES.

NAER in zijn Aenmerckingen (zie Aanteek. 13) bladz. 57 omtrent ditzelfde vraagstuk vermeldt »welcke hy veele jaeren langh, over al heeft ghe- || stroyt || ... Waer op ick weet datmen hem over ses jaren heeft gheant- || woordt", en dan volgt voornoemde oplossing in het hollandsch. Het schijnt wel dat deze zinsnede STAMPIOEN tot de zijne heeft genoopt; en het blijkt hier, dat die oplossing van 1633 dagteekent, en daarmede waarschijnlijk eene min gunstige stemming van DESCARTES ten opzichte van STAMPIOEN. En dit blijkt ook duidelijk uit een brief van DESCARTES aan VAN SCHOOTEN van 1 September 1639 (zie de Lettres de DESCARTES door CLERSELLIER uitgegeven [16]), Volume III, page 469, N°. 82).

»*Au reste i'ay veu depuis peu vne affiche du Sieur S.* [dat is STAMPIOEN] *qui contient trois questions proposees à sa façon ordinaire, il y auroit bien moyen de le confondre, s'il meritoit qu'on en prit la peine, mais il ne le merite pas.*"

De datum van deze en straks volgende brieven van DESCARTES, even als soms het adres, vindt men bepaald door V. COUSIN in zijne uitgaaf »Oeuvres de DESCARTES. Paris 1826. XI Deelen in 8°." [17]).

9. Het was in deze stemming, dat DESCARTES het boekje van Aanteek. 11 in handen kreeg, en hij schreef daarover in een brief van October 1639 hoogst waarschijnlijk aan FR. VAN SCHOOTEN (zie Lettres de DESCARTES, Vol. III, N°. 72) het volgende:

»MONSIEUR, *I'employay dernierement vn quart d'heure, estant dans le bateau de Harlem, à lire le papier que vous m'auiez donné en partant de chez vous, & pour ce que vous ne l'auiez pas ce me semble encore lû, & que je promis de vous en ecrire mon sentiment, ce fera le suiet de cette Lettre.*

Premierement la question du JOHANNE BAPTISTE *Art.* [lees Ant = Antverpensis] *est tres mal proposée; Car outre la premiere condition a scauoir, que le Canon ait autant de force contre le flanc E D, que contre la face D C est ambiguë, ou plutost n'a point de sens intelligible, si ce n'est au regard de celuy qui l'a proposée, ce qui monstre clairement que c'est le sieur N.* [dit is: STAMPIOEN], *car il dit que cette force égale signifie que l'angle E D C doit estre diuisé en deux également*

par ligne B A, ce qui ne peut toutesfois estre vray, si on ne suppose la ligne E D égale à D C, ce qu'il ne fait pas. Et il est euident que D C estant plus longue que D E, & l'angle C D A estant égal à E D A, le Canon a moins de force contre le point C, que contre aucun de ceux de la ligne E D, à cause que l'angle D C A est plus aigu que l'angle D E A, & au contraire qu'il a plus de force contre toute la ligne D C, que contre E D, à cause que l'angle D A C est plus grand que D A E; de façon que le proportio aequalis qui est demandée ne s'y trouue point.

De plus, cette ligne D A qui diuise l'angle E D C en deux parties égales, ou en telle autre façon qu'on voudra, estant trouuée, & le cercle C D G I qui passe par le point A estant aussi décrit, ce point A est entierement determiné: En sorte que ce qui est adioûté par apres, à scauvoir que la ligne M N est de trente-quatre verges sept pieds sept pouces, & que C A n'est pas plus grande que soixante verges, ne peut seruir pour le trouuer; mais seulement pour connoistre la grandeur des lignes, & des angles de l'ouurage à corne, comme C D, C D E, etc.. Et c'est chose entierement impertinente, pour faire connoistre la grandeur de ces lignes et de ces angles, de dire que C A ne doit pas exceder soixante verges; car cela n'empeche pas quelle ne puisse estre d'vne infinité de diuerses grandeurs au dessous de celle-là. Et le Sieur N. [= Stampioen] *ayant derechef donné à cecy vne interpretation à sa mode, & qui ne peut aucunement estre tirée des termes de la question à scauvoir, que ces soixante verges doiuent estre prises pour le diametre du cercle qui passe par les points C D G I A, non seulement il fait voir que c'est luy-mesme qui l'auoit proposée, mais aussi qu'il ne sçait pour tout ce que c'est que de proposer ny resoudre des questions."*

Het voorgaande moge dienen om te doen zien, hoe vernuftig Descartes tot het vaderschap van het Antwerpsche vraagstuk besluit. Daarop laat hij later volgen:

»*. . . il promet de monstrer en son nouueau Liure, tant par les sections d'vn cube que par les sections d'vn cone, que la face I G est* $28\frac{1}{2} - \sqrt{263\frac{3}{4}}$, *ce qui est derechef tres-impertinent; car si elle s'explique par ces nombres, il n'est nulle-*

ment besoin de sections coniques, ny de cubes pour la trouuer, et mesme ce seroit vne faute que de les y employer, dautant que le Probleme est plan. Et le bon homme fait assez voir par là, qu'il ne sçait pas seulement la difference qui est entre les Problemes plans & les solides; Mais qu'ayant oüy dire que d'autres resoluoient les équations cubiques par les sections des cones, il a mis cela pour faire croire qu'il en sçauoit la façon: En quoy il s'est tellement mépris, que cela mesme fait voir qu'il l'ignore.

Als tegenstelling van deze afkeuring stelt DESCARTES nu het volgende oordeel over WAESSENAER.

»*Pour ce qui est du sieur* WASSENAER, *il n'y a rien à redire en son Escrit* [het stuk van Aanteek. 13] *sinon qu'il a esté trop courtois enuers le sieur* IEAN BAPTISTE, *& le Sieur* ST[AMPIOEN] *en ce que sans s'arrester a reprendre leurs fautes, il a receu pour bon tout ce qu'ils auoient dit, & s'est contenté d'adjoûter ce que le dernier auoit obmis; dequoy il s'est tres bien acquitté, & en ce suiuant de mot à mot les regles de ma Geometrie, pages* 380, 381, 382, *&c. comme il a voulu faire paroistre, en se servant mesme de mes Notes.*"

Ten slotte geeft DES CARTES nog zijn regel om door herhaling van een benaderenden algorithmus den meetbaren lineairen factor uit eene derde-machtsvergelijking te verwijderen, indien er zulk een factor bestaat: of anders het ontbreken daarvan aan te toonen.

10. Vergelijkt men de redeneeringen in het boekje van Aanteek. 13 met die in dezen brief, dan valt de overeenkomst dadelijk en duidelijk in het oog. Men mag daaruit besluiten, dat DESCARTES de leiding van dezen twist op zich heeft genomen, en aan WAESSENAER hetzij rechtstreeks, hetzij door het toezenden van den vorigen brief, de argumenten heeft verschaft, die hij voor en in zijn strijd behoefde; en dat WAESSENAER deze redeneeringen met oordeel gebruikte en uitbreidde, zonder ook eene enkele over te slaan.

En dit besluit wordt telkens meer en meer bevestigd, hoe verder men dezen strijd vervolgt: DESCARTES gedraagt zich bij, en schrijft over het verloop van deze zaak niet anders, dan wanneer hij zich daarbij persoonlijk betrokken gevoelde,

Het was nu STAMPIOENS gewoonte, om telkens bij dezen twist voor eene geldsom te wedden, maar het bleef bij woorden. Daarom wilde DESCARTES hem langzamerhand er toe brengen om eene som in vertrouwde handen over te geven, zooals hij ook in voormelden brief schrijft,

»*Si le sieur* ST(AMPIOEN) *estoit assez hardi pour mettre ces cent richsdalers entre les mains de personnes neutres, il est certain qu'il les perdroit.*"

En zooals WAESSENAER in zijne Aenmerkinge blz 46 aan STAMPIOEN aanraadt.

STAMPIOEN schreef daarop begin October 1639 zijn Dagvaert-brief [18]) en 5 Nov. zijn Tweede Daghvaert-brief [19]), waarop WAESSENAER antwoordde [20]) en toen 15 Nov. zijn Derde Dagvaertbrief [21]). Intusschen had STAMPIOEN, zooals ook uit die Dagvaartbrieven blijkt, bij notarieele Acte van 20 Octobris 1639 zich verbonden om »ses hondert gulden 't stuck tot 40 grooten" op te brengen.

Op huyden den 20. *Octobris* 1639. *Compareerden voor my* JACOB JANSZ. VERWEY *openbaer ende by den Hove van Hollandt geadmitteerte Notaris, tot Leyden residerende, ende de getuygen onder genomineert, de E. Heere* JOHAN STAMPIOEN DE JONGE *mathemathicus in 's Gravenhage verthoonende seecker tractaetgen binnen de voorsz Stede Leyden in de voorsz loopende jaere gedruckt by* JAN MAIRE *geintituleert* JACOBI A WAESSENAER »*Aenmerkingen op den nieuwen Stelregel van* JOH. STAMPIOEN DE JONGE *cortelycx vervattende ende uytleggende alle 'tgene te leeren is uyt den voorseyde nieuwe Stelregel ende alle andere schriften door denselven* STAMPIOEN *tot nu toe uytgegeven*"; *Ende alsoo intselue tractaetgen pagina* 46 *gevonden wierden gestelt te syn dese woorden te weten:* »»*Tis beter dat ick hem eerst waerschouwe dat indien hy wil wedden, dat ick dit, off iet anders van 'tgene ick in dit boecksken geschreven hebbe niet can doen, off bewysen, moet hy syn gelt eerst setten in handen van een Professor Matheseos van Leyden, off van eenigh ander accademie van dit landt, hetwelcke sall wesen tot profyt van den armen, indien ick het winne ende ick sall oock sooveel setten in de selffde handen tot syn profyt, indien ick 't verlies etc.*", *dat hy compt*

(als die in desen gemeent wordt) daer omme by desen belooffde aen handen van den EdelHooghgeleerde Heere Dr. NICOLAES DEDEL *) *Professor in de rechten ende Magnificus rector der Universiteit binnen Leyden voorsz des by Syn E. vermaent zynde, te fourneren ende op te brengen de somme van ses hondert guldens 't stuck te XL grooten, omme aen A. G. armen verstreckt te worden, indien de voorn.* JACOBUS A WAESSENAER *autheur van 't voorz tractaetgen bewysen sall 'tgene hy daerinne tegens hem Compt instrueren will, mits dat deselve* A WAESSENAER *off hy in 't doen van 't voorz bewys manqueren ofte in gebreecke blyven mochte van gelycken doen sall, waer onder hy Compt verbindende was syn persoon enz..*"

En deze som heeft hij den 5den November in handen van Prof. NICOLAUS DEDEL, »Rector Magnificus vande Vniversiteyt tot Leyden" werkelijk gestort [zie het boekje van Aanteek. 19]. Intusschen zocht hij allerlei uitvluchten, zoodat WAESSENAER hem zijn »tijdt-raminge, begin van 1640" [22]) zond, waarin hij »hem tijt geeft tot 6 Februarij 1640, om met openbare gedruckte schriften in te brengen" [zie boekje van Aanteek. 23, blz. 50, 51], ten einde de beslissing tot een goed einde te brengen.

11. Intusschen had WAESSENAER »dese mallicheden mij beginnende te verveelen, een persoon van aensien, ende dien ick achtede op hem yets te vermogen doen versoecken aan STAMPIOEN seecker verblijf of Compromis voor te houden, dienende om ten eynde van dese saecke te gheraken, niet dat ick geloofde dat hy daer toe te brengen soude sijn hoe redelick oock men hem 't selve mochte voorstellen, maer om een aensienlijck ende onweederspreckelijck getuyge te hebben van sijne uytvluchten ende bedriegerijen, 'twelk mede alsoo uytgevallen is," [zie zijn »Onwissen Wis-konstenaer ontdeckt" Aant. 28, blz. 10, 11] Dezen aanzienlijken ge-

*) NICOLAAS DEDEL, negende kind van Mr. WILLEM JOOSTEN DEDEL en YDA BRUIJNSDR VAN DER DUSSEN, werd den 26sten Januari 1597 te Delft geboren en overleed te Leiden den 28sten Februari 1646, als Hoogleeraar in de Rechten (sedert Mei 1624). In Juni 1630 huwde hij MARIA DIRKSDR VAN BLEYSWIJK, weduwe van CORNELIS VAN DER MEER.

tuige hebben wij nu gevonden in CONSTANTIJN HUYGENS, den vader, die den 28sten December 1639 volgenden brief schreef (deze is aanwezig in het Archief van de Konink. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam).

Constantijn Huygens (vader) aan des Cartes 28 *Dec.* 1639.

Monsieur!

Apres la remise de quelques iours dont j'advoue que moy ou mes occupations sont coupables i'ay enuoye querir STAMPIOEN *pour Luy faire signer le Compromis. Mais bien loin de la il m'a dit qu'il contenoit des choses, où il trouuoit a redire. de quoy m'estant formalisé comme ie debuois pas (car ie confesse qu'un peu de cholere me le fit mener d'un air qui n'est pas de ma coustume) i'ay refusé de lire seulement ce qu'il dit auoir conceu pour y adiouster sur les formes de l'arbitrage, et en somme luy ay promis de ne me mesler plus de son affaire, le voyant chicaneur impertinent et injuste qui venoit se retracter* 15 *iours apres la ratification d'un Acte qui se pouuoit concerter entre gens d'honneur, en une heure, et sur la deliberation duquel il n'auoit esté pressé ni precipité. Confus de ceste honte il s'est rendu a Leiden des le lendemain ou ayant entreteuu M.* GOLIUS **, sur les dites formes d'arbitres, il m'est venu redire qu'il ne faisoit plus difficulté de signer le compromis; mais qu'en fin nous disposions des juges plus auant qu'ils ne se trouueroyent contents de s'entremettre en l'affaire. C'est ce qu'il m'a voulu specifier en beaucoup de circonstances, mais i'ay persisté en ce qu'il me semble que la cholere ne m'a pas fait resoudre mal a propos, et par conclusion l'ay enuoyé vers sa partie ou au moins encor vers Leiden pour y accorder et arrester de bouche ce dont ie voyois bien qu'on ne viendroit point a bout aveq luy par escrit. Pour moy que depuis la frasque qu'il m'auoit faict ie me tenois*

*) JACOBUS GOOL (= GOLIUS), zoon van DIRK GOOL, Registermeester der Leenen van Holland, werd in 1596 te 's Hage geboren en overleed te Leiden den 28sten September 1667 als Hoogleeraar in het Arabisch en in de Wiskunde. Hij deed onderscheidene reizen naar den Levant, en bracht vandaar een groot aantal arabische boeken en handschriften, en een gunstig bekenden naam mede.

aussj detaché de luy que i'en estoy desgoustez etc. Vous voyez Monsieur ou nous en sommes et s'il vous plaist d'entendre mon aduis, dessus, ie vous rediray qu'asseurement il sera necessaire que les parties ou bien leurs amiz autorisez s'entendent de bouche' sur ces formes, en quoy comme par les discours que ST[AMPIOEN] *dit que* GOLIUS *luy auroit tenuz, i'appercois qu'aupres beaucoup d'allees et venues on pourroit auoir compté sans l'hoste. J'estime que ceste concertation se pourroit faire en presence ou aueq communication de* GOLIUS *et mesme de* SCHOOTEN *), *le reste n'ayant a faire gueres de difficulté de se conformer à leurs sentiments. C'en sont, tant y a les miens. Je les soubsmets aux V[ost]res; et pour le reste quelque renonciation que i'ay faicte a* ST[AMPIOEN] *si vous continuez a me recognoistre capable de uous seruir en cette brouillerie, ie vous prie de croire que quod dictum indictum erit et que ie suis trescontent de vous y tesmoigner comme en tout autre chose plus digne de vous que ie suis sans reserue*

Monsieur

v[ost]re Sr.

A la Haye ce 28*e de Decembre* 1639, *au bout du quel Dieu vous donne l'entree d'une annee tres heureuse.*

Monsieur. Je me trouue extremement edifié de l'approbation que vous donnez a mes defences contre M. DE SAUMAISE †) *faisant la mesme fondement an v[o]stre probité que sur v[o]stre*

---

*) FRANS VAN SCHOOTEN, zoon van den Hoogleeraar aan de Ingenieursschool te Leiden van denzelfden naam [1587—11 December 1646] volgde zijn vader in die betrekking op. Hij overleed te Leiden in 1661. Zie over hem en zijne geschriften Bouwstoffen N°. XIII.

†) CLAUDE SAUMAISE (=SALMASIUS), — zoon van den Raadsheer BENIGNE SAUMAISE, Heer van Tailly, Bouze en Saint Loup, Lieutenant Particulier in de kanselary van Sémur, overleden den 15den Januari 1649, en van ELISABETH VIROT, — werd den 13den April 1588 geboren te Sémur-en-Auxois en overleed den 3den September 1653 te Spa, waar hij een badkuur deed. Zijn vader was roomsch, doch hij was protestant; den 5den September 1623 huwde hij ANNE MERCIER, die in 1657 overleed. In 1632 werd hij, als opvolger van SCALIGER, Hoogleeraar te Leiden; maar hij reisde veel naar Frankrijk, waar de Protestanten hem gaarne zouden behouden hebben, en in 1650 naar de Koningin van Zweden, de beroemde CHRISTINE. Hij liet een aantal geleerde werken achter.

jugement apres lequel et celuy de mad^e conscience, je n'en considere point d'autres. Je vous renuoye sa lettre, ou il contenue de poser contre la uerité que i auroy prins parti; mais le desplaisir que i'ay de ce costé la s'adoucit tout a faict par l'ingenuité de sa confession en v[o]stre endroict. Lors que submittendo fasces tibi comme il debuoit, il aduoue combien il y a à dire entre v[o]stre Philosophie et sa Literature. Il est grand personage en son mestier et pour tel ie le reputeray tousjours, mais depuis ceste modestie si franche ie m'estime obligé de l'honorer encor plus que ie n'ay tousiours faict.

En daarbij behoort het volgende compromis.

Wij ondergeschreeve ter weeder sijden geneegen sijnde om op den korsten ende gevoechlijckstenvoet te geraken uijt het Stel-regel different tussen ons gereesen ter sake van de Algebra bij mij JAN STAMPIOEN DE JONGE *onlancx in druck uytgegheeven, verklaren opentlijck ende sonder eenige reserve of Captie tgheen hier naer volght.*

Eerstelijck Ick J. A. WAESSENAER *dat mijns gevoelens den Regel beschreeven in 't voornoemde Boeck pag.* 25, 26 *en* 27 *valsch bedriechelijck ende ondienstich is tot het gheen hem den Autheur gebruyckt ofte pretendeert te gebruijcken namentlyck om den Cubic wortel te vinden of te trecken uyt alle bijnomische getalen die eenen geschickten ofte bijnomischen wortel hebben ende derhalven geenssins met sijnen tytel accordeerende. Daer teegens Ick* J. STAMPIOEN DE JONGE *sustineere den voornoemden regel oprecht ende dienstich te sijn tot het gheene daer toe jck hem hebbe voorgestelt ende derhalven in alle deelen met sijnen tytel overeen komende, ende dat 't gheene bij hem* WAESSENAER *daer teegens is geschreeven niet als dwalingen ende rechte beuselingen sijn.*

Ten tweeden dat wij ons over het voornoemde different gesamentlijck ende eenstemmelijck gesubmitteert hebben ende submitteeren mits desen ter absolute ende perconloire decisie van de H^ren Professoren Matheseos der universiteyt tot Leijden, den H^re BERLICOM *) *Secretaris der stede Rotterdam en-*

*) ANDREAS VAN BERLICOM, secretaris van Rotterdam, was een vlijtig beoefenaar der wis- en natuurkunde, en heeft ook daarover geschreven.

de... Gheevende aende voorseyde Heeren Arbiters volkomene ende onwederroepelijcke macht om 't voornoemde different te termineeren op 't geene tot noch toe ter weder syden daervan is geschreeven ende by my Stampioen *tot op den... schriftelijck soude mogen werden in gebracht ende aen de Heeren Arbiters over geleevert tot wiscunstiche antwoorde op de aenmerckingen op welcke voornoemde antwoorde Jck* J. a Waessenaer *sal vermogen te repliceren binnen den tyt van* 14 *dagen daer aen volgende, sonder dat de Heeren Arbiters eenich regard sullen neemen op 't gheene ymant van beyde partyen aen haer E na den selven tyt soude willen ter hant stellen. Ende alsoo de Heeren Arbiters op verscheyde plaetsen woonachtich syn ende by den anderen dienen te vergaderen om een vast ende diffinitif ofte wiskonstich vonnisse te strijcken over de uytgekome schriften, dat is over den voornoemden regel ende 't geen jck* J. a Waessenaer *in mijn Tractaetje daer teegens geschreeven hebbe ende de in te brengen geschriften als voren soo sal men op de Heeren Arbiters die tot Leyden niet woonachtich sijn vriendelijck versoecken dat syluyden sullen gelieven te komen tot Leyden ten huyse van... op den... om het voornoemde verschil met den anderen te examineeren ende 't selve wel rypelyck overwogen hebbende, by jder vande voornoemde Heeren Arbiters in 't besonderen hare respective meyninge schriftelijck mathematicè & decisivè ingestelt aen den voornoemden Heer Rector Magnificus behandicht ofte toegesonden te worden binnen den tijt van... welcke heer Rector Magnificus de selve geschriften door den Secretaris sal laten openen en visiteeren aen partijen laten toekomen. Ende de eenstemmige uytsprake die de Heeren Arbiters op 't selve verschil sullen gedaen hebben sal van den Secretaris vande Universiteyt* J. J. Verwey *met korte ende bondige woorden gestelt worde om aen den Rector Magnificus der Universiteyt tot Leyden overgelevert te werden.*

Ten derden dat wy ten weder syden onder den E Heere Rector Magnificus tot Leyden geconsigneert hebbende yder de somme van gl 600 *en de welcke sich degheene die van ons beyden by decisie als voren sal succumbeeren van nu voor als dan hout gecondemneert, deselve penningen tot soodanigen*

eijnde in de voornoemde consignatie sullen laten berusten ten uyt eynde vande saecke. Welcke geweesen sijnde vande Heeren Arbiters tot voordeel van mij STAMPIOEN *sullen de ses hondert guldens bij mij gewonnen komen tot profijt van de Armen der Stat Leyden, ofte geweesen sijnde tot voordeel van mij* J. A WAESSENAER, *sullen de gd* 600 *by my gewonnen mede komen tot profyt vande Armen der Stede Leyden.*

Ten oirkonde der waerheyt ende onser weder sydts oprechte meyninge hebben wij dit beijde sonder argh of list met onse eygene handen onderteeckent. Actum den ...

Hoezeer dus toen het aangaan van een compromis nog niet slaagde, heeft dit toch kort daarna plaats gehad, en wel den 8sten Januari 1640. Ook van deze Acte volge hier het afschrift.

» *Compt* JOHAN STAMPIOEN DE JONGE *Mathematicus in 's Gravenhage, verklaerende dat hy omme op den kortsten en gevoeghelijksten voet uyt het different te geraecken tusschen hem Compt ende* JACOBUS A WAESSENAER *geresen ter saecke van de Algebra ofte Stelregel bij hem Compt onlanghs in druck uytgegeven, goedt gevonden hadde tgeenne hier na volght te weten. Alsoo* JACOB A WAESSENAER *is sustinerende dat sijns gevoelens den regel int voorsz. boeck beschreven, pag.* 25, 26 *en* 27 *valsch bedriegelyck ende ondienstigh is tot hetgene daertoe hy Compt deselve gebruyckt ofte pretendeert te gebruycken, te weten om door denselven Regel de cubus-wortel te trecken uyt alle binomische getallen die eenen geschickten ofte binomischen wortel hebben, mits welcken die geensints met den tytel over een komen souden. Ende dat hij Compt daertegens wilde staende houden, dat de voorsz. regel oprecht ende dienstigh was tot het gene daer toe hy hem heeft voorgestelt als boven, ende derhalven in allen deelen met syn tytel overeen quam, Ende dat het gene de voornoemde* A WAESSENAER *daer tegens heeft geschreven, niet dan dwaelingen ende rechte beuselingen syn. Dat syluyden mede ten wedersyden raedtsaem geacht hadden nopende het voorsz. different verbly te doen tot een absolute ende peremtoire decisie aen de Heeren Professoren Matheseos der Universiteyt van Leyden daertoe gesamentlyck te versoecken den Heer* VAN BERLECOM, *Secretaris der stede Rotterdam bij hem Compt daer-*

toe te versoecken ende Heer SCHOTANUS *) *Professor Juris et Matheseos der Universiteyt tot Utrecht bij de voorsz.* JACOBUS A WAESSENAER *daertoe te verwillegen. Dat daeromme op de selve Heeren Arbiters compromis gemaeckt worden sall met overgevinge aen deselve Heeren van volkomen ende onwederroepelycke macht vant voorsz. different te termineren op tgene tot nog toe ter wedersyden daervan is geschreven ende alsnoch door hem Compt tot mathematische andtwoorde op de aenmerkinge soude mogen worden ingebracht, ende aen de Heeren arbiters overgelevert, binnen den tydt van een maendt nae de onderteeckeninge van wedersyden van het compromis op welcke antwoorde de voornoemde* A WAESSENAER *sall vermogen te repliceren mits hy Compt syn vorder bewys sall mogen inbrengen binnen veertien daegen daer aenvolgende ofte nae den ontfangh van voorsz. replyck sonder dat de Heeren Arbiters eenigh regardt sullen nemen op tgeen by partyen nae den selffden tydt verder souden mogen worden geproduceert, edoch alsmede Heeren Arbiters op verscheyden plaetsen woonachtigh syn, ende by den anderen dienen te vergaederen om een vasten diffinity te komen te strycken, over de uytgekomen schriften dat is over den voorn. regel ende tgene de voorn.* A WAESSENAER *in sijn Compts tractaetgen daer tegens geschreven heeft, ende over de vordere schriftuyren op haer tydt in te brengen als voorszegt is, dat men op de Arbiters die tot Leyden niet woonachtigh syn vriendelyck versoecken sall, dat hun lieden gelieven sall tot Leyden te komen, Des hy Compt de voornoemde Heeren Arbiters by desen gevende was volkomen ende onwederroepelycke macht omme over tvoorsz. different tot Leyden by den anderen te vergaderen, ter plaetse ende op de tydt by hun te beraemen omme het voorsz. different met den anderen te examineren, ende daer over soodaenigen uytspraeck te doen als deselve Heeren*

---

*) BERNARD SCHOTANUS werd den 7den October 1598 te Franeker geboren, en overleed te Leiden den 5den Oktober 1652. Hij promoveerde te Franeker als Artium Magister, en in 1622 te Leiden in de rechten. In 1624 werd hij Hoogleeraar in de rechten te Franeker, en in 1635 te Utrecht, waar hij ook lessen in de wiskunde gaf: in 1641 kwam hij in dezelfde betrekking te Leiden. In 1620 huwde hij met zijne nicht MARIA SCHOTANA, in 1627 met ANNA CATHARINA ALTHUSIUS. Hij gaf vele rechtsgeleerde werken uit.

naer mathematische demonstratie sullen bevinden te behooren. Belovende hy Compt indien hem de voorsz. uytspraecke soude tegen gaen mogen de penningen by hem in consignatie gestelt te laeten komen tot proufyte vanden armen van Leyden mits dat de voorsz. A WAESSENAER *indien hem de uytspraecke tegenvallen mochte van gelycken de penningen by hem geconsigneert ten proufyte van de selve armen sall gaen laeten. Ende.*" (Gewone formule).

12. Maar ondertusschen had DESCARTES niet stilgezeten, maar nam een levendig aandeel in den strijd. Dit blijkt o. a. uit een brief, dien hij 19 Januari 1640 aan den R. P. MERSENNE *) schrijft [zie Lettres de DESCARTES, Deel II, N°. 35, page 302]. Van dezen brief volge hier het begin, waarin de geheele geschiedenis van den bewusten strijd wordt uiteengezet.

Mon libererd Pere,

Il faut que ie commence ma Lettre par la badinerie que N [= RIVET] †) *vous auoit ecritte, puisque c'est par elle que vous auez commencé la vostre du dernier Decembre* 1639, *& que ie vous die qu'il s'est trouvé vn homme* [= STAMPIOEN], *de ce pays,*

---

*) MARIN MERSENNE werd den 8sten September 1588 te Soultiere (Maine) geboren, en overleed den 1sten September 1648 te Paris. Hij was een Pater der Minoriten, en woonde als zoodanig te Paris, te Nevers, en wederom te Paris. Hij reisde veel, ook in ons land en in Italië, en knoopte kennis en briefwisseling aan met vele geleerden, o. a. met CONSTANTIJN HUYGENS en diens zoon CHRISTIAAN. Hij hield er van, om strijdvragen in het leven te roepen, en alzoo aanleiding te geven tot polemiek: maar ook om zulk een strijd te doen eindigen, zooals o. a. dien tusschen DESCARTES met FERMAT en DE ROBERVAL: van DESCARTES trouwens was hij van der jeugd aan een boezemvriend.

†) ANDRÉ RIVET, zoon van den handelaar JEAN RIVET en CATHARINA CARDEL, werd den 2den Juli 1572 [?] te Saint Maxent geboren, en overleed te Breda den 1sten Januari 1671. Niettegenstaande men alle pogingen in het werk stelde om hem in Frankrijk te behouden, werd hij in 1620 Hoogleeraar in de godgeleerdheid te Leiden, in 1632 gouverneur van Prins WILLEM II, en in 1646 eerst aanwezend curator van de nieuwe Illustre school te Breda, te zamen met CONSTANTIJN HUYGENS, den vader, en LE LEU DE WILHEM. Hij huwde in 1596 SUZANNE OISEAU, die in 1620 stierf, en in Augustus 1621 MARIA DU MOULIN. Hij was ijverig protestant en tegen de Remonstranten gekant, en heeft vele godgeleerde werken nagelaten.

si habile en l'Art de Charlatan, que sans rien du tout sçauoir en Mathématique, il n'a pas laissé de faire Profession de les enseigner, & de passer pour le plus scauant de tous ceux qui s'en meslent : Et ce par la seule hardiesse de se vanter qu'il sçauoit tout ce qu'il auoit ouy dire estre ignoré par les autres, & de faire des Liures qui promettoient des merueilles au titre, mais qui ne contenoient au dedans que des fautes, ou des Pieces désolues, & de repliquer sans raison toute sorte de choses à ceux qui luy contre disoient, & les prouoquer par gageures, en sorte qu'il ne se rencontroit personne qui luy osast resister. Iusques à ce qu'enfin ayant fait imprimer vn assez gros Liure [de Algebra van Aanteek. 3], *qu'il auoit continuellement promis depuis* 6. *ou* 7. *ans, vn ieune Homme d'Vtrecht* [= Jacobus a Waessenaer] *en a fait vn autre* [Aenmerkinge van Aanteek. 13], *où il a remarqué toutes ses fautes, & decouuert toutes ses finesses, & pour luy oster sa vieille pratique de vouloir gager, il a mis en ce Liure, qu'il ne deuoit point parler de gager qu'il n'eust deposé l'argent auparauant entre les mains de quelque Professeur en Mathematique, & que ce seroit pour les Pauures, en cas qu'il perdist, ou que s'il faisoit autrement, on se moqueroit de ses brauades, & qu'on verroit par là qu'il ne vouloit gager qu'en paroles. Nonobstant cela, ce mal-auisé n'ayant point d'autres armes pour se deffendre, n'a pas laissé de prouoquer celuy d'Vtrecht à gager, par vn ecrit imprimé* [Dagvaerdinghe, zie Aanteek. 18]; *A quoy l'autre repondit* [Antwoord in Aanteek. 20] *qu'il deuoit donc deposer son argent, et dire touchant quoy il vouloit gager, & quels Iuges il en vouloit croire, car le Charlatan n'auoit rien déterminé de tout cela: Mais après ce second Auertissement, il fut bien si jmprudant que de mettre* 600 *liures entre les mains du Recteur de l Vniversité de Leyde, & de faire un second deffy* [tweede Dagvaardbrief, Aanteek. 19], *sans dire encore de quoy il vouloit gager, ny quels Juges il vouloit croire. L'autre deposa aussi son argent, & le fit sommer par vn Notaire, de specifier sur quoy il vouloit gager, & quels Iuges il vouloit croire. A quoy le Charlatan ne voulut rien repondre sur le champ, mais à cinq ou six iours de là, il fit imprimer vn troisiesme deffy* [derde Dagvaardbrief, Aanteek. 21], *où il specifia vne chose pour la quelle il vouloit gager sans nommer encore les Iuges, & pour ce qu'il auoit appris que celuy d'Vtrecht s'estoit seruy de mon conseil en tout*

ce qu'il avoit fait, il me nomma en ce troisiesme deffy, ce qui a donné suiet à Mr. N [= RIVET] *de faire son conte; Depuis ce tems là on a fait tout ce qu'on a pû, pour faire qu'il se soumit à quelques Iuges, & on l'a tellement engagé peu à peu, qu'il ne peut éuiter d'estre condamné; Et outre qu'on a veu clairement par ses subterfuges, qu'il ne vouloit gager que de paroles, les Curateurs des Pauures ont fait arrester son argent, car c'est pour eux qu'il est deposé, mais pource qu'on luy a donné vn mois pour ecrire ses Deffenses, & vn mois aux Arbitres pour donner leur Sentence, il ne peut estre tout à fait condamné que vers la fin du mois de Mars....*

Maar niet minder blijkt dit uit een brief, dien hij den 1sten Februari 1640 aan WAESSENAER zelven schreef. Deze brief, waarin met een andere hand, misschien die van WAESSENAER, het Hollandsch van DESCARTES verbeterd is (hetgeen hier achterwege blijve) is in het British Museum gevonden: hij moge hier eene plaats erlangen.

Monsieur J. A WAESSENAER.

Ick bidde u willen drie brieven schrijven, 2 aen de twee professors matheseos van Leyden Mynheer GOLIUS *en Mynheer* SCHOOTEN, *en de derde aen de Heer* BERLEKOM, *om haer vriendeliic te bidden haer opinie willen binnen een maend schrifteliic geven, ick sende u de copie van de brief aen de Heer* BERLECOM *so als ick meint dat goed sal wesen dat ghy schryve, ghy mach de twee andere van u selfs wel maecken, ende ick bidde u dese drie brieven met u eygen handt geschreven ende onderteyckent, doch ongesloten toekomende diensdag wesende den* 1 *Feb. nieuwen stijle willen bestellen aen Mynheer* VAN HOOGELANDE *), *welcke sal bij die van de Heer* BERLICOM *alle schriften daertoe hoorende bysetten ende hem door een bekende schipper senden. ende om u de moeyte van ons leste schriift copieeren te spaeren ick hebbe over acht daegen het selfde te Leyden gesonden om te laeten lesen aen HH.* GOLIUS *en* SCHOOTEN, *so dat men sal hetselfde ooc aen de Heer* BERLICOM *senden. ghij moet die brieven also schriiven indien ghy binnen maendag geen schriift van* ST[AMPIOEN] *ontfang, geliic wij gelooven dat hy sal niet veel te schriiven hebben om te bewiisen dat siin*

---

*) CORNELIUS AB HOOGHELANDE was Hoogleeraar in de medicijnen te Leiden; hij was zeer bevriend met DESCARTES.

regel goed is, maer indien ghy iet van hem ontfang aen t welc men moet antwoorden soo moet ghy hetselfde hier senden cito cito. Ick sal ooc geerne hebben u solutie op de twee questie van SI[AMPIOEN] *so haest als sie gereed siin, ende ick sal hier bygevoegen het bewiis van onsen regel om den teerling wortel te trecken uyt tweenaemige getallen.*

([*Ick laet u ooc de sorge om Mynheer* SCHOTANUS *te bidden siine sententie te willen geven etc. Ende ghy moet alle de arbiters bidden te antwoorden* [*op de*] *) *selfde* 3 *pointen die siin in de* [*brief*] *aen de Heer* BERLICOM)] †).

Premierement ie prouue que lorsqu'on a soustrait les quarrez des parties l'un de l'autre, si ce qui reste, n'est pas un nombre cubique la racine cherchee, n'est pas un simple binome en faisant voir que toutes et quantes fois que cete racine est un simple binome la difference qui est entre les quarrez des parties de son cube est un nombre cubique. Soit $x + \sqrt{y}$ *la racine cherchée le cube donné est égal à* $x^3 + 3xy + 3xx\sqrt{y} + y\sqrt{y}$ *et le quarré de* $x^3 + 3xy$ *qui est la partie rationelle de ce cube est* $x^6 + 6x^4y + 9xxyy$ *puis le quarré de l'autre partie* $3xx\sqrt{y} + y\sqrt{y}$ *est* $9x^4y + 6xxyy + y^3$, *et ostant ces quarrez l'un de l'autre il reste* $x^6 - 3x^4y + 3xxyy - y^3$ *ou bien* $-x^6 + 3x^4y - 3xxyy + y^3$ *qui est nombre cubique ainsy qu'il faloit demonstrer.*

Et il est a noter que la racine cubique de ce nombre est $xx - y$ *ou bien* $y - xx$ *c'est a dire la difference qui est entre les quarrez des parties de la racine* $x + \sqrt{y}$, *en sorte que sans connoistre cete racine si on me donne seulement son cube que ie nomme* $a + \sqrt{b}$ *ie tire la racine cubique de* $aa - b$ *ou* $b - aa$ *que ie nomme* c *et i'ay* c *egal à* $xx - y$ *ou bien* $y - xx$.

Or la cause pourquoy, lorsque apres auoir soustrait les quarrez des parties l'un de l'autre on trouue que le reste n'est pas nombre cubique, ie fais multiplier le cube donné par ce reste, est affin d'auoir un binome qui soit tel que la difference des quarrez de ses parties soit un nombre cubique, et ainsy que si sa racine est un binome ce ne soit qu'un simple binome ce que ie demonstre en cete sorte. Soit $a + \sqrt{b}$ *le cube donné et*

---

*) De woorden tusschen ( ) waren en marge geschreven.

†) Het papier was hier gescheurd.

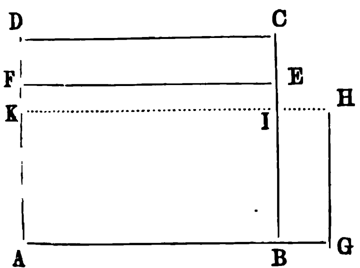
que $aa - b$ *ou* $b - aa$ *ne soit pas nombre cubique, ie multiplie* $a + \sqrt{b}$ *par* $aa - b$ *il vient* $a^3 - ab + aa\sqrt{b} - b\sqrt{b}$ *et du quarré de* $a^3 - ab$ *qui est* $a^6 - 2a^4b + aabb$ *ayant soustrait le quarré de* $aa\sqrt{b} - b\sqrt{b}$ *qui est* $a^4b - 2aabb + b^3$ *il vient* $a^6 - 3a^4b + 3aabb - b^3$ *qui est nostre cubique ainsi qu'il faloit demonstrer et sa racine est* $aa - b$.

Maintenant pour venir a la demonstration de la regle ie prens $a + \sqrt{b}$ *pour le binome donné, et ie suppose que la racine cubique de* $aa - b$ *se peut tirer et ie la nomme* c, *puis posant* $x + \sqrt{y}$ *pour la racine cubique de* $a + \sqrt{b}$, *J'ay son cube* $x^3 + 3xy + 3xx\sqrt{y} + y\sqrt{y} \propto a + \sqrt{b}$ *et par consequent la partie rationelle de ce cube* $x^3 + 3xy \propto a$. *Et pourceque c'est egal à* $xx - y$ *ainsy qu'il a esté dit cy devant iay* $y \propto xx - c$ *et* $3xy \propto 3x^3 - 3cx$, *a quoy adioustant* x^3 *i'ay* $4x^3 - 3cx \propto a$ *ou bien* $4x^3 \propto 3cx + a$; *ou bien* $8x^3 \propto 6cx + 2a$ *et faisant* $z \propto 2x$ *iay* $z^3 \propto 3cz + 3a$. *Or si la racine de cete de[uxième] equation, n'est pas un nombre rationel il est evident que la racine cubique* $a + \sqrt{b}$ *ne peut estre exprime par aucun binome, et si elle est nombre rationel ce doit estre necessairement un nombre entier a cause que* $3c$ *et* $2a$ *sont nombres entiers. Et par consequent* x *qui est la moitié de* z *est necessairement aussi nombre entier ou la moitié d'un nombre entier.*

De plus posant n *pour toute racine cubique de* $a + \sqrt{b}$ *et ayant* c *pour la difference qui est entre les quarrez de ses parties, i'ay* $\frac{1}{2}n + \frac{c}{2n}$ *pour la plus grandes de ces parties et* $\frac{1}{2}n - \frac{c}{2n}$ *pour la moindre car le quarré de* $\frac{1}{2}n - \frac{c}{2n}$ *qui est* $\frac{1}{4}nn - \frac{1}{2}c + \frac{cc}{4nn}$ *estant osté du quarré de* $\frac{1}{2}n + \frac{c}{2n}$ *qui est* $\frac{1}{4}nn + \frac{1}{2}c + \frac{cc}{4nn}$ *il reste* c *et* $n + \frac{c}{n}$ *est egal a* z. *Mais pourceque le nombre* n *m'est inconnu et est le binome que ie doy trouver, la principale subtilité de la regle consiste en ce que au lieu de* n *ie prens une racine cubique rationelle que ie nommeray icy* m *un peu plus grande que* n *mais qui ne l'excède pas de* $\frac{1}{2}$, *et que à* m *i'adiouste* c *divisé par ce mesme* m *car d'autant l'exces de* $\frac{c}{n}$ *par dessus* $\frac{c}{m}$ *est tousiours moindre*

que celuy de m *par dessus* n *il est certain que* $m + \frac{c}{m}$ *est un nombre rationel plus grand que* z *d'une quantité qui est moindre qu'une unité, et ainsy que* z *ou bien* $n + \frac{c}{n}$ *estant necessairement un nombre entier en cas que la racine cherchée soit un binome, ce nombre entier est le plus grand qui soit compris dans le nombre rompu* $m + \frac{c}{m}$. *Ensuite de qu*[*oi*] *tout le reste est clair, car ayant ainsy trouvé le nombre qui doit estre égal à* z, *pour sçavoir, si la racine de* $z^3 \propto 3cz + 2a$ *se peut tirer ie divise par ce nombre het dobbel van 't ledige deel, c'est a dire* 2a *tot het komende ick* [*voege*] 3c *et si* $3c + \frac{2a}{z}$ *n'est pas égal à* zz *il est evident que le nombre pris pour* z *ne luy est pas égal et ainsy que la racine de* $z^3 \propto 3cz + 2a$ *n'est pas rationelle, mais s'il est egal la moitié de* z *est* x *l'une des parties de la racine cherchée, du quarré de laquelle ostant* c *iay* y *qui est le quarre de l'autre partie. Et en tout cecy i'ay supposé* a *plus grand que* $\sqrt{b}$ *ensuite de quoy* x *est aussy plus grand que* $\sqrt{y}$ *mais quand* a *est moindre que* $\sqrt{b}$ *il y a si peu de changement que ce n'est pas la peine de l'escrire.*

Il reste seulement encore icy a prouuer que l'excez de $\frac{c}{n}$ *par dessus* $\frac{c}{m}$ *est moindre que celuy de* m *par dessus* n, *et pour ce faire ie prens* AB *égal à* n *dont le quarré* ABCD *est necessairement plus grand que* c, *pourceque* c *n'est que la difference qui est entre les quarrez des parties de* n. *Je prens donc le rectangle* ABEF *pour* c *et ainsy* AF *est* $\frac{c}{n}$ *puis ie prens* AG *pour* m *en sorte que* BG *est moindre que* ½ *et faisant* AGHK *egal à* c *le rectangle* BGHJ *est*



egal au rectangle IEFK *et pour ce que* JK *est plus grand que* JB, FK *est moindre que* BG *et ainsy* AK *qui est* $\frac{c}{m}$ *est moindre que* AF *ou* $\frac{c}{n}$ *d'une quantité moindre que celle dont* m *surpasse* n, *qui est tout ce qu'il falloit demonstrer.*

Ick sal hier nogh byvoegen een generael regel om allerley andere wortels te trecken uyt binomische getallen.

Bereydinge.

Treckt de quadraeten der deelen van malkanderen en de wortel der reste, indien sie een rationael getal is, maer indien sie is een surdische getal so menichvuldig het gegeven binomium door 't selfde reste als ghy den cubicwortel wilt trecken, ende door het quadraet van 't selfde reste als ghy wil den sursolid wortel trecken, ende door den cubus van 't selfde reste als ghy wil den B sursolid wortel trecken ende so voorts van de andere.

Regel.

Treckt een rationael wortel uyt het heele binomium wat grooter als de waere is dat geen helfte en scheele, aen hem addeert den wortel van 't onderscheyt tusschen de quadraeten der deelen gedivideert door den selfden rationael wortel, als het ledige deel van 't gegeven binomium is grooter als het ander deel, maer als 't kleinder is substraheert denselfden. De helfte van 't grootste heele getal begrepen in dat aggregat, of in die reste is het ledige deel van de wortel, uyt wiens quadraet substraheert of aen 't selfde addeert de wortel van 't onderscheyt tusschen de quadraten der deelen, ende komt het quadraet van 't ander deel. Wel verstaende als de wortel een binomiale getal is 't welc men kan altiid weeten door de multiplicatie van 't gevonden binomium, want het komende moet wesen geliic het gegeven getal of anders de wortel is geen binomium.

Merckt dat hier overal als ick spreek van de wortel sonder te seggen wat wortel is ick verstae den sursolid wortel, als ick wil den sursolid wortel trecken, ende alsoo van de andre, maer

ghy moet dit alles wat beter schicken als ick geschreven hebbe ende twee of 3 *kleine exempels byvoegen. Ick ben*

UE. zeer dienstwilligen Vriendt
DESCARTES.

den eersten Feb. 1640.

A monsieur
monsieur J. A. WASSENAER.
Landmeter woonende
voor Claerenbergh
tot Utrecht.

poort is betaelt
tot Amsterdam

Uit dezen brief blijkt voldoende, hoe DESCARTES belang stelde in den afloop, en hoe hij eigenlijk de leiding van den strijd geheel op zich had genomen.

13. Intusschen schreef STAMPIOEN zijn »Wis-konstigh ende Reden-maetigh Bewijs 1640" [23]) ter nadere verdediging van zijn Nieuwen Stel-Regel; waarachter de »Aen-Hangh" [24]) ter wederlegging punt voor punt van hetgeen WAESSENAER daartegen geschreven had in zijne Aenmerckingen. Hij besluit met de behandeling van een paar vraagstukken, waarover reeds in § 8 is gehandeld en eindigt met een naschrift.

Later gaf hij nog het »Vervolgh op zijn Reden-maetigh Bewijs" [25]) en daarachter de »Copye vanden BRIEF. Ghesonden aende Professoren Matheseos der Vniversiteyt tot LEYDEN, D. J. GOOL ende D. FR. v. SCHOOTEN", gedateerd »wt s'Graven-Hage, desen 8 Feb. 1640", waaruit blijkt, dat hij volgens de Tijtraminge, door WAESSENAER gesteld, de voorgaande stukken aan die heeren professoren heeft doen toekomen.

14. DESCARTES beschouwde de zaak van WAESSENAER, of liever de zijne. als gewonnen, zooals blijkt uit een brief aan PERE MERSENNE van 11 Maart 1640, opgenomen in de Lettres de DESCARTES, Tome II, p. 210, N°. 37.

Au R. P. MERSENNE [11 *mars* 1640].

Monsieur

La gageure dont vous auoit escrit Monsieur RIV[ET] *n'est pas*

encore finie, mais vaut autant que finie, car le delay qu'on luy [STAMPIOEN] *a donne pour faire imprimer ses defenses, n'est qu'afin de faire mieux voir son ignorance qui est si extreme que B & P sont des Archimedes a comparaison. Ie voudrois que vous entendissiez le Flamend, afin de vous en enuoyer l'histoire, qui sera imprimee dans quelques mois.*

Maar toen de heeren professoren niet snel genoeg naar zijn verlangen hun oordeel uitbrachten, schreef hij aan Prof. GOLIUS om op bespoediging aan te dringen. Deze brief van 3 April 1640 berust in de Bibliotheek van Wien.

Monsieur

Vous m'auez bien oblige et bien fort assure par la lettre que vous m'auez fait l'honneur de m'escrire, mais j'espere que vous excuserez aussy mes inquietudes en considerant combien il y a de tems que nous attendons vostre iugement sans que i'aye pu scavoir aucune raison qui le retardast, si ce n'est maintenant que iapprecie vostre deuil domestique lequel m'obligeroit icy à changer de discours pour me condouloir avec vous si ie ne pensois que la vieillesse et les maladies qui travailloient la personne que vous regretez vous donnoyent cy devant plus de suiet de la plaindre que ne doibt faire à present le repos qu'elle a acquis. Et pour reuenir a nostre affaire ie vous supplie tres humblement de considerer que vous ne scauriez si peu differer a la terminer que cela ne soit grandement preiudiciable, non seulement A W[AESSENAER] *et a moy de qui* ST[AMPIOEN] *prend cependant occasion de medire, mais permettez s'il vous plaist à mon affection, que ie vous die icy franchement que cela donne aussy occasion a plusieurs qui scauent combien elle est claire et indubitable d'auoir diuerses pensees, au desauantage de Mrs. mes iuges, iusques la que iay este auerti de la Haye que le bruict estoit qu'on cherchoit seulement quelque pretexte pour excuser la regle de* ST[AMPIOEN] *et courir la faueur qu'on luy vouloit faire partie a cause qu'on auoit peur de ses medisances et partie aussy a cause qu'on en estoit prie par des gens qui ne m'ayment pas. Vous auez interest à faire cesser ces faux bruits et croyez moy, Monsieur, que de tous ceux qui vous peuuent main-*

tenant prier pour ST[AMPIOEN] *il n'y en aura aucun qui se soucie de luy apres que cete affaire sera finie, ny qui n'ayt meilleure opinion de vous lorsque vous aurez donnè un iugement libre et equitable que si vous auiez fleschi a leurs prieres.*

Je n'auois point fait de reflexion sur ce que ST[AMPIOEN] *vous a escrit qu'on peut trouuer son theoreme per regulam falsi: car cela est si eloigne de toute apparence de verite que ie ne pensois pas seulement qu'il fust besoin d'en parler, et cela se voit clairement de ce que mesme par l'algebre on n'y peut atteindre qu'en venant a une equation cubique, car la regle de faulx ne peut seruir que pour les questions que l'algebre reduit à la plus simple equation de toutes qui est d'un membre egal a un autre. Mais peut estre que par la regle de faulx il entend qu'on doibt essayer en tastonnant auec tous les membres iusques a ce qu'on ayt rencontre le vray, ce qui a este assez refute ailleurs. Au reste encore que l'on pourroit trouver ce qu'il veut auoir par quelque nouueaux moyens ce n'est pas a dire que sa regle de faulx de laquelle seule il est question fust bonne pour cela, et iadmire extremement que vous daignez regarder les nouueaux escrits ausquels il n'y aura iamais aucune fin si vous ne l'y mettez par vostre iugement, et pour ce que ie scay qu'il ne vous faut pas un demi quart dheure de tems pour le donner, ie ne scaurois comprendre quelle raison vous le fait differer. mais si nous ne l'auons auant Pasque, ie croirai ne le devoir plus attendre. Mr* [WAESSENAER] *d'Utrecht a offert il y a long tems d'enuoier le sien* [Prof. SCHOTANUS] *et ie m'asseure que Mr* [VAN SCHOOTEN] *ne differe qu'a vostre occasion, et en fin ie ne croy pas qu'il y ayt au reste du monde un seul mathematicien homme d'honneur qui refusast de le donner en voyant la iustice de la cause. Obligez moy donc que ie puisse au moins obtenir de vous, ce que i'esperois de tout autre. car ie suis Monsieur,*

Votre tres humble
3 *Auril* 1640. *et tres affectionne seruiteur*
DESCARTES.

Men ziet het, dat DESCARTES steeds de twist als zijn eigen zaak beschouwt, en daarin geene moeite of argumen-

ten spaart; zie ook daarover zijn brief aan POLLOT *) van 7 Mei 1640, opgenomen door E. DE BUDÉ in zijne Lettres inédites de DESCARTES. Paris 1868 [26]).

Monsieur.

Ce n'est icy que de mauuois papier que ie vous enuoye et c'est plustost vne importunite qu'un present, mais pour ce que lorsque i'eu dernierement l'honneur de vous voir vous tesmoignastes vouloir prendre la peine d'enuoyer un de ces mauuois liures à la Haye i'ay pensé que ie ne debuois pas oublier de vous en faire presenter deux par WAESSENAER [het zijn de boekjes van Aanteek. 13 en 20] *et ie luy mande aussi qu'il y ioigne un certain Pasquil que Stampion a fait cy-devant contre luy* [het boekje van Aanteek. 11] *sans auoir iamais este offense par luy en la moindre chose; car c'est une piece qu'il me semble meriter d'être veue par ceux qui ont quelque interest à cognoistre les moeurs de cet homme, principallement s'ils sont auertis que la solution qu'il promet la n'est pas plus possible que de blanchir un More, et qu'en gourmandant* WAESSENAER *comm'il fait pour ce qu'il auoit escrit qu'il ny a point de regle pour de telles impossibilites que luy se vante de scauoir, ses iniures et ses calomnies sont d'autant plus grandes que tout ce qu'il dit est plus extrauagamment et plus ridiculement faux. Mais c'est trop vous entretenir d'une si sale subiet et ie n'adiouteray autre chose, sinon que ie suis, &c.*

De Leyde ce 7me may 1640. DESCARTES.

Evenzeer zijn bericht aan PÈRE MERSENNE, van 11 Juni 1640, opgenomen in de Oeuvres de DESCARTES, T. 8, p. 229 (uitbreiding van den brief in de Lettres, T. 2, N°. 39), waar hij eindigt met de woorden:

J'oubliois à vous dire que la gageure dont Mr RIVET *vous*

---

*) A. DE POLLOT was een edelman aan het hof van den Prins, en kwam ook veel bij de Prinses van Bohemen, toen deze in den Haag verblijf hield. Hij was een aanhanger en trouwe vriend van DESCARTES, en gaf zich veel moeite met het slijpen van glazen. Overigens schijnt hij in de geschriften over DESCARTES wel verward te zijn met JOHN PELL, den Hoogleeraar in wiskunde te Amsterdam en te Breda.

auoit escrit est terminee et perdue entierement pour le badin qu'il vous mandoit vouloir disputer contre moy.

15. En nu viel het vonnis der Arbiters, de professoren GOLIUS en FRANS VAN SCHOOTEN den 24sten Mei 1640, waaruit blijkt dat VAN BERLICOM uit Rotterdam en SCHOTANUS uit Utrecht de uitnoodiging niet hadden aangenomen, die dan ook weinig aangenaams voorspelde. DESCARTES schijnt gezorgd te hebben, dat aan hem dit vonnis toegezonden werd. Hoe hij daarover dacht, ziet men uit den volgenden brief, dien hij aan Prof. REGIUS *) te Utrecht schreef. Het schijnt dat deze, — die toen nog tot zijne aanhangers behoorde, maar later een tegenstander van de Cartesiaansche philosophie werd, — de tusschenpersoon was, die de briefwisseling met WAESSENAER bezorgde. Deze brief aan REGIUS, gedateerd van 26 Mei 1640, komt voor in de Epistolae.

Clarissimo Viro Henrico Regio [26 †) Mai 1640].

Dicht voor het einde leest men:

»*Tandem tandem hodie accepimus sententiam pro* J. A. W[AESSENAER]. *Cuius exemplar, postquam erit exscriptum, hoc est, post vnum aut alteram diem, ad ipsum mittam. Ita facta est, vt si magnus aliquis fuisset condemnandus, non potuissent Iudices melioribus verbis eius errores significare; sed nihilominus nullum verbum ex iis quae a* W[AESSENAER] *scripta sunt, non approbant, & nullum verbum, ex iis quae ab eius adversario, non condemnant.*"

16. Dit vonnis werd door STAMPIOEN uitgegeven en niet gunstig besproken in zijne Verklaringe, denkelijk van Juni

---

*) HENRICUS DE ROY (= REGIUS), geboren te Utrecht den 29sten Juli 1598, en aldaar overleden den 21sten Januari 1684, werd in 1638 benoemd tot Hoogleeraar in de geneeskunde te Utrecht. Hij was eerst een ijverig aanhanger van DESCARTES, en werd hevig bestreden door zijn ambtgenoot GIJSBERT VOET. Later evenwel verliet hij de zijde van DESCARTES.

†) V. COUSIN stelt den datum van dezen brief, die moet vallen tusschen twee brieven van REGIUS aan DESCARTES, d.d. 15 en 30 Mei 1640, op 22 Mei. Daar hier echter gesproken wordt van een afschrift van het vonnis, dat eerst den 24sten Mei geveld is, zal de brief wel van 26 Mei 1640 moeten zijn.

1640 [27]). Het bestaat uit zes Artyckelen, waarvan achtereenvolgens de verschillende »leden" worden besproken en weerlegd, naar hij meent. Het is dus niet te verwonderen, dat hij opkomt tegen het oordeel der Heeren Professoren, in hoe zachte bewoordingen dit ook gesteld zij. Zij zeiden toch o. a in Art. IV:

»Ende voor soo veele yet by gissinghe ende wisconstelijck te vinden twee verscheyden ende strijdighe dinghen sijn, ende een Reghel sijnen naem heeft, om dat 't verstant daer door als een onfeijlbaren wegh bestuyrt wert om tot het begheerde seeckerlijck te komen, dat derhalven soodanighe manier om den Teerlingh-wortel te trecken, inde Wiskonst eygentlijck geen Regel en is, veel minder dat aldaer voor een goeden Reghel kan ghehouden werden."

En verder in Art. VI:

»Eyndelijck, wat aengaet het geene J. A WAESSENAER inden selven Regel aengemerckt ende berispt heeft, dat de redenen die hy daer toe ghebruyckt volgens de voorgaende Articulen gefundeert zijn."

Aan het slot stond:

In oirconde desen bij ons gheteyckent in Leyden den xxiiij Mey vanden Jare xviC. veertich.

I. GOOL — *Professor Matheseos inde Vniversiteyt tot Leyden.*

FRAN. SCHOTEN — *Professor Matheseos tot Leyden.*

17. Maar ook JACOBUS A WAESSENAER gaf dit vonnis uit in zijn boekje »den onwissen Wiskonstenaer J. E. Stampioenius ontdekt 1640" [28]). Dit werk moest de geheele geschiedenis van dezen strijd leveren, en daarom werd de uitgave telkens uitgesteld, zooals wij straks nader zullen zien; het kwam eindelijk uit, denkelijk omstreeks November 1640.

Dat DESCARTES de hand had in deze geschiedenis, althans ten deele, is geheel in overeenstemming met hetgeen wij reeds boven zagen. Het blijkt trouwens uit zijn brief aan CONSTANTIJN HUYGENS van 25 [?] Juli 1640, opgenomen in de Lettres de DESCARTES, T. 3, N°. 107, p. 591, waar hij eindigt met de woorden:

Cependant mes affaires domestiques m'appellent en France, & si ie puis trouuer commodité pour y aller dans cinq ou six sepmaines ie me propose de faire le voyage. Mais WAESSENAER *ne desire pas que ie parte auant l'impression de ce que l'opiniastreté de son aduersaire l'a contraint d'escrire: & quoy que ce soit vne drogue dont ie suis fort las, l'honneur toutesfois ne me permet pas de m'exempter d'en voir la fin, ny le seruice que ie dois a ce païs d'en dissimuler la verité. Vous la trouuerez icy dans sa Preface, dont ie luy feray encore differer l'impression quinze iours, ou plus s'il est besoin, afin d'en attendre vostre iugement, s'il vous plaist me faire la faueur de me l'escrire, & il nous seruira de Loy inuiolable. Cependant ie vous prie de croire tres-assurement que son aduersaire a tresbien sceu que tout son Liure ne valoit rien, auant mesme de le publier, comme les subterfuges de sa gageure l'ont assez monstré, & qu'il a eu la science de Socrate, en ce qu'il a sceu qu'il ne scauoit rien; mais il a auec cela vne impudence incroyable a calomnier, & a se vanter de sçauoir des choses impossibles & entrauagantes, qui est a mon iugement la qualite la plus dangereuse & la plus nuisible qu'vn homme de sa condition sçauroit auoir: & ie pense estre obligé de vous mander en cela mon iugement: car ie suis &c.*

Volge het antwoord van CONSTANTIJN HUYGENS, den 14[den] Augustus 1640 (dien men vindt in het Archief van de Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam).

Monsieur.

Je ne responds pas si tard qu'il semble; car v[ost]re pacquet auoit vielli de 12 jours, auant que m'estre rendu. Apres ceste justification, qui est fondée sur verité, et au default de laquelle toutefois vous estes prié de vouloir suppleer par la consideration de mes occupations tres assiduelees, j'adjoustray que venant de lire la Preface qui se va publier soubs le nom de WAESSENAER, *elle me semble un discours veritable, judicieux et discret et portant des coups aveq les quels on prendra congé de bonne grace de ces petites noises; pour enfin ne respondre plus au fol selon sa folie; qui ne prendroit point de fin. J'estime que vous n'aurez pas voulu prendre la peine de*

l'escrire en flamen; et de là vous juge heureux d'auoir trouué de si bons interpretes, qui veritablement vous suiuent de si bonne façon et en termes si propres, que la traduction seulem[en]t n'y paroist pas, qui n'est pas un don commun à touts Translateurs. Mr. van Surck *) *qui est poli en tout, vous y pourra auoir presté de sa diligence, qui que ce soit vous luy en auez un peu bien d'obligation.*

Je vous supplie de me pardonner, si je vous ay compté sabinorum somma, de ce que vous auriez soubs la presse de Metaphysique: mes raporteurs l'auront très souhaitté ainsi, et moy de mesme, affamé que je suis sans cesse de vos escrits. Ainsi Monsr. j'aduouë que les Jesuites se mettant en posture de gaigner mon amitié, en ce qu'ils vont vous tailler de la besoigne, et en fin j'attendray, et toute raison le requiert, que tant d'autres objections qui vous ont esté faictes paroissent un jour en ordre aveq vos solutions, ne se pouuant dire combien tout le publiq s'en tiendrat obligé à v[ost]re amitié. Le perpetuel mouuement de cette Armée m'a fait negliger de vous envoyer de certaines Theses Philosophiques et pour la plus part mathematiques que le Pere Mersenne *me mande auoir disputees à Paris, ou on s'en prend aussi a v[ost]re matiere subtile et autres positions: et maintenant qu'il seroit temps de vous les communiquer, je les trouue esgarées, mes gens me faisant croire que parmi d'autres pacquets de reserve je les auroy envoyez dans mon Bateau. Elles paroistront en quelque endroit, et vous les aurez, si tanti est, et n'aymez mieux d'attendre a les veoir a v[ost]re arrivée à Paris; ou le Pere* Mersenne *vous en cornera bien d'autres. mais, Monsieur, ce sera à mon tres grand regret, car en me nommant le dessein de ce voyage, il m'a semblé d'un coup de Tonnerre qui me frappoit et vous dis franche-*

---

*) Antonius Studler van Surck van Bergen was een vriend van Descartes, en schoot hem herhaaldelijk geld voor. Toen Descartes naar Zweden vertrok, liet hij onder den Hoogleeraar van Hooghelande een koffer achter met verschillende waarden; en toen hij den 11den Februari 1650 te Stokholm overleden was, vond van Surck, bij het openen van dien koffer, de noodige stukken om de uitgeleende sommen terug te bekomen.

ment, bien que ce me soit praeuisum telum, qu'il me touche par trop viuement. Ce que je pense y auoir preueu, est le desplaisir que ce sot garçon vous aura donné; comme souuent de mauuais objects particuliers sont capables de donner un desgoust universel de quelque pais. Mais si j'ay bien deuiné! ie vous prie que le soleil ne se couche pas dessus v[ost]re ire, et voyez si ces affaires domestiques ne se pourroyent commettre a ceux qui les ont signées si long temps. Si ma conjecture est faulse, au moins ranimez nous de cette asseurance, que vous n'auez rien veu de si hideux en ma Patrie, qui vous la puisse faire abhorrer pour tousjours, et sachons quel terme d'exil passif vous nous donnez. J'en vivray en inquietude jusques a ce qu'aurez prins la peine de m'en esclarcir, car veritablem[en]t et sans couleur de court, qui sont indignes de v[ost]re entretien, vous ne laissez personne icy, qui se ressente plus de v[ost]re absence, ni qui regrette plus viuement de n'auoir jamais eu moyen de vous temoigner d'effect comme il est d'entiere affection

Monsieur

v[ost]re &c.

Mons[ieu]r maintenant que nous sommes sur la communication des discours flamens, je vous supplie d'aggréer que j'en soubsmette un a v[ost]re censure que j'escriuis l'hiuer passé (non pas de jour mais de nuict; car vous scauez que le soleil ne me void gueres a moy) sur le subject de l'usage des orgues en l'Eglise [29]). *Mon[sieu]r* DE WICQUEFORT *) *en est presentem[en]t en possession; s'il vous valoit la peine de le luy demander par lettre, estant si proche d'Amsterdam, l'adresse en seroit plus seure et courte, que si je le faisoy r'envoyer à mon frere* †), *pour vous le faire*

---

*) ABRAHAM VAN WICQUEFORT, geboren te Amsterdam in 1598, en overleden te Zelle den 23sten Februari 1682, vertrok reeds op jeugdigen leeftijd naar Paris, en werd in 1626 door den Keurvorst van Brandenburg tot zijn Resident aan het Fransche hof benoemd. In 1658 werd hij wegens staatkundige redenen in de Bastille geworpen, kwam in 1660 naar Holland terug, alwaar hij een ijverig aanhanger van JOHAN DE WITT werd, weshalve hij in 1675 gevangen werd gezet; hij ontvluchtte echter naar Duitschland.

†) DAVID LE LEU DE WILHEM, geboren 15 Mei 1598 te Hamburg,

tenir. Vous m'obligerez extremem[en]t de perdre une couple d'Heures à le visiter, et de m'en dire franchement v[ost]re opinion, en mesme temps vous pourrez s'il vous plaist renvoyer l'exemplaire manuscript a mon frere; car il n'y en a point que cestuyla, et je pretends le faire imprimer pour introduire ce que je croy utile ou faire abroger ce qui est scandaleux sans doubte.

Huygens schrijft daarin het door Descartes medegedeelde plan om naar Frankrijk te vertrekken daaraan toe, dat deze zich ontstemd gevoelde door de behandeling van den besproken strijd. Het is verder niet onbelangrijk uit het naschrift te zien, hoe hoogen prijs Huygens stelt op het oordeel van Descartes omtrent zijn boek over het gebruik en ongebruik van het orgel. Maar hetgeen ons hier wel het meeste belang inboezemt, is de zinsnede, waarbij Huygens schrijft over de »Preface" van het bedoelde boekje. Nu heeft dit wel geen »voorreden", maar deze is denkelijk ingevlochten in het eerste gedeelte bladz. 1—30; en de bladz. 19—26 bevatten werkelijk zeer wijsgeerige redeneeringen, zooals Descartes ze zoude bezigen.

18. Het tweede gedeelte van Waessenaers boekje, blz. 31—44, heeft blz. 31 tot opschrift iacobi à waessenaer || *Naerder Aenmerckinghen* || Op den Reghel door J. Stampioen || De Jonge || Beschreven in sijn nieuwen Stel-reghel, Fol. 25. || *Waer op* I. Stampioen, J. à Waessenaer *tot wedden beroepen* || *heeft. Aende Heeren Professoren Matheseos, als* || *Rechters, voor desen over ghelevert.*

En daarop laat hij eenige regels volgen.

Blz. 44—46, een gheneerale || ende || seer lichten Reghel || *Om twee middel proportionaelen te vinden tusschen* || *twee ghetalen.*

Blz. 46—49, generale regel || om den || Cubiek wortel te

---

overleed te 's Hage den 27sten Januari 1658. In 1633 huwde hij Constantia Huygens, zuster van Constantyn Huygens, den Vader. Hij studeerde te Leiden, reisde veel, ook in de Levant, werd lid van den Raad van State, ook lid van den Raad en later Superintendant van Noord-Brabant; bovendien was hij Raadsheer van den Prins.

trecken || *Vyt alle Binomische ghetallen, welcke een Binomische wortel hebben.*

Blz. 49—55, GENERALE REGEL || OM ALLERLEY || *Wortelen uyt allerley Binomische ghetalen te trecken, soo || veel als het moghelijck is.*

Het is zeker, dat de eer der vinding van beide laatste regels (de eerste bevat niets nieuws) aan DESCARTES toekomt. Voor den eersten daarvan blijkt dat uit een brief, dien hij aan PERE MERSENNE schrijft 30 September 1640 (opgenomen in de Lettres de DESCARTES, T. II, N°. 43, p. 248), waar hij zegt:

Quant aux Regles pour tirer la Racine Cubique des Binomes, il est certain que la premiere est tres-fausse & inpertinente, mais pour la derniere ie ne craindray pas de vous dire que c'est moy-mesme qui l'ay faitte, & que ie ne croy pas qu'il y manque aucune chose, & mesme il est aysé de l'appliquer aux Racines sursolides & autres à l'infiny.

En daarop een regel laat volgen, die geheel met blz. 46—49 van WAESSENAERS boekje overeenkomt. Met den eersten regel die »fausse et inpertinente" is, bedoelt DESCARTES dien van STAMPIOEN; de tweede regel is die, welken WAESSENAER aangeeft.

Hetzelfde besluit geldt omtrent de volgende blz. 49—55, die herhalen en nader met voorbeelden toepassen hetgeen DESCARTES aan WAESSENAER schreef in den brief van 1 Februari 1640 [zie hiervoor § 12]. DESCARTES is dus van dezen regel de uitvinder, hetgeen hem na het vorige niet moeielijk viel, zooals uit den laatst aangehaalden brief blijken kan.

19. Blz. 56—60 geeft WAESSENAER zijn ANTWOORDT || OP HET || *Reden-matich Bewijs van* I. I. STAMPIOENIUS, *waer door hy || heeft ghepoocht te bewijsen dat sijnen Reghel Fol.* 25, *daer || de weddinghe op geschiet is, goet ende volmaeckt was; ende || dat hy alle de questien wel konde ontbinden die hy opentlijck || gheroemt hadde te weten.*

Daarop laat hij, blz. 60—77, volgen »de Analysis van dese twee questien", die indertijd door STAMPIOEN waren voorgesteld, »hoewel men seeckerlijck daer uyt bewijsen kan dat den voorsteller deselve niet verstaen en heeft": »daerom

[zij] niet min seer swaer sijn ende der selver solutien seer dienstigh aen de ghene die haer sullen navolghen, om tot ontbindinghe van veele andere te komen".

Dat DESCARTES het eerste vraagstuk kende en goed oploste is ons gebleken uit hetgeen boven in § 8 van den »Mathematicien" is gemeld; dat hij ook met het tweede vraagstuk bekend was, blijkt uit een brief, dien hij in 1643 [?] aan MERSENNE schreef [zie Lettres de DESCARTES, T. 3, N°. 79, page 458], waarin de volgende woorden voorkomen.

Mais pour remarquer aussy l'industrie de bien demesler les equations, ie n'en scache point de plus propre que celle des trois bastons dont la solution n'a peut estre point encore passe iusqu'en Bourgogne. Tres baculi erecti sunt ad perpendiculum in horisontali plano, etc.

Maar daar hij aan WAESSENAER den 1sten Februari 1640 schreef, dat deze hem zijne oplossingen der beide vraagstukken ter inzage zoude toezenden, zijn deze, zooals zij gedrukt werden, door DESCARTES zeker goedgekeurd.

Verder geeft WAESSENAER nog blz. 77—80 een herdruk van hetgeen STAMPIOEN oorspronkelijk had beweerd, maar dat hij had »soecken te verduysteren in een seecker schandelijck boecx- || ken dat hy teghens deze uytspraecke [vande Heeren Professoren] heeft uytghegheven" [het boekje van Aanteek. 27].

En daarop blz. 81—86 »VOLGHT || De uytspraecke vande Heeren Professoren, || over 't voornoemde gheschil ghedaen".

Over hetgeen blz. 87 en 88 voorkomt, spreken wij later.

20. DESCARTES was niet zeer ingenomen met het vonnis der Heeren Professoren en vond dit veel te zacht, zooals reeds uit vorige brieven bleek [zie § 14 en 15]. Er valt dus niet te twijfelen aan de antipathie, die hij tegen STAMPIOEN — een karakter trouwens geheel in strijd met den vurigen, maar eerlijken inborst van den Franschman — koesterde, en deze openbaarde zich ook verder. Vooreerst uit de stappen, die hij deed om te voorkomen, dat STAMPIOEN onverhoeds buitenslands eenige waardeering of steun, hoe gering ook, zoude vinden. Daarover schreef hij aan PERE MERSENNE, den 6den Augustus 1641, een brief, dien hij den 16den eindigde, en

die is opgenomen in de Oeuvres de DESCARTES, T. VIII, p. 321. Het einde van dien brief luidt:

»*Le papier que vous trouuerez auec cette lettre, contient le sujet d'une gageure dont Mr.* RIVET *vous auoit escrit, et c'est* GOLIUS *qui m'a prié de vous l'enuoyer, sur ce qu'il a eu aduis que ce badin qui a perdu fait transcrire quelque escrit en françois pour le faire imprimer et en demander le jugement des mathematiciens de Paris. Et pource qu'il est extremement menteur et impudent, il y mettra sans doute tout autre chose que ce dont il est question; car c'est sa façon ordinaire; et il a tousiours bien seu que son fait ne valoit rien. Même peut estre qu'il y mettra la regle donnee par son aduersaire ou quelque autre trouuée à son imitation à la place de la sienne, afin que s'il peut seulement tirer de quelques uns cette confession, que la regle qu'il leur aura enuoyée est bonne, il s'en puisse ici preualoir pour faire croire que les professeurs de Leyde ont mal jugé. C'est pourquoy je vous enuoie ici sa sotte regle tout du long sans qu'on en ait omis ou changé un seul mot, et pour laquelle seule a esté toute la gageure; et je vous enuoie aussi celle de sa partie, tant afin qu'on voie s'il ne s'en sera point serui pour corriger la sienne, comme aussi à cause que l'inuention en est nouuelle et qu'il ne se trouue point de conte pour mesme suiet dans aucun liure, bien que plusieurs ayent taché d'en donner. Je vous prie donc, si vous aprenez que ce badin ait enuoyé quelque escrit aux mathématiciens de v[ost]re connoissance de leur faire voir aussi ce papier pour les détromper. Mais si vous n'en aprenez rien, je ne crois pas qu'il soit besoin de leur montrer. Je suis mon cher R. P.*

votre treshumble & affectionné seruiteur

De Leyde DESCARTES.

ce 16 *août* 1640.

Maar ook over de uitbetaling der *f* 600, die door STAMPIOEN overgegeven, en nu krachtens het contract aan de armen van Leiden vervallen waren, was DESCARTES geenszins tevreden. Het schijnt dat deze som door Prof. DEDEL, die haar in bewaring had, zonder genoegzame machtiging aan het Pesthuis te Leiden was uitbetaald. Hetzij dat DES-

CARTES een andere bedoeling met dat geld had, hetzij dat hij dien Professor niet bijzonder genegen was, hij deed althans veel moeite om die uitbetaling krachteloos te maken. Hij schreef daarover twee brieven aan Mr. LE LEU DE WILHEM, één den 17den Augustus 1640 van den volgenden inhoud:

Monsieur!

D'autant que l'affaire dont vous avez pris la peine de m'escrire est de moindre importance, d'autant vous ayie plus d'obligation de ce que vous m'auez fait la faueur de ne la pas negliger. WAESSENAER *ne desire rien du tout en cela que ce qui se doit sans controuerse, et que l'honneur et la conscience l'oblige de recercher, car* STAMPION *ayant gagé contre luy* 600 £ *pour le profit des pauures, et s'estant condamné soy-mesme a les perdre en cas que Mrs les Professeurs de ceste Vniuersite luy donnassent tort touchant le point de Mathematique qui estoit entre eux en controuerse et mesme ayant deposé son argent en main tierce affin qu'il ne pust y auoir aucune dificulte au payement ie ne voy pas pour quelle occasion maintenant que Mrs les professeurs ont iugé de ce qui estoit de leur charge au desauantage de* STAMPION, *celuy qui est depositaire de l'argent refuse de le mettre entre les mains de Mrs du conseil des Eglises de cete ville en vertu de l'assignation que* WAESSENAER *leur a enuoyee pour le receuoir de luy et le distribuer aux pauures ainsy qu'ils iugeront estre a propos. car de dire qu'il ne le peut sans qu'il y ayt condamnation du magistrat ce seroit vn pretexte sans apparence d'autant qu'il y a desia condemnation volontaire de la partie mesme, et que ç'a este pour n'auoir point a plaider qu'on a fait deposer l'argent; de dire aussy qu'il craint que* ST[AMPIOEN] *ne luy redemande ce seroit encore pis, pour ce qu'il n'y peut auoir aucun droit outre que Mrs du conseil de l'Eglise ont offert d'en respondre; et enfin de dire qu'il a donné cet argent a ceux du Peste Huys, ce n'est pas l'auoir donné aux pauures, car c'est vne maison que Mrs de cete ville qui sont tres riches ont soin de faire bastir, et encore mesme qu'ils seroient pauures Mr.* DEDEL *leur a pû donner du sien s'il luy a plû, mais quo iure l'argent d'un autre sans son sceu, et quelle interpretation ne pourroit on point donner a cela,*

c'est *d e p o s i t u m r e s s a c r a* *pour les pauures. Enfin Monsieur,* WAESSENAER *estant obligé de rendre conte au public et a* STAMPION *de cèt argent et y ayant desia pres de trois mois qu'il le differe pour nestre pas contraint de rien dire au desauantage de personne, ie laisse a vostre prudence d'aviser ce qui se doit et d'ordonner a luy et a moy ce qu'il vous plaira que nous facions car ie suis*

Monsieur

Vostre tresobeissant et tres affectionné seruiteur

DESCARTES.

De Leyde ce 17 *d'aoust* 1640.

Toen hierop echter niet het gewenschte gevolg kwam, schreef hij aan DE WILHEM een tweeden brief den 5den October 1640, die nog iets krachtiger was.

Monsieur!

Il y a quelques iours que i'ay eu dessein d'aller a la Haye pour auoir l'honneur de vous voir, mais en ayant tousiours este diuerti par quelque occupation, ie ne puis differer a vous escrire celle cy, pour vous supplier de me comander ce qu'il vous plaira que ie conseille a WAESSENAER *touchant Mr.* DEDEL, *car on imprime maintenant l'histoire de la gageure, a la fin de laquelle il est obligé de rendre conte de l'argent, car c'est le principal point et la conclusion de lhistoire: et il y en a qui disent que celuy de* ST[AMPIOEN] *luy a esté rendu; et mesme* ST[AMPIOEN] *fait courre le bruict que* WAESSENAER *a perdu le sien. Que s'il plaist a Mr.* DEDEL *de donner celuy que* ST[AMPIOEN] *a perdu a Mrs du* *K e r c k e n - r a e d* *auxquels* WAESSENAER *a enuoyé son assignation, ce conte sera facile a rendre, car on fera seulement imprimer leur quittance ainsy que* ST[AMPIOEN] *a fait imprimer* 2 *ou* 3 *fois l'obligation de Mr* DEDEL. *Mais au defaut de cela on sera contraint de faire un narré de tout le fait, et comment* ST[AMPIOEN] *au lieu de mettre son argent entre les mains d'vn Professeur en mathematique, ainsy que* WAESSENAER *auoit desiré, il l'auoit donné a Mr* DEDEL, *auquel* W[AESSENAER] *n'auoit pû refuser de donner le sien a cause de la qualite de Recteur qu'il auoit pour lors, quoy que d'ailleurs il n'eust point l'honneur de le*

alsoo datmen in een uyr meerder sal kennen te weghe brenghen, als met desyne in twe gansche Iaren gedaen is.

Maer niettemin 't geen dese Mathematicien al over 6 Iaren belooft heeft te doen, blijft nog on-vol-daen".

Deze woorden vindt men op blz. 58 van zijn Wis-konstigh ende Redenmaetigh Bewijs van 1640.

Deze strijd leverde echter ook vruchten op voor de wetenschap. Want de Hoogleeraar FRANS VAN SCHOOTEN heeft de ware uitkomsten opgenomen in zijne uitgave van de Geometria à RENATO DESCARTES [zie Bouwstoffen N°. XIII Aanteek. N°. 8 en 9] en wel in de eerste uitgave van 1649 op blz. 295 en in de tweede zeer vermeerderde van 1659 op blz. 369. Hij zegt daar:

»Subjungam in ejus specimen solutionem artificiosissimam Problematis quod habetur in libello iugeniosissimo, qui operâ JACOBI A WAESSENAER. Anno 1640 sub titulo. *Den onwissen Wiskonstenaer Stampioenius*, in lucem prodiit."

VAN SCHOOTEN geeft hier niet alleen het vraagstuk der drie stokken met opmerkingen daarover van ERASMUS BARTHOLINUS, maar ook daarna eene:

»*Regula generalis extrahendi quaslibet radices ex quibuscunque Binomiis, radicem binomiam habentibus*";

waarvan later SEQVITVR DEMONSTRATIO; en dit bewijs komt, zelfs wat de gebruikte figuur en hare letters betreft, geheel overeen met den meergemelden brief van DESCARTES aan WAESSENAER, van 1° Februari 1640.

AANTEEKENINGEN.

---

1)* NIEUWE TAFELEN || der || POLVS-HOOGHTE, || Leerende/ || Hoe men op alle Plaetsen der Werelt de || Polus-hooghte sal konnen weten by 't gesichte || der Sterren/ sonder eenige andere In- || strumenten te ghebruycken. || In-houdende vier besondere manieren/ om de || Polus-hooghte te weten: alle Schippers en varende || Luyden seer dienstelijc. || Zijnde een nieuwe Inventie/ die by alle Menschen scheen onmoghelijc || te zijn: noyt voor desen uyt-ghegheven. || Gheinventeert ende ghecalculeert, door Ian Iansz. Stampioen, || Lief-hebber der Mathematische Konsten. || [Vignette: vier sterrekundigen aan het waarnemen.] || Ghedruct tot ROTTERDAM || By Matthijs Bastiaensz. Voor Jan Jansz. || Stampioen/ woonende op 't West-Nieulandt: 1618. 8°.

In verso van den titel de PREVILEGIE; dan DEDICATIE (3 bladz.); Klino-Dicht (2 bladz.) Voor-Reden (4 bladz.). Tot den Leser (3 blz.). Daarop het werk (16 blz.) en de Tafels (blz. 17—51); Vermaninghe (blz. 52, 53) en NA-REEDEN [4] blz. en ATTESTATIE [2] bladz.

2) Van dit Planum Coeleste is mij nimmer een exemplaar onder de oogen gekomen.

3)* ALGEBRA || Ofte || NIEUWE STEL-REGEL, || Waer door alles ghevonden wordt inde || WIS-KONST, wat vindtbaer is. || *Noyt voor desen bekendt.* || Gevonden, ende beschreven || *Door* JOHAN STAMPIOEN d'Jonghe, || *Mathematicus.* || Residerende in 's GRAVEN-HAGE. || *Matth.:* 10. || Want daer en is niet bedeckt, het welck niet en sal ontdeckt worden: || ende verborgen, 't welck niet en sal gewêten worden. || [Vignette: een sphaera armillaria.] || 's GRAVEN-HAGE, || Ghedruckt ten Huyse vanden Autheur. || in *Sphaera Mundi.* 1639. || 4°.

Een gegraveerde titel gaat dezen vooraf: en in verso vindt men een goed portret door CR. QUEBORN van den schrijver *A. Dni* 1638. *Aetate* 28 met een zeven-regelig latijnsch vers van ADRIANUS COCQUIUS. Dan volgen: de opdracht aan Prins FREDERICK HENRICK (4 blz.). Privilegie (1 bladz.) met „aan den Lezer" (3 bladz.) en dan 15 verzen (28 bladz.).

Daarop het werk B—Aaa blz. 1—366.

[4]) Van deze kaart in 1660 verschenen, vond ik een tweede uitgaaf van 1684, in 9 bladen groot folio, bij de verzameling van den Heer Bodel Nyenhuis aan de Universiteits-bibliotheek te Leiden. Links onderaan leest men onder de schaal:

Dese Maet Begrijpt 700 *Schielantsche Roeden, waar op dese* || *Bovenstaende Caert gemaeckt is, door order vande Edelen* || *Welgeboren Heeren, Dijckgraeff, ende Hoogeheemraden van* || *Schielant inde selve genaemt, gemeten, ende aldus in Caert* || *Gebracht door Mr. Jan Stampioen gesworen ordinaris* || *Lantmeter vanden selven Lande, inde Jaer* 1651, 1652 *en* 1653 || *Sijnde Schielant inden gekeelen ommvanck, vande Lantscheijdinge* || *tusschen Delflant, Rijnlant, de Merwe, ende den Ysel, tot inde Stadt* || *Gouda, in Coper gesneden en Geteeckent door J. Vingboons.*

Terwijl men onderaan rechts leest:

Dese Kaerte van het hooge heemraadschap van Schieland, is geordonneert || *ende begonnen Anno* 1650 *als waren Dyckgraef de Heer Daniel van* || *Hoogendorp Ridder Heere van de Moer-Cappel, Wildevenen, &c* || *ende Hooge Heemraden de Heer Johan Heere van Matenesse, Riviere, Opmeer,* || *Souteveen, & Heer Theophile Heere van Cats, Heyloo, Oostdam & Heer* || *Willem van Matenesse, Heere van Rasquart, &c de Heer Wilhelm* || *Brasser Out Borgermeester der Stede Schiedam, de Heer Johan Ver* || *zijden Oud Burgermeester der Stede Rotterdam, Ende volbracht,* || *gedaen, drukken. Midtsgaders uytgegeven Anno* 1660, *als waren Dyck-* || *graaf d'Heer Daniel van Hoogendorp Ridder, Heere van Moer-Cap* || *pel, Wildevenen &c en de Hooge Heemraden Heer Willem van Matenesse* || *Heere van Rasquart, Lijsse &c de Heer Johan van Berckel Oud Burger-* || *meester der Stede Rotterdam ende Ontfanger Generael van Holland en* || *Westvriesland, d'Heer en Mr Jacob Navander, Oud Borgermeester der Stat* || *Rotterdam, de Heer en Mr Antony Vossenburg, Borgermr. der Stede Gouda* || *d'Heer Abraham van Cleef Borgermr. der Stad Schiedam ende Rentmr.* || *ende Secretaris Mr Barnhard Swaerdecroon. Ende wederom gedaen* || *herdrucken mitsgaders uytgegeven Anno* 1684 *als waren Dyckgraaf de* || *Heer en Mr Johan van Yck en de Hooge Heemraden d'Heer Aemilius Cool* || *Oud Borgermr. der Stad Gouda, Heer George van Cats, Heer van Cats Coulster* || *Heyloo en Oostdam, Heer Carel vanden Boetselaer, Baron des heyligen Room-* || *schen Rycks &c Heer Steven vander Does, Heere van Noordwyck, Noord-* || *wyck op Zee, Offem en Langevelt &c de Heer en Mr Johan Kievit, Ridder* || *Baronnet &c d'Heer en Mr Theodorus van Bleyswyck, regerendt Bor-* || *germeester der Stad Schiedam ende Rentmeester ende Secretaris* || *Mr Casper Hendriks Selhart.* || Tot Rotterdam || *Gedruckt by* Abraham van Hoorn, || *Const en Caart-vercooper opt Visschersdyck* || *Achter de Beurs.*

⁵) Ook dit Hemelplein heb ik nimmer gezien.

⁶)* EPHEMERIS sive ANNALIS || OFTE || DAGELYCKX IOURNAEL; || Op het Jaer nae de gheboorte ons Heere ende Salich- || maeckers JESU CHRISTI duysent ses-hondert ende || veertich, beyde na den Ouden ende Nieuwen-stijl. || *Alles ghecalculeert op den Meridiaen van dese onse Nederlanden, door* || W. J. STAMPIOEN, *Mathematicus in 's Graven-Hage.* || Hier zijn oock noch by gevoecht alle de principale Jaer-marc- || ten, Paerde-marcten, ende Beeste-marcten, die het gheheele Jaer || door, hier in dese onse omliggende landen comen. || *Mitsgaders oock alle de voornaemste Conjunctien, Oppositien ende an-* || *dere Aspecten der seven Planeten, waer door dat een ygelijck, soo wel Zeevarende* || *als oock ter, Landt-reysende Luyden, de dagelijckxe veranderinghe des* || *weders kunnen bekennen.* || Noch so wort hier gevonden wanneer dat alle Quartier- || maenen de afterste wielen vande groote Waghen het || gantsche Jaer door in 't Noorden, Oosten, Zuyden ende Westen || comen, waer aen men by nacht, sonder eenigh Instrument al- || leenlijck met het gesichte aende Starren kan sien hoe laet || ofte wat uyre dat het vande nacht is. Van ghe- || lijcken oock so is hier noch by- || ghevoecht een verhael || van de oudtheyt, nutticheyt, nootsaeckelijckheydt, || ende vanden eersten oorspronck der heerlijcke || ende voortreffelijcke konste *Matheseos*, toe- || ghe-eyghent alle Lief-hebberen der || Wis-konst. || *Eyndelijck oock noch de verclaringe van alle de deelen der* Ma- || thezeos, *waer van dat den Autheur deses Professie is doende om een yeglijck* || *daer in te instrueren ende te onderwijsen. &c.* || [Ornament.] || Men vintse te koop in 'sGraven-Haghe ten huyse vanden Au- || theur, woonende op de Marckt, alder naest de Vlees-halle in *Sphaera* || *Mundi*, in het huys ghenaemt den Raem, Anno 1640. 4⁰.

A—C. 23 blz. ongepagineerd bevat den Almanak enz.

D—L. 41 blz. ongepagineerd bevat de Toe-eygeninge, enz.

Aan het einde staat:

T'AMSTERDAM, || Ghedruckt by Joost Broersz. woonende inde Pijlsteegh, || inde Druckerye, ANNO 1640.

⁷)* TAFELEN || OP || WINNINGHE || *Gecalculeert tegen den* || Peñ: 16. 17. 18. 19. eñ 20. || *Ende* || Noch andere geproportioneerde || Tafelen ten 100. des Jaers. || *Midtsgaders* || DE TAFELEN || VAN RABAT. || *Alles door* || Mr ABEL W. WAESSENAER, || Mathematicus ende Lant-meter, || T'UTRECHT. || [ornament.] || t'UTRECHT, || By GYSBERT VAN ZYLL, en || DIRCK VAN ACKERSDYCK, || cIↄ Iↄc L. 12⁰.

2 Verzen (2 blz.). Dedicatie (6 bladz.). Inhoudt (2 blz.). Dan Tafelen A—I, bladz. 1—210, de Tafelen. Dan titel.

VOLGEN || TAFELEN || VAN || INTREST. || *Teghen* || 5. $5^1/_8$. $5^1/_4$. $5^3/_8$. $5^1/_2$. $5^5/_8$. $5^3/_4$. $5^7/_8$. || 6. $6^1/_8$. $6^1/_4$ || Als mede tegen den Penning 16. 17. || 18. 19. ende 20. || *Gerekent tegens* 365. *dagen, in 't Jaer,* || *yder Dach,*

yder Maent ende Jaer. || Gecalculeert tegen 10000000 yder || gul. ofte alle gelt. Blz. 211—233.

De Exempels deser Tafelen, blz. 234—246. Rabat-Tafelen, blz. 247—271. 3 blz. ongepagineerd.

8)* ARITHMETISCHE PRACTYCK || *ofte* || Inventie, eene sonderlijcke || behendicheydt in de Re- || ken-konst. || Dienelick in 't koopen ende verkoopen || van allerhande Koopmanschappen/ soo wel || int groot als int kleyn/ in veranderinghe van || ghelt/ soo kleyn in groot als groot in kleyn te || deelen/ van wat Cant het soude mogen wesen. || Eerst ghevonden ende ghepracticeert || van || *Julius Caesar van Padua.* || Nu oversien, ende de Nederlantsche Natie || ten besten in druck ghegheven, met eene || Voor-reden daer in het ghebruyck || wort ghewesen. || [Vignette: Een pilaar met het randschrift CONSTANTIAM-MIHI-REBUS-DES-ET-BONIS.] || TOT ARNHEM, || By Jan Jansz. Boeck-verkooper. || Anno 1620. 8°.

A—P. Voor-reden 9 blz.; Tafels 214 blz.; Aenwijzinge 5 blz.

9) Solutie || *Op de Quaestie* || Aen de Batavische Ingenieurs || *voorghestelt.* || Door Johan Baptista Antverpiensis. [1638].

10) Questie aen de Batavische Ingenieurs, Voor-gestelt Door Johan Baptista Antwerpiensis. Volghens het spreeck-woordt: *Laet const blijcken, Met goet bewys* [1638].

Het bevat twee vraagstukken over den aanval op een Horen-werck.

11) Openbaeringe || der Valscher || PRACTYCKEN || *Ghepleeght door* || Jacobus A. Waessenaer Landt-meter || 's Hooffs Provinciael van Utrecht || OVER || *Het on-wis-constigh nae-bootsen der Solutie,* || *ghedaen door* Johan Stampioen de Jonghe, *op het* || *Antwerpsch Vraegh-stuck* anno 1638. || *Judicum* 15. || Nisi vitula mea aravissetis, meum aenigma non pervestigassetis. || [Vignette: sphaera armillaria.] || 's Gravenhage. || Ghedruckt ten Huyse vanden Autheur. || in *Sphaera Mundi,* 1638. || 12 blz. 4°.

12) Quaestien || de Liefhebbers voor ghestelt te solveeren, || WISKONSTICH. Plano.

Was geteekend „Jacobus a. Waessenaer || Mathematicus."

13) IACOBI A WASSENAER, Aenmerckingen op den Nieuwen || STEL-REGEL || *VAN* || Johan Stampioen, d'Jonge. || *Cortelick vervattende ende uytleggende alle 't gene te* || *leeren is uyt den voorseyde nieuwe* STEL-REGEL || *ende alle andere Schriften door den selven* || Stampioen *tot nu toe uytgegeven.* || [Vignette: een spittende landman met het motto FAC ET SPERA.] || Tot Leyden || By Jan Maire, 1639. 4°.

A—H. Blz. 1—59.

14)* WISKONSTIGE ONTBINDING. || Over het Antwerpsch Vraegh-stuck || *toe-ge eygkent* || ALLE LIEF-HEBBERS DER WIS-CONST: || door JOHAN STAMPIOEN d'Jonge; *Mathematicus.* Plano.

Aan het einde staat:

Aldus ontbonden, door *Iohan Stampioen*, d'Jonghe: Eertijts *Professor Matheseos* inde *Illustre* || Schole tot Rotterdam. Teghenwoordigh Residerende in 's Graven-Hage, in *Sphaera Mundi.* || Ghedruct ten Huyse van den Autheur, ANNO 1638. Plano.

15) *Problema Astronomicum & Geometricum* voorghestelt door JOHAN STAMPIOEN d'Jonge, *Mathematicus*, residerende in 's Graven-Hage, aen de uytgevers van het Antwerpsche Vraegh-stuck. [1638].

Dit betreft de schaduw van drie ongelijcke stocken.

16) Zie over deze Lettres de Mr. DESCARTES. III Vol. Paris 1657, 1659, 1667. Bouwstoffen N°. XXIX, Aanteek. 4.

17) OEUVRES || DE DESCARTES || PUBLIÉES || PAR VICTOR COUSIN, [XI Vol.] || A PARIS, || CHEZ F. G. GERRAULT, LIBRAIRE, || RUE DES FORCÉS-MONSIEUR-LE-PRINCE, N°. 31 || ET A STRASZBOURG, RUE DES JUIFS, N°. 33. M.DCCC.XXIV—M.DCCC.XXVI. 8°.

18) DAGH-VAERD-BRIEF, Gesonden aenden Student van PADUA. Anders genaemt *IACOB à WAESSENAER.* Eensdeels: op dat hy sijn beloften maintineert. Ten anderen: op dat hy bewijst het gene van hem geschreven is, tegen den nieuwen STEL-REGEL van Johan Stampioen de Jonge. 2 blz. 4°.

Het was geteekend:

„*Mevrouwe de Waerheyt haren vriendt, ende onderdanighsten Dienaer JOHAN STAMPIOEN de JONGE.*"

19) Tweeden || DAGH-VAERD || BRIEF. || Gezonden aenden || Student van PADUA. || Anders ghenoumt || *Iacob A: Waessenaer.* || Eens-deels enz. Even als boven. 4 blz. 4°.

20) ANTWOORDE IACOBI à WAESSENAER, op den Dagh-vaerd-Brief van *Ian Stampioen de Jonge.* 5 blz. 4°.

21) Derde dagh-vaerd brief, enz. 4°.

22) Tijt-Raeminge in plano.

23)* I. I. STAMPIOENII || WIS-KONSTIGH || Ende || REDEN-MAETIGH || BEWIJS. || Op den Reghel Fol: 25, 26 en 27. || *Van sijn* BOECK *ghenaemt den* || NIEUWEN STEL-REGEL. || [Ornament] || 's GRAVEN-HAGE, || Ten

Huyse vanden AUTHEUR in *Sphaera Mundi,* || naest de Remonstransche Kerck. 1640. 4°.

[IV], blz. 1—30. Dan volgt de titel:

24)* AEN-HANGH || op dit || REDEN-MAETIGH || BEWIJS. || *Waer-in ghetoont wordt, het gene* WAESSE- || NAER *op den zelfden Regel gheschreven heeft,* || *niet anders, als Rechte Beuselinghen zijn.*

Blz. 31—58. Te zamen A—H.

25)* *I. I STAMPIOENII* || VERVOLGH || Op zijn Reden-maetigh Bewijs, || *Waer mede betoont wordt, dat den Regel Fol:* 25 *in het* || *Boeck, ghenaemt den Nieuwen-Stel-Regel, van* || *sich selven bestandigh is.*

8 blz. 4°.

26) LETTRES INÉDITES || DE || DESCARTES || PRÉCÉDÉES || D'UNE INTRODUCTION || par || EUGÈNE DE BUDÉ. || Traduction et droits réservés. || PARIS || LIBRAIRIE DE A. DURAND ET PEDONE-LAURIEL. || Rue Cujas, 9 (ancienne rue des Grès. 7) || 1868. XXIV. 48 blz. 8°.

27)* VERCLARINGE || Over het Gevoelen by de E: H: || PROFESSOREN || MATHESEOS || DER || UNIVERSITEYT tot LEYDEN || uyt-ghesproken, || NOPENDE || *Den Regel Fol.* 25. *van* J. Stampioen, || *ende 't ghene op de naem van een* Waessenaer || *daer teghens is uyt-ghecomen.* || Welcke dese Verclaeringhe soodanigh ghestelt is, || dat yeder een daer uyt can oordeelen dat den Regel fol. 25. be- || schreven van *Johan Stampioen de Jonge* in sijnen Nieuwen Stel-Regel, || seer licht, generael, ende de waerheydt conform is, om daer || door den Teerling-wortel te trecken uyt twee- || naemighe ghetallen. || *'S GRAVEN-HAGE,* || Inde Druckerye vanden Autheur in || *Sphaera Mundi.* Anno 1640. 28 blz. 4°.

28)* DEN || On-wissen Wis-konstenaer || I. I. STAMPIOENIVS || *ONTDECKT* || Door sijne ongegronde Weddinge ende || mis-lucte Solutien van sijne eygene || *QVESTIEN.* || MIDTSGADERS || Eenen generalen Regel om de Cubicwortelen ende alle || andere te trecken uyt twee-namighe ghetallen: || dewelcke voor desen niet bekent en is geweest. || NOCH || *De Solutien van twee sware Geometrische Questien door de* Algebra: || *dienstich om alle andere te leeren ontbinden.* || DOOR || IACOBVM à WAESSENAER, || *Land-meeter tot Vytrecht.* || [Ornament] || TOT LEYDEN, || Gedruct by *Willem Christiaens.* voor *Johannes Maire.* || ANNO 1640. 4°.

A—L. 88 blz.

29)* GHEBRUIK, en ONGHEBRUIK || VAN 'T || ORGHEL || *In de Kerken der Vereenighde Nederlanden.* || Beschreven door || CONSTANTYN HUIGENS, || Ridder. || *Heere van Zuylichem, Zeelhem ende Mo-* || *nickeland. Eerste Raad, en Re-* || *kenmeester van zijn Hoogheidt,* || *den Heere Prince van* ||

Oranje. || Verrijkt met eenighe Zanghen. || [Ornament.] || T'AMSTERDAM, || By ARENT GERRITSZ. vanden HEUVEL, || Boek-verkooper inde Pieter Jacob-straet. || ANNO 1660. [10], 180 blz. 8°.

Vooraan een gegraveerde titel met portret van „CONSTANTER." Aan het einde staat:

T'AMSTERDAM, || By PIETER DIRCKSZ. BOETEMAN, Boeck- || drucker, op de Egelantiers-gracht. 1660.

ERRATA.

§ 3	regel 22	*voor*	1632	*lees*	1639
§ 9	regel 11	*voor*	Baptiste	*lees*	Baptista
	regel 15	*voor*	plutost	*lees*	plustost
	regel 19	*voor*	BA	*lees*	DA
	regel 27	*voor*	que le	*lees*	que la
	regel 40	*voor*	empeche	*lees*	empesche
	regel 59	*voor*	ny	*lees*	ny de
	regel 65	*voor*	3/4	*lees*	1/4
§ 11	regel 27	*voor*	le	*lees*	la [sic]
	regel 38	*voor*	fait	*lees*	faict
	regel 42	*voor*	faict	*lees*	faicte
	regel 48	*voor*	qu'aupres	*lees*	qu'apres
	regel 50	*voor*	concertation	*lees*	concertations
	regel 66	*voor*	en	*lees*	sur

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 27 November 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, KAMERLINGH ONNES, HUBRECHT, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, PLACE, BEIJERINCK, HOEK, VAN 'T HOFF, DE VRIES, FORSTER, ZAAIJER, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, SCHOLS, VAN DIESEN, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, ZEEMAN, BIERENS DE HAAN, KORTEWEG, BOSSCHA, J. A. C. OUDEMANS, MULDER, FRANCHIMONT, A. C. OUDEMANS JR., RAUWENHOFF, STOKVIS, BEHRENS, LORENTZ, MAC GILLAVRY, GUNNING en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris; voorts het correspondeerend lid, de Heer VAN DER BURG.

— Het Proces-Verbaal der vorige zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. BOSSCHA, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 11 November 1886; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teyler's Stichting te Haarlem, 13 November 1886; 3°. F. W. VAN EEDEN, Secretaris der Nederlandsche Maatschappij ter bevordering van Nijverheid te Haarlem, 12 November 1886; 4°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der stads-Bibliotheek te Haarlem, 13 November 1886; 5°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 13

November 1886; 6°. D. CARUTTI, Rome, 3 November 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 4, 26 November 1886; 2°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 1 November 1886; 3°. CONWENTZ, Secretaris der naturforschende Gesellschaft te Danzig, 20 Juli 1886; 4°. R. HEIDENHAIN, Voorzitter der schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 1 September 1886; 5°. E. C. PICKERING, Directeur van Harvard College Observatory te Cambridge, 7 October 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren 1°. brieven van de Heeren MARTIN en VERLOREN, waarin zij zich over hunne afwezigheid ter Vergadering verontschuldigen. De Heer VERLOREN kondigt tevens aan, dat hij in den loop dezer maand den 70jarigen leeftijd bereikt zal hebben, en dus tot de rustende leden zal behooren over te gaan; 2°. een schrijven van Z. E. van Staat en van Binnenlandsche Zaken (26 November 1886) waarin opheldering gevraagd wordt omtrent eene naar des Ministers oordeel bestaande tegenstrijdigheid tusschen de wenschen, uitgedrukt in het adres der Heeren STOKVIS, FORSTER en RUYSCH, over het oprichten van eene barak ter behandeling van choleralijders, en het daaromtrent uitgebracht gunstig advies der Afdeeling. Eene gedachtenwisseling over de uitdrukkingen, in beide stukken gebezigd, geeft aanleiding tot het opstellen van eene verklaring door de Heeren STOKVIS, FORSTER, MAC GILLAVRY, ZEEMAN en ZAAIJER, die, aan het einde der Zitting voorgelezen, duidelijk doet uitkomen, dat de tegenstrijdigheid, door den Minister in de stukken vermoed, in werkelijkheid niet bestaat. Deze verklaring, waarmede de Vergadering genoegen neemt, zal den Secretaris, bij het beantwoorden van des Ministers missive, tot leiddraad verstrekken.

— De Heer BEHRENS draagt het rapport voor der Commissie voor eene nieuwe geologische kaart van Nederland. De denkbeelden, daarin uitgedrukt, geven aanleiding tot eene gedachtenwisseling, waaraan, behalve de Voorzitter, deelnemen de Heeren STOKVIS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, BOSSCHA, VAN DIESEN, HUBRECHT en BEHRENS.

De Voorzitter dankt voorloopig den Rapporteur. Hij merkt op, dat het niet te verwonderen is, dat de Commissie de vele moeilijkheden uiteenzet, die het maken van eene geolosche kaart van Nederland met zich brengt. Hij erkent, dat op de veelomvattende vraag van Z. E. niet wel volledig kan geantwoord worden, en denkelijk de inzichten van anderen daartoe noodig zullen zijn, maar vraagt of de Commissie geene aanleiding heeft gevonden een plan te overwegen, hoe zij zoude meenen dat het onderzoek zou moeten worden ingesteld, en of zij daartoe ook meer leden in de Commissie wenschte opgenomen te zien, of ook de medewerking van personen buiten de Akademie verlangde.

De Heer STOKVIS, op wiens verzoek de brief der Afdeeling van 7 Februari 1874, waarop de Minister zich beroept, wordt voorgelezen, meent, op grond van den inhoud van dit schrijven, dat het niet wel aangaat, tot den Minister allereerst het verzoek te richten, nauwkeurig aan te geven tot welk doel Z. E. de geologische kaart wenscht te bestemmen, maar dat de Afdeeling zelve licht moet verschaffen, omdat de drang tot het uitgeven van eene nieuwe kaart van haar is uitgegaan.

De Heeren VAN DE SANDE BAKHUYZEN, BOSSCHA, VAN DIESEN en HUBRECHT sluiten zich bij deze beschouwingen aan, terwijl de Heer BEHRENS eenige opmerkingen ten beste geeft, strekkende om het standpunt der Commissie nader toe te lichten, en daarmede tevens den Voorzitter te beantwoorden.

Uit de gevoerde discussiën blijkt, dat men zich niet wel vereenigen kan met het denkbeeld, allereerst een onderzoek te doen instellen naar de bruikbaarheid van de demarcatielijn van STARING. Dit onderzoek toch zou zeer veel tijd kosten, en den schijn kunnen doen ontstaan, alsof men de

taak, aan de Afdeeling opgedragen, tot eene ver verwijderde toekomst zou willen verschuiven.

Van daar dan ook het voorstel van den Heer VAN DIESEN, dat de Commissie diligent verklaard en haar verzocht worde, de Afdeeling in staat te stellen om den Minister bekend te maken met de verschillende wijzen, waarop eene geologische kaart van Nederland kan worden ingericht en dit in bijzonderheden aan te toonen; en de opmerking van den Heer HUBRECHT, dat het, in overeenstemming met des Ministers opdracht, tevens wenschelijk ware, dat de Commissie aan de te ontwerpen plannen toevoegde: 1^{0}. eene aanbeveling van personen, in staat om zich met de uitvoering dier plannen te belasten, en 2^{0}. eene raming van kosten.

De Voorzitter, meenende dat de Minister, met deze inlichtingen toegerust, eene keuze zoude behooren te doen, al naar gelang van het doel, 't welk Z.E. zich voorstelt met het uitgeven der kaart te bereiken, stelt voor, het voorstel van den Heer VAN DIESEN, geamendeerd volgens het verlangen van den Heer HUBRECHT, goed te keuren.

Aldus wordt besloten.

De Voorzitter acht het wenschelijk, ook op grond dat de Heer VERLOREN tot de rustende leden is overgegaan, de Commissie voor de geologische kaart met nog eenige leden aan te vullen, en vestigt daarbij zijne keuze op de Heeren VAN DIESEN, VAN BEMMELEN en VAN RIEMSDIJK. De eerste, ter Vergadering tegenwoordig, neemt de opdracht aan; aan de beide andere Heeren zal van hunne benoeming kennis worden gegeven.

— De Heer BEHRENS spreekt over de bepaling der gemiddelde hardheid van gesteenten, volgens de methode van Prof. PFAFF te Erlangen. De afschuring is hem gebleken niet alleen van de hardheid af te hangen, maar buitendien van de vastheid (compactheid) en van de veerkracht (elasticiteit) der gesteenten.

— De Heer HUBRECHT levert eene nadere bijdrage tot de

phylogenie van het zenuwstelsel der Vertebraten. Spr. vermeldt de verschillende hypothesen, die, meer bijzonder met betrekking tot de centraaldeelen van het zenuwstelsel: hersenen en ruggemerg, tot heden aanhang gevonden hebben. In het zenuwstelsel der Nemertea, dat in zoovele opzichten nog op een recht primitieven trap staat, wordt door spr. een toestand aangetroffen, die niet alleen de centrale deelen van het zenuwstelsel, maar ook de peripherische banen en het ingewandszenuwstelsel der gewervelde dieren in eersten aanleg schijnt te bevatten. Met terzijdestelling van de vroeger door hem en anderen gehuldigde voorstelling, als hadde men zich de wording van het ruggemerg door samensmelting van twee aanvankelijk zijdelingsche zenuwstammen te denken, wenscht hij thans eene meer doeltreffende oplossing van dit phylogenetische vraagstuk aan de hand te doen. De gegevens daartoe werden grootendeels verschaft door in alkohol geconserveerd materiaal, dat van de reis van de CHALLENGER afkomstig was.

In hoofdzaak komen deze nieuwe beschouwingen hierop neder. Bij alle Nemertinen is naast de zijdelingsche stammen een dorsomediane zenuwstam in den samenhangenden zenuwplexus aanwezig, die òf in het integument, òf te midden der spierlagen gevonden wordt. Deze stam is het aequivalent van het ruggemerg; van hem gaan gepaarde, metameer geplaatste dwarsstammen af, die het lichaam omspannen en fijne takjes naar spieren en integument afgeven.

Deze dwarsstammen laten zich ongekunsteld met de meer primitieve ruggemergszenuwen der lagere Chordata vergelijken; ook in dit opzicht, dat door hen viscerale takjes naar den darmwand en de bloedruimten worden afgegeven.

Naast deze hoofdpunten verdienen nog een tweetal vragen de aandacht, en wel: 1°. zijn van de zijdestammen en hersenlobben der Nemertinen bij de Vertebraten nog rudimentaire overblijfselen aanwezig? 2°. Is ook van den zoogen. nervus vagus der Nemertinen bij de Vertebraten nog een spoor te vinden?

De eerste vraag beantwoordt spr. in dien zin, dat wellicht de ramus lateralis nervi vagi of nervus lateralis der lagere

Vertebraten als zoodanig overblijfsel van zijdelingsche stammen mag beschouwd worden, en de in haar voorste verlenging aangetroffen ganglien der kopzenuwen als het overblijfsel van de gepaarde hersenlobben der stamvaderlijke Wormen. De waarneming van RANSOM en D'ARCY THOMSON, dat nl. bij Petromyzon metamere verbindingen tusschen de ruggemergszenuwen en den n. lateralis aanwezig zijn, geeft aan dit vermoeden krachtigen steun.

Wat den n. vagus der Nemertinen betreft, zoo mag men wellicht met hem de r. intestinalis vagi der Vertebraten in genetisch verband brengen. Ook de polymerie van den vagus der Vertebraten is, wanneer men tot het Nemertinen-zenuwstelsel opklimt, op ongedwongen wijze verklaarbaar.

— De Heer VAN 'T HOFF handelt over de vorming van Astrakaniet uit een mengsel van natrium- en magnesiumsulfaat. Hij heeft waargenomen, dat deze vorming boven $21^{1}/_{2}{}^{0}$ plaats heeft, terwijl onder die temperatuur het tegenovergestelde geschiedt. Een soortgelijke waarneming werd gedaan ten aanzien van het ontstaan van natriumammoniumracemaat uit een mengsel van links- en rechtsdraaiende wijnsteenzure zouten.

— Voor de boekerij der Akademie worden aangeboden, door den Heer BUYS BALLOT: Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek 1878, 2de Deel; door den Heer SCHOLS: Waterbouwkunde, 3de Deel, 3de gedeelte, door de Heeren N. H. HENKET, CH M. SCHOLS en J. M. TELDERS, en door den Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN: Verslag van den staat der Sterrenwacht te Leiden, van 15 September 1885 tot 21 September 1886.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

— De Heer SCHOLS spreekt over de kromming van de projectie van de geodesische lijn.

Hij herinnert er aan, dat bij iedere kaartprojectie zich noodzakelijk afwijkingen moeten vertoonen tusschen het terrein en de voorstelling daarvan op de kaart. Deze afwijkingen doen zich in de eerste plaats gevoelen in de veranderingen die de hoeken, de lengten der lijnen en de inhouden ondergaan. Gaat men een stap verder, dan vindt men dat de geodesische lijnen, dat zijn de lijnen die op het aardoppervlak als recht beschouwd moeten worden, op de kaart niet meer recht zijn, maar dat zij in het algemeen door gebogen lijnen worden voorgesteld.

Zijn de wetten volgens welke de eerstgenoemde afwijkingen plaats hebben volledig onderzocht, met die voor de laatstgenoemde afwijking is dit nog niet het geval.

Alleen voor het geval van de conforme projecties is de wet bekend volgens welke de kromming van verschillende geodesische lijnen gaande door een zelfde punt met de richting dier lijnen verandert. Die kromming is namelijk evenredig met den cosinus van den hoek dien de lijn maakt met de lijn van gelijke vergrooting. Telt men de hoeken ten opzichte van eene willekeurige richting in de kaart, dan wordt die kromming voorgesteld door eene uitdrukking van den vorm:

$$B_1 \sin A' + B_2 \cos A'.$$

Dus eene homogene lineaire functie van den sinus en den cosinus van den hoek, dien de lijn maakt met eene willekeurige richting in de kaart.

Spreker heeft zich nu de vraag gesteld hoe bij eene willekeurige projectie in een willekeurig punt de kromming van de projectie van de geodesische lijn verandert met de richting dier lijn in de projectie. Langs analytischen weg voor een omwentelingsoppervlak en door meetkunstige beschouwing voor een willekeurig oppervlak, komt hij tot het resultaat, dat die kromming in het algemeen wordt uitgedrukt door een homogeen polynomium van de derde macht van den sinus en den cosinus van den hoek, dien

de lijn in projectie maakt met eene willekeurige richting. Die kromming wordt dus voorgesteld door de uitdrukking:

$$B_1 \sin^3 A' + B_2 \sin^2 A' \cos A' + B_3 \sin A' \cos^2 A' + B_4 \cos^3 A'$$

waarin B_1, B_2, B_3 en B_4 alleen functie zijn van de plaats van het beschouwde punt, niet van de richting der lijn.

Voor het bijzondere geval van de conforme projectie wordt $B_1 = B_3$ en $B_2 = B_4$, waardoor de uitdrukking voor de kromming onmiddellijk overgaat in de boven voor dat bijzondere geval aangehaalde uitdrukking.

De gevonden uitdrukking voor de kromming wordt nu toegepast op verschillende groepen van projecties van omwentelingsoppervlakken.

In de eerste plaats op de conische en de cilindrische projecties. Uit de symmetrie, die bij deze projecties voor ieder punt ten opzichte van den meridiaan van dat punt bestaat, valt onmiddellijk op te maken, dat, wanneer de hoeken niet gerekend worden van eene willekeurige richting, maar van den meridiaan door het beschouwde punt, de waarden van B_2 en B_4 nul moeten worden, zoodat de uitdrukking voor de kromming dezen vorm verkrijgt:

$$B_1 \sin^3 A' + B_3 \sin A' \cos^2 A'.$$

Na de algemeene uitdrukkingen voor B_1 en B_3 te hebben opgemaakt, beschouwt hij het bijzondere geval, dat men te doen heeft met eene betrekkelijk smalle strook in de nabijheid van den parallelcirkel van het centrale punt (bij de cilindrisch projectie[illegible] equat[illegible]n' komt daarbij tot het besluit, dat in d[illegible] parallelcirkel de maximum krommin[illegible]ige projectie *minstens* gelijk is aan [illegible] bij de conforme kegel-[illegible]

[illegible]nithale projecties van [illegible] verkrijgt men voor de [illegible]

[illegible] $\cos^2 A'$,

wanneer namelijk de hoeken A' geteld worden van uit de voerstraal door het centrale punt.

Tot deze groep behoort onder andere de centrale projectie en daarbij wordt naar behooren gevonden, dat de kromming van de projectie van de geodesische lijn, dat is hier van den boog van den grooten cirkel, nul is, zoodat dus de boogen van groote cirkels door rechte lijnen worden voorgesteld, eene bekende eigenschap van die projectie.

Ook bij de zenithale projecties wordt nader onderzocht wat er van de bedoelde kromming is in de nabijheid van het centrale punt, en daarvoor wordt gevonden dat de twee grootheden B_1 en B_3 aan elkaar gelijk zijn, zoodat in de nabijheid van dat punt de kromming wordt voorgesteld door de eenvoudige formule:

$$B_1 \sin A'.$$

In de nabijheid van het centrale punt volgen dus alle zenithale projecties, wat de kromming betreft, dezelfde wet die men bij conforme projecties in het algemeen aantreft; zij onderscheiden zich alleen wat betreft de grootte der kromming. Stelt men bij voorbeeld die kromming voor de conforme projectie (dat is hier de stereographische) gelijk één, dat is zij voor de:

centrale	0
equidistante.	$1^1/_3$
equivalente	$1^1/_2$
orthogonale.	2
perspectivische	$\frac{2F}{F+R}$

in welke laatste uitdrukking R de straal van den bol en F de afstand van het oog tot het midden van den bol voorstellen.

Ten slotte behandelt spreker de vraag of er ook projecties zijn, waarbij de geodesische lijnen worden voorgesteld door rechte lijnen of door cirkels. Bij den bol zijn twee dergelijke projecties bekend, namelijk de centrale en de

stereographische. De vraag splits zich daardoor in twee deelen: 1°. bestaan er voor een willekeurig omwentelingsoppervlak ook dergelijke projecties en 2°. bestaan er voor den bol nog andere dergelijke projecties dan de reeds genoemde.

De eerste vraag moest ontkennend beantwoord worden; het bleek namelijk dat dergelijke projecties alleen mogelijk zijn bij die omwentelingsoppervlakken, waarbij de straal van den parallelcirkel wordt uitgedrukt door:

$$a\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi},$$

waarin a en k twee constanten en φ de geographische breedte voorstellen. Tot deze oppervlakken behoort wel de bol maar niet de omwentelingsellipsoïde.

De tweede vraag werd bevestigend beantwoord. Bij den bol werd eene geheele reeks projecties gevonden, waarbij de boogen van groote cirkels door rechte lijnen worden voorgesteld. Zooals wel te verwachten was konden al deze projecties uit de centrale worden afgeleid, door lineaire transformatie.

Ook bleken er een groot aantal projecties te zijn, waarbij de bogen van groote cirkels, door cirkels worden voorgesteld. Deze projecties kan men verkrijgen of door eerst de figuren op den bol te transformeeren door middel van de formules:

$$b + c \cot \lambda = \cot \omega$$

$$g \frac{\tang \varphi}{\sin \lambda} + e + f \cot \lambda = \frac{\tang \psi}{\sin \omega}$$

en daarna stereographisch op een plat vlak te projecteeren; of ook door middel van de formules:

$$X = a \frac{D}{F + \sqrt{D^2 + E^2 + F^2}}$$

$$Y = a \frac{E}{F + \sqrt{D^2 + E^2 + F^2}}$$

waarin:

$$D = \cos\varphi \sin\lambda$$

$$E = g_1 \sin\varphi + e_1 \cos\varphi \sin\lambda + f_1 \cos\varphi \cos\lambda$$

$$F = g_2 \sin\varphi + e_2 \cos\varphi \sin\lambda + f_2 \cos\varphi \cos\lambda$$

als a, g_1, g_2, e_1, e_2, f_1 en f_2 zeven willekeurige constanten voorstellen.

Als bijzondere gevallen behooren hiertoe de centrale en de stereographische projectie; welke laatste tevens blijkt de eenige conforme projectie te zijn, waarbij de bogen van groote cirkels door cirkels worden voorgesteld. Onder de equivalente projecties is er geen enkele die deze eigenschap bezit.

Tot de projecties, die de genoemde eigenschap bezitten, bleken vooral te behooren eene reeks zenithale projecties, namelijk die waarbij de voerstraal wordt uitgedrukt door de formule:

$$\varrho = a\left[\sqrt{1 + e^2 \cot^2 \alpha} - e \cot \alpha\right]$$

als α de spherische afstand tot het centrale punt voorstelt.

— De Heer FORSTER deelt de uitkomst mede van proeven, door den Heer ROMIJN in het Hygiënisch laboratorium te Amsterdam genomen, met het doel om den invloed na te gaan van alcohol op de stofwisseling bij den hongerlijdenden mensch. Het meest trok de aandacht de aanzienlijke hoeveelheid phosphorzuur, gedurende het gebruik van alcohol in de urine gevonden, van welk verschijnsel de oorzaak werd gezocht in de prikkeling van het centrale zenuwstelsel. Tusschen den spreker en den Heer DONDERS ontstaat eene discussie over de vraag, wat men onder voedingsstof te verstaan hebbe, en of alcohol tot de reeks dier stoffen behoort of niet.

— De Heer BUYS BALLOT handelt over de door hemzelven voorgestelde en door Dr. VAN DER STOK nader omschreven methode, volgens welke de grenzen tusschen de verschillende soorten van magnetische storingen getrokken worden, en

dat wel bepaaldelijk toegepast op de door Dr. VAN DER STOK zelven uit Batavia medegedeelde waarnemingen en op die, welke te Paulowsk en te Utrecht ten tijde van het internationaal Poolonderzoek 1882/83 gedaan zijn.

— De Heer HOFFMANN biedt, uit naam van Dr. DE MAN, voor de Bibliotheek der Akademie aan diens »Untersuchungen ueber freilebende Nordsee-Nematoden."

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

VOORLOOPIG VERSLAG

DER

LIMNORIA-COMMISSIE.

(Voorgedragen in de Vergadering der Afd. Natuurkunde op 18 Dec. 1886).



In de Vergadering der Natuurkundige Afdeeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen van 30 Januari 1886 had de Commissie de eer mede te deelen, dat Limnoria lignorum als houtverwoester door haar was aangetroffen ook in Nederlandsche zeeweringen en wel te Wemeldinge.

Op grond daarvan heeft de Afdeeling bij Zijne Excellentie den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid met gunstig gevolg aangedrongen op het verleenen eener geldelijke toelage, waardoor tot een stelselmatig onderzoek naar het voorkomen van genoemd schaaldier ten onzent kon worden overgegaan.

Daarbij heeft de Commissie er in de eerste plaats naar gestreefd, zooveel mogelijk de aandacht van de betrokken autoriteiten te vestigen op het bestaan van Limnoria en op den aard van de daardoor veroorzaakte verwoestingen. Met dat doel is door haar een schrijven gericht aan verschillende leden van het Corps Ingenieurs van den Waterstaat; met dat doel zijn door de Heeren G. VAN DIESEN en P. P. C. HOEK mededeelingen, dit onderwerp betreffende, gedaan aan het Koninklijk Instituut van Ingenieurs en aan de Dierkundige Vereeniging; met dat doel eindelijk is door den Heer HOEK eene vergroote afbeelding van de Limnoria lignorum ver-

vaardigd, waarvan afdrukken in handen gesteld zijn van het personeel van den Waterstaat, daar waar het voorkomen van het bedoelde schaaldier kon worden vermoed.

In de tweede plaats heeft de Commissie, volgens door haar verstrekte aanwijzingen, proeflatten van ongekreosoteerd dennenhout doen aanbrengen, daar waar aan het optreden van Limnoria kon worden gedacht, als:

In Zeeland: te Bath, Hansweert, Hoedekenskerde, Borsele aan de Wester-Schelde; te Tholen, Wemeldinge, Oost-Beveland en Zierikzee aan de Ooster-Schelde; te Veere, Middelburg en Vlissingen aan het Kanaal door Walcheren; te Renesse, Brouwershaven, Zijpe en Stavenisse;

in Zuid-Holland: aan den Hoek van Holland;

in Noord-Holland: te IJmuiden, Nieuwe Diep, Texel, Terschelling, Urk en Marken;

in Friesland: te Stavoren en Harlingen;

in Groningen: te Delfzijl.

In de derde plaats heeft de Commissie zich, zoowel door onderzoek van toegezonden aangetast hout, als door persoonlijk bezoek van enkele harer leden aan Wemeldinge, IJmuiden, Texel, Enkhuizen, Urk, Marken, Zeeburg tegenover Schellingwoude, Nieuwediep, Terschelling en Harlingen, van de aanwezigheid van Limnoria en van den omvang en aard der daardoor aangerichte verwoestingen op de hoogte gesteld.

Wij hebben de eer hierbij mededeeling te doen van de door ons op deze wijze verzamelde gegevens:

Voorkomen in Zeeland.

a. Zuid-Beveland.

Zooals reeds in onze vorige mededeeling vermeld is, werd den 16den Januari 1886, op het bericht van den Ingenieur VAN DEN THOORN, gevolgd door de toezending van een stukje eener aangetaste proeflat, door den Heer HOEK een bezoek aan Wemeldinge op Zuid-Beveland gebracht en vastgesteld dat de Limnoria aldaar voorkwam en bezig was verwoestingen aan te richten in:

1°. een in 't voorjaar van 1884 geplaatste dennen proef

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 18 December 1886.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, MICHAËLIS, BIERENS DE HAAN, BOSSCHA, VAN DIESEN, SCHOLS, J. A. C. OUDEMANS, VAN BEMMELEN, DONDERS, RAUWENHOFF, BEHRENS, HUBRECHT, STOKVIS, KORTEWEG, VAN DER WAALS, LORENTZ, HOEK, VAN 'T HOFF, VAN RIEMSDIJK, MARTIN, FORSTER, HOFFMANN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, PLACE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Wordt gelezen de Brief van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie, van den directeur van het Royal Observatory te Edinburg, 26 November 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten Geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 3 December 1885; 2°. W. N. DU RIEU, Bibliothecaris der Rijks-Universiteit te Leiden, December 1886; 3°. D. STRICKER, Bibliothecaris der Senckenbergische naturforschende Gesellschaft te Frankfurt a./M., 23 November 1886; 4°. W. EBSTEIN, Göttingen, 22 November 1886;

waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Ingekomen zijn: 1°. een brief van Dr. Ebstein, ter begeleiding van een ten geschenke aangeboden werk over de jicht, en 2°. eene Circulaire der Société Ouralienne d'amateurs des Sciences naturelles, ter begeleiding van het programma der in 1887 te Ekatharinaburg te houden »Exposition Scientifique et industrielle de la Sibérie et des Monts Ourals".

— De Heer Martin licht het standpunt toe, door de Commissie voor de geologische kaart van Nederland ingenomen, toen zij haar eerste rapport voor de Afdeeling gereed maakte, en houdt de meening staande, dat een nader overleg met den Minister, al ware het enkel om de financieele zijde van het vraagstuk te regelen, aan verdere bemoeiingen behoorde vooraf te gaan. De Voorzitter echter brengt in herinnering dat in de November-Vergadering tot het volgen van den omgekeerden weg besloten werd, en drukt zijn leedwezen uit, dat de Heer Martin verhinderd was die Vergadering bij te wonen. Het denkbeeld dat de Commissie, zoo de Afdeeling daartoe geene termen mocht vinden, wellicht zelve met den Minister in voorloopig overleg zou kunnen treden, wordt niet ondersteund en komt dus niet in stemming. De Afdeeling ziet dus allereerst een nader rapport van de Commissie te gemoet, en hoopt daarin een antwoord te vinden op het schrijven, dat, volgens het besluit der November-Vergadering, aan de Commissie werd afgezonden.

— De Limnoria-Commissie brengt, bij monde van den Heer Hubrecht, een voorloopig Verslag uit, waaruit voornamelijk blijkt: 1°. dat de Limnoria overal langs onze kusten is waargenomen, en 2°. dat de kreosoteering van het hout niet afdoende schijnt te wezen om het schaaldier te weren. Op het verlangen der Commissie, zal een afschrift van dit rapport aan Z. E. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid worden toegezonden.

Belangrijk is, bij deze groote verspreiding der Limnoria in Zeeland, het bericht, ons door den Hoofd-Ingenieur E. Piens te Brugge geworden, dat aan de kust van West-Vlaanderen geen aantasting waargenomen werd. Te dezen aanzien achten wij het echter geraden ons oordeel op te schorten, daar het ons *a priori* hoogst onwaarschijnlijk voorkomt dat de Belgische kust zou verschoond zijn gebleven van een houtverwoester, die aan de Fransche, Engelsche en Nederlandsche kusten zoo talrijk is.

Voorkomen in Noord-Holland.

a. Texel en Nieuwediep.

De door ons medelid van Diesen in het Koninklijk Instituut van Ingenieurs gedane mededeeling en de overlegging aldaar van door Limnoria aangetast hout was aanleiding, dat de Ingenieur J. W. Welcker met vrij groote zekerheid kon mededeelen dat te Texel, in de haven beoosten Oude Schild, Limnoria voorkomt.

Zulks werd inderdaad volkomen bevestigd door eene zending gekreosoteerd en ongekreosoteerd vurenhout, ons door den Hoofd-Ingenieur L. J. du Celliée Muller geworden, als ook door een tweede, die ons van de zijde van den Heer Welcker toekwam, en daarna door een onderzoek ter plaatse van ons medelid Hoek. Daarbij bleek, dat de schoeiing aan de Zuid-Westzijde van de haven het sterkst aangetast was. Van de laagwaterlijn (87 cM. beneden A. P.) tot ongeveer 0.35 M. boven de laagwaterlijn zijn de meeste palen doorgevreten, zoodat zij alleen door de gording in elkaar hingen; de bedoelde palen waren in 1862 geplaatst.

Sedert zijn ook de in Juni aangebrachte proeflatten, blijkens onderzoek van den Ingenieur Welcker dd. 18 October l.l., voor het meerendeel door Limnoria aangetast en wel tusschen 0.50 M. en 2.20 M. onder volzee (18 cM. boven A. P.).

Zooals zich liet vermoeden komt ook de Limnoria aan het Nieuwediep voor. Hoewel zij aldaar niet in bestaand houtwerk werd aangetroffen, zooals door het onderzoek van den Heer Welcker bleek, overtuigde genoemde Ingenieur zich 19 Oct. toch van haar aanwezigheid in de in Juni

geplaatste proeflatten tusschen 0.95 M. en 1.70 M. onder volzee (18 cM. boven A. P.).

b. IJmuiden.

Reeds in April 1886 werd door den opzichter VAN SLUIJS, die de Limnoria te Wemeldinge had leeren kennen, genoemd schaaldier aangetroffen te IJmuiden, doch bij uitsluiting in een nabij de semaphore alleenstaanden dennenpaal, zooals door toezending van aangetast hout en door een onderzoek ter plaatse van den Heer J. H. VAN 'T HOFF werd bevestigd. Ook van de op 13 Mei geplaatste proeflatten bleek op 19 October slechts die, welke aan dezen paal was aangebracht, door Limnoria aangetast te zijn en wel tusschen 70 en 115 cM. beneden A. P.

Wij kunnen hierbij mededeelen, dat noch op Urk, waar door de Heeren HOEK en VAN 'T HOFF een onderzoek werd ingesteld, noch op Marken, noch bij Schellingwoude, welke plaatsen de Heer VAN 'T HOFF bezocht, Limnoria werd gevonden.

Voorkomen in Friesland.

Ook de Friesche kust bleef van aantasting door Limnoria niet verschoond, zooals ons bleek uit hout toegezonden door den waarnemenden Hoofd-Ingenieur H. E. DE BRUIJN, dd. 21 Augustus 1886, en afkomstig van het Waterschap het Nieuwe Bildt. Een bezoek ter plaatse, door den Heer HOEK gebracht, leerde dat de aantasting aanzienlijk was en palen van 25 cM. in 't vierkant, hoofdzakelijk door Limnoria, weggeknaagd waren tot op een dikte van 5 cM. in 't vierkant.

Kort daarna, 6 October 1886, werd ons door den opzichter VISSER te Harlingen hout toegezonden, afkomstig van het Waterschap Vijfdeelen Zeedijken Binnendijks, op ± 9 K. M. benoorden Harlingen; ook dit bleek Limnoria te bevatten en genoemde Heer berichtte, dat deze overal tusschen Nieuw Bildt en laatstgenoemd Waterschap wordt aangetroffen.

Wat Harlingen zelf betreft, ook daar werd 20 October ll., blijkens mededeeling van den waarnemenden Hoofd-Ingenieur DE BRUIJN, Limnoria aangetroffen in een der op verzoek van onze Commissie in Mei geplaatste proeflatten; de aantasting was tusschen 70—170 cM. onder A. P. het belang-

rijkst, hetgeen bij onderzoek van ontvangen stukken werd bevestigd.

Dat bovendien nog zuidelijk van Harlingen Limnoria wordt gevonden bleek ons dd. 23 October ll. uit eene bezending van den opzichter VISSER, bevattende hout, afkomstig van het Waterschap de Vijfdeelen Zeedijken Buitendijks, 3 K. M. bezuiden Harlingen.

Op grond van de hierboven gemelde waarnemingen meenen wij het eerste gedeelte van ons onderzoek, dat gericht was op het voorkomen en de verspreiding van Limnoria lignorum in onze zeeweringen, te mogen besluiten met de uitspraak, dat de genoemde houtverwoester zijn' nadeeligen invloed inderdaad ook in ons vaderland en wel langs de geheele kust doet gevoelen, overal waar slechts hout voor de zeeweringen gebruikt wordt. Het creosoteeren, in de mate waarin dat tot heden gebruikelijk is, mag zelfs geen afdoend voorbehoedmiddel geacht worden. Wij voegen hieraan toe, dat het, in verband met de opdracht van Zijne Excellentie, in onze bedoeling ligt alsnu ook de levenswijze en de werking van Limnoria lignorum aan een nader onderzoek te onderwerpen, maar meenen niettemin dat het bovenstaande reeds thans ter kennis van de Regeering behoort gebracht te worden. Immers blijkt uit de missive van 27 November 1885, dat, toen die opdracht aan de Akademie werd gegeven, omtrent het voorkomen van Limnoria in Nederlandsche zeeweringen nog geenerlei vermoedens gekoesterd werden.

Amsterdam,
18 December 1886.

A. A. W. HUBRECHT,
C. K. HOFFMANN,
G. VAN DIESEN,
TH. MICHAËLIS,
J. H. VAN 'T HOFF,
P. P. C. HOEK.

MEDEDEELING

betreffende de herverificatie van een voor den IJk te Batavia bestemd stel gewichten, en de herweging van zes der zeven in 1856 vervaardigde, en in het 7de deel der 1ste Reeks der *Verslagen en Mededeelingen* van de Natuurkundige Afdeeling der Kon. Akademie van Wetenschappen besprokene, verguldkoperen standaardkilogrammen, alsmede van dat der Polytechnische School, (P″), het kilogram van VAN SWINDEN, het koperen standaardkilogram B van het jaar 1838 en nog andere; gevolgd (in de 1ste Aanteekening) van een overzicht der werkzaamheden der Nederlandsche Commissies van Maten en Gewichten van 1799, 1838 en 1856,

DOOR

J. A. C. OUDEMANS.

§ 1. AANLEIDING TOT DEZEN ARBEID.

Op den 5den Februari 1884 ontving ik eene missive van Z.Exc. den Minister van Koloniën, Lett. F, N°. 15, behelzende het bericht, dat uit Indië ontvangen was het verguldkoperen standaardkilogram, dat in 1857 door mijne zorgen naar O. I. was overgebracht, (*V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 36 en 2de Reeks, Deel XVI, blz. 359, de noot) [1]), benevens een stel verniste [2]) afgeleide gewichten, dat in 1867, na verificatie door de Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, ten

dienste van het IJkwezen in Ned. Indië uitgezonden werd, (*V. en M.*, 2de Reeks, Deel XVI. blz. 159 en verv.).

»De in 1881 benoemde Ambtenaar voor het IJkwezen, de Heer VENEMA, had deze voorwerpen, naar welke hij aanstonds na het aanvaarden zijner betrekking onderzoek instelde, in tamelijk verwaarloosden toestand aangetroffen, en de opzending herwaarts had dan ook ten doel, om het stel afgeleide gewichten te doen vernikkelen of vergulden [3]), en ze vervolgens aan een vernieuwd onderzoek door de Commissie voor standaardmeter en -kilogram te doen onderwerpen. Verder werd de uitzending gewenscht van een nauwkeurig geverifieerd stel gouden of platina milligramgewichten van één gram tot één milligram, ter vervanging van het mede in 1867 uitgzonden stel, dat, van aluminium vervaardigd, gebleken was niet tegen den nadeeligen invloed van het Indisch klimaat bestand te zijn".

De Minister verzocht mij voorlichting omtrent de wijze, waarop het best aan de wenschen van het Indisch Bestuur voldaan zou kunnen worden, en wilde later de Kon. Akademie van Wetenschappen uitnoodigen, zich met de gewenschte verificatie te belasten en daarover rapport uit te brengen. Ten overvloede werden ter kennisneming bijgevoegd het betrekkelijk schrijven van den Directeur van Onderwijs, Eeredienst en Nijverheid en dat van den Ambtenaar VENEMA.

Daar, zooals ik uit ingewonnen informatie vernam, de ondervinding geleerd heeft, dat vernikkelde metalen voorwerpen evenmin tegen den invloed van een tropisch klimaat bestand zijn, als geelkoper, gaf ik den Minister in overweging mij te machtigen, den Heer H. OLLAND, te Utrecht, op te dragen: 1^0. het stel afgeleide gewichten, (bestaande in twee stukken van 2 kilogram, één van 1 kilogram en verder de gewone onderdeelen tot en met 1 gram) te vergulden, en daarna te ajusteeren; 2^0. een goed geajusteerd stel platina gewichten te leveren, van één gram en onderdeelen tot en met 1 milligram. Deze machtiging werd mij onmiddellijk verstrekt.

Voordat ik den Heer OLLAND de afgeleide gewichten toe-

zond, onderzocht ik deze zelf; mijn geachte ambgenoot, de Hoogleeraar BUYS BALLOT, stond mij daartoe met de meeste bereidwilligheid het gebruik toe der groote balans van den Heer OLLAND op het Physisch Kabinet der Rijks-Universiteit te Utrecht.

Ik bevond toen dat alleen de twee stukken van 2 kilogram eene vermindering in gewicht van eenige beteekenis verrieden, nl. 28 en 10 milligram, wellicht daarvan komende, dat het vernis op enkele plaatsen was losgeraakt en afgevallen. Ik vond verder:

het kilogram	1,76	mgr.	te licht,
» stuk van 5 hectogram . .	1,8	»	» zwaar,
al de andere stukken te samen .	0,24	»	» » ,

zoodat men wel besluiten mag, dat de stukken, van het kilogram af, vrij wel onveranderd gebleven waren.

Tot het verkrijgen dezer resultaten diende het verguldkoperen kilogram N°. 5, behoorende aan het Physisch Kabinet te Utrecht, dat nog in 1881 door wijlen ons medelid STAMKART met het platina standaardkilogram vergeleken, en toen, in het luchtledige, 1,4 milligram te licht bevonden was. Ditzelfde kilogram was echter in 1856 1,09 mgr. te zwaar geweest (*V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34), en was dus in 25 jaar 2,5 mgr. in gewicht afgenomen.

Met dit kilogram vergeleek in den 13den en 14den Februari 1884 ook het O. Indische standaardkilogram N°. 4, zie de noot N°. 1, en vond, na herleiding tot het luchtledige:

13 Februari,	N°. 4—N°. 5 =	+ 2,4 mgr.,
14 »	=	+ 2,5 » ,
Gemiddeld:	N°. 4—N°. 5 =	+ 2,45 mgr..

Het platina standaardkilogram door de letters Pl. aanduidende, en aannemende: N°. 5—Pl. = — 1,40 mgr.,

verkrijgen wij: N°. 4—Pl. = + 1,05 mgr..
In 1856 was het: + 1,17 » ,

zoodat het kilogram N°. 4, na 26-jarig verblijf te Batavia, zoo goed als geheel onveranderd gebleven scheen te zijn.

Daar het echter gebleken was, dat N°. 5 niet geheel standvastig in gewicht was geweest, nam ik gaarne het voorstel aan van den Heer BOSSCHA, toen nog Directeur der Polytechnische School, om N°. 4 naar Delft over te zenden, om aldaar met het verguldkoperen kilogram P″ vergeleken te worden, een kilogram, dat evenzoo in 1881 door den Heer STAMKART met het platina standaardkilogram vergeleken was, (*V. en Med.*, 2de Reeks, Deel XVII, blz. 81). Deze weging, waarmede zich de Heer KREDIET, Assistent aan de Polytechnische School belastte, en die met veel zorg werd uitgevoerd, gaf in het lichtledige:

$$N^0.\ 4 - P'' = 5{,}84 \text{ mgr.}.$$

De Heer STAMKART had in 1881 gevonden:

$$P'' - Pl. = -\ 3{,}80 \text{ mgr.};$$

hieruit zou dus volgen:

$$N^0.\ 4 - Pl. = +\ 2{,}04 \text{ mgr.},$$

gevende een verschil van nagenoeg 1 milligram tusschen de resultaten verkregen door N°. 5 en door P″.

De voor het IJkwezen te Batavia bestemde gewichten gaf ik nu aan den Heer OLLAND over om ze te vergulden en te ajusteeren, (d. i. hen zeer nabij het vereischte gewicht te geven); hiermede kwam hij in den zomer van 1885 gereed; nadat hij nu nog het stel platina milligramgewichten geleverd had, hervatte ik de wegingen. Voor het verschil N°. 4—N°. 5 verkreeg ik den 5den November 1885 hetzelfde resultaat als in Februari 1884.

Ik wilde toen het verschil van gemiddeld 1,5 milligram, dat het N°. 4 te zwaar was, wegnemen, door een gedeelte van het kleine stukje platinadraad, dat onder den knop lag, en naar de mededeeling van den Heer STAMKART, (*V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34), 3,2 mgr. woog, af te snijden; het bleek echter bij onderzoek, dat dit stukje draad waarschijnlijk [4]) zwaarder geweest was, en wel 3,555

mgr. Hetgeen er nu nog ingebleven is, weegt 1,685 mgr., zoodat er uitgenomen is 1,87 mgr.

Het was mij bij het nazien der papieren, door den Heer STAMKART als lid van de Commissie van standaardmeter en -kilogram nagelaten, gebleken, dat in 1881 ook het kilogram N⁰. 7, berustende op het Physisch Kabinet der gemeentelijke Universiteit te Amsterdam, door hem vergeleken was; ik stelde er dus prijs op ook dit kilogram, dat in 25 jaar nagenoeg onveranderd gebleven was, voor eene vergelijking met N⁰. 4 te mogen aanwenden. In 1856 was namelijk gevonden (*V. en M.* 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34):

N⁰. 7 — Pl. = + 1,20 mgr.,

en in 1881:

rechtstreeks vergeleken: + 0,74 » ,
door tusschenkomst van het kilogram + K: + 0,78 » .

Op mijn verzoek stond Prof. VAN DER WAALS het mij daartoe welwillend af en de vergelijking gaf een resultaat, dat nagenoeg geheel met dat overeenstemde, hetwelk het Utrechtsche kilogram N⁰. 5 gegeven had. Het kilogram N⁰. 2, behoorende aan de Kon. Akademie van Wetenschappen, verkeerde ook wel in hetzelfde geval, d. i. het was ook wel in 1881 geverifieerd, maar niet rechtstreeks met het platina standaardkilogram vergeleken, wel met de beide voor West-Indië bestemde kilogrammen K en + K, en met dat van de Polytechnische school P″. Bovendien toonde ook dit kilogram eene aanhoudende vermindering van gewicht. Terwijl het toch in 1856 slechts 0,09 mgr. zwaarder bevonden was dan het platina standaardkilogram, (*V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34), was den 9den Mei 1881 door den Heer STAMKART gevonden:

	N⁰. 2 — ½ (K + + K)	=	— 8,95	mgr.,
	½ (K + + K) — Pl.	=	— 1,84	» ,
derhalve	N⁰. 2 — Pl.	=	— 10,79	mgr.

En den 11den Mei 1881:

	N°. 2 — P″	= — 6,39	mgr.,
Weder aannemende	P″ — Pl.	= — 3,80	» ,
komt	N°. 2 — Pl.	= — 10,19	mgr..

Gemiddeld uit beide bepalingen:

In Mei 1881 N°. 2 — Pl. = — 10,49 mgr..

De vergelijking van N°. 4 met het kilogram N°. 7 verdiende dus meer vertrouwen dan die met de kilogrammen N°. 2 en P″.

Zie hier nu de resultaten der vergelijkingen der drie kilogrammen N°. 4, N°. 5 en N°. 7 onderling; (de herleiding tot het luchtledige nog niet aangebracht):

Datum.	N°. 4 - N°. 5.	N°. 4—N°. 7.	N°. 7—N°. 5.
6 Nov. 1885	+ 0,88 mgr.		
7 » 1885	+ 0,87 »		
7 » 1885	+ 0,77 »		
21 Dec. 1885	. . . .	. . . .	+ 2,49 mgr.
23 » 1885	+ 0,83 »	— 1,21 mgr.	+ 2,44 »
23 » 1885	+ 0,96 »	— 1,29 »	+ 2,45 »
24 » 1885	+ 0,88 »	— 1,53 »	+ 2,38 »
24 » 1885	+ 0,89 »	— 1,45 »	+ 2,48 »
	+ 0,87 mgr.(7)	— 1,37 mgr.(4)	+ 2,45mgr.(5)

De sluitfout 0,21 mgr. verdeelende in de omgekeerde reden der gewichten, verkrijgen wij:

N°. 4—N°. 5 = + 0,92	N°. 4—N°. 7 = — 1,46	N°. 7—N°. 5 = + 2,38
Herleiding tot het luchtledige: — 0,41	— 0,28	— 0,13
N°. 4—N°. 5 = + 0,51	N°. 4—N°. 7 = — 1,74	N°. 7—N°. 5 = + 2,25
N°. 5—Pl. = — 1,43	N°. 7—Pl. = + 0,76	
N°. 4—Pl. = — 0,92	N°. 4—Pl. = — 0,98	

N°. 4—Pl. = — 0,95 mgr.,

terwijl eene herweging, te Delft, met het kilogram P″ der Pol. school in December 1885 gegeven had:

	N°. 4—P″ =	+ 6,52 mgr.
Herleiding tot het luchtledige, volgens den Heer KREDIET.		— 1,90 »
	P″—Pl (in 1881)	— 3,80 »
	geeft N°. 4—Pl. =	+ 0,82 mgr.

Het verschil van dit resultaat met de beide andere resultaten wordt voldoende verklaard, als men mag aannemen, dat het kilogram P″ op nieuw in gewicht verminderd is, terwijl de kilogrammen N°. 4, N°. 5 en N°. 7 sedert 1856 zeer nabij hun gewicht gehouden hebben.

Dat verguldkoperen gewichtstukken zwaarder worden, zou verklaard kunnen worden, hetzij door oxydatie, onder de goudhuid door, hetzij door aanhechten van vocht, stof of schimmel. In een tropisch klimaat kan laatstgenoemde oorzaak althans voorkomen, ten minste indien de voorwerpen aan de lucht zijn blootgesteld en niet van tijd tot tijd afgewreven worden; zij worden dan dikwijls op sommige plaatsen, door een stervormig weefsel van myceliumdraden overdekt.

Dat echter dergelijke gewichten lichter worden, schijnt raadselachtig. Bij in het vuur vergulde stukken zou het gewichtsverlies, meende STAMKART, kunnen toegeschreven worden aan het verdampen van achtergebleven kwik uit de goudlaag; hoewel mij dit, wegens de hooge temperatuur, waaraan een stuk bij het vergulden wordt blootgesteld, zeer twijfelachtig voorkomt. Maar zes van de zeven kilogrammen van 1856 zijn (*V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VI, blz. 94) galvanisch verguld; alleen N°. 1, dat lichter van kleur en matter is dan de andere kilogrammen, is, blijkens een schrijven, dd. 23 Januari 1856, van E. WENCKEBACH, die de 7 kilogrammen geleverd heeft, aan STAMKART, in het vuur verguld, en N°. 2, dat zoo sterk in gewicht verminderd is, behoort dus onder de zes galvanisch vergulde kilogrammen. Wat P″ betreft, dit kilogram is door den Heer OLLAND in 1872 geleverd; het is in het vuur verguld, maar ook hij is overtuigd, dat zulk een kilogram na die bewerking geen kwik meer bevatten, en dus niet door verdamping van kwik in gewicht verliezen kan.

Het is mij voorgekomen, dat eene andere omstandigheid van dit lichter worden de oorzaak kan zijn. STAMKART heeft den inhoud der kilogrammen bepaald door weging van de hoeveelheid water, die zij verplaatsten, wanneer zij in eene met die vloeistof gevulde halve litermaat gedompeld werden. Bij de kilogrammen N°. 1—7 werd eerst de koperen halve litermaat met het daarop passende dekglas gewogen, zoowel ledig als met gedestilleerd water gevuld; daardoor werd, met inachtneming der temperatuur, haar inhoud nauwkeurig bekend. Dit gebeurde vooraf op drie verschillende dagen.

Bij de bepaling van den inhoud van een kilogram werd eerst de maat met water gevuld, en met het glas gedekt; en daarna, met het kilogram er bij, op een der schalen gelegd, terwijl op de andere schaal tarra gelegd werd om er evenwicht mede te maken. Nu werd, nadat de dekplaat van de litermaat was afgeschoven, de knop van het kilogram afgeschroefd, de overblijvende cilinder en de knop er naast in het water gelegd, de dekplaat er op nieuws opgeschoven, en het verlies aan water bepaald door op de schaal, waar zich de litermaat bevond, gewichten bij te leggen, totdat het evenwicht op nieuw hersteld was.

Voor elk kilogram werd die bewerking tweemaal uitgevoerd, terwijl de correcties der gebruikte gewichten in rekening werden gebracht.

Bij het kilogram P'' is het niet zeker, dat STAMKART denzelfden weg gevolgd heeft; hoewel hij namelijk den kubieken inhoud opgeeft der ruimte die in het schroefgat onder den knop overblijft, als deze is aangeschroefd, geeft hij den inhoud van het geheele stuk, alsof die ruimte luchtdicht afgesloten was, en dus bij de berekening van het gewichtsverlies in de lucht niet in rekening gebracht mocht worden.

Nu is het mijns inziens niet geheel onmogelijk, dat er bij sommige der kilogrammen N°. 1—7 eenig water in de schroefgangen van het gat onder den knop is gebleven; in de handschriften van STAMKART vindt men niets vermeld omtrent bijzondere voorzorgen [5]) om dit te vermijden. En

wat P'' aangaat, hoewel de knop zeer goed sluit, geloof ik, ingeval mijne zoo even medegedeelde onderstelling juist is, dat het indringen van 5 of 6 milligrammen water in de reet tusschen den knop en den cilinder niet tot de onmogelijkheden behoort. Zooals later blijken zal, is het verschijnsel van het lichter worden bij N⁰. 2 nu tot stilstand gekomen.

Het kwam mij nu voor, dat STAMKART terecht, reeds in 1856, had aangenomen, dat een met kwik gevuld glazen kilogram zeer aanbevelingswaardig was; hij heeft daarvan, ook blijkens zijne papieren, door den glasblazer GEISSLER te Amsterdam twee laten maken, die hij G_1 en G_2 genoemd heeft. Waar G_1 gebleven is, blijkt niet en is mij onbekend; G_2 heeft hij gedeponeerd bij de koninklijke Akademie van Wetenschappen. en dit kilogram kon ik dus voor de verificatie der vergulde kilogrammen aanwenden [6].

Het komt mij voor, dat omtrent de onveranderlijkheid, althans omtrent het onveranderd gewicht van dit kilogram wel geen redelijke twijfel zijn kan: het is geheel ongeschonden, draagt geen spoor van verweering, en is bij enkele gelegenheden slechts gebruikt om de kilogrammen bij te vergelijken, terwijl de hardheid van het glas een waarborg is, dat het daarbij niet door afslijten verminderd is.

Ik vond het daarom niet van belang ontbloot, *al* de verguldkoperen standaardgewichten van 1856, voor zoover zij hier te lande aanwezig waren, even als het kilogram P'', met behulp van dit glazen kilogram, nog eens te onderzoeken. Op mijn verzoek werd mij daartoe door het bestuur onzer Afdeeling het kilogram N⁰. 2 en het glazen kilogram afgestaan; evenzoo ontving ik:

van Dr. E. VAN DER VEN, Conservator aan TEYLER's Museum, het kilogram N⁰. 1;

van Dr. F. GRONEMAN, bij ontstentenis (door het overlijden van Prof. MEES), van een Hoogleeraar in de Natuurkunde te Groningen, waarnemend Directeur van het Physisch Kabinet aldaar, het kilogram N⁰. 6;

van Prof. J. A. SNIJDERS CZN., Hoogleeraar in de Natuurkunde te Delft, het kilogram P''.

Dit kilogram P″ (door den Heer Olland geleverd), verschilt in vorm, kleur en wijze van opsluiting van de kilogrammen van 1856. De knop is bolrond en kleiner, de kleur van het goud is bleeker dan die van de galvanisch vergulde kilogrammen N⁰. 2, 4, 5, 6 en 7; hoewel gladder dan N⁰. 1, is het toch niet zoo spiegelend als de galvanisch vergulde stukken N⁰. 2—7. Terwijl de kilogrammen N⁰. 1—7 in palmhouten doozen met afschroefbare deksels besloten zijn, bevindt het zich in een mahonihouten kistje; eene opsluiting, die mij gemakkelijker en doelmatiger voorkomt.

Op mijn aanbod om ook standaardgewichten van het Leidsche Natuurkundig Kabinet te verifieeren, ontving ik van Prof. H. Kamerlingh Onnes eerst twee verniste kilogrammen; het ééne, dat ik L_1 heb genoemd, heeft den gewonen gewichtsvorm, dus met knop, en is tegen den bodem, voorzien van twee kleine ovale stempels, het ééne (waarvan de groote as 4,7 mM., en de kleine as 3,5 mM. bedraagt), voorstellende een klimmenden leeuw, het andere (hebbende tot groote as 5,3 mM., en tot kleine as 4,3 mM.), in vier kwadranten verdeeld; in een dezer kwadranten is een klimmende leeuw; in het tegenoverstaande kwadrant vindt men als randschrift het getal 10000000. In de beide andere kwadranten staat, insgelijks als randschrift: I KLASSE en INSTITUUT. Het heeft eene totale hoogte van 81,0 mM., de hoogte van den cilinder is 51,5 mM., de dikte 52,0 mM., de breedte van den knop 25,5 mM.

Het tweede uit Leiden ontvangen stuk, door mij L_2 genoemd, (totale hoogte 78 mm.; hoogte van den cilinder 52 mM., dikte van den cilinder 51,7, breedte van den knop 32 mM.) heeft evenzoo den gewonen gewichtsvorm, doch draagt geen stempel hoegenaamd.

Geen van deze beide uit Leiden ontvangen stukken was dus het kilogram, dat in 1833 te Parijs met het Kilogramme des Archives vergeleken is, en dat, zooals uit de beschrijving in de *V. en M.*, 2de Reeks, Deel XVI, blz. 351 te zien is, cilindervormig (en niet vernist) is.

De wijze van bewaring dezer gewichten komt mij doel-

matiger voor dan de gewone, in een gevoerden koker. De cilindervlakte van het gewicht is namelijk geheel vrij, het kilogram staat, in eene met laken bekleede verdieping, op een plankje, en wordt van boven gedekt door eene zoldering die met schroeven bevestigd is. Het vernis van beide stukken zag er als nieuw uit.

Eerst in December heb ik, op herhaald verzoek, ook het kilogram B, door mij bedoeld, en nog een ander, fraai bewerkt en vernist kilogram ontvangen, dat ik L_3 genoemd heb.

Uit de mededeeling van MOLL in het VI Deel der *Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen*, 1831, had ik vernomen, dat het geelkoperen kilogram, dat VAN SWINDEN in 1799 uit Parijs had medegebracht, (zie de 1ste Aanteekening), door hem, MOLL, was aangekocht. Bij navraag bleek het, dat het op den inventaris van het Physisch Kabinet voorkomt onder N°. 1068, terwijl N°. 1072 een kilogram van FORTIN is. Daar nu FORTIN ook de maker was der drie koperen kilogrammen, die den weg naar Nederland vonden, heb ik het ook vergeleken, maar bevonden dat het veel zwaarder was dan het kilogram van VAN SWINDEN, ja het schijnt dat FORTIN met dit kilogram, dat op den knop een stempel draagt met het opschrift: $\frac{\text{MODELE}}{\text{FORTIN}}$, (in een ovaal, hebbende eene groote as = 5,5 mm., en eene kleine as = 3,0 mm.) beoogde een stuk te leveren, dat in de lucht zooveel weegt als het platina standaardkilogram in het luchtledige.

Het kilogram van VAN SWINDEN vertoont boven op den knop het gegraveerde opschrift *Kilogramme* en draagt aan den bodem den stempel der Parijsche Commissie voor Maten en Gewichten van 1799, nl. eene in vier kwadranten verdeelde ellips, hebbende eene groote as van 4,5 en een kleine as van 4,0 millimeters, waarvan drie kwadranten met streepjes in de richting der groote as geschaduwd zijn, en het vierde het randschrift 10000000 draagt. Het heeft allen schijn, alsof de ovale stempel van het boven beschrevene Leidsche kilogram eene navolging is van dezen stempel.

Eindelijk werden nog in de wegingen opgenomen de Sla-

per, de Contraslaper en het kilogram van DELEÜIL, (alle 3 van de Munt,) die mij daartoe door den President van het Munt-College, ons medelid VAN RIEMSDIJK, welwillend werden afgestaan, en nog een kilogram met den stempel van het Kon. Ned. Instituut, dat in bewaring is bij de Kon. Akademie van Wetenschappen, en welks herkomst mij onbekend is.

---

§ 2. DE GEBRUIKTE BALANSEN, EN DE WIJZE WAAROP DE WEGINGEN VOLBRACHT WERDEN.

a. *De groote balans van* OLLAND *op het Natuurkundig Kabinet te Utrecht.*

Deze balans is in 1877 door den Heer H. OLLAND voor het Natuurkundig Kabinet der Rijks-Universiteit te Utrecht vervaardigd. Zij is bestemd om als maximum-belasting 10 kilogram op elke schaal te dragen; daarbij is de nauwkeurigheid, die zij toelaat, buitengewoon; en ik geloof dat een paar woorden over hare inrichting niet onwelkom zullen zijn.

De geheele balans is besloten in eene glazen kast, doch die door eene ijzeren zoldering in twee verdiepingen gescheiden is. De bodem der onderste verdieping bestaat uit een stevig langwerpig ijzeren raam, dat door een kruis in de lengte- en in de breedte-as versterkt is; het is gedekt door eene dikke matglazen plaat, die dus den zichtbaren bodem uitmaakt. Op de hoeken en op de middens der lange zijden rusten zuilen, die de ijzeren zoldering dragen; deze bestaat uit een dergelijk raam als de bodem. De 4 rechthoekige gaten in de zoldering worden gedekt door daarop passende ijzeren deksels, die afgelicht kunnen worden. Het kruis van die zoldering heeft twee gaten, waardoor de haken heengaan, waaraan de schalen hangen. Het juk bevindt zich dus in de bovenste ruimte, waarin de luchtstroomen, die door het openen der deurtjes der onderverdieping ont-

staan, niet of nauwelijks kunnen doordringen; spoedige temperatuursveranderingen der armen van het juk worden daardoor verhinderd. Na elke weging wordt de balans tot stilstaan gebracht, of zooals gewoonlijk gezegd wordt, gearrêteerd. Het zou mij te ver voeren, den hiervoor dienenden toestel in alle bijzonderheden te beschrijven, waarvoor ook eene figuur zou noodig zijn. Het zij dus voldoende hier aan te geven, hoe het doel bereikt wordt om de messen van het juk zooveel mogelijk te sparen.

De schalen rusten niet onmiddellijk op de eindmessen, maar door tusschenkomst van 2 beugels en 2 haken. Onmiddellijk op elk eindmes rust, als de balans gebruikt wordt, als pan eene horizontale agaten plaat; deze is gevat in een koperen rechthoek die de beide boveneinden van een U-vormigen beugel N⁰. 1 verbindt. In dezen beugel rust eene haak, N⁰. 2, doch enkel met een naar beneden gericht conisch uiteinde van een stalen schroefje, dat in een gaatje past, in de binnenzijde van den beugel. Deze haak draagt van onderen een tweeden beugel, N⁰. 3, voorzien, even als N⁰. 1, van een mes, dat echter niet scherp behoeft te zijn. In dezen beugel hangt op de gewone wijze een haak, N⁰. 4, waarvan boven reeds vermeld is dat zij door een gat in de ijzeren zoldering doorgaat, en van onderen eene der schalen draagt. De schalen der balans hebben eene middellijn van 22,5 cM., doch op mijn verzoek zijn later 2 schalen van 7,5 cM. bijgemaakt, die dus veel minder aan de werking van op- of nedergaande luchtstroomen gehoorzamen. Wordt nu de balans gearrêteerd, hetgeen geschiedt door het omdraaien eener kruk, dan worden het eerst de beugels N⁰. 3, waaraan de haken N⁰. 4 en de schalen hangen, uit de haak N⁰. 2 gelicht, waartoe de lengte van hunne stompe messen de gelegenheid aanbieden, zoodat de eindmessen der balans van de belasting ontheven worden. Daarna worden de beugels N⁰. 1, waaraan de agaten pannen zich, naar onderen gekeerd, bevinden, van de eindmessen afgelicht, en eindelijk wordt het juk met het middenmes van de vaste agaten pan afgelicht, waarop het bij de weging gerust heeft.

Wordt de balans weer in werking gesteld, dan gebeurt alles in omgekeerde volgorde: eerst daalt het middelste mes op de vaste pan, daarna de beugels N°. 1, met haren pannen op de eindmessen, en ten slotte de beugels N°. 3 op de haken N°. 2. Alles is zoo ingericht, dat na arrêteeren en weer losmaken, messen en pannen elkander op volkomen dezelfde wijze raken, als vroeger.

De glazen kast heeft aan ieder der lange zijden een paar deuren, die echter alleen toegang tot de onderverdieping geven. De bovenverdieping wordt gedekt door eene glazen kap, die afgelicht moet worden, als men het juk wil afnemen of onderzoeken.

De balans rust op eene van den vloer geïsoleerde tafel, midden in het vertrek, terwijl de aflezing op een afstand van ongeveer twee meters, door middel van een kijker geschiedt Aan het eind van den linkerarm van het juk der balans, is namelijk eene vertikale verdeeling aangebracht, bestaande uit scherpe tanden; aan het eind van den rechterarm een wijzer. Tanden en wijzer zijn naar den voorkant gericht. Vóór het midden van het juk, doch niet daarmede verbonden, zijn twee vertikale spiegelende oppervlakken, (glazen prismaas,) zoodanig aangebracht dat de waarnemer, in het veld van den kijker, door terugkaatsing naast elkander den wijzer en de verdeeling ziet. Is de balans in rust, dan vertoont zich de wijzer nauwkeurig voor het midden der verdeeling; is zij slingerende, dan ziet men wijzer en verdeeling voorbij elkander gaan; rijst de wijzer, dan daalt de verdeeling en omgekeerd. De gebruikte kijker had eene vergrooting van 14 maal.

Zooals wel door iedereen beaamd zal worden, die met het bepalen van kleine grootheden vertrouwd is, komt het er niet zoo zeer op aan, hoe groot de gevoeligheid der balans is, d. i. met hoeveel gewicht één deeltje der verdeeling overeenkomt, die bij de wegingen afgelezen wordt, maar wel hoe de resultaten van herhaalde, zoowel onmiddellijk na elkander, als niet onmiddellijk na elkander herhaalde, wegingen met elkander overeenkomen. Voor zoover de door mij verrichte wegingen leeren, wordt die overeenkomst niet

altijd door verhoogde gevoeligheid der balans verbeterd. Toen ik namelijk in Februari 1884 met de wegingen begon, was, bij eene belasting van één kilogram op elke schaal, één deeltje der verdeeling zeer nabij = 3 mgr.. Op mijn verzoek, en met toestemming van Prof Buys Ballot, werd deze verdeeling in Maart 1886 door eene andere vervangen, waarvan de deelen slechts half zoo groot waren als vroeger; schatte men dus, bij de aflezing, tiende deelen, dan was de nauwkeurigheid, der aflezing althans, verdubbeld. Bij die gelegenheid verhoogde de Heer Olland ook de gevoeligheid der balans, door het horizontale koperen schijfje, dat boven het juk, aan een vertikale schroef zit, en waarmede men die gevoeligheid kan wijzigen, door een grooter te vervangen. Zonder die verandering ware één deeltje der nieuwe verdeeling overeengekomen met 1,5 mgr., maar nu was het 0,54 mgr.; later heb ik, door neerschroeven van het schijfje, de gevoeligheid verminderd, zoodat één deeltje = 0,73 mgr. werd, en nog later, door het schijfje door het oude te vervangen, op nieuw verminderd, zoodat een deeltje = 1,02 mgr. werd. Dat het vorige cijfer niet bereikt werd, is een gevolg daarvan, dat de Heer Olland ook de messen der balans had aangescherpt, en de daarbij te loor gegane gelijkarmigheid door hamerslagen hersteld had, eene bewerking, waardoor de ligging van het zwaartepunt veranderd kan worden.

Behalve de resultaten der wegingen kunnen ook de nulpunten, d. z. de rustpunten bij gelijke belasting der schalen een oordeel verschaffen omtrent de standvastigheid eener balans. Vergelijkt men b. v. twee kilogrammen A en B met elkander, en vindt men door waarneming telkens van twee volledige slingeringen, dus van drie op elkander volgende keerpunten:

1°. bij A op de linkerschaal en B op de rechterschaal, het rustpunt R;

2°. bij B op de linkerschaal en A op de rechterschaal, het rustpunt R';

3°. bij A op de linkerschaal en B op de rechterschaal, het rustpunt R'',

dan is $\frac{1}{2}\left(\frac{R+R''}{2}+R'\right)$ het rustpunt bij gelijke belasting, d. i. het nulpunt, en wel bij belasting van één kilogram op elke schaal; terwijl $\frac{1}{2}\left(\frac{R+R''}{2}-R'\right)\times$ de waarde ééner verdeeling het verschil geeft der vergelekene kilogrammen, en wel, bij deze balans, het verschil B—A.

Blijkbaar kan nu zoowel de standvastigheid der nulpunten, als der gevondene verschillen tusschen de vergelekene gewichten, als eene maat aangezien worden van het vertrouwen, dat de wegingen verdienen. Het is niet alleen de voortreffelijkheid der balans, die hierop invloed oefent; de omstandigheden, waaronder gewogen wordt, zijn van zeer veel belang. Gelijkheid van temperatuur en afwezigheid van storende luchtstroomen zijn hoofdzaken; de waarnemer moet vooral zorg dragen dat zijne lichaamswarmte de eene zijde der balanskast niet meer verwarmt dan de andere; want onmiddellijk ontstaat aan de meest verwarmde zijde een opstijgende luchtstroom, die het gewicht, dat zich aan die zijde bevindt, lichter doet schijnen. De deur der weegkamer, dit behoeft bijna geene vermelding, moet gedurende eene reeks wegingen, gesloten blijven; de door haar te openen ontstaande luchtstroom kan het resultaat eener weging geheel bederven, gelijk ik in den beginne ondervonden heb. Ook de temperatuur der kilogrammen heeft invloed; heeft een der kilogrammen niet dezelfde temperatuur als de lucht in de balanskast, dan ontstaat er een storende luchtstroom, die langzamerhand zwakker wordt. Wordt in de balans een gewichtstuk gebracht, dat warmer is, dan de lucht in de balanskast, dan schijnt het, door den opstijgenden luchtstroom, dien het veroorzaakt, en die de schaal opwaarts tracht te voeren, lichter; maar wanneer men, telkens de gewichten verwisselende, de wegingen voortzet, dan schijnt datzelfde gewicht voortdurend zwaarder te worden, en het kan uren duren, eer dit verschijnsel ophoudt. Daarom is het zaak dat de te vergelijken gewichten reeds den vorigen dag in de balanskast gezet worden, opdat zij den tijd hebben de temperatuur der daarin aanwezige lucht aan

te nemen; deze maatregel is, nadat ik eenige ondervinding in het wegen had opgedaan, steeds door mij toegepast.

Ziehier nu de gemiddelde verschillen tusschen twee op elkander volgende bepalingen van het nulpunt, en de gemiddelde verschillen tusschen de resultaten van twee op elkander volgende wegingen, beide tot milligrammen herleid; (n beteekent het aantal bepalingen).

Tijdvak.	Gevoeligheid.	Verschil van twee op elkander volgende bepalingen			
		v. h. nulpunt.	n	v. h. gewicht.	n
Febr. 84 – Oct. 85....	$\frac{1}{2}\,d = 1\mu,50$	$0\mu,21$	15	$(0\mu,26)$	(7)
Nov. 85—Jan. 86.....	$\frac{1}{2}\,d = 1\;,50$			0 ,08	10
19—20 April 86......	$1\,d = 0\;,54$	0 ,20	10	0 ,11	10
24 April—1 Mei 86..	$1\,d = 0\;,73$	0 ,26	27	0 ,17	27
29 Juni—22 Juli 86..	$1\,d = 1\;,02$	0 ,26	17	0 ,11	15

Bij de eerste wegingen, kwamen veelvuldig storingen voor, zoodat het tusschen ( ) geplaatste verschil $0\mu,26$ buiten beschouwing mag blijven. Het nulpunt moet natuurlijk grootere verschillen openbaren dan een gewichtsverschil; de wegingen worden namelijk zoodanig ingericht, dat het resultaat onafhankelijk is van eene gedurende 12 tot 15 minuten wellicht bestaande gelijkmatige verandering van het nulpunt; terwijl het feit, dat twee op elkander volgende bepalingen van het nulpunt, met eene tusschenruimte van 12 tot 15 minuten volbracht, grootere verschillen opleveren, dan twee op elkander volgende wegingen, bewijst, dat het nulpunt werkelijk eenigszins veranderlijk is, hetgeen door kleinere temperatuursverschillen van de beide armen der balans verklaard kan worden.

Het is wel opmerkelijk, dat de wegingen het best met elkander overeenkwamen, toen de balans het ongevoeligst was. Of dit echter als regel moet aangenomen worden,

kan alleen door uitgestrekte reeksen van wegingen worden uitgemaakt. Zonder twijfel werkte bij minder gevoeligheid de omstandigheid gunstig, dat de slingeringen korter duurden. In het begin duurden zij ongeveer 42 sekonden; den 19[den] en 20[sten] April 65 sekonden. Luchtstroomen kunnen bij zulk een langen duur natuurlijk hinderlijker zijn dan bij kortere.

Lettende op de verschillende waarden van *n*, vinden wij gemiddeld:

Verschil tusschen twee op elkander volgende bepalingen van het nulpunt, tot milligrammen herleid. . . . . 0,24 mgr.

Verschil tusschen twee op elkander volgende bepalingen van een klein gewichtsverschil . . 0,13 »

Indien er dus geene reden bestond om een invloed aan te nemen, die een gewichtsverschil den eenen dag anders doet uitvallen dan den anderen, dan zou men voor de middelbare fout van ééne weging kunnen aannemen 1,253 *) $\times \frac{0,13}{\sqrt{2}} = 0,115$ mgr.; en daar dit voor eene belasting van één kilogram op elke schaal geldt, is die m. fout ongeveer $\frac{1}{9\ 000\ 000}$ van de belasting.

Zulk eene weging is met het minimum aflezingen volbracht, nl. 9, zooals uit het hierboven daaromtrent gezegde duidelijk zal zijn. Er werden telkens twee van die stellen van 9 aflezingen genomen, door twee enkele wegingen verrricht, die dan tot één resultaat vereenigd werden. Zulk een resultaat heeft dus, a priori berekend, eene middelbare fout van $\frac{0,115}{\sqrt{2}} = 0,081$ mgr.; waarvoor later, a posteriori, gevonden werd:

$$\pm\ 0,145 \text{ mgr.}$$

*) 1,253 is de verhouding der middelbare tot de gemiddelde fout $= \frac{0,8453}{0,6745}$.

Omtrent de balans zelve kan nog het volgende medegedeeld worden. Het juk is van aluminium, en weegt met den daaraan zittenden wijzer en verdeeling 767,3 gram;

het gewicht der twee groote schalen is te samen 1456,5 gram;

het gewicht der eindpanstukken en der daarbij behoorende verlengsels te samen 400,7 gram;

de afstand tusschen de eindmessen van het juk 521,0 millimeters.

De gevoeligheid der balans nam bij belasting, althans aanvankelijk, toe. Zonder belasting kwam, in 1884 en 1885, één deeltje overeen met 4,24 mgram;

bij één kilogram op elke schaal met 2,988 mgram;

» 2 » » » » » 2,048 » .

De afstand van den wijzer aan den rechterarm tot de verdeeling aan den linkerarm was 564 millimeters;

de afstand van twee opvolgende tanden 3,644 millimeters.

Hieruit laat zich licht afleiden:

1°. Dat het zwaartepunt van het juk, als er geene belasting op de eindmessen rustte, zich ongeveer 0,3 mM. onder het middelste mes bevond; 2°. dat de lijn, die de beide eindmessen verbond, op ongeveer 0,03 mM. *boven* het middelste mes liep, 3°. dat de doorbuiging voor een kilogram belasting op elke schaal omtrent 0,003 mM. bedroeg, 4°. dat het maximum van gevoeligheid bij eene belasting van 4,5 kilogram moest plaats hebben [7]).

b. *De essaai-balansen, van den Heer* Olland, *en van het Natuurkundig Kabinet der Rijks-Universiteit te Utrecht.*

Deze balansen heb ik gebruikt, 1° om de voor Indië bestemde milligramgewichten te verifieeren, 2° om andere wegingen van kleine voorwerpen uit te voeren, bepaaldelijk van de kleine gewichtjes, die bij de verguldkoperen kilogrammen en bij het glazen kilogram G_2 gevoegd zijn, om het verlies in de lucht, bij vergelijking tegen het platina-standaardkilogram te herwegen. Zie *V. en M.* 1ste Reeks, Deel VII, blz. 35. Voor de verguldkoperen kilogrammen zijn het zilve-

ren plaatjes, die eenigszins den vorm eener halve lemniscata hebben en waarvan de punt omgebogen is om ze met eene pincet te kunnen aanvatten. Voor het glazen kilogram diende voor hetzelfde doel een platinadraadje, dat in een ring gebogen was, zoodat het over de naar boven spits uitloopende steel kon geschoven worden. Het ware te wenschen geweest, dat STAMKART, in plaats van stukjes zilver, stukjes platinablik genomen had, want zij hebben hunnen oorspronkelijken glans niet behouden, en dragen alle min of meer de blijken aan de werking van zwavelwaterstof te zijn blootgesteld geweest; het *minst* is dit het geval met het stukje, behoorende bij N°. 4, dat te Batavia in een geelkoperen doosje bewaard gebleven is. Dan volgt dat van P″, dat in het mahonihouten kistje van het kilogram eene plaats had gekregen. De volgorde is dan 6, 7, 1, 5 en 2; deze zijn allen in cartonnen doosjes bewaard, en hebben hoogstwaarschijnlijk zeer rustig gelegen; zoodat het aan de poreusheid van het carton schijnt te moeten toegeschreven worden dat b. v. het stukje zilver N°. 2, hetwelk op de bovenverdieping van het Trippenhuis in eene gesloten kast bewaard is geweest, door den invloed van het zwavelwaterstof, waarmede de dampkring op den Kloveniersburgwal dikwijls merkbaar bedeeld is, geheel zwart is geworden.

Bij de vergelijkingen van een der verguldkoperen kilogrammen tegen het glazen kilogram, bezwaarde ik beide met het daaraan toebehoord gewichtje, zoodat ik met de balans slechts enkele milligrammen te wegen had; bij de herleiding der wegingen moest hierop dus gelet worden, en de gewichtjes Δ_1, Δ_2, Δ_4, Δ_5, Δ_6, Δ_7, Δ_p en Δ_g noemende, de verschillen $\Delta_1 - \Delta_g$, $\Delta_2 - \Delta_g$, enz. in rekening gebracht worden. Niet zeker zijnde of STAMKART bij de weging dezer stukjes, van welke weging hij het resultaat t. a. p. mededeelt, eene hooge nauwkeurigheid bedoeld had, achtte ik het noodig haar te herhalen, hetgeen ook door den veranderden toestand der stukjes geboden werd.

In het voorjaar van 1886, op het Natuurkundig kabinet te Utrecht de wegingen uitvoerende, bemerkte ik, dat de essaaibalans niet goed woord hield; blijkbaar waren de mes-

sen verroest of beschadigd. Op mijn verzoek heeft Prof. BUYS BALLOT haar later door den Heer OLLAND in orde laten brengen, doch voorloopig verkreeg ik van dezen verlof zijne essaaibalans te gebruiken.

Hierop volvoerde ik de wegingen, die noodig waren om het stel milligramgewichten (van 1 gram tot 1 milligram) dat voor Oost-Indië bestemd was, te verifieeren, terwijl ook de stukjes Δ_2, Δ_4, Δ_5, Δ_7 en Δ_g ermede gewogen werden.

Toen later de essaaibalans van het Natuurkundig Kabinet weer hersteld was, woog ik daarop Δ_6, Δ_P, en de som van allen tot contrôle; bij deze wegingen werd, even als bij de vorige, het Indische stel milligramgewichten gebruikt en van deze werden de correcties aangebracht, die ik reeds bepaald had. Die contrôle kwam echter niet naar verwachting uit, (er was een verschil van 0,15 mgr.), zoodat òf een of meer der metalen stukjes niet goed gewogen was, òf de voor de gewichten geldende correctietafel niet juist genoeg was. Ik moet erkennen, dat ik bij de wegingen voor de verificatie niet altijd de *uiterste* nauwkeurigheid beoogde, die daarvoor eigenlijk niet noodig was. Ik besloot toen zoowel het verifieeren der milligramgewichten als het wegen der zilveren stukjes en het platina ringetje te herhalen, en tot vermeerderde contrôle ook, behalve de som, de verschillen $\Delta_1-\Delta_g$, $\Delta_2-\Delta_g$, enz. te wegen, die ik bij de herleiding noodig had.

Het bleek toen, 1° dat ook de vroegere wegingen beter sloten, indien de nieuwe correctietafel gebruikt werd [8]), 2° dat, indien wegens te groote afwijking van twee wegingen van hetzelfde stukje eene derde weging verricht was, en deze met een der beide eerste nagenoeg overeenkwam, het dan zaak was, van deze beide alleen het midden te nemen, en het afwijkende resultaat te verwerpen.

Met de essaaibalans richtte ik de wegingen eenigszins anders in dan met de groote balans. Bij de laatste noopte de lange slingertijd zoo weinig mogelijk slingeringen voor de bepaling van een rustpunt, en zoo weinig mogelijk bepalingen van rustpunten voor de bepaling van een gewichtsverschil te nemen; bij de essaaibalans, wier slingeringen

slechts 7 sekonden tijds kostten, was die maatregel minder noodig; gewoonlijk werden voor elke rustpuntbepaling vijf aanteekeningen gemaakt van uiterste afwijkingen der naald, en voor elke weging vijf bepalingen van rustpunten verricht, waarbij dus de belastingen der schalen viermalen omgelegd werden. De wegingen met deze balansen, wier beschrijving wel onnoodig zal zijn, was werkelijk zeer nauwkeurig. Ik zal daaromtrent alleen eenige getallen mededeelen, die op de door C. Becker vervaardigde, en nu door Olland herstelde essaaibalans van het Natuurkundig Kabinet betrekking hebben. Dezelfde notatie aannemende als in de 7[de] Aanteekening (hier achter), is voor haar:

$g = 34,19$ gram
$h = 3,626$ »
$a = 125,0$ mM.
lengte der naald $b = 141,0$ »
ééne verdeeling $c = 0,916$ » } dus $\frac{b}{c} = 153,9$

Bij het onderzoek naar de gevoeligheid was de belasting 0 gram, 5 gram en 10 gram, derhalve $P = 5$, en werd gevonden:

$$\alpha = 0,000\ 139\ 06,$$
$$\alpha' = 0,000\ 113\ 38,$$
$$\alpha'' = 0,000\ 099\ 62.$$

Waaruit berekend wordt:

$$x = +\ 0,093,$$
$$y = -\ 0,069,$$
$$z = +\ 0,002286.$$

Maximum-gevoeligheid voor 13,2 gram belasting op iedere schaal.

Uit het negatieve teeken van y blijkt, dat ook in deze balans de eindmessen een weinig hooger liggen dan het middenmes, waaraan toe te schrijven is, dat bij belasting der schalen, de gevoeligheid der balans, aanvankelijk althans, aanmerkelijk toeneemt. Voor de weging der zilveren stukjes Δ_1, enz. en van het platinaringetje Δ_g, ja voor de wegingen,

van de stukjes uit het doosje milligramgewichten, tegen elkander, was de waarde van één deeltje altijd omtrent 0,14 milligram, zoodat bij het schatten der tiende deelen, eene fout van $\frac{1}{10}$ deel met $\frac{1}{70}$ milligram overeenkwam. De vergelijking van de bij dezelfde weging verkregene rustpunten met elkander gaf voor de middelbare fout van elk rustpunt 0,0525 deeltje, = overeenkomende met 0,007 milligram, zoodat, alleen hierop afgaande, de middelbare fout eener weging, uit 5 rustpunten, bedragen zou:

$$0{,}007 \sqrt{3 \times \frac{1}{36} + 2 \times \frac{1}{16}}$$

$$= 0{,}007 \sqrt{\frac{5}{24}} = 0{,}003 \text{ mgram.}$$

Bij de wegingen hebben echter voornamelijk invloed de correcties der gebruikte gewichten, en het kost natuurlijk veel moeite en tijd, om deze tot op een duizendste milligram te bepalen. Het is dus te verwachten, dat in werkelijkheid eene weging eene grootere middelbare fout zal verraden te bezitten; eene proef, *welke* nauwkeurigheid met dergelijke balansen te bereiken is, werd verschaft door de weging der gewichtjes Δ_1, Δ_2 enz., zoowel als van die hunner som en der verschillen met Δ_g ; het midden namelijk van twee wegingen op verschillende dagen, en zooals uit het bovenstaande blijkt, gedeeltelijk met verschillende balansen doch van gelijke constructie, en vermoedelijk van dezelfde deugdelijkheid, gaf:

	mgr.		mgr.
$\Delta_1 =$	92,622	$\Delta_1 + \Delta_2 + \cdot\cdot + \Delta_P + \Delta_g =$	711,005
$\Delta_2 =$	95,059	$\Delta_1 - \Delta_g =$	27,872
$\Delta_4 =$	91,491	$\Delta_2 - \Delta_g =$	30,327
$\Delta_5 =$	90,180	$\Delta_4 - \Delta_g =$	26,754
$\Delta_6 =$	94,879	$\Delta_5 - \Delta_g =$	25,440
$\Delta_7 =$	91,687	$\Delta_6 - \Delta_g =$	30,136
$\Delta_P =$	90,329	$\Delta_7 - \Delta_g =$	26,954
$\Delta_g =$	64,748	$\Delta_P - \Delta_g =$	25,592

Nemen wij als voorloopige waarden der onbekenden de getallen in de eerste kolom aan, en de verbeteringen daarvan, in $\frac{1}{1000}$ milligrammen uitgedrukt, x_1, x_2, x_4, x_5, x_6, x_7, x_p en x_g, dan hebben wij de volgende 16 vergelijkingen:

$$
\begin{array}{lllllllllll}
x_1 = a = 0 & x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_p + x_g = i = +\ 10 \\
x_2 = b = 0 & x_1 - x_g = k = -\ 2 \\
x_4 = c = 0 & x_2 - x_g = l = +\ 16 \\
x_5 = d = 0 & x_4 - x_g = m = +\ 11 \\
x_6 = e = 0 & x_5 - x_g = n = +\ 8 \\
x_7 = f = 0 & x_6 - x_g = o = +\ 5 \\
x_p = g = 0 & x_7 - x_g = p = +\ 15 \\
x_g = h = 0 & x_p - x_g = q = +\ 11
\end{array}
$$

De methode der kleinste kwadraten, op deze vergelijkingen toegepast, geeft de normaalvergelijkingen:

$$
\begin{array}{llllllll l}
3x_1 + 1x_2 + 1x_4 + 1x_5 + 1x_6 + 1x_7 + 1x_p + 0x_g = a + i + k \\
1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad = b + i + l \\
1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad = c + i + m \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad = d + i + n \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad = e + i + o \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 1 \quad 0 \quad = f + i + p \\
1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 3 \quad 0 \quad = g + i + q \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 9 \quad = h + i - k \\
\qquad - l - m - n - o - p - q.
\end{array}
$$

Derhalve:

$$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_p = S$$

stellende:

$$9\,S = a + b + c + d + e + f + g + 7\,i + k + l + m + n + o + p + q = 134.$$

$$
\begin{array}{l}
x_1 = \frac{1}{2}(a + i + k - S) = -\ 3{,}5 \\
x_2 = \frac{1}{2}(b + i + l - S) = +\ 5{,}5 \\
x_4 = \frac{1}{2}(c + i + m - S) = +\ 3 \\
x_5 = \frac{1}{2}(d + i + n - S) = +\ 1{,}5
\end{array}
$$

$$x_6 = \tfrac{1}{2}(e + i + o - S) = \quad 0$$
$$x_7 = \tfrac{1}{2}(f + i + p - S) = +5$$
$$x_p = \tfrac{1}{2}(g + i + q - S) = +3$$
$$x_g = \tfrac{1}{3}(h + i - k - l - m - n - o - p - q) = -6$$

zoodat de zilveren stukjes en het platinadraadje de volgende gewichten hebben:

1886 (O)		Volgens STAMKART, (1856 en 1872)		O—S	
$\Delta_1 = 92{,}6185$	mgr.	92,76	mgr.	— 0,14	mgr.
$\Delta_2 = 95{,}0645$	»	94,97	»	+ 0,09	»
$\Delta_4 = 91{,}494$	»	91,52	»	— 0,03	»
$\Delta_5 = 90{,}1815$	»	90,23	»	— 0,05	»
$\Delta_6 = 94{,}879$	»	94,89	»	— 0,01	»
$\Delta_7 = 91{,}692$	»	91,60	»	+ 0,09	»
$\Delta_p = 90{,}332$	»	90,28	»	+ 0,05	»
$\Delta g = 64{,}742$	»	64,87	»	— 0,13	»

Derhalve de som 711,0035, en voor het herleiden der wegingen tegen G_2:

$$\Delta_1 - \Delta_g = 27{,}8765$$
$$\Delta_2 - \Delta_g = 30{,}3225$$
$$\Delta_4 - \Delta_g = 26{,}752$$
$$\Delta_5 - \Delta_g = 25{,}4395$$
$$\Delta_6 - \Delta_g = 30{,}137$$
$$\Delta_7 - \Delta_g = 26{,}950$$
$$\Delta_p - \Delta_g = 25{,}590$$

De overblijvende fouten zijn nu in duizendste milligrammen: (Waarneming-Berekening):

+ 3,5	— 5,5	— 3	— 1,5	0	— 5	— 3	+ 6
+ 1,5	— 4,5	+ 4,5	+ 2	+ 0,5	— 1	+ 4	+ 2

En hieruit:

$$(16-8)\,m^2 = 190{,}5$$
$$m^2 = 23{,}8$$
$$m = \pm 5, \text{ d. i. } \pm 0{,}005 \text{ mgr.}$$

Het gewicht der bepaling van Δ_g is $= 9$, dat der andere

stukken $= 2\frac{1}{5}$, er is dus geen twijfel aan of de honderdste deelen van milligrammen kunnen in mijne bepalingen aangenomen worden, en bij de herleïding der wegingen moeten de nieuwe getallen in plaats van de oude gebruikt worden.

Hierboven heb ik medegedeeld dat ik voor de middelbare fout van elk rustpunt 0,0525 deeltje gevonden heb; daar zulk een rustpunt gevonden wordt door het midden van drie uitwijkingen aan de eene zijde en het midden van twee uitwijkingen aan de andere zijde te middelen, zou hieruit, indien de bepaling van een rustpunt aan geene storing onderheven was, en alleen van de aflezingen afhing, voor de m. fout eener aflezing volgen:

$$\frac{0{,}0525}{\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{1}{3}+\frac{1}{2})}} = 0{,}11 \text{ deeltje.}$$

Daar echter de aflezingen met een door een vergrootglas of sterke bril gewapend oog geschiedden, waarmede de tiende deelen van deeltjes met groote zekerheid geschat werden, is deze middelbare fout te groot, hetgeen een bewijs is dat ook bij deze balans luchtstroomen of andere invloeden storend werkten.

c. *De balans van* ROBINSON, *van het Natuurkundig Kabinet der Rijks-Universiteit te Utrecht, en de daarmede uitgevoerde volumen-bepalingen.*

In de eerste helft dezer eeuw behoorde de juiste verhoudingen der eenheden van maat en gewicht der verschillende staten tot die van het metrieke stelsel tot de *questions brûlantes*. Door verschillende personen werden zij bepaald, maar de uitkomsten verschilden dikwijls veel meer dan verwacht werd. Het gebruik van kopijen, in plaats van de standaarden zelve, had daarin een groot aandeel, maar ook dikwijls de gebrekkigheid der hulpmiddelen, te weten: comparateurs en balansen, waarbij nog gevoegd kan worden de onvolledigheid der voorzorgsmaatregelen om deze goed te gebruiken, en zooals later gebleken is, de ondoelmatige

keus van het materiaal, vooral voor de vervaardiging der standaardgewichten.

De onzekerheid, die er heerschte omtrent de verhouding, zoowel van het Hollandsche als van het Engelsche gewicht met het metrieke, hinderde ook Moll, en blijkbaar was zijn streven, om die onzekerheid op te heffen, de aanleiding tot de bestelling eener voor dien tijd (1830) nauwkeurige balans bij Robinson te London. Hij gaf van die balans eene beschrijving en van de door hem uitgevoerde wegingen een verslag in zijne verhandeling: »over den *kilogramme* en de vergelijking van denzelven met het Hollandsch en Engelsch trooisch en eenige andere gewigten", in de Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen, Deel VI (1831), N^{0}. 2; waaraan wij het volgende ontleenen:

De balans was volgens de denkbeelden van Kater vervaardigd; de messen zijn betrekkelijk lang, nl. het middenmes 2¼ eng. duim, de eindmessen 1 eng. duim; en zij wrijven, naar de door Maudslay ingevoerde verbetering, niet op stalen, maar op agaten vlakken. De as bestaat uit een stalen prisma, waarvan de naar beneden gekeerde vlakken een hoek van 120^{0} maken. Het klokmetalen juk, dat door uitvijlen aanmerkelijk lichter gemaakt is, is 18 eng. duim of 457 mM. lang. Het geheel is besloten in eene glazen kast, en kan ook (doordien er eene toegankelijke onderverdieping is) tot hydrostatische proeven gebruikt worden, waartoe de groote balans van Olland in zijn tegenwoordigen toestand geene gelegenheid aanbiedt. Aan de einden der armen, zijn twee spitse, in de richting van het juk naar buiten uitstekende, stalen punten, welke tegen cirkelbogen van ivoor aanspelen. Deze cirkelbogen zijn aan de kast bevestigd, hare koorde is $^{9}/_{8}$ eng. duim, en zij bevatten elk eene verdeeling in 20 deeltjes, zoodat elk deeltje 0,0562 eng. duimen = 1,427 mM. bedraagt. Aan de rechterzijde is de 0 der schaal van onderen, de 20 boven; het midden wordt dus door het cijfer 10 aangegeven.

Er is gelegenheid door het op- en neerschroeven van twee koperen kogeltjes, (aan een schroefdraad, boven het midden van het juk,) om de gevoeligheid te wijzigen. Ook zijn

er schroefjes aanwezig om de afstanden der draaglijnen der schalen tot de as, d. i. van de eindmessen tot het middenmes, te verminderen of te vermeerderen, doch de beschrijving van dit alles kan, zooals MOLL terecht zegt, zonder eene afbeelding moeielijk begrepen worden.

»Wanneer deze balans op elke schaal met 1 kilogramme of omtrent 15432 Engelsche greinen is beladen, teekent zij", zegt MOLL, »zeer duidelijk met het kleinst voorhanden gewicht, te weten 0,005 of $\frac{5}{1000}$ grein, dus met minder dan een drie millioenste van het te wegen gewigt. Op die van FORTIN, bij de bepaling van den kilogramme gebruikt, kon men slechts op een millioenste deel van den kilogramme, en niet nader wegen."

Met toestemming van Prof. BUYS BALLOT heb ik deze balans voor de hydrostatische bepaling van den inhoud der Utrechtsche kilogrammen van VAN SWINDEN en van FORTIN, der Leidsche kilogrammen B, L_1, L_2 en L_3, en van het glazen kilogram G_2 gebruikt, echter niet dan nadat de messen, die hier en daar verroest waren, door den Heer OLLAND waren geslepen en op nieuw parallel gemaakt. In den toestand, waarop ik de balans toen gebruikte, was de gevoeligheid zeer veranderlijk, namelijk:

Bij de belasting.	Waarde van 1 deeltje.
0	2,55 mgr.
200	5,6 »
500	11,68 »
1000	23,34 »

Bij de laatste belasting zou $\frac{1}{3\ 000\ 000}$ of $^1/_3$ milligram dus maar $^1/_{70}$ deeltje of 0,02 mM. uitslag geven, hetgeen m. i. te gering is om zonder buitengewone hulpmiddelen bemerkt te worden.

Bij de bepaling van den inhoud der opgenoemde kilogrammen ging ik aldus te werk. Het stuk werd, door middel van dun koperdraad, opgehangen aan het haakje, dat zich onder aan de linkerschaal bevond, en op de rechter-

schaal werd als tegenwicht een ander kilogram gelegd; daarna bracht ik, met behulp van duinzand, het evenwicht tot stand, waarvoor aangenomen werd de stand, waarbij de naald, aan het eind van den rechterarm, op het midden der verdeeling van den ivoren boog wees.

Daarna werd onder de linkerschaal een beker gedestilleerd water gebracht, en het gewichtstuk daarin gehangen. Nu werd het gewichtsverlies, dat door deze indompeling ontstond, aangevuld door gewichten uit het voor het IJkwezen in Oost-Indië bestemde stel, en dus de naald weer op zijn vorigen stand gebracht; hierbij werd echter ook wel ter bespoediging der wegingen, van de waarneming der slingeringen gebruik gemaakt, en het juiste gewichtsverlies door interpolatie gevonden, doch dan, door het juiste gewicht op de schaal te leggen, de naald op het midden der schaal gebracht. Verder dan een milligram kon bij deze wegingen niet gegaan worden. De temperatuur der lucht en van het water werden door een nauwkeurigen thermometer van Baudin aangegeven, die in vijfde graden verdeeld was, en waarvan de correctie voor nulpunt en waarde der graden nauwkeurig bekend was.

Zoodra de balans in evenwicht was, werd, door het water heen, waargenomen tot hoever de metaaldraad ondergedompeld was; nadat het gewicht uit het water genomen was, werd hij op die plaats afgesneden; het stuk, dat ondergedompeld was, gewogen, en door het specifiek gewicht van den draad, dat opzettelijk bepaald was, gedeeld. Hierdoor werd het volumen bepaald van den ondergedompelden metaaldraad, dus ook het daardoor teweeggebrachte gewichtsverlies, waarmede het totale gewichtsverlies verminderd moest worden, om alleen dat te verkrijgen, dat door het kilogram veroorzaakt was. De densiteit van het gedestilleerd water werd aangenomen naar de tafel in de *Mémoires du Bureau International*, Tome I, p. 63, welke tafel naar de formule van Herr berekend is.

In de maand Juli werd elk der bepalingen op twee verschillende dagen herhaald. Uit die 5 paren leidde ik af dat de m. f. van elke volumen-bepaling nog geen 6 milli-

milliliters bedraagt; daar dit voor het beoogde doel ruim voldoende is, bepaalde ik mij later tot slechts ééne volumen-bepaling.

De berekening geschiedde naar de volgende formule:

$$I_0 = \frac{q - q\frac{\delta}{d}}{(1 + t\,u)(D_t - \delta)}$$

waarin:

I_0 = het volumen op 0° C. in millimilliliters;

q = het verlies in milligrammen, gewogen met stukken, die in het luchtledige hun gewicht hebben;

δ = de densiteit der lucht op het oogenblik der waarneming;

d = de densiteit der gewichtstukken;

t = de temperatuur van het water in graden Celsius;

D_t de densiteit van het water bij deze temperatuur;

u de kubieke uitzettingscoëfficiënt van het voorwerp waarvan het volumen bepaald wordt.

Er werd gevonden:

Kilogram.			Volumen op 0° C. in millimilliliters.	Ar. midden.	Uitzetting voor 1° C.
Van VAN SWINDEN	17	Juli	123 315	123 312	6,95
	19	»	123 309		
Van FORTIN	17	»	126 060	126 060	7,27
	19	»	126 059		
L_1	20	»	122 556	122 553	6,90
	21	»	122 549		
L_2	19	»	122 342	122 347	6,89
	20	»	122 352		
G_2	2	»	99 811	99 805	2,43
	3	»	99 799		
De Slaper	7	Nov.	119 127		6,71
De Contraslaper	13	»	119 043		6,71
Van DELEUIL	15	»	129 459		7,31
Van het K. N. I.	13	»	122 050		6,89
L_3	23	Dec.	123 327		6,95
B	24	»	122 424		6,90

Bij de herleiding op 0° C. is aangenomen:

de kubieke uitzetting van geelkoper.... 0,000 056 34,
» » » » glas........ 0,000 024 4.

De bepaling van het volumen van het glazen kilogram G_2 werd om de volgende reden door mij herhaald. Zooals reeds boven vermeld is, had Stamkart van de verguldkoperen kilogrammen het volumen bepaald door weging van de hoeveelheid water, die zij verplaatsten, wanneer zij in eene met die vloeistof gevulde halve-liter-maat gedompeld werden, en werd die bewerking nog eens, op een anderen dag, herhaald, een voorzorg, die om alle mogelijke vergissingen te voorkomen, niet overbodig schijnt. Ook van de kilogrammen G_1 en G_2 bepaalde hij het volumen, doch door de hydrostatische methode. Van G_2 deed hij het echter slechts eens, den 20sten Augustus 1856, en het resultaat dier bepaling is medegedeeld in het meergemelde verslag in de *V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34, tegelijk met de volumina der verguldkoperen gewichten N°. 1 tot 7. De berekening van al de herleidingen, die tot deze uitkomsten geleid hebben, is in de door Stamkart nagelatene papieren bewaard gebleven, en het was mij dus mogelijk die te onderzoeken. Ik vond in de berekening van het volumen van G_2 eenige rekenfouten; over het algemeen bleek het dat Stamkart wat te veel op eene ééns uitgevoerde berekening vertrouwde. Maar bovendien heerscht er eene onzekerheid in die berekening dezer weging, waarom deze herhaald *moest* worden; er was namelijk aangeteekend, dat het kilogram aan paardehaar gehangen had; dat de lengte van het ondergedompelde paardehaar 14 duim geweest was, en hiervoor werd een volumen van 140 cubieke millimeters in rekening gebracht. Ik meen dat er grond is dit voor eene vergissing te houden. Eene opzettelijke meting leverde mij voor de dikte van paardehaar ongeveer $^1/_6$ mM., zoodat 1 mM. paardehaar ongeveer $^1/_{46}$ mM. inhoud heeft. Nu bleek het mij dat één paardehaar niet sterk genoeg is om een kilogram te dragen, maar dat daarvoor ten minste 5 of 6 paardeharen noodig zijn. Aannemende

dat door STAMKART eene vereeniging van 6 gebruikt zijn, dan zou dit nog pas geven $^1/_8$ mM^3. per mM., en dus zouden de 140 mM. een inhoud van 17,5 mM^3. gehad hebben. Daar ik echter niet aangeteekend vond, hoeveel paardeharen gebruikt waren, noch waarop het getal van 140 mM^3. steunde, en daar bovendien de bepaling van het volumen van dit kilogram slechts eens verricht was, achtte ik het noodzakelijk de hydrostatische bepaling van het volumen van het glazen kilogram te herhalen; daarbij echter de voorzorg gebruikende, het zoowel vóór als na die bepaling met een ander te vergelijken, ten einde een eventueel gewichtsverlies niet onbemerkt zou voorbijgaan. Het scheen aanvankelijk dat er een verlies van 0^{μ},49 had plaats gevonden, doch dit resultaat werd door de latere wegingen, van 28 Augustus, weder gelogenstraft. Ik geloof dat dit daardoor moet verklaard worden, dat door de weging in water, en doordien het glazen kilogram daarna met een schoonen fijnen linnen doek werd afgeveegd, de oppervlakte *rein* geworden was, en daardoor het kilogram zoo licht mogelijk geworden is. Later schijnt er weer condensatie, hetzij van lucht, hetzij van waterdamp, op de oppervlakte te hebben plaats gevonden.

Ik voeg hierbij dat eene zorgvuldige berekening, naar de beste herleidingselementen, van de hydrostatische weging van STAMKART, gegeven heeft voor het volumen van G_2, 99,833 milliliters, terwijl STAMKART zelf t. a. p. opgeeft 99,501. Het verschil is hoofdzakelijk aan rekenfouten te wijten. Daarbij is voor het volumen van de ingedompelde 140 mM. paardenhaar aangenomen 17,5 mM^3.

De kilogrammen van VAN SWINDEN en van FORTIN, alsmede L_1, L_2 en L_3, moesten ook noodzakelijk in water gewogen worden, ten einde hun volumen te bepalen, waarvan de kennis voor de herleiding der weging tot het luchtledige benoodigd is. Zonder die kennis heeft dus, volgens de tegenwoordige hoogte der nauwkeurige weegkunst, zulk een kilogram geene waarde, en de vrees dat het gewicht van een stuk als het kilogram van VAN SWINDEN er door zou verminderen, verviel door de overweging dat het geen stan-

daardkilogram meer is, en dat het, als het dat geweest was, door de oxydatie der oppervlakte het karakter van standaard toch reeds lang te voren verloren had. Opdat echter toch het gewichtsverlies, dat de stukken, niettegenstaande de zorgvuldigste behandeling, door de weging in het water zouden lijden, niet onbekend zou blijven, heb ik ze, even als het te Leiden in het Physisch Kabinet bewaard wordend standaardkilogram B, vóór en na de tweemaal uitgevoerde inhoudbepaling gewogen en voor het gewichtsverlies gevonden:

Van Swinden	1,67	mgr.	(onvernist),
Fortin	2,54	»	(»),
L_1	0,20	»	(vernist),
L_2	0,21	»	» ,
B	0,71	»	(onvernist),
L_3	0,25	»	(vernist).

Uit de papieren van Stamkart is mij gebleken, dat hij in Maart 1856, vóór de volumen-bepaling der verguldkoperen kilogrammen, hun gewicht ook vergeleken had bij hetzelfde kilogram, door hem S genoemd, dat later diende om te vinden, hoeveel platinadraad in de holte onder de knoppen moest gedaan worden om ze te ajusteeren. Die wegingen tot het luchtledige herleidende, vond ik door vergelijking met de latere wegingen de volgende verschillen, Juli—Maart 1856:

voor	N°. 1	— 10,7	mgr.,
»	N°. 2	— 11,9	» ,
»	N°. 3	— 12,2	» ,
»	N°. 4	— 12,8	» ,
»	N°. 5	— 12,2	» ,
»	N°. 6	— 5,6	» ,
»	N°. 7	— 4,5 [9])	» ,

gevende gemiddeld 10 milligram [10]), welk gewichtsverlies ook aan het wegen in water schijnt toegeschreven te moeten worden. Het komt mij voor dat hier wel niet aan het oplossen van goud door gedestilleerd water gedacht moet worden, zoodat er de gevolgtrekking uit te maken zou zijn,

dat de gewichtstukken goed moeten afgewasschen worden, alvorens als standaarden in dienst te worden gesteld.

De berekeningen van STAMKART betreffende de volumina der verguldkoperen gewichten, heb ik met behulp der nieuwere gegevens betreffende de dichtheid van het water herhaald, zoowel volgens de door hem gevolgde, als naar eene gewijzigde formule; het resultaat week eenigszins af van het door hem t. a. p. blz. 34 medegedeelde. Ik zal het dus hier mededeelen. Ik vond voor de volumina bij 0°:

Kilogram.	Milliliters.		O—S.
N⁰. 1	121,629 / ,600	121,615	— 0,024
N⁰. 2	120,811 / ,820	120,816	— 0,009
N⁰. 3	121,504 / ,520 / ,543	121,522	— 0,008
N⁰. 4	119,808 / ,854	119,831	— 0,010
N⁰. 5	120,172 / ,166	120,169	+ 0,002
N⁰. 6	122,684 / ,737	122,710	— 0,020
N⁰. 7	120,044 / ,084	120,064 — 0,005	= 120,059

De vermindering van het laatste getal met 0,005 is geschied omdat er na de volumen-bepaling 41,5 mgr. van de knop was afgevijld, om het kilogram nagenoeg op zijne zwaarte te brengen. STAMKART had deze correctie nagelaten; hij geeft voor het volumen op 120,065 cub. mM., hetgeen dus 120,060 had moeten zijn, zoodat voor dit stuk O—S = — 0,001 is [11]).

De inhoud van het kilogram P″ is, naar het schijnt, door STAMKART in Februari 1873 bepaald; in de papieren heb ik echter omtrent die bepaling geene bijzonderheden gevonden. Alleen het volgende: »Inhoud van het stuk bij 15⁰ = 121496 mM³ uitwendig.

»Ledige ruimte onder de schroef.	878
»Hierin 2,474 gram platinadraad	115
»Ongevulde ruimte	763

»Bij de herleiding tot het luchtledige is deze ongevulde ruimte als hermetisch gesloten aangemerkt.

Waarnemer F. J. Stamkart."

Mededeeling der resultaten.

De resultaten der wegingen der voor het IJkwezen te Batavia bestemde gewichten kunnen hier, als van geen algemeen belang, onvermeld blijven. Zij zijn in mijn Verslag aan den Minister van Koloniën medegedeeld, en bovendien bied ik een ander afschrift, zoowel der wegingen als der herleidingen, hierbij aan de Afdeeling aan, om voor eventueele latere raadpleging te worden gedeponeerd in het Archief.

Genoeg zij hier de mededeeling dat de fouten van het stel groote gewichten (van 2 kilo tot 1 gram) ten opzichte van het kilogram van datzelfde stel, voor zoover de onderdeelen van het kilogram betreft, zich voor de groote balans van Olland ter nauwernood verrieden (ik vond nl. de grootste correctie = + 0,20 mgr. voor een der beide stukken van 100 gram); terwijl de correctie der beide stukken van 2 kilogram slechts — 1,67 en — 2,66 mgr. bedroegen, welke getallen, daar het kilogram ten opzichte van het platina standaardkilogram waarschijnlijk 1 mgr. te zwaar is, tot + 0,43 en — 0,66 mgr. verminderd worden.

Omtrent de wijze, waarop de wegingen door mij verricht werden, deel ik het volgende mede:

Zooals gezegd is, werden de te wegen kilogrammen steeds ten minste een dag te voren in de kast der balans geplaatst. Zij werden verder bij de weging nooit anders dan met houten vorken opgelicht. Chloorcalcium of zwavelzuur

werd opzettelijk niet in de kast geplaatst, daar voor het verwisselen der gewichten op de beide schalen de deuren der kast moesten geopend worden, waardoor de vochtige lucht der kamer zich met de droge lucht der balanskast zou vermengen, en dus onzekerheid omtrent den vochtigheidstoestand der lucht, na sluiting der deuren, zou bestaan.

In de kast der balans hing vrij de tot den inventaris der sterrewacht behoorende, in vijfde graden verdeelde standaardthermometer van BAUDIN, N°. 7483, waarvan mij de gelijkmatigheid der verdeeling door het bewegen van kwikkolommen van verschillende lengten herhaaldelijk was gebleken, althans zóó, dat de hoogst mogelijke fout, met betrekking tot nulpunt en kookpunt, nog geene 0°,02 C. bedragen kan. De waarde van 1° was den 25sten en 26sten Februari dezes jaars door mij gevonden, nl. door eerst het kookpunt en onmiddellijk daarna het nulpunt te bepalen. Lettende op den tot de zwaarte op 45° herleiden barometerstand, vond ik:

den 25sten Februari	1° BAUDIN	7483	= 1°,00338 C.
» 26sten »	» »	»	= 1°,00358 »
	Gemiddeld 1° BAUDIN		= 1°,00348 C.

De bepaling van het nulpunt werd den 1sten Mei herhaald, en de toen gevondene correctie + 0°,04 werd gebruikt.

De aflezing geschiedde, door de geslotene glazen deur der kast heen, door een kijker van een patentcirkel van WEGENER, voorzien van de sterkste vergrooting; deze kijker lag horizontaal op een kistje, op de tafel der balans, met zijne as op de hoogte van den top der kwikkolom, zoodat het begaan eener parallaxisfout onmogelijk was. De aflezing geschiedde telkens vóórdat de deuren der balanskast geopend en nadat zij — na de verwisseling der te vergelijken kilogrammen — weêr gesloten waren. Bij elke plaatsing der kilogrammen werd de thermometer dus tweemaal afgelezen, eens vóór, en eens na de waarneming der drie uiterste aanwijzingen der verdeeling; bij elke dubbele weging, die uit de waarneming van zes drietallen van groot-

ste uitwijkingen bestond, werd de thermometer dus 12maal afgelezen, en het midden dier 12 aflezingen werd bij de herleiding voor gewichtsverlies in de lucht aangenomen.

Voor de vochtigheid der lucht werd die van de lucht in de kamer aangenomen. Om haar te leeren kennen, werden twee, mij in eigendom toebehoorende, in tiende deelen van graden verdeelde thermometers van GEISSLER, N^0. 2 en 3 genummerd, aangewend, die van 3 Mei tot 9 Juni dezes jaars, op de sterrewacht, door den amanuensis VERLOOP bijna dagelijks om het kwartier of half uur met BAUDIN N^0. 7483 vergeleken waren. Daarbij hingen de thermometers vrij, naast elkander, in de meridiaanzaal der sterrewacht, zoodat het boveneinden der kwikkolommen nagenoeg even hoog waren, en werden zij op een afstand van een meter door een kijker afgelezen, terwijl een scherm de thermometers aan den invloed van de lichaamswarmte der waarnemers onttrok. Op die wijze waren, tusschen 11°,5 en 19°,5 C., 295 vergelijkingen verkregen, die in groepen vereenigd werden. Van N^0. 3 was de bol met een neteldoeksch lapje omwonden, dat in een glas water afhing, zoodat die bol altijd door een vochtig doekje omgeven was. Beide thermometers vereenigd vormden dus een psychrometer naar AUGUST.

De barometer, die zoo was opgehangen, dat de oppervlakte van den bak op de hoogte der schalen der balans lag, was een zeebarometer van OLLAND, genummerd N^0. 288, bij wiens verdeeling reeds op de oppervlakte van den bak gelet was; de correctie moest dus bij hooge en lage barometerstanden gelijk zijn. Hij was door den Observator van het Meteorologisch Instituut, den Heer G. ZAALBERG, in de maand April 20 keeren met den standaardbarometer van dat Instituut vergeleken. Het was daarbij gebleken dat bij aflezingen tusschen 740 en 781 meters het verschil vrij standvastig is, en wel:

Standaard (van BECKER) — N^0. 288 (OLLAND) = + 0,82

Nu is door den Heer NEUMAYER (zie zijn *Bericht über die Vergleichung der Normalbarometer der verschiedenen meteoro-*

logischen Centralstellen und Stationen, Hamburg 1879) door een aantal vergelijkingen met standaardbarometers op verschillende observatoria gevonden:

Corr. standaardbarometer te Hamburg = — 0,53 mM.

en evenzoo door vergelijkingen, den 6den en 7den Februari 1878 te Rheine uitgevoerd, tusschen barometers, die met de beide normaalbarometers, te Hamburg en te Utrecht, waren vergeleken:

Standaard Hamburg — standaard Utrecht = + 0,16 mM.

Derhalve:

Corr. standaard Utrecht = — 0,37 mM.

Onafhankelijk daarvan vond Dr. J. D. van der Plaats door vergelijking van eenen door hemzelven vervaardigden normaalbarometer voor dezelfde correctie — 0,32 mM., zoodat wij veilig, als een gemiddelde mogen aannemen:

Corr. standaardbarometer Utrecht = — 0,35 mM.

Maar:

Standaard — N°. 288 = + 0,82 mM.

Derhalve:

Correctie N°. 288 = + 0,47 mM.

Wij merken hierbij op, dat van beide de barometers de standen voor temperatuur gecorrigeerd werden met behulp van den bij elken barometer behoorenden thermometer, zoodat op de mogelijk bestaande correctie van dien thermometer niet gelet behoeft te worden.

De herleiding der barometerstanden voor temperatuur geschiedde naar de daarvoor dienende tafel in den door Warnstorff uitgegevene tweeden druk van Schumacher's *Hülfstafeln*, Altona 1845. Bij de toepassing van de herleiding van den barometerstand voor de mindere dichtheid van den in den dampkring aanwezigen waterdamp, werd eerst toegepast de correctie — 0,3779 × dampdrukking; hiertoe werd de tafel gebruikt op blz. A 56 van Deel I

der *Travaux et Mémoires du Bureau International des Poids et Mesures à Paris*, als argument nemende de temperatuur van den bevochtigden thermometer. Het dauwpunt ligt lager; neemt men namelijk:

t de aanwijzing van den droogen thermometer,
t' » » » » vochtigen »
B den op 0° herleiden barometerstand,
S de spanning van den waterdamp voor t',
dan vindt Regnault:

$$x = S - 0{,}000792\ (t - t')\ B.$$

Wij hebben dus:

$$-\,0{,}3779\ x = -\,0{,}3779\ S + 0{,}0002998\ (t - t')\ B.$$

Dus voor $B = 760$:

$$= -\,0{,}3779\ S + 0{,}227\ (t - t').$$

De eerste term was reeds aangebracht, de tweede term is dus in het algemeen:

$$= \frac{B}{760} \times 0{,}227\ (t - t').$$

De barometerstand verschilde bij deze wegingen nooit zooveel van 760 mM., dat de breuk $\frac{B}{760}$ behoefde in aanmerking genomen te worden; $t - t'$ was meestal tusschen 1 en 2° C., en een klein tafeltje verschafte dus de nog noodige correctie van den barometerstand.

Wij zullen nu één voorbeeld van de geheele bewerking geven, waardoor het duidelijk zal zijn, hoe gehandeld en hoe gerekend is. Ik had schemaas laten drukken, die op de plaats zelve slechts ingevuld behoefden te worden, een maatregel, die altijd aanbeveling verdient, zoowel om de tijdwinst, die hij verschaft, als omdat men dan niet zoo licht de eene of andere noodige aanteekening vergeet te doen.

Vooraf zullen wij (ook ten gerieve van anderen) hier de tafels laten volgen, die bij de herleiding der wegingen, ook der hydrostatische, dienden.

HULPTAFEL VOOR HERLEIDING DER WEGINGEN TOT HET LUCHTLEDIGE.

Therm.	Corr. Barom. voor Thermometer — Barometer met geelkoper. schaal — 750m.m.	770m.m.	Corr. Barometer voor vochtigheid der lucht. — t'.	1e Corr. 0,3779 × Dampdruk.	$t-t'$.	2e Corr. voor B=760m.m. 0,227 ($t-t'$).	T.	Log. gewicht in milligrammen van 1 milli-milliliter lucht bij T° en 1 m.m. Barometerstand.	Di
C.	— m.m.	— m.m.		— m.m.		+ m.m.			
0°	0,00	0,00	0	1,73	0,0	0,00	0	4,23080	—
1	0,12	0,12	1	1,855	0,1	0,02	1	4,22921	—
2	0,24	0,25	2	1,99	0,2	0,045	2	4,22763	—
3	0,36	0,37	3	2,14	0,3	0,07	3	4,22605	—
4	0,48	0,50	4	2,29	0,4	0,09	4	4,22447	—
5	0,60	0,62	5	2,46	0,5	0,11	5	4,22291	—
6	0,73	0,75	6	2,63	0,6	0,14	6	4,22134	—
7	0,85	0,87	7	2,82	0,7	0,16	7	4,21979	—
8	0,97	0,99	8	3,02	0,8	0,18	8	4,21824	—
9	1,09	1,12	9	3,23	0,9	0,20	9	4,21669	—
10	1,21	1,24	10	3,45	1,0	0,23	10	4,21515	—
11	1,33	1,36	11	3,69	1,1	0,25	11	4,21361	—
12	1,45	1,49	12	3,94	1,2	0,27	12	4,21209	—
13	1,57	1,61	13	4,21	1,3	0,295	13	4,21056	—
14	1,69	1,74	14	4,49	1,4	0,32	14	4,20904	—
15	1,81	1,86	15	4,79	1,5	0,34	15	4,20753	—
16	1,93	1,98	16	5,105	1,6	0,36	16	4,20602	—
17	2,05	2,11	17	5,44	1,7	0,39	17	4,20452	—
18	2,17	2,23	18	5,79	1,8	0,41	18	4,20302	—
19	2,29	2,35	19	6,17	1,9	0,43	19	4,20153	—
20	2,41	2,48	20	6,56	2,0	0,45	20	4,20004	—
21	2,53	2,60	21	6,98	2,1	0,48	21	4,19856	—
22	2,65	2,72	22	7,42	2,2	0,50	22	4,19708	—
23	2,77	2,85	23	7,88	2,3	0,52	23	4,19561	—
24	2,89	2,97	24	8,37	2,4	0,545	24	4,19414	—
25	3,01	3,09	25	8,89	2,5	0,57	25	4,19268	—
26	3,13	3,22	26	9,43	2,6	0,59	26	4,19122	—
27	3,25	3,34	27	10,00	2,7	0,61	27	4,18977	—
28	3,37	3,46	28	10,61	2,8	0,64	28	4,18832	—
29	3,49	3,59	29	11,24	2,9	0,66	29	4,18688	—
30	3,61	3,71	30	11,91	3,0	0,68	30	4,18544	—
31	3,73	3,83	31	12,61	3,1	0,70	31	4,18501	—
32	3,85	3,95	32	13,34	3,2	0,72	32	4,18359	

DICHTHEID VAN WATER.

C.			
0°	0,9998828		
		+ 525	
1	9353		— 157
		+ 368	
2	9721		— 154
		+ 214	
3	0,9999936		— 150
		+ 64	
4	1,0000000		— 149
		— 85	
5	0,9999915		— 145
		— 230	
6	9684		— 143
		— 373	
7	9311		— 140
		— 513	
8	8798		— 139
		— 652	
9	8146		— 137
		— 789	
10	7357		— 131
		— 920	
11	6437		— 131
		— 1051	
12	5386		— 126
		— 1177	
13	4209		— 125
		— 1302	
14	2907		— 123
		— 1425	
15	1482		— 121
		— 1546	
16	0,9989936		— 115
		— 1661	
17	88275		— 114
		— 1775	
18	86500		— 114
		— 1889	
19	84611		— 108
		— 1997	
20	82614		— 106
		— 2103	
21	80511		— 103
		— 2206	
22	78305		— 99
		— 2305	
23	76000		— 100
		— 2405	
24	73595		— 97
		— 2502	
25	71093		— 91
		— 2593	
26	68500		— 91
		— 2684	
27	65816		— 87
		— 2771	
28	63045		— 85
		— 2856	
29	60189		— 81
		— 2937	
30	0,9957252		

UTRECHT, den 28 Augustus 1886.

Lokaal: Physisch Kabinet. Balans: Groote van OLLAN

Weging door J. A. C. CUDEMANS, van N°. 1 + Δ_1 + 2 mgr. tegen G_2 + Δg.

M.T. 9u34m, Bar. OLL. 288: 768,0, Therm. bij bar. 20°,7. Psychrometer.

Gemiddeld begin en einde: 767,85
Corr. + 0,47
Corr. voor Th. — 2,56
" " t' — 6,09
$\frac{B}{760} \times 0{,}221\,(t-t') = +$ 0,42
Herleide barometerstand: 760,09

Droog: GEISSLER N°. 2 20°,47 Vochtig: GEISSLER N°. 3
Gem. begin en einde: 20 ,485
Corr. + 0 ,18 Corr. —
t = 20 ,665 t' =
$t-t'$ = 1 ,86

M. Tijd	Links	Rechts	Th. bij balans BAUDIN 7483	Aflezing deeltjes	Midden deeltjes	Rustpunt halve deeltjes	Midden halve deeltjes	Resultaat kwart deeltjes	Midden kwart deeltjes
9u 39m	G	1	20°,17	30,2					
				29,2	30,2	59,4			
			,20	30,2					
								N°.1—G	
44,5	1	G	,24	28,75					
				34,15	28,825	62,975	59,4	— 3,575	
			,22	28,9					
50	G	1	,29	26,2					1kd = 0,264
				33,1	26,3	59,4			
			,28	26,4					
									— 3kd,45 =
55,5	1	G	,31	29,0					af 2 mgr. =
				33,6	29,1	62,7			
			,31	29,2					
10 1	G	1	,35	28,0					Δg =
				31,2	28,05	59,25	62,575	— 3,325	Δ_1 =
			,37	28,1					$\Delta g - \Delta_1$ =
	1	G	,40	33,1					
				29,4	33,05	62.45			
7,5			,40	33,0					

Midden: 20,295
Corr.: + 0,114
T = 20,41

I = 121615 + 6,85 T
I' = 99805 + 2,42 T
$I - I'$ = 21810 + 4,42 T
= 21900

Bepaling der gevoeligheid.

Bijgevoegd: Links	Rechts	Aflezing deeltjes	Midden deeltjes	Rustpunt halve deeltjes
5 mgr.		30,7		
		22,65	30,575	53,225
		30,45		
	5 mgr.	29,95		
		41,95	30,125	72,075
		30,3		53,163
			mgr 4,995 =	18,912 h.d.
5 mgr.		22,0		
		31,0	22,1	53,1
		22,2		

Berekening der herleiding tot het luchtledige.

B = 760,09

$\log. B$ = 2,88087
$\log. (I - I')$ = 4,34044
log. 1 m.mL. lucht bij T° en 1 mM Bar. = 4,19943
$\log.$ corr. voor φ = 0,00027
$\log.$ herleiding = 1,42101

Afleiding van he[t] resultaat.

N°. 1 — G_2 = —
Herleiding = +
Verschil der bijgevoegde gewichtjes = —
G_2 — Plat. Std = +
N°. 1 — Plat. Std. = —

M.T. 10u24m, Bar. 767,7 mM., Therm. bij bar. 20°,7 Psychrometer.

Droog: 20°,50 Vochtig: 1[…]

§ 3. De verkregene resultaten.

Ziehier nu de resultaten der wegingen. Ik heb hier niet vermeld eenige resultaten, verkregen in den namiddag van 27 April, den 28sten April, en een gedeelte van 29 April, die onder niet geheel gunstige omstandigheden verricht waren. Den 27sten April had ik namelijk met den zoon van den Heer Olland het juk afgelicht om de messen te onderzoeken; deze ongeschonden vindende, legden wij het juk weder op zijne plaats en hingen wij de schalen er aan, doch toen ik de wegingen voortzette, maakte de balans meestal slingeringen, veel grooter dan ik gewend was, zoodat ik herhaalde malen moest arrêteeren en weer zeer langzaam het juk weer moest laten neerdalen. Eerst den 29sten vond ik de reden van dit verschijnsel. Wij hadden namelijk bij het weder aanhaken der schalen, aan elke zijde een haak met de bocht binnenwaarts in plaats van buitenwaarts gehangen, en bij het weer nederlaten van het juk verkreeg die haak door aanraking met een der vaste deelen van het instrument een stoot, zoodat het juk grootere slingeringen maakte dan anders. Blijkbaar heeft deze omstandigheid ongunstig op de wegingen gewerkt, althans de resultaten, in dat tijdvak verkregen, wijken altijd iets sterker van het midden af dan de anderen; en ik heb dus besloten de wegingen van N⁰. 1, N⁰. 2 en N⁰. 4 nog te herhalen, ten einde van ieder kilogram drie wegingen te hebben. Deze herhaling geschiedde eerst den 28sten Augustus; het was mij namelijk voorgekomen, dat, aangezien een der bronnen van fouten der wegingen zonder twijfel de luchtstroomen zijn die in de balanskast ontstaan, het geraden is de schalen zoo weinig windvang mogelijk te geven, d. w. z. niet grooter te maken dan zij noodig zijn. Dit gaf mij aanleiding den Heer Olland te verzoeken, een paar schalen te maken, zoo klein, dat enkel de kilogrammen, hoogstens de stukken van 2 kilogrammen, er op kunnen staan; de Heer Olland voldeed hieraan, en den 28sten Augustus werden deze schalen aangehangen, die eene middellijn hebben

van 75 mM., terwijl de middellijn der oude 225 mM. bedraagt. Werkelijk komen de wegingen van dien dag goed uit, de verschillen tusschen de resultaten der enkele wegingen zijn:

bij N⁰. 1:	0^{kd},25	=	0,066 mgr.,
bij N⁰. 2:	0 ,0625	=	0,017 » ,
bij N⁰. 4:	0 ,0375	=	0,010 »
	gemiddeld		0,031 mgr.

dus gunstiger dan één der op blz. 157 vermelde getallen.

Uitkomsten der wegingen, aannemende *) *dat het glazen kilogram* G_2 *in het luchtledige* 7,01 *mgr. zwaarder weegt dan het Nederlandsche platina standaardkilogram* P.

N⁰. 1 (Teyler)—P.

19 April 1886	+ 2,83 mgr.
20 » 1886	2,77 »
28 Augustus 1886	+ 2,58 »
	+ 2,73 mgr.
In 1856	+ 1,20 »
1886—1856:	+ 1,53 mgr.

N⁰. 2 (K. A. v. W.)—P.

19 April	— 10,44 mgr.
24 »	— 10,70 »
28 Augustus	— 10,77 »
	— 10,64 mgr.
1856	+ 0,09 »
1881	— 10,49 »
1886—1856	— 10,73 mgr.
1886—1881	— 0,17 »

N⁰. 4 (O. I.)—P.

19 April		— 0,44 mgr.
27 April		— 0,45 »
28 April		— 0,61 »
		— 0,50 mgr.
1856	+ 1,17	— 0,70 »
Uitgenomen. .	1,87	
1886—1856		+ 0,20 mgr.

N⁰. 5 (Utr.)—P.

19 April	— 1,11 mgr.
20 April	— 1,15 »
27 April	— 1,16 »
	— 1,14 mgr.
1856	+ 1,09 »
1881	— 1,40 »
1886—1856	— 2,23 mgr.
1886—1881	+ 0,26 »

---

*) Behalve bij de herleiding der wegingen van 22 Juli, zie hierachter blz. 185 en 186.

N°. 6 (Gron.)—P.

24 April	— 0,47 mgr.
30 April	— 0,19 »
1 Juli	— 0,62 »
2 Juli	— 0,56 »
	— 0,46 mgr.
1856	+ 1,03 »
1886—1856	— 1,49 mgr.

Na de weging van 2 Juli Hydrostatische bepaling van het volumen van G_2:

3 Juli	+ 0,11 mgr.

Hierna herhaling der hydrostatische weging van G_2:

3 Juli	— 0,15 mgr.
7 Juli	— 0,04 »
12 Juli	+ 0,06 »
22 Juli	+ 0,06 »
Gemiddeld de laatste vijf:	+ 0,01 mgr.

Later gevonden:

8 Sept. — 0,31, weêr omtrent als in April.

N°. 7 (Amst.)—P.

19 April	+ 1,22 mgr.
19 April	+ 0,95 »
20 April	+ 1,14 »
	+ 1,10 mgr.
1856	+ 1,20 »
1886—1856	— 0,10 mgr.

P'' (Pol. school)—P.

19 April	— 6,22 mgr.
24 April	— 6,02 »
1 Mei	— 6,44 »
	— 6,23 mgr.

Kilogram van VAN SWINDEN (Utrecht) —P.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:		Na die bepaling:		
29 April	+ 3,82 mgr.	22 Juli	's vm.	+ 1,96 mgr.
30 April	+ 4,07 »	22 Juli	's nam.	+ 1,59 »
	+ 3,95 mgr.			+ 1,78 mgr.

Kilogram van FORTIN (Utrecht) —P.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:		Na die bepaling:		
29 April	+ 156,96 mgr.	22 Juli	's vm.	+ 154,04 mgr.
30 April	+ 157,01 »		's nam.	+ 153,86 »
	+ 156,99 mgr.			+ 153,95 mgr.

L_1 (Leiden) —P, (L_1 vernist).

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:		Na die bepaling:		
24 April	— 12,37 mgr.	22 Juli	's vm.	— 12,02 mgr.
28 April	(— 12,33:) »		's nam.	— 12,12 »
29 April	(— 12,75:) »			— 12,07 mgr.
	— 12,37 mgr.			

L_2 (Leiden) —P, (L_2 vernist).

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:		Na die bepaling:	
24 April	+ 56,77 mgr.	22 Juli 's vm.	+ 56,07 mgr.
28 April	(57,10:) »	22 Juli 's nam.	56,04 »
29 April	(56,62:) »		+ 56,06 mgr.
	+ 56,77 mgr.		

Uit deze resultaten kan men afleiden:

m. fout van ééne dubbele weging . . . ± 0,145 mgr.
» » » het gemiddelde van drie dubbele wegingen. . . . . ± 0,084 » .

Maar er is nog het volgende op te merken. Ik ben eerst tot de hydrostatische bepaling van het volumen van het glazen kilogram G_2 overgegaan, toen de vereischte wegingen waren afgeloopen; (de wegingen van 27, 28, 29 April, waarvan boven sprake geweest is, had ik toen namelijk nog niet verworpen). Het geschiedde niet vóór den 2den Juli, nadat N^0. 6 gewogen was. Om te onderzoeken, welken invloed het indompelen van G_2 in gedestilleerd water en het weder afdrogen op het kilogram gehad had, vergeleek ik het den volgenden dag weer met hetzelfde verguldkoperen kilogram N°. 6; daarop volgde eene herhaalde hydrostatische weging van G_2, en eene herhaalde vergelijking van N°. 6 met G_2.

De 4 reeds volbrachte bepalingen van 24 en 30 April, 1 en 2 Juli hadden gegeven . . . N°. 6 — G_2 = — 7,47;
De 1ste bepaling van 3 Juli gaf » » = — 6,86;
» 2de » » 3 » » » » = — 6,96.

Daar in den toestand van N°. 6 geene verandering hoegenaamd is gekomen, zou uit de beide eerste dezer getallen, opgemaakt moeten worden dat de indompeling in water het glazen kilogram 0,61 mgr. *lichter* had doen worden; dat echter oplossing van het glas niet de reden dezer vermindering kan zijn, blijkt daaruit, dat na de 2[de] indompeling een resultaat verkregen werd, dat tusschen de beide vorige inlag. Opzettelijk herhaalde ik dezelfde vergelijking den 7[den] Juli, en ik verkreeg:

$$7 \text{ Juli, N}^0.\ 6 - G_2 = -7{,}05.$$

Alweder eene verandering in denzelfden rugwaartschen zin, d. i. even alsof het glazen kilogram weer zwaarder geworden was. Herhaling was dus wenschelijk om te zien hoever dit gaan zou, en of het wellicht zijn vroegere gewicht terug zou krijgen, doch de resultaten later verkregen waren, zie de boven medegedeelde resultaten:

$$12 \text{ Juli N}^0.\ 6 - G_2 = -6{,}95 \text{ mgr.}$$
$$22 \quad » \qquad = -6{,}95 \quad »$$

zoodat het verschijnsel tot staan gekomen scheen te zijn.

Daar nu het midden van de vijf laatste bepalingen, $-6{,}94$ mgr., 0,63 mgr. verschilde van het vorige, achtte ik het tamelijk wel bewezen dat, om welke reden ook, de indompeling op 2 en 3 Juli het glazen kilogram G_2 ongeveer 0,6 mgr. lichter had gemaakt, en toen ik dus, dit verslag opmakende, in Augustus besloot, de wegingen, in den gestoorden toestand der balans gedaan, (27—29 April) te verwerpen, en N^0. 1, 2 en 4 nog voor de derde maal te vergelijken, meende ik voor het gewicht van G_2 0,6 mgr. minder te moeten aannemen, maar het bleek bij de herleiding, dat de resultaten dan in het geheel niet met de vroegere van 19—27 April overeenstemden. Het glazen kilogram scheen weer 0,70 mgr. zwaarder te zijn geworden, derhalve 0,10 zwaarder te zijn dan oorspronkelijk. Ik heb dus bij de herleiding het door mij zelf uit de wegingen van 1856 afgeleide resultaat:

$$G_2 - P = +7{,}01 \text{ mgr.}$$

behouden. Alleen bij de herleiding der wegingen van 22 Juli des voor- en des namiddags, van de 4 kilogrammen VAN SWINDEN, FORTIN, L_1 en L_2, achtte ik het noodzakelijk G_2 0,50 minder zwaar aan te nemen *).

Wat nu de verklaring van de gevondene veranderlijkheid betreft, ik geloof dat zij gezocht moet worden in eene langzaam voorschrijdende condensatie, hetzij van waterdamp, hetzij van lucht, op de oppervlakte; het schijnt dat door indompeling in water en weer afdrogen het kilogram van die gecondenseerde laag bevrijd geweest is, doch dat zij er langzamerhand, d. i. een tijdsverloop van twee maanden, weer opgekomen was.

De later nog verrichte wegingen (meestal enkele) hebben de volgende uitkomsten opgeleverd. Bij de herleiding werd verondersteld, dat het gewichtstuk zelf een volumen van 120 milliliters heeft; hetzelfde kan dan ook aangenomen worden, als met datzelfde stuk andere gewichten geverifieerd worden.

SLAPER van de Munt, door weging tegen N⁰. 5 van het Physisch Kabinet.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:	Na die bepaling:
6 November + 41,96 mgr. (2)	13 November + 41,95 mgr. (3)
(7 Nov. Inhoud bepaald. Gevonden op 0° C.: 119127 mmL).	14 » + 43,04 » (3)
	+ 42,50 mgr.

CONTRASLAPER van de Munt, door weging tegen N⁰. 5 van het Physisch Kabinet.

6 November + 49,00 mgr. (3)	13 November + 48,55 mgr. (3)
(13 Nov. Inhoud bepaald. Gevonden op 0° C.: 119043 mmL).	

---

*) Dit had eigenlijk 0,60 moeten zijn, maar was tengevolge eener vorige herleiding aangenomen.

NB. 15 Nov. Gevonden: Contraslaper = Slaper + 6,44 mgr. (2).

De sluitfout 0,39 verdeelende:

Slaper — Platina-Standaard:	+ 42,42 mgr.,
Contraslaper — Platina-Standaard:	+ 48,70 » ,
Contraslaper — Slaper:	+ 6,28 » .

Vergelijkt men deze resultaten met de in 1838 te Amsterdam gevondene uitkomsten, nl.:

Slaper = Oude Standaard + 56,6 mgr.,
Contraslaper = Oude Standaard + 63,7 » ,

dan blijkt, dat indien de Slaper en Contraslaper in 48 jaren onveranderd gebleven zijn, de Oude Standaard 14 tot 15 mgr. te licht moet geweest zijn, hetgeen omtrent overeenkomt met de gevolgtrekking der Commissie van dat jaar, en bevestigd wordt door de later door mij gevonden weging van 2 Juli 1839 (zie hierachter, blz. 232).

Zonderlinger resultaat gaf het kilogram van Deleuil. Hiervoor vond de Commissie van 1838:

Kil. Deleuil = Oude standaard + 50,5 mgr..

Aannemende Oude standaard = Platina Standaard — 14,5 mgr., komt dus in 1838:

Kil. Deleuil = Platina Standaard + 36 mgr..

Doch voor het kilogram van Deleuil werd gevonden:

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:
6 November + 576,08 mgr.,
13 » + 575,72 » ,
+ 575,90 mgr.,
(15 Nov. Inhoud bepaald. Gevonden op 0° C. 129449 mmL).

Na die bepaling:
15 November 575,47 mgr..

Wij staan hier voor een zonderling dilemma. Het kilogram is, op bestelling van den Heer Poelman, in 1837 afgeleverd met de verzekering »dat het volkomen gelijk was aan den étalon-modèle van het kilogram, naar hetwelk van den beginne af al de kilogramgewichten ten dienste van de Gene-

rale Administratie, de verschillende Munthuizen en de kantoren van waarborg in Frankrijk, alsmede de handels-essayeurs te Parijs en vele der eerste goud- en zilverhandeldrijvende huizen vervaardigd geworden zijn en jaarlijks gejusteerd worden". Volgens verklaring van den Heer VAN RIEMSDIJK is eene verwisseling niet mogelijk; het kilogram draagt ook de letters DL.

Derhalve: òf DELEUIL heeft bij vergissing een nog niet gejusteerd (dus nog te zwaar) kilogram afgeleverd, en de Commissie van 1838, die het kilogram slechts eens gewogen heeft, heeft zich vergist in het wegen en omtrent 540 milligram over het hoofd gezien, òf wij hebben hier een kilogram, dat, hoewel het uiterlijk alleen een weinig bruin geworden is, alsof het aan de werking van zwavelwaterstof is blootgesteld geweest, in 49 jaren 540 milligram in gewicht is toegenomen. Het een is even onwaarschijnlijk als het andere. Merkwaardig is het groote volumen 129,449 milliliters, waaruit een specifiek gewicht zou volgen van 7,725, hetgeen, zoo het stuk massief is, een grooter zinkgehalte zou aanduiden, dan gewoonlijk aan geelkoper gegeven wordt.

Nog kan hier vermeld worden dat eene verificatie door de Heeren VAN SETTEN en OLLAND in 1866 voor het kilogram van DELEUIL gegeven heeft:

DELEUIL — N°. 5 = 529,2 mgr.,

Daar nu N°. 5 thans slechts ongeveer 1,5 mgr. te zwaar is, zou DELEUIL, als wij dit getal ook voor 1866 aannemen, toen 531 mgr. te zwaar geweest zijn, welk getal in 20 jaar weer met 45 mgr. vermeerderd is.

Tot nog toe is het raadsel voor mij niet opgelost.

Kilogram met den stempel van het K. N. I., bewaard wordende aan de K. Ak. van Wetenschappen — Pl. Standaard.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:	Na die bepaling:
6 November + 79,43 mgr. (2)	13 November + 79,07 mgr. (3)
(13 Nov. Inhoud bepaald. Gevonden op 0° C. 121943 mmL).	NB. Het cijfer tusschen haakjes duidt het aantal *enkele* wegingen aan.

Standaardkilogram S van de Munt — Pl. Standaard.

11 November, door weging tegen				G_2	+ 15,57 mgr.	(9)
13	»	»	»	» N°. 5	+ 15,57 »	(6).

Van dit kilogram werd, op verzoek van den Heer VAN RIEMSDIJK, het volumen niet bepaald; bij de herleiding werd daarvoor 120 mL. aangenomen. Het is in 1872 het laatst door STAMKART en COHEN STUART te Delft geverifieerd en toen bevonden te zwaar te zijn 4,1 mgr. Het is dus in 14 jaar 11,47 m.gram in gewicht toegenomen.

Kilogram L_3 van het Physisch Kabinet der Rijks-Universiteit te Leiden — Platina Standaard.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:

15 December	—38,15 mgr.	(6)
23 »	—38,80 »	(7)
Gemiddeld:	—38,475 mgr.	

(23 December. Bepaling van het volumen. Gevonden op 0° C. 123327 mmL.).

Na die bepaling:

24 December	— 38,80 mgr.	(7)
27 »	— 38,66 »	(7)
Gemiddeld:	— 38,73 mgr.	

Koperen Standaardkilogram B, van het Physisch Kabinet der Rijks-Universiteit te Leiden — Platina Standaard.

Vóór de hydrostatische bepaling van zijn volumen:

22 December	+ 2,47 mgr.	(6)
23 »	+ 2,28 »	(6)
Gemiddeld:	+ 2,375 mgr.	

(23 December. Bepaling van het volumen. Gevonden op 0° C. 122424 mmL.; zie verder de 1ste Aanteekening).

Na die bepaling:

24 December	+ 1,74 mgr.	(7)
27 »	+ 1,54 »	(9)
Gemiddeld:	+ 1,64 mgr.	

Omtrent dit kilogram is op te merken dat het in 1857 door alle drie de Commissieleden ook met den Platina-standaard vergeleken is, even als het kilogram C, dat bij het Ministerie van Binnenlandsche Zaken bewaard wordt, en het kilogram L, van het IJkkantoor te Amsterdam. Door vereffening van 13 wegingen, ook van deze stukken onderling, vond STAMKART als eindresultaat voor 1857:

B = Pl. St. + 2,58 = Kil. des Arch. + 2,73 mgr.,
C = Pl. St. — 1,46 = Kil. des Arch. — 1,31 » ,
L = Pl. St. + 7,63 = Kil. des Arch. + 7,78 » .

Ofschoon onvernist, schijnt het kilogram B dus in 29 jaar onveranderd gebleven te zijn.

Het verschil tusschen den Pl. St. en het Kil. des Archives, dat hier = 0,15 mgr. is aangenomen, is door mij uit de wegingen te Parijs afgeleid te bedragen 0,36 mgr., zie hierachter blz. 224.

AANTEEKENINGEN.

---

[1]) De zeven verguldkoperen kilogrammen, die in 1857 op voorstel van STAMKART vervaardigd en door de Commissie voor standaardmeter en -kilogram met het platina-standaard-kilogram vergeleken zijn, (*V. en M.*, 1e Reeks, Deel VII, blz. 36) waren genummerd; zij zijn als volgt verspreid geworden:

N°. 1 aan TEYLER's Genootschap te Haarlem,
N°. 2 aan de Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam,
N°. 3 aan de Regeering van Suriname te Paramaribo,
N°. 4 aan de Regeering van Oost-Indië te Batavia,
N°. 5 aan het Natuurkundig Kabinet der Hoogeschool te Utrecht,
N°. 6 aan het Natuurkundig Kabinet der Hoogeschool te Groningen,
N°. 7 aan het Natuurkundig Kabinet van het Athenaeum (thans de Gemeentelijke Universiteit) te Amsterdam.

Het zal wellicht menigen lezer niet onwelkom zijn een kort overzicht te hebben van de geschiedenis der Nederlandsche standaarden, van de invoering van het metrieke stelsel af. Het volgende moge als zoodanig strekken.

---

§ 1. De vaststelling van het kilogram. Van Swinden en Aeneae nemen, als afgevaardigden van de Bataafsche Republiek, deel aan de werkzaamheden der Fransche Commissie van Maten en Gewichten in 1799. Invoering van het nieuwe stelsel van Maten en Gewichten in de Nederlanden.

De verwarring, te weeg gebracht door de menigvuldigheid der maten en gewichten, niet alleen in verschillende landen, maar ook in hetzelfde land in gebruik, gaf Talleyrand in het begin van 1790 aanleiding, aan de Assemblée Constituante een voorstel te doen, hierin door de invoering, van staatswege, van één stelsel van maten en gewichten te voorzien; dit voorstel had ten gevolge, dat den 8sten Mei de Académie des Sciences door dat Lichaam werd uitgenoodigd, de eenheden der maten en gewichten voor zulk een stelsel te bepalen en de elementaire boekwerken samen te stellen, bestemd om de noodige kennis er van te verspreiden.

Ook omtrent het aan de munten te geven gehalte wenschte de Nationale Vergadering de voorlichting der Académie, alsmede omtrent de wijze van verdeeling, die zij voor de maten en gewichten het doelmatigst zou achten.

In een verslag, door Borda, Lagrange, Lavoisier, Tillet en Condorcet den 27sten October 1790 in de vergadering der Académie voorgelezen, werd de vraag betreffende het gehalte der munten beantwoord, en tevens de decimale verdeeling der maten en gewichten als de doelmatigste aangewezen (*Annales de Chimie*, Tome XVI, p. 226).

In een tweede verslag, uitgebracht den 19den Maart 1791 door Borda, Lagrange, Laplace, Monge en Condorcet, werd de vraag omtrent de éénheid der maten overwogen. Drie eenheden waren ter sprake gekomen: de lengte van den sekondeslinger op 45° breedte, een kwadrant van den equator en een kwadrant van den meridiaan. Om verschillende, in dit verslag aangevoerde redenen, gaf de Commissie de voorkeur aan het kwadrant van den meridiaan.

Reeds den 26sten Maart 1791 volgde het besluit der Nationale vergadering, waarbij dit kwadrant van den meridiaan als grondslag van het nieuwe stelsel werd aangenomen. Om dit besluit uit te voeren, werd het noodig geacht, eene graadmeting te volvoeren langs een boog van den meridiaan, die zich ter weerszijden van 45° breedte uitstrekte; op die wijs kon men zich het meest onafhankelijk maken van de niet nauwkeurig bekende afplatting der aarde.

Méchain en Delambre werden met dezen arbeid belast. Zij maten met een daartoe opzettelijk vervaardigden basistoestel, (rustende op het beginsel dat twee metalen strooken, platina en geelkoper, op elkander gelegd, door het met een nonius gemeten verschil harer lengten, de temperatuur der strooken, en daarmede hare lengten aangeeft), twee bases, eene bij Melun, in de nabijheid van Parijs, en eene bij Perpignan, in de nabijheid der Pyreneeën; verder ontwierpen zij een net van driehoeken, en bedienden zich, bij het meten der hoeken, even als voor de breedtebepalingen, van een repetitiecirkel van Borda, een instrument, thans geheel door den theodoliet en het universaal-instrument vervangen.

De door de genoemde geleerden in de jaren 1792—1798 gemeten driehoeken omvatten den meridiaanboog tusschen Duinkerken en Montjouy (bij Barcelona), en toen deze arbeid bijna voltooid was, besloot het Institut National des Sciences et des Arts, het werk aan het oordeel van vreemde geleerden te onderwerpen; de Fransche Regeering kon zich met dit denkbeeld wel vereenigen en noodigde in Juni 1798 de met Frankrijk bevriende mogendheden uit, afgevaardigden voor dit doel naar Parijs te zenden. De Bataafsche Republiek zond de »Burgers" J. H. van Swinden en H. Aeneae; de Fransche leden der commissie waren Borda, Brisson, Coulomb, Darcet, Delambre, Lagrange, Laplace, Lefèvre-Gineau, Legendre, Méchain, Prony, allen leden van het Instituut; van de overige, buitenlandsche, leden hebben zich alleen Tralles, de afgevaardigde van de Helvetische Republiek en Fabbroni, van Toscane, door bijzonderen arbeid doen kennen.

Het resultaat van de werkzaamheden der Commissie is bekend. Als eenheid, die den naam kreeg van *Mètre*, werd aangenomen het $\frac{1}{10\,000\,000}$ deel van den kwartmeridiaan, dat, naar de uitkomsten der voleindigde triangulatie, op 443,296 parijsche lijnen van de Toise du Pérou (deze genomen op 13° R. = 16°,75 C.), berekend werd. Dit is dus de lengte van den *mètre définitif*. Naar voorloopige berekeningen had men vroeger, als *mètre provisoire*, aangenomen 443,442 *).

Wij moeten nog even terugkeeren tot het jaar 1792. Een derde verslag, van BORDA, LAGRANGE, CONDORCET en LAPLACE, voorgelezen in de vergadering der Académie des Sciences van 11 Juli 1792, behandelde de benamingen, aan de lengte- en oppervlakte-maten te geven. Hierin werden voorgesteld de namen *millaire* voor 1000 eenheden, *mètre* voor de eenheid, verder *décimètre*, *centimètre*, *millimètre*, en voor de vlaktematen: *are*, *déciare*, *centiare*, enz. De tegenwoordig gebruikelijke namen der veelvouden zijn eerst later ingevoerd.

Den 25sten November 1792 deed nu de Académie des Sciences van hare verhandelingen verslag aan de Convention Nationale. Er zouden vijf commissiën het werk verdeelen; de 1ste zou de graadmeting uitvoeren tusschen Duinkerken en Barcelona; hierover hebben wij reeds gesproken. De tweede zou de bases meten, waarop de geodesische metingen, d. i. de triangulatie zoude aansluiten; de 3de zou de lengte van den sekondeslinger op 45° breedte en aan het oppervlak der zee bepalen; de 4de zou het gewicht van een bepaald volumen gedestilleerd water, tot den grootsten graad van dichtheid gebracht, bepalen, en den algemeenen standaard der gewichten vaststellen; de 5de eindelijk zou alle in Frankrijk gebruikelijke lengtematen met de toise, alle in Frankrijk gebruikelijke gewichten met het Parijsche

*) De herkomst van dit getal heb ik niet gevonden. In de *Base du Système Métrique*, Deel III, blz. 433, staat alleen: Le mètre provisoire avait été établi par des combinaisons probables des mêmes degrés terrestres, faites précédemment de 3 pieds 11,442 lignes.

pond vergelijken, om daarna de betrekkingen tot de nieuwe eenheden van lengtemaat en gewicht af te leiden.

De 3de Commissie bestond uit de burgers Borda, Coulomb en Cassini IV *), de 4de uit Haüy en Lavoisier. De beide laatsten voerden de hun opgedragen taak op de volgende wijs uit. Zij lieten door Fortin een hollen koperen cilinder vervaardigen, hebbende eene hoogte en eene middellijn van omtrent 9 Parijsche duimen (243,5 millimeters) en bepaalden het gewichtsverlies, dat deze cilinder bij weging in water onderging. Ten einde uit het gewicht van den cilinder in de lucht met meer zekerheid zijn gewicht in het luchtledige te kunnen afleiden, was er in het bovenvlak een gaatje, waardoor een buisje gestoken was; daardoor werd de gemeenschap van de holte in den cilinder en de buitenlucht onderhouden en behoefde alleen het verlies in de lucht van den metalen wand in rekening gebracht te worden.

Lavoisier werd in 1793 door het Comité de Sûreté gevangen genomen, en zijn hoofd viel den 19 Floréal an II (8 Mei 1794) †) onder de guillotine. Een onlangs door den heer C. Wolf in de Archieven der Commissie van Maten en Gewichten teruggevonden verzoekschrift, door Borda en Haüy den 19den December 1793 aan het genoemde comité ingezonden: »om hem te ontslaan, daar zijne hulp bij de werkzaamheden der Commissie niet gemist kon worden", werd, met het weigerend antwoord er onder geschreven, teruggezonden.

Het schijnt dat Haüy zich terugtrok, althans met de herhaling der wegingen belastte zich Lefèvre-Gineau, wien echter op zijn verzoek Fabbroni werd toegevoegd.

Met de meeste zorg werd de inhoud van den gebruikten cilinder door Lefèvre-Gineau uitgemeten, waaromtrent men

---

*) Achtereenvolgens zijn vier Cassinis Directeur der Sterrewacht te Parijs geweest, Jean Dominique, gest. 1712; Jacques, gest. 1756; Cesar François Cassini de Thury, gest. 1784 en Jacques Dominique Cassini de Thury, gest. 1845.

†) In de *Mémoires de Madame de Rémusat*, Préface p. 42, staat verkeerdelijk 9 Mei.

de bijzonderheden vinden kan in de *Base du Système Métrique*, T. III, p. 568—575, en in VAN SWINDEN, *Verhandeling over volmaakte Maaten en Gewigten*, blz. 353—360, en het resultaat van dezen arbeid was, dat de nieuwe eenheid van gewicht, zijnde het gewicht van het water, bij zijne grootste dichtheid, begrepen in de ruimte van een kubieken decimeter, woog 18827,15 greinen Fransch Mark-gewicht, of 2 Pond, 0 Mark, 0 ons, 5 drachmen (gros) en 35,15 greinen *).

Van meter en kilogram werden nu standaards vervaardigd, zoowel om te Parijs te bewaren, als om aan de afgevaardigden mede te geven. De standaards, die te Parijs zouden bewaard blijven, zoowel die van den meter, als die van het kilogram, werden van platina vervaardigd; zij werden den 4 Messidor, An VII (22 Juni 1799) neergelegd in het Staats-Archief; vandaar de benaming: *Mètre des Archives* en *Kilogramme des Archives* †).

*) Een Pond = 2 Mark; 1 Mark = 8 Ons; 1 Ons = 8 Drachmen; 1 Drachme = 72 grein. In eene decimale breuk ontwikkeld, geeft dit 2,042 876 55 Pond.

†) Er werden in het geheel vier platina-kilogrammen en meters vervaardigd, en wel, door bemiddeling van FORTIN, door JANNETTI te Parijs; van de kilogrammen was één het *kilogramme des Archives;* in 1804 werden er 2 aangekocht om op het Observatoire in bewaring gegeven te worden voor wetenschappelijk gebruik, het ééne, bekend onder den naam van *kilogramme de l'Observatoire*, heette volkomen gelijk te zijn aan het kilogramme des Archives, maar bleek bij latere wegingen ruim 4 mgr. zwaarder te zijn; den 17den September 1844 werd het door GAMBEY er aan gelijk gemaakt; het andere was opzettelijk 88 milligrammen lichter gemaakt, om in de lucht even veel te wegen als koperen kilogrammen. Het 4de kilogram eindelijk werd overgegeven aan het „agence des Poids et Mesures" bij het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, en is den 22sten Mei 1848 geworden het *kilogramme du Conservatoire.*

Van de meters werd één de *Mètre des Archives*, één werd neergelegd in de Sterrewacht (*Mètre de l'Observatoire*) voor wetenschappelijk gebruik één bevindt zich op het Conservatoire des Arts et Métiers (Mètre du Conservatoire), en de vierde, afkomstig van PRONY, is onlangs door TRESCA teruggevonden in de verzameling der École des Ponts et Chaussées. Zie het belangrijke onderzoek van C. WOLF: Recherches historiques sur les étalons de poids et mesures de l'Observatoire et les appareils qui ont servi à les construire in de *Annales de Chimie et de Physique*, 5e Série, T. XXV. 1882.

De afgevaardigden kregen nu ieder voor hunne Regeering mede een (onvernist) geelkoperen kilogram en een ijzeren meter, beide met den stempel der Commissie van Maten en Gewichten voorzien. Maar ook ieder der afgevaardigden ontving een kilogram, en een meter, voor zich *). Het kilogram en de meter van VAN SWINDEN werden uit zijn boedel door MOLL aangekocht voor het Physisch kabinet te Utrecht, en het kilogram is thans ook door mij geverifieerd.

De werkzaamheden der Commissie duurden van November 1798 tot Juli 1799; den 26sten Mei las VAN SWINDEN uit naam der Commissie aan de »Classe des Sciences Mathématiques et Physiques" een verslag voor over de graadmeting langs den meridiaan en over de bepaling van den Meter; den 31sten Mei las TRALLES een dergelijk verslag voor over de nieuwe eenheid van gewicht, het Kilogram. De Klasse besloot dat beide verslagen tot één geheel zouden vereenigd worden, en in eene Algemeene Vergadering van het Instituut zouden voorgelezen worden. De Commissie droeg de samenstelling van dit nieuwe verslag op aan VAN SWINDEN, en de voorlezing had den 18den Juni 1799 plaats.

In Augustus 1799 waren de Nederlandsche afgevaardigden terug, en den 20sten dier maand werden Meter en Kilogram aan het Uitvoerend Bewind der Bataafsche Republiek overgegeven. De omstandigheden hielden echter nog geruimen tijd de invoering van het nieuwe stelsel van maten en gewichten tegen. Eerst na de troonsbeklimming van Koning WILLEM I werd, den 21sten 1816, de wet afgekondigd (*Stbl.* N°. 34), waarbij uiterlijk met 1 Januari 1820 over de geheele uitgestrektheid van het Rijk het Nieuwe Stelsel van Maten en Gewigten werd ingevoerd. Verder werden bij Besluit van 29 Maart 1817 (*Stbl.* N°. 15) de »namen" vastgesteld »der nieuwe maten en gewigten en van derzelver veelvouden en onderdeelen" en werden, bij artikel 1 van het Besluit van 6 Maart 1819 (*Stbl.* N°. 8) »tot eerste

*) Zie over die kilogrammen: de verhandeling van G. MOLL, in de *Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen*, Deel VI (1831). N°. 2.

algemeene standaards of prototypen van de Nederlandsch Maten en Gewigten aangenomen de door de Bataafsche gedeputeerden aangebodene en sedert onder de 1ste Klasse van het Koninklijk Nederlandsch Instituut berustende ijzeren mètre en koperen kilogramme".

Deze standaards hebben gediend om de secundaire standaards te vervaardigen ten behoeve van het IJkwezen, den Waarborg enz., welke secundaire standaards door al de provinciën des Rijks verspreid zijn geworden.

---

§ 2. De werkzaamheden der Nederlandsche Commissie Lipkens, Uylenbroek, Lobatto, te Amsterdam.

Ook voor de Munt werd door den IJk- en Justeermeester-Generaal T. A. Nagel in 1818 een standaardkilogram, of zooals de gebruikelijke term is, een *slaper*, en een *contra-slaper* vervaardigd, die den 30sten October 1818, ten huize van van Swinden, in tegenwoordigheid van dezen, van het Raadslid der Munt Mr. R. van Olden, en den Inspecteur en Essayeur-Generaal W. A. A. Poelman, bijgestaan door den Commies C. G. Poelman, door denzelfden heer Nagel vergeleken en volkomen gelijk werden bevonden aan het kilogram van van Swinden. De slaper werd, door de heeren van de Munt, naar Utrecht overgebracht, en de contraslaper bleef bij Nagel, doch werd na diens overlijden, ook bij de Munt overgebracht.

In 1811 had de Munt van de Generale Muntadministratie te Parijs een poids-modèle van Gandolfy ontvangen, en in 1837 had de Munt zich, bij Deleuil te Parijs, een kilogram aangeschaft, dat deze bij de aflevering verklaarde volkomen gelijk te zijn aan het *étalon modèle*, naar welken in Frankrijk van den beginne af aan, al de kilogrammen ten dienste der generale Muntadministratie, de kantoren van Waarborg, den goud- en zilverhandel enz. vervaardigd waren geworden.

Bij artikel 11 van het Besluit van 6 Maart 1819 was bepaald, »dat alle 10 jaar de standaards van den 2den rang »aan de 1ste Klasse van het Ned. Instituut zouden worden

»ter hand gesteld om aldaar, door eene Commissie uit de»zelve, in tegenwoordigheid van een Rijks Ambtenaar, door »den Minister van Binnenlandsche Zaken te benoemen, te »worden geverifieerd tegen de origineele standaards, welke »te dien einde zouden worden ontzegeld".

Eene dergelijke bepaling werd ook gemaakt speciaal met betrekking tot den slaper van de Munt, en wel werd bij Besluit van 27 Mei 1837, N^{0}. 82 de Adviseur voor schei- en werktuigkunde bij het Departement van Binnenlandsche Zaken A. Lipkens belast met het jaarlijks verifieeren en justeeren der gewichten in gebruik bij 's Rijks Munt, de kantoren van Waarborg, en de Essayeurs. Hierbij werd echter stelselmatig niet de oorspronkelijke standaard, (menigmaal oneigenlijk de *prototype* genoemd), maar de standaard van den 2den rang gebruikt, die bij het Departement van Binnenlandsche Zaken bewaard werd.

Ter voldoening nu aan bovengenoemd artikel 11 werd bij Besluit van 27 November 1837, N^{0}. 66 de Minister van Binnenlandsche Zaken gemachtigd, het standaard-kilogram te doen ontzegelen, om den Adviseur Lipkens in de gelegenheid te stellen, met dien standaard, in het lokaal van het Instituut (d. i. het Trippenhuis) in tegenwoordigheid van het Lid der 1ste Klasse van het Instituut P. J. Uylenbroek, en den Adviseur R. Lobatto, te vergelijken den bij Binnenlandsche Zaken aanwezigen standaard van den 2den rang, en wel met een nieuwen zeer nauwkeurigen weegtoestel *), dien de Adviseur Lipkens had doen vervaardigen. De 1ste Klasse werd tevens uitgenoodigd, twee of meer leden te committeeren, om des verkiezende tegenwoordig te zijn.

Blijkbaar op voorstel van Lipkens werd, als een vervolg op genoemd Besluit, ook nog, bij Besluit van 1 Januari 1838 N^{0}. 41, de toestemming gegeven, dat de kilogrammen van van Swinden (thans op het Physisch Kabinet te Utrecht)

*) Waarom in dit en eenige andere geschriften deze naam gebruikt werd, is mij niet recht helder geworden. Het was eene balans, dezelfde die nog bij de Kon. Akademie van Wetenschappen, op het Trippenhuis, in bewaring is. Wellicht was de naar beneden gerichte afleesnaald en de graadboog iets nieuws,

en van AENEAE (thans bij Binnenlandsche Zaken) ook mochten vergeleken worden, »en voorts zoodanige kilogrammen die de Commissie der 1ste Klasse mocht goedvinden".

Tevens werd besloten dat de Adviseur LIPKENS zou vervaardigen zes nieuwe standaards van den 2den rang; dat na justeering een van deze zou bewaard worden bij het Ministerie van Binnenlandsche Zaken, terwijl verstrekt zouden worden één aan den Adviseur LIPKENS, voor de hem opgedragen taak, één aan de Munt, één aan elk der hoogescholen te Leiden, Utrecht en Groningen, om te worden toevertrouwd aan de Hoogleeraren in de Natuurkunde, »zullende de Hoogleeraar MOLL worden uitgenoodigd, even als »de Heeren UYLENBROEK en LOBATTO, de omschreven werk»zaamheden bij te wonen, en daarbij met raad en daad be»hulpzaam te zijn".

Het Collegie van Raden en Generaal Meesteren der Munt, door LIPKENS met dit Besluit in kennis gesteld, droeg den Inspecteur Essayeur Generaal POELMAN op, zich naar Amsterdam te begeven, ten einde bij het Instituut te doen verifieeren 1° den slaper, 2° den contraslaper, 3° het onlangs door hem uit Parijs meêgebrachte standaardkilogram van DELEUIL.

De Commissie verloor weldra een harer ijverigste leden. MOLL, die naar gewoonte de wintervacantie te Amsterdam doorbracht, werd in het begin van Januari, ten huize van Mr. F. A. VAN HALL, door typhus aangetast en overleed er den 16den Januari. De Commissie had, toen hij ongesteld werd, nog slechts eenige voorbereidende werkzaamheden verricht, doch staakte deze, in de hoop, ze spoedig met zijn bijstand weer te kunnen hervatten; doch toen hij hun ontvallen was, moest afgewacht worden of de Koning zijne plaats wilde aanvullen; dit had niet plaats, en de Commissie werd, zooals zij nu nog was samengesteld, uitgenoodigd, hare taak zoo spoedig mogelijk voort te zetten (Besluit van 7 Februari 1838, N°. 77).

De aanteekeningen dezer wegingen berusten thans bij de Kon. Akademie van Wetenschappen. Er blijkt uit dat de commissieleden met de grootste zorgvuldigheid hunne taak

hebben uitgevoerd. De balans, van BECKER, die toen nog te Groningen arbeidde, had aan het midden van het juk een naar beneden gerichten wijzer, en een boog onderaan, waar die wijzer langs liep. Door bijvoeging van een gewicht aan milligrammen bij het lichtste der beide te vergelijken gewichtstukken werd de belasting der schalen tot binnen de twee milligram aan elkander gelijk gemaakt; de slingeringen, waarin de balans geraakte, als zij werd opgelicht, waren dus zeer klein, althans alleen zeer kleine slingeringen werden waargenomen (men vindt er geene grootere dan van 6 deeltjes slingerwijdte), en de waarde van één deeltje was, bij belasting van één kilogram op elke schaal = 2,12 mgr. Uitsluitend werd de methode van BORDA gebruikt, d. i. tegenover ballast in de ééne schaal werd beurtelings het eene en het andere gewicht in de andere schaal gelegd, de balans los gelaten en zooveel slingeringen waargenomen als er waarnemers waren, d. i. door ieder werden de punten op de verdeelde schaal aangeteekend, waarbij de naald bij de op elkander volgende slingeringen omkeerde. Elk der leden nam één paar keerpunten waar, b. v. de 1ste d. i. de voorloopige vergelijking van Kilo I (een van de zes nieuwe) met den standaard werd aldus aangeteekend: 4 Maart 1838.

		(L) Ballast.			(R) Standaard.			
42.	U.	1,75	l. 0,33	r.	rustpunt	0,71	l.	
	S.	1,9	l. 0,4	r.		0,75		
	L.	1,8	l. 0,33	r.		0,735		
	Lo.	1,8	l. 0,2	r.		0,8		
						———		0,749

Balans neer.

		Dezelfde ballast.			Kil. I.			
43.	U.	3,8	l. 1,2	r.	rustpunt	1,3	l.	
	L.	3,7	l. 1,1	r.		1,3		
	S.	3,6	l. 1	r.		1,3		
	Lo.	3,6	l. 0,8	r.		1,4		
						———		1,325.

De letters U, L, S en Lo beteekenen de waarnemers UILENBROEK, LIPKENS, Prof. WILLEM SWART en LOBATTO,

Nog twee dergelijke paren wegingen werden uitgevoerd, die tot resultaat gaven:

Standaard	0,789
Kilogram I	1,369
Standaard	0,887
Kilogram I	1,062

en het verschil, hoewel duidelijk merkbaar, werd zoo gering geoordeeld, dat er in het register onder werd geschreven: »De kilogram N^0. I wordt voor zoo goed geajusteerd gehouden, als in de gegeven omstandigheden mogelijk is".

Nadat de zes nieuwe kilogrammen ieder voorloopig met den standaard vergeleken waren, was de beurt aan de oude kilogrammen. Ik heb nog niet vermeld, dat wel dagelijks de thermometer en barometer werden aangeteekend, maar het verlies in de lucht werd niet in aanmerking genomen, blijkbaar omdat kilogrammen van hetzelfde metaal bij elkander vergeleken werden. Men begaat dan, indien de gewichten in inhoud verschillen, ten opzichte van het gewicht in het luchtledige eene fout, maar zoolang de dichtheid der lucht niet veel verschilt, is die fout nagenoeg standvastig *).

Nadat nu den 4^{den} en 6^{den} Maart eenige reeksen van waarnemingen gedaan waren ter bepaling van de gevoeligheid der balans, waarbij telkens ½ milligram op de rechterschaal gelegd en er weer afgenomen werd, werd uit drie vergelijkingen gevonden:

Kilogram B.Z. = Standaard + 47,4 milligram — 0,517 deeltjes der schaal (d).

Kilogram van Aeneae = Standaard + 4,5 mgr. + 0,266 d.

Kilogram van Bangma = Standaard + 47 mgr. + 0,489 d.

---

*) Zoodra men echter bij de wegingen de onderdeelen van een milligram in aanmerking neemt, dan kan, bij verschil in lichamelijken inhoud der gewichtstukken, de fout zeer goed merkbaar worden. Het grootste verschil in inhoud, dat mij is voorgekomen, is ruim 10 kubieke centimeters of liever: milliliters (Contraslaper = 119,04; Delbuil = 129,36) Bij 0° C. en 780 mm. barometerstand, weegt deze hoeveelheid lucht 13,27 milligram; bij 25° C. en 730 bar. 11,37 milligram; het verschil bedraagt 1,90 milligram.

Den 7^{den} Maart werd eene reeks bepalingen der gevoeligheid verricht, door opleggen en afnemen van 1 milligram, en daarop werd gevonden:

Kilogram van DELEUIL = Standaard + 50 mgr. + 0,236 d.,
Slaper N°. 1 van NAGEL = Standaard + 57 mgr. —0,177 d.,
ContraslaperN°.2vanNAGEL= Standaard + 65 mgr. —0,633 d.

Vervolgens werden de 2 halve kilogrammen A en B zoodanig gejusteerd, dat zij zoowel onderling gelijk, als te samen aan het standaardkilogram gelijk waren; hiermede werd den 8sten Maart voortgegaan.

Het resultaat was ten slotte:

A = B + 0,191 deeltje,
A + B = Standaard — 0,347 deeltje.

Eindelijk werden, »nadat de voorloopige wegingen de verschillen tusschen elk der 6 kilogrammen met den standaard, alsmede de waarde van elk deel der schaal hebben leeren kennen, de kilogrammen zooveel mogelijk geajusteerd, en daarop tot nadere verificatie de volgende wegingen gedaan" (ik meld alleen de resultaten):

Kil. I = Standaard + 0,719 d.,
» II = Standaard + 0,068 d.,
» III = Standaard + 0,011 d.,
» IV = Standaard + 0,431 d.,
» V = Standaard + 0,255 d.

Omtrent Kil. VI wordt aangeteekend, dat het zoo weinig van den standaard verschilt, dat het niet meer gejusteerd, noch ook gewogen geworden is; nochtans de voorloopige weging had gegeven (of liever men kan het er uit afleiden):

Kil. VI = Standaard — 0,397 d..

Nadat nu nog, gedeeltelijk ook den 9^{den} Maart, twee kilogrammen »van Prof. SWART" (lees vermoedelijk van het Physisch kabinet te Amsterdam) genaamd V en P, waren geajusteerd en vergeleken, en gevonden was:

V = Standaard — 0,130 d.,
P = Standaard — 0,111 d.,

werd de weging van kilogram I herhaald. Er werd gevonden:

I = Standaard	+ 0,797,
vroeger	+ 0,719.

»Aannemende gemiddeld + 0,758 = ongeveer 1,55 mgr. (hier was dus aangenomen 1 d. = 2,05 mgr.) werd dit bedrag met behulp der essaaibalans aan de pen ontnomen, zoodat het dus als volmaakt kon aangezien worden, d. w. z. binnen de grenzen der nog te vreezen fout."

De onbepaalde uitlating der Commissie omtrent de resultaten harer wegingen, maakt dat een zaakkundige, alleen op grond van het aan den Minister aangeboden Proces-Verbaal, geen oordeel kan vellen omtrent de bereikte nauwkeurigheid. Noch omtrent de wijze der wegingen, noch omtrent haar aantal, noch omtrent de m. fout van elke weging en der eindresultaten wordt eenige opgave gedaan.

De 6 kilogrammen I, II, III, IV, V en VI werden (met deze aanteekening sluit het aanteekenboek van Lobatto) hierop voorzien van de stempels van het Ministerie van Binnenlandsche Zaken en van het Instituut, en eindelijk de standaard weder geborgen en verzegeld.

Het op blz. 150 vermelde Leidsche kilogram L_1 schijnt een van deze zes kilogrammen geweest te zijn, althans het draagt op de grondvlakte de beide hier vermelde stempels, en boven in den knop is de stift of pen zichtbaar, die blijkbaar voor het ajusteeren gediend heeft. Het gat, waarin die pen geslagen was, scheen rond, en de pen hoekig geweest te zijn, en daar het mij voorkwam dat de voeg, om de pen heen, niet geheel waterdicht was, heb ik dien (den 20sten Juli 1886) met witte was gedicht, waartoe iets minder dan 0,4 milligram was is noodig geweest, zooals opzettelijke weging aantoonde. Ik had namelijk, een stukje was afgewogen en het bevonden = 20,48 milligram. Nadat met een mesje de voeg om de pen gedicht was, woog het overblijvende 20,08 milligram; het verlies bedroeg dus 0,40

milligram, waarvan een gedeelte nog wel aan het mesje is blijven hangen.

Aan het slot van het Proces-Verbaal, dat aan den Minister van Binnenlandsche Zaken werd aangeboden, werd toegezegd, dat UYLENBROEK op zich nam, een meer uitvoerig verslag samen te stellen, doch aan deze belofte is niet voldaan. Het boven medegedeelde moge strekken om het ontbrekende eenigszins aan te vullen. Ik heb verder nog uit de aanteekeningen van LOBATTO het volgende afgeleid:

Gevoeligheid der balans.

4 Maart 1838.	9 bepalingen:	0,199 d. =	0,5 mgr.,
6 » »	14 »	0,314 d. =	0,5 » ,
Dus uit 4 . . . . Maart		1 d. =	2,5 » ,
» 6 . . . . »		1 d. =	1,6 » .

Het schijnt dat de slechte overeenkomst dezer beide uitkomsten de Commissie (en terecht) deed besluiten dat eene oplegging van 0,5 mgr. te gering was om eene nauwkeurige bepaling der gevoeligheid te verkrijgen. Daarom werd den 7den Maart de gevoeligheidsbepaling overgedaan met oplegging en afneming, op eene zelfde schaal, van 1 milligram, en nu werd als een midden uit 10 bepalingen gevonden:

0,471 d. = 1 mgr.,
dus 1 d. = 2,12 » .

Uit al de bepalingen van 4, 6 en 7 Maart, zou door de methode der kleinste kwadraten, de gewichten in aanmerking nemende, volgen:

38,535 d. = 78,0 mgr.,
d. = 2,024 » .

Verder heb ik uit al de beschikbare wegingen de middelbare fout der *enkele weging* afgeleid (hiermede bedoelende de bepaling, uit de schommelingen der naald, van het rust-

punt, als links de ballast, rechts één der te vergelijken stukken op de schaal lag), en daarvoor gevonden:

$$144\ m^2 = 6{,}44,$$
$$m^2 = 0{,}0447,$$
$$m = \pm\ 0{,}21\ d. = \pm\ 0{,}44\ \text{mgr.}.$$

En daar elk resultaat meestal berustte op zes wegingen, drie van elk stuk, tegen den ballast, zoo vindt men voor elk gemiddelde:

$$M = \pm\ 0{,}44 \sqrt{2/3} = 0{,}36\ \text{mgr.}.$$

of voor de waarschijnlijke fout:

$$W = \pm\ 0{,}24\ \text{mgr.}.$$

De resultaten der werkzaamheden der Commissie kunnen dus aldus opgegeven worden:

Kil. B. Z.	=	Standaard	+ 46,35	mgr.,
» Aeneae	=	»	+ 5,0	» ,
» Bangma	=	»	+ 48,0	» ,
» Deleuil.	=	»	+ 50,5	» ,
Slaper (Nagel N°. 1). .	=	»	+ 56,6	» ,
Contraslaper (Nagel N°. 2)	=	»	+ 63,7	» ,
A.	= ½	»	— 0,16	» ,
B.	= ½	»	— 0,55	» ,
V.	=	»	— 0,26	» ,
P.	=	»	— 0,225	» ,
I.	=	»	± 0,00	» ,
II.	=	»	+ 0,14	» ,
III	=	»	+ 0,02	» ,
IV	=	»	+ 0,87	» ,
V.	=	»	+ 0,52	» ,
VI	=	»	— 0,81	» ,

hebbende al deze getallen eene waarschijnlijke fout van ± 0,24 mgr.

§ 3. De werkzaamheden der Nederlandsche Commissie Lipkens, Uylenbroek, Lobatto te Parijs en te Leiden.

In het jaar 1829 had Moll gevonden:

Slaper (Nagel N⁰. 1) = Kil. v. Swinden + 42,5 mgr.,

in 1833:

Kil. Aeneae = Kil. v. Swinden — 12 mgr..

terwijl de Commissie gevonden had, zie hierboven:

Kil. Aeneae = Standaard + 5 mgr..

Voor het verschil tusschen den standaard en het kilogram van van Swinden, beide door de Fransche Commissie voor Maten en Gewichten als gelijk aan het kilogramme des Archives afgegeven, zou dus volgen: door tusschenkomst van

den Slaper (Nagel N⁰. 1):	Stand.	= v. Sw.	— 14	mgr.,	
het kilogram van Aeneae:	»	= »	— 17	» ,	
Gemiddeld:	Stand.	= v. Sw.	— 15,5	» .	

Lipkens maakte nu den Minister van Binnenlandsche Zaken met het verontrustend resultaat der te Amsterdam uitgevoerde vergelijkingen bekend; deze raadpleegde eerst het Collegie van Raden en Grootmeesteren der Munt, en daarna de 1ste klasse van het Kon. Ned. Instituut omtrent den ter verkrijging van meer zekerheid omtrent de eenheid van het stelsel van gewichten te nemen maatregel. Genoemd collegie sloeg vernieuwde vergelijking van den Nederlandschen standaard met het Archiefkilogram te Parijs voor. De 1ste klasse gaf in overweging, aan de te benoemen Commissie volmacht te verleenen om, indien er bij die vergelijking een verschil werd gevonden, te Parijs een nieuw kilogram te doen vervaardigen, in allen deele overeenkomende met den Franschen standaard, en dit in het vervolg als standaard te doen dienen.

De Minister kon zich blijkbaar met dit voorstel wel vereenigen, en breidde zelfs de opdracht ook tot den meter uit. Op zijn voorstel werd door den Koning eene commissie

benoemd »in last hebbende om zich naar Parijs te begeven, »ten einde aldaar na verkregene toestemming van de be- »voegde autoriteit over te gaan tot het doen vervaardigen »en justeeren ten behoeve van het Nederlandsche Gouver- »nement, zoo mogelijk van drie standaards, zoo van het »pond als van de Nederlandsche elle, naar de oorspronkelijke »standaards, berustende in de Staatsarchieven aldaar, met »machtiging tevens, om voor zoover zulks met geene te »groote zwarigheden mocht gepaard gaan, een van elk drie- »tal standaards uit platina te doen vervaardigen". Tot leden der Commissie werden, op voorstel van den Minister, benoemd de adviseurs LIPKENS en LOBATTO en de Hoogleeraar P. J. UYLENBROEK.

Deze commissie begaf zich op het eind van 1838 naar Parijs, volbracht hare taak en diende den 5den Maart 1839 aan den Minister van Binnenlandsche Zaken haar rapport in, dat echter, gelijk zij zelf erkenden, slechts dienen moest om den Minister »eenig algemeen denkbeeld te geven van »den aard der bemoeiingen welke tot de zending behoorden. »Zij stelden zich voor, van al de bijzonderheden der uitge- »voerde wegingen en metingen, toegelicht door de beschrij- »ving en afteekening der daarbij gebruikte werktuigen, zoo »spoedig hunne overige werkzaamheden het zouden gedogen, »tot onderwerp te maken van een meer uitvoerig weten- »schappelijk verslag".

Dit wetenschappelijk verslag is echter nooit verschenen. Bij de wegingen van het nieuwe standaardkilogram en bij de vergelijkingen van den nieuwen standaardmeter werden waarschijnlijk door ieder der commissieleden aanteekeningen gemaakt, althans door UYLENBROEK en LOBATTO. Die van UYLENBROEK werden, na zijn dood, door LOBATTO bewaard, doch deze heeft ze in 1857, daartoe door den Minister gemachtigd, overgegeven aan de K. A. v. W., in wier Archief zij thans bewaard worden, even als de na den dood van LOBATTO door de efgenamen afgegevene aanteekeningen van hemzelven. Wat de wegingen der kilogrammen aangaat, is er geen twijfel omtrent de juistheid der bewerking. De wijze van wegen was geheel dezelfde als boven reeds beschreven

is, en de resultaten, wat het platinakilogram en de beide koperen kilogrammen B en C aangaat, zijn reeds door STAMKART in Deel XVI der 2de Reeks *V. en M.* medegedeeld. Er was eerst een ander kilogram, A genoemd; doch dit werd bij het afschuren een weinig te licht, en daarom afgekeurd, en door het kilogram C vervangen.

Wij zullen van den inhoud dezer aanteekeningen een kort uittreksel geven, voor zoover de werkzaamheden de nieuwe standaardkilogrammen betreffen.

Saterdag 6 October 1838. Metingen van den (Nederlandschen) Platinastandaard met den toestel van GAMBEY.

»Men komt overeen, 8 hoogten, op gelijken afstand van »elkander, in den omtrek gelegen, te meten; en nog eene »hoogte in de as van den cilinder; voorts in vijf verschil»lende horizontale secties vier diverse diameters. De hoogten »worden aangeduid door de letters:

$$H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, H_7, H_8,$$

»en die in de as:

$$H_9.$$

»De diameters worden dus aangewezen:

»In het bovenvlak of 1ste sectie A_1, A_2, A_3, A_4,
2de » B_1, B_2, B_3, B_4,
3de » C_1, C_2, C_3, C_4,
4de » D_1, D_2, D_3, D_4,
5de » E_1, E_2, E_3, E_4.

»Deze secties liggen ook op gelijke afstanden van elkander".

Metingen van de Diameters.
1ste sectie:

	Diameter A_1.	A_2.	A_3.	A_4.
Li. . .	41,30	41,29	41,29	41,30
U. . .	41,29	41,29	41,29	41,28
Lo. . .	41,29	41,28	41,28	41,28
Middens:	41,293	41,287	41,287	41,287.

Op dezelfde wijze werden gevonden:

$B_1 = 41,25$	$B_2 = 41,25$	$B_3 = 41,25$	$B_4 = 41,247$
$C_1 = 41,223$	$C_2 = 41,223$	$C_3 = 41,233$	$C_4 = 41,23$
$D_1 = 41,218$	$D_2 = 41,22$	$D_3 = 41,22$	$D_4 = 41,217$
$E_1 = 41,223$	$E_2 = 41,223$	$E_3 = 41,213$	$E_4 = 41,22$

Metingen van de hoogten:

$H_1 = 42,793$	$H_2 = 42,825$	$H_3 = 42,85$	$H_4 = 42,82$
$H_5 = 42,837$	$H_6 = 42,82$	$H_7 = 42,795$	$H_8 = 42,793$
In de as:	$H_9 = 42,817.$		

Fout van collimatie van den Nonius.

Li.	2,62
U.	2,62
Lo.	2,62
	2,62 af te trekken.

Middelbare diameter.	Middelbare hoogte.
41,241	42,705 (foutief (J. A. C. O.) zie
2,62	2,62 blz. 220).
38,621	40,085.

Saterdag 13 October. Op dezelfde wijze gemeten het koperen standaardkilogram A (Therm. = 13°).

Resultaat $d = 53,946$ $h = 54,14.$

Verder gewogen; door de methode van Borda:

A = Kil. Becker + 2gr,011 — 0d,8.

Zondag 14 October.

Gewogen A = 1002,023 gram Becker's gewicht.

Hydrostatische weging van A.

A in water 123g,660 Th. = 12° C.

Berekening van het volumen van den standaard:

$\frac{1}{4} \pi d^2 h = 46959$ op 17° C.

dus op 0° 46938,5.

Evenzoo berekend A = 123745.

Door hydrostatische weging . . .	123660	mgr.
Lucht, verplaatst door de gebruikte gewichtstukken.	19,147	»
	123679,147	mgr.
Herleid op water van 4°,108. . . .	123725,1	mm^3
De directe meting had gegeven. . .	123745	»
Verschil	19,9	mm^3.

Hierbij werd gebruikt de formule van Hällstrom:

Dichtheid van water $= 1 + at + bt^2 + ct^3$,

zijnde:

$a = + 0{,}00005\ 2939$
$b = - 0{,}00000\ 65322$
$c = + 0{,}00000\ 001445$

zoodat de dichtheid wordt:

bij 4°,108 C. 1,00011 33017
12° C. 0,99973 439.

Maandag 15 October. Hotel Soubise (d. i. Palais des Archives (O.)). De standvastigheid der balans onbeladen beproefd, door haar neêr en op te doen gaan; evenzoo met 1 mgr. op de rechterschaal; het verschil tusschen de gemiddelde aflezingen was $0^d,26$, maar in verkeerden zin; van waar die anomalie?

NB. Van de 10 wegingen zonder belasting zijn er vijf verworpen (O).

Dinsdag 16 October. Hotel Soubise. In elke schaal een kilogram; 1½ uur laten uitslingeren. Met het vaantje den

index op 0 gebracht. Gevoeligheidsbepaling door op de rechterschaal een milligram op te leggen, en er weer af te nemen, beide keeren het rustpunt te bepalen en dit 20 maal te herhalen.

Resultaat 1 mgr. = 0,52 d.

Dit strookt met het te Amsterdam gevondene.

17, 18, 19, 20 en 22 October worden gebruikt om den (Nederlandschen) platinastandaard, die oorspronkelijk 6,5 mgr. te zwaar was, af te schuren, totdat hij zeer nabij gelijk was aan den prototype, d. i. het Archiefkilogram.

De 4 eerste dagen schijnt de weging te hebben plaats gehad in eene bovenzaal; althans den 22sten is aangeteekend dat de herhaling in eene benedenzaal geschiedde, waar minder trilling was.

Den 22sten scheen eindelijk het standaardkilogram zoo nabij geajusteerd te zijn, dat besloten werd het zoo te laten.

Het werd nu den 22sten October 10 maal, den 23sten en en 24sten October en 6 November telkens 20 maal tegen het Archiefkilogram + 2 mgr. gewogen. Deze 2 mgr. werden bij het Archiefkilogram gedaan om het grootere verlies te vergoeden, dat dit kilogram door zijne grootere uitgebreidheid in de lucht ondergaat. Daar deze vergelijking van de te Parijs door de Commissie verrichte werkzaamheden het belangrijkste is, zullen wij de resultaten elk afzonderlijk vermelden. Elk resultaat is het verschil tusschen de twee rustpunten, gevonden, terwijl in de linkerschaal een standvastig tegenwicht lag en in de rechtsche schaal beurtelings de prototype + 2 mgr., en de standaard gelegd werd; voor elk rustpunt werden, even als meestal te Amsterdam geschiedde, drie slingeringen waargenomen, door elk commissielid éëne. De uitkomsten zullen *wij* met de teekens + en — schrijven, zij beduiden in deeltjes van den boog, waar langs de wijzer loopt:

Standaard − (Prototype + 2 μ).

	22 Oct.	23 Oct.		24 Oct.		6 Nov.	
	−0,59	+0,60	+0,55	+0,69	+0,11	+0,30	+0,13
	0,00	−0,26	+0,20	+0,25	+0,08	−0,17	+0,22
	−0,57	0,00	+0,03	+0,50	+0,35	+0,12	+0,12
	+0,25	+0,26	+0,47	−0,11	−0,08	+0,13	+0,05
	+0,28	+0,05	−0,07	−0,12	−0,46	−0,12	+0,09
	+0.05	+1,12	+0,42	+0,12	+0,28	−0,18	+0,04
	+0,32	−0,17	−0.74	+0,55	−0,27	+0,05	+0,53
	+0,31	+0,27	+0,02	+0,04	−0,22	+0,35	+0,26
	+0,28	0	+0,14	+0,30	+0,09	+0,35	+0,03
	+0,27	−0,45	+0,03	0,00	+0,12	−0,14	+0,22
Som. .	+0,60	+1,42	+1,05	+2,22	±0,00	+0,69	+1,69
Gemiddeld.	+0,06	+0,1235		+0,111		+0,119	

Een deeltje $= \frac{1}{0{,}52} = 1{,}923$ mgr., dus wordt het resultaat:

Gemiddeld uit 70 waarnemingen $\frac{7{,}67}{70} = 0^d{,}110 = 0{,}211$ mgr.,

derhalve in de lucht:

Ned. Platinastandaard = Prototype. . . . . + 2,211 mgr.,
Gemiddelde herleiding tot het luchtledige . — 2,061 „ ,

Dus in het luchtledige:

Ned. Platinastandaard = Prototype (Kilogramme des Archives) + 0,150 mgr.

De Commissie verkreeg door een paar kleine onnauwkeurigheden in de herleidingen 0,136; STAMKART, die eene dezer onnauwkeurigheid in de herleiding der wegingen van 22 October niet opgemerkt had, 0,149 (*V. en M.* 2de Reeks, XVI, 352).

---

5 November 1838. Meting van het koperen standaardkilogram B, met den toestel van GAMBEY.

Resultaat: midd. diam. . . = 53,849 mm. } bij 14° C.
midd. hoogte. . = 53,777 » }

Hieruit: Inhoud B bij 14° C. = 122473 mm³.
dus » 0 » 122377 »

Meting van het koperen standaardkilogram A, met den toestel van GAMBEY.

Resultaat: midd. diam. . . = 53,926 mm. } bij 15° C.
midd. hoogte. . = 54,046 » }

Hieruit: Inhoud A bij 15° C. = 123438 mm³.
dus 0 » = 123334 »

De hoogte is 0,094 mm. kleiner dan den 13den October gevonden werd, tengevolge van het afslijpen, dat geschieden moest omdat het stuk 2 gram te zwaar was. Maar ook de gemiddelde diameter viel 0,02 kleiner uit. Bij vergelijking der 60 aflezingen, door de drie waarnemers voor de diameters den 13den October en den 5den November verkregen, blijkt duidelijk een constant verschil. Toch werd de indexfout door alle drie de waarnemers op beide dagen 2,62 afgelezen. Opmerking verdient, dat den 5den November na de uitmeting van het kilogram B dezelfde indexfout even eenstemmig 2,61 werd afgelezen. Neemt men deze aan, dan wordt het verschil in de diameters tot 0,01 verminderd. Het blijkt dus wel, dat de honderdste millimeter met den toestel van Gambey nog niet met volledige zekerheid bepaald word.

---

6 November. Vergelijking van den platinastandaard met het Archiefkilogram (zie de vorige blz.).

---

7 November. Justeering van de koperen standaards. A wordt daarbij ongeveer 10 mgr. te veel afgeschuurd, en dientengevolge afgekeurd.

7 en 8 November. Justeering van B. Bij het begin Bar. 754,5 en Th. 13° C.

Vergelijking met den Prototype (Kilogr. des Archives).

$$B + 90{,}5 = \text{Prot.} + 0^d{,}246,$$
$$= \text{Prot.} + 0{,}47 \text{ mgr.},$$

derhalve

$$B = \text{Prot.} - 90{,}03 \text{ mgr.},$$

overeenkomstig het medegedeelde in *V. en M.* II. XVI. 352.

Meting van het kilogram C, dat in de plaats gekomen is van A, met den toestel van Gambey.

Resultaat: midd. diam. . . = 53,984,
midd. hoogte. . = 53,205.

Inhoud C bij 15° C. = 121779,
» » » 0° = 121684,1.

NB. De lineaire uitzetting van geelkoper werd volgens LAVOISIER aangenomen = 0,0000 1878 2 voor 1° C.

---

9 November. Hotel Soubise. Justeering van het koperen standaardkilogram C. Vergelijking (20 maal) met het Archiefkilogram. Bar. 748. Th. 13° C.

Resultaat in de lucht:

C + 88,5 mgr. = Prot. — 0,716 d.,
= Prot. — 1,37 mgr.;

derhalve

C = Prot. — 89,87 mgr..

overeenkomstig het medegedeelde *V. en M.* II. XVI. 353.

Hiermede waren de wegingen te Parijs afgeloopen. De herleiding tot het luchtledige werden later berekend en men vindt t. a. p. het resultaat daarvan, nl. in het luchtledige:

B = Prot. + 0,21 mgr.,
C = Prot. + 1,43 » .

Ik vind uit de afzonderlijke resultaten:

Middelbare fout van elke weging voor B ± 0^d,48 = ± 0,92mgr.
voor C ± 0^d,36 = ± 0,69 »
» » van het resultaat, voor B ± 0^d,11 = ± 0,23 »
voor C ± 0^d,08 = ± 0,15 » .

De toestel van GAMBEY was een diktemeter met eene in vijfde millimeters verdeelde schuif, die door een nonius in honderdste millimeters verdeeld was; het blijkt uit de aanteekeningen, dat men ook door schatting het niet verder bracht. De indexfout 2,62 is dus, wat de aflezingen aangaat, 0,005 onzeker, welke onzekerheid

overgaat op het resultaat, al wil men aannemen dat, door de groote hoeveelheid aflezingen, de getallen 41,241 en 42,705 (lees: 42,817) geen duizendste fout zijn. Indien wij eens aannemen, dat de correctie der hoogte $= \partial h$ en der dikte $= \partial d$ is, dan is:

$$\begin{aligned} \partial I &= \tfrac{1}{4} d^2 \pi \, \partial h + \tfrac{1}{2} d h \pi \, \partial d \\ &= 1171{,}5 \, \partial h + 2438{,}6 \, \partial d. \end{aligned}$$

Stelt men nu $\partial h = \partial d$, dan is $\partial I = 3610 \, \partial d$, en dus geeft eene verandering $\partial d = 0{,}005$ voor den Inhoud van het platina-kilogram reeds eene verandering van 18 mm³.

De hydrostatische weging gaf, naar de berekening der Commissie, 19,9 mgr. minder, doch dit resultaat is onjuist tengevolge van eene verkeerde herleiding. Het verlies van de gewichtstukken in de lucht, 19,147 mgr., had, in plaats van bijgeteld, afgetrokken moeten zijn, en de dichtheid van het water moet verminderd worden met de dichtheid der lucht. Met andere woorden: de berekening geschiedde naar de formule:

$$I_0 = \frac{q + q\frac{\delta}{d}}{(1 + t u) D_t}$$

in plaats van naar de op blz. 170 medegedeelde:

$$I_0 = \frac{q - q\frac{\delta}{d}}{(1 + t u)(D_t - \delta)}$$

Herstelt men deze vergissing, dan hebben wij:

$$q - q\frac{\delta}{d} = 123640{,}85$$

$$D_{12} = 0{,}9995386$$

$\delta = 0{,}0001223$ (den herleiden barometerstand $= 750$ mm. aangenomen)

$$\begin{aligned} log. (1 + t u) &= M u t \\ &= 0{,}0000244{,}5 \, t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} log.\ \text{teller} &= 5{,}0921618 \\ C.\ log. (D_{12} - \delta) &= 0{,}0007321 \\ C.\ log. (1 + u t) &= \quad - 2934 \\ \hline log.\ I_0 &= 5{,}0926005 \\ I_0 &= 123755. \end{aligned}$$

Gemeten: 123745, of liever, naar mijne herleiding, waarover nader, 123741,5.

De toestel van Gambey gaf dus te weinig: 13,5 mmL.

Hoewel het kilogram A afgekeurd is geworden, en dus deze

bepaling geene praktische waarde heeft, is zij toch daarom van belang, omdat er de deugdelijkheid van den toestel van GAMBEY uit gebleken is. De schaal van dien toestel, waarvan wij, door de welwillendheid van den heer C. WOLF te Parijs, in de gelegenheid gesteld zijn eene afdeeling aan deze mededeeling toe te voegen, is van zilver, doch gesoldeerd op geel koper; beide metalen hebben nagenoeg dezelfde uitzetting; daar nu die schaal even goed aan uitzetting door de warmte onderhevig is als het gemeten kilogramstuk, zal men, als de inhoud door uitmeting met dien toestel gemeten is, dien inhoud niet meer tot 0° moet herleiden. De Commissie heeft dit wel gedaan, en daarom is hare opgave van de volumina der drie standaardkilogrammen en het kilogramme des Archives onjuist. Aan deze stelling wordt nog meer waarschijnlijkheid bijgezet door het kilogram B, waarvan, zooals wij aanstonds zullen zien, indien wij de indexfout over het instrument, even als op de andere dagen, = 2,62 aannemen, de inhoud slechts 4 mmL. meer is, dan de door mij op 23 December 1886 door hydrostatische weging gevondene inhoud bij 0° C.

De fout van den toestel is dus geweest:

bij het kilogram A: — 13,5 mmL.
bij het kilogram B: + 4 mmL.

Nu is de uitzetting per graad C van kilogram A: 6,97 mmL., en van kilogram B: 6,90 mmL.

De 1e fout komt dus overeen met een temperatuurverschil van — 1°,8, de 2e met een van + 0°,6: gemiddeld — 0°,6.

De beide fouten kunnen echter ook vernietigd worden door eene kleine wijziging in het nulpunt. De factor $\frac{1}{4} d^2 \pi + \frac{1}{2} d h \pi$ wordt voor kilogram A: 6873, voor kilogram B: 6827, de wijziging van het nulpunt behoefde dus slechts te bedragen:

voor de fout in A: — 0,0020 mm.,
〃 〃 〃 〃 B: + 0,0006 〃 ,

om volledige overeenkomst met de hydrostatische weging te verkrijgen.

Deze laatste wijzigingen vallen buiten de grenzen van het met den nonius waarneembare en het resultaat van dit onderzoek is dus: *de door den toestel van* GAMBEY *aegevene volumina van geelkoperen cilinders zijn, op de onvermijdelijke waarnemingsfouten na, nauwkeurig, mits men geene herleiding tot* 0° *C. toepasse.*

Het gevolg van deze stelling is, dat als men een *platina*cilinder met denzelfden toestel uitmeet, eene herleiding voor temperatuur noodig is. Maar ten opzichte der metingen zelve zijn twee opmerkingen te maken:

1°. Indien het lichaam geen juiste cilinder is, mag het volumen

niet als dat van een cilinder berekend worden. Het arithmetisch midden van de acht hoogten, aan den rand van het platina standaard-kilogram gemeten, komt bij alle drie de standaardkilogrammen vrij juist overeen met de hoogte in de as; er schijnt dus wel eene klein gebrek aan evenwijdigheid tusschen grond- en bovenvlak te bestaan, maar die is van geen invloed op den berekenden inhoud. Bij het nemen van het arithmetisch midden is echter eene rekenfout begaan: men leze in plaats van 42,705 . . . 42,817. Hierdoor behoort de berekende inhoud, die ook door STAMKART, *V. en M.* 1e Reeks, Deel VII, blz. 34 is medegedeeld, en bij de herleiding der wegingen van de Commissie van 1838 zoowel als van die van 1856 gebruikt is, eene kleine verbetering te ondergaan.

2°. Eene andere opmerking betreft de gemiddelde diameters. Deze zijn ongelijk; op een vierde van de hoogte van het eene eindvlak af, dat wij als grondvlak zullen aannemen, schijnt de diameter het kleinst te zijn. Daardoor moet, als men met het arithmetisch midden van al de diameters den inhoud berekend heeft, deze inhoud eene kleine verbetering ondergaan.

Deelen wij de hoogte H in 4 gelijke deelen, en stellen wij den middelbaren straal:

aan het bovenvlak r_2 ,
op $\frac{3}{4}$ der hoogte r_1 ,
op $\frac{1}{2}$ " " r ,
op $\frac{1}{4}$ " " r_{-1} ,
aan het grondvlak r_{-2} ,

dan kan men stellen:

$$\left.\begin{aligned} r_2 &= r + 2\alpha + 4\beta + 8\gamma + 16\delta \\ r_1 &= r + \alpha + \beta + \gamma + \delta \\ r &= r \\ r_{-1} &= r - \alpha + \beta - \gamma + \delta \\ r_{-2} &= r - 2\alpha + 4\beta - 8\gamma + 16\delta \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ (1)$$

Den cilinder nu in oneindig dunne schijfjes verdeelende, heeft men voor de hoogte $\frac{1}{2} H + x \times \frac{1}{4} H$:

$$r_x = r + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 + \delta x^4,$$

dus den inhoud van het lichaam:

$$I = \frac{1}{4} \pi H \int_{-2}^{+2} (r + \alpha x + \beta x^2 + \gamma x^3 + \delta x^4)^2 \, \partial x,$$

d. i. alle termen van hoogere orde verwaarloozende:

$$I = r^2 H\pi + \frac{8}{3}\beta r H\pi + \frac{32}{5}\delta r H\pi = r^2 H\pi\left(1 + \frac{8}{3}\frac{\beta}{r} + \frac{32}{5}\frac{\delta}{r}\right)..(2).$$

Het arithmetisch midden van de vijf gemiddelde diameters R noemende, hebben wij:

$$R = r + 2\beta + 6{,}8\,\delta \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

derhalve:

$$\begin{aligned} R^2 H\pi &= H \times (r + 2\beta + 6{,}8\,\delta)^2\,\pi \\ &= r^2 H\pi \times \left(1 + \frac{4\beta}{r} + \frac{13{,}6\,\delta}{r}\right) \end{aligned}$$

en

$$I = R^2 H\pi \times \left(1 - \frac{4}{3}.\frac{\beta}{r} - \frac{36}{5}.\frac{\delta}{r}\right). \;.\;.\;.\;.\;. (4)$$

Van de 4 coëfficiënten α, β, γ, δ hebben wij dus slechts β en δ noodig.

De vergelijkingen (1) geven:

$$\begin{aligned} r_2 + r_{-2} &= 2r + 8\beta + 32\,\delta, \\ r_1 + r_{-1} &= 2r + 2\beta + \;2\,\delta, \end{aligned}$$

Hieruit:

$$\beta = \frac{2}{3}(r_1 + r_{-1}) - \frac{1}{24}(r_2 + 30\,r + r_{-2})$$

$$\delta = \frac{1}{24}(r_2 + 6\,r + r_{-2}) - \frac{1}{6}(r_1 + r_{-1}).$$

Of, als men

$$\begin{aligned} r_2 \;\; &= r + \varepsilon, \\ r_1 \;\; &= r + \zeta, \\ r_{-1} &= r + \eta, \\ r_{-2} &= r + \theta \end{aligned}$$

stelt:

$$\beta = \frac{2}{3}(\zeta + \eta) - \frac{1}{24}(\varepsilon + \theta),$$

$$\delta = \frac{1}{24}(\varepsilon + \theta) - \frac{1}{6}(\zeta + \eta).$$

En deze substitueerende in (2):

$$I = r^2 H \pi \left(1 + \frac{7(\varepsilon + \theta) + 32(\zeta + \eta)}{45\, r}\right)$$

$$= H \pi \left[r + \frac{7}{90}(\varepsilon + \theta) + \frac{16}{45}(\zeta + \eta)\right]^2 \ldots\ldots (5)$$

Stelt men dus:

$$R' = r + \frac{7}{90}(\varepsilon + \theta) + \frac{16}{45}(\zeta + \eta)$$

dan is:

$$I = H R'^2 \pi.$$

Indien men echter eerst den inhoud met behulp van den gemiddelden straal R berekend heeft, dan is:

$$I = R^2 H \pi \times \left(1 + \frac{14(\zeta + \eta) - 11(\varepsilon + \theta)}{45\, r}\right) \ldots (6)\,^{*})$$

De indexfout $= 2,62$ aannemende, zooals de drie waarnemers eenstemmig aflazen, hebben wij:

$$\begin{aligned} r_2 &= 19,33425\,, & \text{dus } \varepsilon &= 0,030625\,, \\ r_1 &= 19,314625\,, & \text{„ } \zeta &= 0,011\,, \\ r &= 19,303625\,, & & \\ r_{-1} &= 19,299375\,, & \text{„ } \eta &= -0,00425\,, \\ r_{-2} &= 19,299875\,, & \text{„ } \theta &= -0,00375. \end{aligned}$$

Het gemiddelde van al de stralen is:

$$R = 19,31035$$

en de gemiddelde hoogte:

$$H = 40,19667$$

en hiermede:

$$R^2 H \pi = 47089,1$$

dus

---

*) Eene andere vorm, die ook licht afgeleid wordt, is deze:

$$I = H \pi \left(\frac{7 r_2 + 32 r_1 + 12 r + 32 r_{-1} + 7 r_{-2}}{90}\right)^2.$$

Doch deze is voor de berekening minder gemakkelijk dan de formule (5).

$$I = 47089{,}1 \times \left(1 - \frac{0{,}201125}{45 \times 19{,}804}\right)$$
$$= 47089{,}1 \times (1 - 0{,}000\ 23153)$$
$$= 47089{,}1 - 10{,}9 = 47078{,}2.$$

Dit volumen was bepaald op 17° C. $= t$. Wegens de uitzetting van het platina moet het eene vermindering ondergaan, maar wegens de uitzetting van de schaal van den toestel van GAMBEY eene vergrooting.

Stel de lineaire uitzetting van platina . $= 0{,}000008565 = p$
" " " " geelkoper $= 0{,}00001878 = k$.

Dan is op 0° C. herleid:

$$I_0 = I_t \left(\frac{1 + k\,t}{1 + p\,t}\right)^3 = I_t\,[1 + 3\,(k - p)\,t]$$

d. i.:

Inhoud bij 0° C. $=$ 47102,7 mmL.,

met eene vermeerdering van 1,21 mmL., voor elken graad C.

De door de Commissies van 1838 en 1856 aangenomene inhoud, 46938,5, is dus ongeveer 164 millimilliliter te klein geweest. Deze fout geeft eene overeenkomstige, nagenoeg constante fout in de herleiding tot het luchtledige, en is dus van geen merkbaren invloed op de waarden van door middel van onzen platina standaard bepaalde verschillen van kilogramstukken met het Kilogramme des Archives, maar heeft wel invloed op de waarde van het gewicht van ons Nederlandsch Standaardkilogram, vergeleken met het Kilogramme des Archives. De wegingen der Commissie van 1838 gaven, het foutieve volume aannemende, in het luchtledige, (zie blz. 215):

Platinastandaard $=$ Kilogramme des Archives $+$ 0,150 mgr.

Daar nu 164 millimilliliters lucht, bij B $=$ 750 (den barometerstand te Parijs), en 15° C., een gewicht hebben van 0,200 mgr., zoo is in werkelijkheid, in het luchtledige, onze standaard zooveel zwaarder, derhalve moet aangenomen worden:

Ned. Platina standaardkilogram $=$ Kil. des Arch. $+$ 0,35 mgr.

Dezelfde opmerking, die op de berekening van den inhoud van het platina kilogram toepasselijk is, slaat ook op die van den inhoud der drie koperen kilogrammen. Ziehier de gegevens voor deze kilogrammen:

Kilogram.	A.	B.	C.
Datum.	13 October.	5 November.	8 November.
Aangenomen nulpunt.	2,62.	2,61.	2,62.
r_2	26,954625	26,92075	26,985875
r_1	26,965375	26,931625	26,984625
r	26,97225	26,931625	26,99
r_{-1}	26,98	26,925	26,9925
r_{-2}	26.9925	26,91375	26,00575
H	54,1395	53,77689	53,20478
R'	26,972765	26,927034	26,989889
I	123741,5	122496,2	121759,5 *).

De hydrostatische weging heeft gegeven:

123755 122424

Meting — Weging:

— 13,5 + 72,2.

Deze beide verschillen komen niet bijzonder goed overeen, maar 0,01 mm. verschil in de hoogte en den diameter geeft een verschil van 68,3 mm³ in den inhoud van kil. B, en het wordt hierdoor zeer waarschijnlijk dat de indexfout bij de meting van kil. B, even als bij die van A en C, 2,62 moet aangenomen worden. Dan wordt het verschil van 72,2 mmL. teruggebracht tot 4 mmL.

Wij zouden dan voor kilogram B verkrijgen:

r_2	26,91575
r_1	26,92665
r	26,926625
r_{-1}	26,920
r_{-2}	26,90875
H	53,76689
R'	26,922034
I	122427,9.

De overige dagen van het verblijf der Commissie te Parijs waren gewijd aan de werkzaamheden met den comparateur, die in het hotel des Gaules opgesteld was, waarschijnlijk een logement, waar de commissieleden hun intrek genomen had-

*) De verschillen van deze cijfers met die der Commissie zijn dus:
— 3,5 + 23,2 en — 19,5.

den. Van deze werkzaamheden bestaat evenmin als van de wegingen een geregeld geschreven verslag: enkel losse blaadjes van de hand van Uylenbroek; en al is men bekend met de constructie van den comparateur, die tevens moest dienen bij de bepaling der uitzettingscoëfficienten der drie meters *), toch is het moeilijk den gang der werkzaamheden te volgen.

De resultaten werden in een verslag aan den Minister van Binnenlandsche Zaken, gedagteekend 5 Maart 1839, aldus medegedeeld: de uitzetting voor 1° C. gemiddeld bedraagt

van de platina staaf.	0,0096	mm.
» » ijzeren staaf.	0,0128	»
» » koperen staaf	0,0212	»

De drie standaards van den meter zijn bij eene temperatuur van 9° aan den prototype gelijk gemaakt, »en eene nadere vergelijking met deze laatste bij eene temperatuur van 7° verricht, heeft doen zien, dat het verschil van elk der vervaardigde standaards met de ware lengte van den Mètre minder dan $^{5}/_{1000}$ van een millimètre bedraagt".

Het traceeren, d. i. het gelijk maken, waarvan hier sprake is, had den 9den December 1838 in het hotel Soubise, d. i. het Rijks Archief, plaats, en de vergelijkingen den 10den en 11den December.

Men kan niet zeggen dat hetgeen omtrent de resultaten der metingen medegedeeld wordt, uitmunt door scherpte. Blijkbaar waren de commissieleden nog niet zoo doordrongen van de wenschelijkheid, om in alles de *uiterste* nauwkeurigheid te betrachten, als tegenwoordig bij het vergelijken van lengtematen zou geschieden. Zoo vindt men geene blijken dat de fouten der gebruikte thermometers onderzocht zijn. In de aanteekening, van de hand van Uylenbroek, van de vergelijkingen van de drie lengtestandaarden met den

*) Deze comparateur, oorspronkelijk naar de aanwijzing van Lipkens door Becker te Groningen vervaardigd, doch te Parijs nog in sommige opzichten verbeterd, wordt bij de Koninklijke Akademie van Wetenschappen bewaard, doch is in geheel ontredderden toestand.

archiefmeter vindt men in het begin vermeld: Temp. 7°, doch verder slechts ééns Th. 7°,5 van den prototype, 7°,66 van den mikroskopendrager. In de eindaanteekening van UYLENBROEK staat dat »den 10^{den} en 11^{den} de meters met den prototype gecompareerd zijn bij 7°,5—8°,5". Den 12^{den} stond ook de thermometer op den mikroskopendrager 8°,5.

De eindresultaten zijn in de aanteekeningen van UYLENBROEK ook aldus berekend:

Platinameter	*kleiner*	dan Prot.	0,235 *d*
Koperen »	*kleiner*	dan Prot.	0,795 *d*
IJzeren »	*grooter*	dan Prot.	0,36 *d*.

De herleiding tot millimeters is niet uitgevoerd. Maar uit de aanteekeningen blijkt, dat *d*, d. i. één deeltje van den mikrometertrommel, gelijk is aan 7,4 mikrons, zoodat:

de platinameter	kleiner	gevonden	was	1$^{\mu}$,74,
de koperen »	»	»	»	5 ,88,
de ijzeren »	grooter	»	»	2 ,66.

Let men op de uitzettingscoëfficiënten, dan blijkt dat voor de twee laatste resultaten de scherpte der temperatuurbepaling niet evenredig geweest is aan de nauwkeurigheid der aflezingen. Voor de vergelijkingen van den platinameter is zulk eene nauwkeurige temperatuurbepaling van niet zooveel belang, daar deze van hetzelfde metaal is als de archiefmeter zelf. Op de zilveren plaat, die op de doos bevestigd werd, waarin de Nederlandsche platina standaardmeter bewaard werd, is vermeld dat deze meter 0$^{\mu}$,7 kleiner is dan de Parijsche, maar dit berust op eene vergissing, zooals eene inzage der aanteekeningen doet zien *).

*) Deze vergissing is de volgende.

De Mètre des Archives is een eindmeter, de Nederlandsche Standaardmeter streepmeter. Om die met den Mètre des Archives te kunnen vergelijken, werden aan dezen, aan elk uiteinde, een segmentvormig schijfje koper toegevoegd, waarop eene fijne streep gegraveerd was. De Mètre des Archives werd daardoor in eene streepmaat veranderd, maar was nu aanmerkelijk langer dan de Ned. Standaarden, en om dit verschil in

Het zou een vrij lastige arbeid zijn, om geleid door deze aanteekeningen, en na kennisneming van de inrichting van den comparateur, en den toestel om de uitzettingen te bepalen, een volledig verslag van de werkzaamheden der Commissie betrekkelijk de Standaardmeters op te maken; doch nu de platinameter als standaard moet vervallen, om vervangen te worden door den platina-iridiummeter N°. 19, die met de meeste zorg en met veel meer waarborgen voor juiste temperatuuropgaven, met den Mètre des Archives vergeleken is, zou zulk een verslag van geen wetenschappelijk belang meer zijn.

In Nederland teruggekeerd, achtte de Commissie hare taak nog niet afgeloopen. Tot contrôle der wegingen en metingen, te Parijs verricht, werden in het Natuurkundig kabinet te Leiden de kilogrammen B en C nog zoowel met den platinastandaard als onderling vergeleken; dezelfde balans werd daarbij gebruikt als te Parijs en vroeger te Amsterdam. De resultaten waren:

Barometer van Newman.		Th.	Th. bij de balans.	Aantal vergel.	Resultaat onherleid.
			20 Januari 1839.		
29,96	e. d.	40° F.	.	11	B = P — 95,63 mgr.
29,993	»	44	.	10	C = P — 95,6 »

---

rekening te brengen, moeten de beide segmentvormige verlengstukken, aan elkander gevoegd en de afstand der beide streepjes met een der mikrometers gemeten worden, waarmede de vergelijking der meters had plaats gehad. Bij deze laatste meting werd voor de aflezing op de eene streep gevonden (50)6,76, voor de aflezing op de andere streep 71,14, beide een midden uit 10 aflezingen. Bij het aftrekken echter werd de breuk ,14 blijkbaar bij vergissing weggelaten, en werd de rest 435,76 gezet in plaats van 435,62.

Zonderling genoeg staan in de aanwezige eindberekening van Uylenbroek beide lezingen naast elkander vermeld, even als de afgeleide uitkomsten, maar de verkeerde is als definitief aangenomen. Het verschil van 0,14 deeltje is 1μ,04, en dit is ook het verschil tusschen mijne herleiding en die van Uylenbroek.

Barometer van NEWMAN.		Th.	Th. bij de balans.	Aantal vergel.	Resultaat onherleid.
			23 Januari.		
30,49	e. d.	40° F.	5° C.	20	C = P — 98,6 mgr.
					B = P — 97,5 »
			26 Januari.		
30,176	»	(40?)	5° C.	10	B = P — 96,74 »
30,25	»	(40?)	5° C.	9	C = B — 0,36 »
			11 Februari.		
30,546	»	43	6° C.	10	C = B — 0,25 »

Deze vergelijkingen zijn reeds medegedeeld in *V. en M.* II. XVI. 353—356. De op blz. 355 tusschen [ ] geplaatste verbeteringen zijn waarschijnlijk van STAMKART, doch hebben geen anderen grond dan daarin, dat UYLENBROEK het ar. midden uit de beide resultaten van 20 en 23 Januari had genomen, terwijl STAMKART het meer geraden vond, het gewicht evenredig aan het aantal wegingen te nemen.

Wij zullen nu de einduitkomsten der wegingen van deze Commissie bijeenvoegen en verbinden, doch eerst vermelden, welk resultaat wij voor de m. fouten der enkele wegingen verkregen hebben. De deeltjes van den graadboog tot milligrammen herleidende, vinden wij uit de waarnemingen:

te Amsterdam:
(27 II—9 III 1838) $144 m^2 = 28,62$ $m^2 = 0,199$ $m\sqrt{2} = \pm 0,629$,
te Parijs:
(22 X—9 XI 1838) $108 m^2 = 49,21$ *) 0,456 $m = \pm 0,675$,
te Leiden:
(20 I—11 II en 2 VI 1839) $91 m^2 = 57,60$ *) 0,633 $m = \pm 0,796$.

De wegingen zijn dus gaandeweg een weinig onnauwkeuriger geworden, hetzij dat het lokaal te Parijs minder geschikt was dan dat te Amsterdam, en dat te Leiden minder geschikt dan dat te Parijs, hetzij dat de messen der balans hunne scherpte verloren.

*) Daar in de papieren der Commissie uit elk *paar* wegingen het resultaat afgeleid is, zoo slaat m hier op zulk een resultaat, en behoeft dus niet met $\sqrt{2}$ vermenigvuldigd te worden.

Wij kunnen niet nalaten hier de aanmerking te herhalen dat wij het onbegrijpelijk vinden, waarom de Commissie niet de methode van omlegging gebruikt heeft, in plaats van die van dubbele weging tegen ballast. Is de aflezing van de schaal bij de eerste weging a, bij de tweede b, dan is het verschil in gewicht der beide tegen elkander gewogene gewichtstukken:

bij de methode van omlegging, (die van SIMON STEVIN):

$$\tfrac{1}{2}(a-b)\,d;$$

bij de methode van dubbele weging tegen ballast, (die van BORDA):

$$(a-b)\,d,$$

waar d de waarde van één schaaldeel in milligrammen voorstelt.

Is nu de middelbare fout van elke weging, tot milligrammen herleid, $= m$, dan is de midd. fout van het resultaat:

bij de methode van STEVIN. . . . . $\tfrac{1}{2}m\sqrt{2}$,
bij de methode van BORDA . . . . . $m\sqrt{2}$,

Derhalve het gewicht, dat van elke weging $= 1$ gesteld:

bij de methode van STEVIN. . . . . . . $= 2$,
bij de methode van BORDA. . . . . . . $= \tfrac{1}{2}$.

Vier wegingen naar de methode van BORDA geven dus een even nauwkeurig resultaat als éene weging naar die van STEVIN.

De eenige grond, die men vóór de methode van BORDA zou kunnen aanvoeren, is deze, dat men bij haar de éene schaal in het geheel niet aanraakt, en aldus de kans van storing tot de helft terugbrengt; maar daar bij de gewone inrichting der fijnere balansen, na elke weging, alvorens de gewichten te verwisselen, de schalen van de eindmessen worden afgelicht, om later weer opgevangen te worden, zoo kan het verwisselen der gewichten in de éene schaal, die bij de methode van BORDA voor het tegenwicht gebruikt wordt, onmogelijk nadeelig werken. CHISHOLM in

zijn werkje *On the Science of Weighing and Measuring and Standards of Measure and Weight*, (Nature Series, London 1877), verdedigt op blz. 154 volkomen dezelfde zienswijze.

De vereeniging nu, na de herleiding tot het luchtledige, gaf (zie ook *V. en M.* II. XVI. 351—356):

			Naar de berekening der Commissie. mgr.	n.	m. fout.	Gew.	Verbeterd *). mgr.
te Parijs	22 Oct.—6 Nov.	Pl.—Prot.	= + 0 15	70	± 0,0807	154	+ 0,35
	8 Nov.	B—Prot.	= + 0,21	20	0,1509	44	+ 0,27
	9 Nov.	C—Prot.	= — 1,22	20	0,1509	44	— 1,13
te Leiden	20—26 Jan.	B—Pl.	= + 0,58	31	0,1430	49	+ 0,39
	20—23 Jan.	C—Pl.	= — 1,02	30	0,1458	47,5	— 1,13
	26 Jan.—11 Feb.	B—C	= + 1,31	19	0,1826	30	+ 1,18

Hoewel de wegingen te Leiden verricht werden tot contrôle der wegingen van Parijs, kunnen zij m. i. er niet mede vereenigd worden, wegens het tijdsverloop van ongeveer 2½ maand, dat tusschen beide groepen wegingen begrepen is, een tijdsverloop, waarin toeneming van gewicht (door oxydatie) der koperen gewichten als zeker kan worden aangenomen.

Vereffenen wij de drie laatste vergelijkingen, die, als wij onze eigene herleiding aannemen, de tamelijk groote sluitfout van 0,34 mgr. vertoonen, dan verkrijgen wij:

20—26 Jan. 1839 B—Pl. = + 0,29 mgr.,
20—23 Jan. 1839 C—Pl. = — 1,02 » ,
26 Jan.—11 Feb. 1839 B—C = + 1,31 » ,

terwijl in Parijs gevonden was:

8 Nov. 1838: B—Pl. = — 0,08 mgr.,
9 » » C—Pl. = — 1,48 » ,
dus B—C = + 1,40 » .

*) Daar wij van de 3 kilogrammen Pl.St., B en C, grootere volumina aannemen, nl. respectivelijk 164, 47 en 75,4 mmL. meer, zoo wordt de herleiding tot het luchtledige bij deze stukken respectivelijk 0,198, 0,057 en 0,091 grooter.

Het is niet ongemotiveerd het verschil tusschen deze resultaten en de voorgaande aan eene vermeerdering van het gewicht van B en C toe te schrijven. Die vermeerdering zou dan bedragen:

voor B: + 0,37 mgr.,
» C: + 0,46 » .

Wat het Nederlandsche platina standaardkilogram betreft, wij moeten als eindresultaat de eerste der bovenstaande vergelijkingen blijven beschouwen:

Pl.St. = Prot. + 0,35 mgr. (m. f. ± 0,08 mgr.).

De Commissie bracht, zooals reeds boven is medegedeeld, den 5den Maart 1839 haar verslag uit, en bij besluit van 12 April d. a. v. (*Stbl.* N°. 13) werd, met intrekking van artikel 1 van het besluit van 6 Maart 1819 »de door de gemelde Commissie te Parijs vervaardigde platina *Mètre* en platina *kilogramme* verklaard tot eenige standaards of prototypen van de Nederlandsche el en van het Nederlandsche pond", terwijl art. 2 bepaalde, »dat de voormelde standaards door de Commissie in handen zouden gesteld worden van de Eerste Klasse van het Koninklijk Nederlandsch Instituut te Amsterdam, om aldaar te worden bewaard ter vervanging van de aldaar berustende prototypen, welke door het Departement van Binnenlandsche Zaken werden ingetrokken".

De ijzeren Mètre en een der beide koperen kilogrammen zouden, aldus bepaalde artikel 5, »gedeponeerd worden bij het Departement van Binnenlandsche Zaken, en alleen tengevolge eener bijzondere magtiging van den Minister van Binnenlandsche Zaken mogen worden gebruikt ten dienste van het IJkwezen;" terwijl volgens art. 6, »de koperen Mètre en de overige der twee kilogrammen, mede door de voornoemde Commissie vervaardigd, bewaard zouden worden in het kabinet van natuurkundige instrumenten aan de Hoogeschool te Leiden, en afgegeven aan den Hoogleeraar in de Natuurkunde aldaar, om te dienen tot wetenschappelijk gebruik".

In de papieren der Commissie heb ik eerst later nog een blad gevonden, bevattende de bijzonderheden der vergelijking van het platina standaardkilogram en het oude (geelkoperen) Standaardkilogram; deze vergelijking werd den 2[den] Juli 1839 uitgevoerd, alweder volgens de methode van BORDA, door twee personen U. en S. genoemd (UYLENBROEK en SWART?). Lokaal en balans zijn niet genoemd; maar waarschijnlijk waren deze het Trippenhuis en de balans van BECKER. Afwisselend werden (tegen tarra op de linkerschaal) het platinagewicht en het koperen + 105 mgr. op de rechterschaal gelegd; en uit elk paar enkele wegingen een resultaat afgeleid. Het midden der 10 wegingen gaf bij barom. 769,8; th. bij bar. 16,6; th. balans 18°,8:

Oude Standaardkil. = Pl. Standaardkil.	—	105,5	mgr.
Herleiding op het luchtledige	+	92,57	»
Oude Standaard—Platina standaard . .	—	12,93	mgr.
Platina standaard—Kil. des Archives. .	+	0,35	»
Oude standaard—Kil. des Archives. . .	—	12,6	mgr.

§ 4. DE WERKZAAMHEDEN DER AKADEMISCHE COMMISSIE STAMKART, VAN REES, LOBATTO, OUDEMANS, VROLIK.

De aan de Eerste Klasse van het Kon. Ned. Instituut ter bewaring gegevene standaards werden uit den aard der zaak in de eerste jaren niet gebruikt. De aanleiding, dat zij later ontzegeld, en tot het maken van kopijen aangewend zijn, werd gegeven door eene missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken THORBECKE, van 13 September 1851, N°. 165; die, »daar tot de aangelegenheden van zijn Departement, waaromtrent wettelijke verordeningen vastgesteld moesten worden, ook het stelsel en de ijk der maten en gewigten behoorden, door de Klasse wenschte voorgelicht te worden omtrent de aan te nemen definitie van den grondslag van het stelsel, in aanmerking genomen dat de door PUISSANT (tengevolge eener door hem gevon-

dene rekenfout), uitgevoerde latere berekening der Fransche graadmeting had opgeleverd, dat het kwadrant van den aardmeridiaan niet 10 000 000, maar 10 000 723 mètres was".

In het door STAMKART ontworpen antwoord, van 31 October 1851, op deze missive werd ook ter sprake gebracht de wenschelijkheid, dat eenige kopijen van meter en kilogram voor wetenschappelijke doeleinden verspreid, of tegen vergoeding der onkosten verkrijgbaar gesteld werden. Die kopijen zouden met eene hooge nauwkeurigheid vergeleken worden met de platina-standaards, en vervaardigd worden uit eene stof, die den waarborg van onveranderlijkheid zou geven. Den Minister werd dan ook verzocht, voor de ontzegeling der platina-standaards de koninklijke toestemming te vragen; aan welk verzoek bij besluit van 18 Mei 1854, N°. 35 voldaan werd.

Missive en antwoord zijn afgedrukt in het *Tijdschrift voor de Wis- en Natuurkundige Wetenschappen*, uitgegeven door de Eerste Klasse van het Kon. Ned. Instituut *van Wetenschappen, Letteren en Schoone Kunsten*, 5de of laatste deel, Amsterdam, bij G. M. P. LONDONCK, 1852, blz. 89—96.

Er werd nu door den Secretaris der Kon. Akademie van Wetenschappen, W. VROLIK, in den *Algemeenen Konst- en Letterbode* van 2 September 1854, eene aankondiging geplaatst, waarbij de inrichtingen van wetenschap die verlangen mochten, in het bezit van kopieën van Meter en Kilogram gesteld te worden, uitgenoodigd werden dit aan de Akademie bekend te doen worden.

De meters zouden van dik glas zijn, in de gedaante van rechthoekige balken met afgeknotte piramiden aan de einden; de kilogrammen in den gewonen vorm, van geelkoper, in het vuur verguld, doch met afschroevende knoppen.

NB. Alleen N°. 1 is in het vuur verguld; daar zich hierbij moeielijkheden opdeden, heeft de vergulding der overige stukken langs den galvanischen weg plaats gevonden.

De vergoeding der kosten voor meter en kilogram zou beneden de *f* 100.— blijven.

Slechts langzaam meldden zich de in het begin dezer noot genoemde inrichtingen aan. De commissie, met de vergelijking der kilogrammen en der meters met de standaarden belast, bestond toen nog uit de leden der Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, STAMKART, LOBATTO en VAN REES; eerst ongeveer een jaar later werd op voorstel van VAN REES, die zich zeer weinig door de te verrichten werkzaamheden aangetrokken gevoelde, ook schrijver dezes tot lid benoemd. De ontwerper van het plan, STAMKART, nam de meeste werkzaamheden op zich. Hij voerde de briefwisseling met de instrumentmakers WENCKEBACH en OLLAND; ontwierp de inrichting der geelkoperen doos en lade, waarin de platina-standaarden, na het gemaakt gebruik zouden bewaard worden *), en regelde in één woord de werkzaamheden.

De vergelijking der glazen meters onder elkander, die uitgevoerd werd om ook elk verschil met dezelfde nauwkeurigheid te leeren kennen als de correctie van elken meter, werden door hem alleen uitgevoerd. (Zie *V. en M.* I, VII, blz. 32 en 33).

Bij de wegingen gebruikte ook STAMKART meestal de methode van BORDA, niet zoozeer omdat hij theoretisch overtuigd was, dat zij beter was dan die van STEVIN, maar omdat hij het zoo gewoon was. Bij de vergelijkingen echter van de vergulde kilogrammen met den Platina-Standaard gebruikte hij op aandringen van LOBATTO en mij de methode van omleggen. Voorts verdient nog vermelding dat STAMKART den voorkeur gaf aan de balans, die WENCKEBACH op zijne aanwijzing had gemaakt, die hij in den *Algemeenen Konst- en Letterbode* van 6 December 1844 beschreven heeft, en die zich thans in de Afdeeling Wegen en Meten van het Physisch Laboratorium der Polytechnische School bevindt.

*) Deze geelkoperen doos en lade werden geleverd door de firma A. MENDEZ DA COSTA en C. J. VAN LAARSCHOT te Amsterdam. De rekening er van is niet onder de papieren aanwezig, maar het blijkt, dat de Minister van Binnenlandsche Zaken er *f* 100 voor beschikbaar gesteld heeft.

Zoo als men uit de genoemde beschrijving zien kan, geschiedt de aflezing van deze balans op dezelfde wijze als de groote balans (van Olland) van het Natuurkundig Kabinet te Utrecht, nl. aan de kolom der balans zijn twee schuine spiegeltjes bevestigd, en voor de balans staande (Stamkart gebruikte geen kijker) ziet men in beide spiegels naast elkander een wijzer en eene schaal, (de eerste bevestigd aan den linker-, de tweede bevestigd aan den rechter-arm), die zich voorbij elkander schijnen te bewegen. Ofschoon nu de waarde van de deeltjes dezer schaal zes maal grooter was dan die der balans van Becker *), overtrof toch de nauwkeurigheid, die met haar bereikt werd, verreweg die, welke de wegingen van met de balans van Becker bezaten †).

De machtiging tot ontzegeling der Standaarden werd den 1sten November 1854 aan den Minister van Binnenlandsche Zaken verzocht; de missive, waarin dit geschiedde, vindt men ook afgedrukt in bovengenoemd 5de deel van het Tijdschrift van het Koninklijk Nederlandsch Instituut, blz. 96.

De vergunning daartoe werd wel spoedig verstrekt, maar

---

*) Bij de balans van Becker was bij 1 kilogram belasting, op iedere schaal, de waarde van 1 deeltje van den verdeelden boog ongeveer = 2,5 mgr. (althans voor zeer kleine overwichten) bij die van Wenckebach meestal ruim 15 mgr.

†) Uit de wegingen der zeven verguldkoperen kilogrammen en van het glazen kilogram tegen den Platina Standaard leidde Stamkart de volgende middelbare fouten voor elk enkelvoudig resultaat af:

Lobatto	0,78 mgr.	Balans van Becker,
Oudemans . . .	0,97 „	
Stamkart . . .	0,41 „	„ „ Wenckebach.

Wegens de wijze, waarop deze resultaten waren afgeleid (zie Aanteekening 12), moeten deze getallen echter nog allen vermenigvuldigd worden met een factor, ongeveer gelijk aan $\sqrt{\frac{4}{3}}$, en worden derhalve:

Lobatto	0,91	Balans van Becker,
Oudemans . . .	1,13	
Stamkart . . .	0,48	„ „ Wenckebach,

en hieruit blijkt wel, vooral na vergelijking met blz. 228 onderaan, dat de balans van Becker sedert 1839 achteruitgegaan was en in den toestand, waarin zij in 1856 verkeerde, niet meer tot de allerfijnste balansen behoorde.

er werd niet zoo spoedig gebruik van gemaakt, daar de Commissie eerst de kopijen wilde gereed maken.

De vervaardiging der meters en kilogrammen werd opgedragen aan den instrumentmaker E. WENCKEBACH te Amsterdam, doch deze heeft alleen de kilogrammen afgeleverd. Bij het zoo na mogelijk op juiste maat brengen der meters ontstonden moeielijkheden, die hij in de werkplaats, waarover hij beschikken kon, (die van den Rijks Telegraaf,) niet kon overwinnen. Daarop is die taak overgenomen door den heer H. OLLAND te Utrecht, die aanvankelijk met dezelfde moeielijkheden te kampen had als WENCKEBACH, en deze eerst te boven kwam, toen hij het afslijpen in zijn kelder uitvoerde, waar de temperatuur nagenoeg geene afwisseling vertoonde. Dit moge strekken tot opheldering en aanvulling van hetgeen de voorzitter der Commissie, STAMKART, in het voorloopig verslag vermeldde, dat den 26sten Februari 1857 in de vergadering der Natuurkundige Afdeeling werd voorgelezen en in de *V. en M.* 1ste Reeks Deel VI, blz. 92 is afgedrukt.

Dit voorloopig verslag is, in het VIIde deel, blz. 32—36, gevolgd door eene mededeeling der uitkomsten, die verkregen waren, 1° voor de verschillen, bij 7°,1 en 15°,1 C., tusschen de zeven meters ieder afzonderlijk en de gemiddelde lengte der meters, alsmede tusschen die gemiddelde lengte en de lengte van den platina Standaardmeter, 2° voor de verschillen tusschen de zeven kilogrammen en het glazen kilogram ieder afzonderlijk, met het platina Standaardkilogram; daarbij in de berekening opnemende de verschillen der verguldkoperen kilogrammen onderling.

Bij het verifiëeren der door STAMKART in het verslag van 27 Juni 1857 medegedeelde getallen, (*V.* en *M.* 1e Reeks, VII, blz. 34 en 35), heb ik nog de volgende abuizen ontdekt:

Het platinadraad, dat zich onder den knop van het kilogram N°. 3 bevindt, is opgegeven 38,0 mgr. Dit moet zijn 37,0; het woog namelijk eerst 42,2 mgr., maar doordien later bleek dat de kilogrammen alle te zwaar waren, is van ieder der draden een klein stukje afgenomen; bij

N°. 3 woog dit 5,23 mgr. en 42,2 – 5,23 = 36,97 of afgerond 37,0 mgr.

Evenzoo moet voor het platinadraad in N°. 6 gelezen worden 208,65 in plaats van 206,5 mgr. Het woog namelijk eerst 215,12 mgr. en er werd 8,6 mm. draad afgenomen, waarvan het gewicht, daar het verloren raakte, berekend werd op 6,47 mgr.. Nu is 215,12—6,47 = 208,65. Abusivelijk is de lengte in plaats van het gewicht van het afgesneden stukje afgetrokken.

Op dezelfde blz. staan onderaan vermeld de gewichtsverschillen der kilogrammen N°. 1 tot 7 met het platina standaardkilogram. Aldaar is opgegeven:

N°. 3 = Stand. Kilogr. + 1,16,

dit moet zijn 1,26, het is namelijk afgeleid uit 1,24 (met een gewicht 1) en 1,27 (met een gewicht 4).

Op bladzijde 35 vindt men vermeld »dat volgens in koperen platen gegraveerde opschriften op de houten doozen, waarin de standaards der Ned. maten en gewichten eerst bewaard zijn geweest, bij 7°,6 C. de platina standaardmeter = Parijsche mètre protot. – 0,7 mmm." Dit moet zijn 7° C.. STAMKART heeft de letter C voor eene cijfer 6 aangezien en er zelf C bijgevoegd.

Dat het getal — 0,7 mmm. op eene schrijffout steunt, heb ik boven al opgemerkt. Verder nog het volgende:

»Volgens de proeven van STEINHEIL zoude de uitzetting van den Mètre protot. per 1° ongeveer 9,05 mm. bedragen. Volgens BORDA is het . . . . » 8,56 » ".

Hieromtrent valt op te merken dat BORDA niet den uitzettingscoëfficiënt van den prototype-meter (d. i. den *Mètre des Archives*), maar van de platinastaven van den bekenden Franschen basistoestel bepaald heeft. De oorsprong van het getal 8,56, dat door VAN SWINDEN uit de metingen van BORDA werd afgeleid, *Base du système Métrique*, III, p. 440, is aldus te verklaren. Ik deel dit mede omdat op blz. 326 van dat deel eene druk- of schrijffout is ingeslopen, waardoor men licht op een dwaalspoor zou kunnen geraken. Er staat daar nl.: »On trouvera aussi d'après ce que nous

avons dit ci-dessus, que pour un degré de nos thermomètres à mercure le platine se dilate de *cent seize millièmes*, (ik onderstreep) et par conséquent, pour un degré du thermomètre de Réaumur, il se dilate de $\frac{1}{92,800}$."

Die cent seize millièmes (0,116) is blijkbaar eene misstelling en door de breuk $\frac{1}{92,800}$ met $\frac{4}{5}$ te vermenigvuldigen, vindt men ook $\frac{1}{116000}$; het moet dus eenvoudig zijn *un cent seize millième.*

Toch zou *un cent dix-sept millième* nauwkeuriger geweest zijn. Er werd namelijk gevonden dat de uitzetting der platinastaven 0,9245 bedroeg van de *betrekkelijke* uitzetting van koper, in vergelijking met platina (blz. 321), en die betrekkelijke uitzetting werd gevonden $= \frac{1,853}{200000}$, d. i. 0,000 009 265; derhalve de uitzetting van platina voor 1° C. $= 0,924\,5 \times 0,000\,009\,265 = 0,000\,008\,665\,5 = \frac{1}{116747}$.

Ik voeg hier nog aan toe, dat nu onlangs de uitzetting van den Mètre des Archives door de vergelijking, bij verschillende temperaturen, met de platina-iridium-meters N^{0}. 19 en 23, gevonden is te bedragen:

0,000 008 77,

(zie J. Bosscha, Relation des expériences qui ont servi à la construction de deux mètres étalons en platine iridié, comparés directement avec le mètre des Archives, 2e partie, in de *Annales de l'Ecole Polytechnique de Delft*, Vol. II, 1e et 2e Livraison, p. 67), dus zeer nabij het ar. midden tusschen de beide vorige getallen.

De knoppen der kilogrammen heb ik niet nagewogen.

In het laatstbedoelde verslag is nog vermeld, dat de glazen meters vergeleken waren met den standaard van den Engelschen *Yard*, welke door het Engelsche Gouvernement aan onze Regeering gezonden en door haar aan de Akade-

mie ter bewaring gegeven was. Die vergelijking was niet gesloten kunnen worden, »omdat bij de hooge temperatuur der jongste dagen zich eenige onzekerheid omtrent de betrekkelijke uitzettingen heeft doen kennen. Het zal dus noodzakelijk wezen, dat de glazen ellen, althans enkele er van, bij eene lage temperatuur nogmaals bij den standaard *Yard* worden vergeleken".

Niet alleen een Yard ontving de Nederlandsche Regeering van de Engelsche ten geschenke, maar ook een verguld Avoir du Poids Pond. Toen namelijk door den brand van het Parlementsgebouw, den 10den October 1834, de vroegere standaards van Pond en Yard verloren waren gegaan, benoemde de Koningin in 1838 eene Commissie (AIRY, BAILY, BETHUNE, GILBERT, HERSCHEL, LEFEVRE, LUBBOCK, PEACOCK, SHEEPSHANKS), om de maatregelen te beramen, noodig tot herstel der standaarden; er bestond een besluit, onder GEORGE IV genomen, »dat ingeval de standaards verloren gingen, de Yard hersteld zou worden door eene lengte aan te nemen, die in eene bepaalde verhouding zou staan met de lengte van den sekondeslinger op de breedte van London, in het luchtledige op gelijke hoogte als de oppervlakte der zee; en dat het pond hersteld zou worden door een gewicht aan te nemen, dat eene zekere verhouding zou bezitten tot het gewicht van eene kubieke engelsche duim water, op eene bepaalde wijze gewogen". Maar de Commissie veroordeelde dit voorschrift te recht, en was van meening, dat de standaarden veel nauwkeuriger konden hersteld worden, door middel der kopijen, die van de vorige genomen waren en op verschillende plaatsen bewaard werden. Dienovereenkomstig werd besloten en de Commissie werd nog versterkt met de leden: de Markies van Northampton, de EARL of ROSSE, Lord WROTTESLEY en Prof. W. H. MILLER.

Het verslag omtrent de vervaardiging der nieuwe standaardponden, is afgedrukt in de *Phil. Transactions*, Part III, voor 1856; men vindt er de wegingen en hare herleidingen in, niet alleen van de zes platina standaardponden, die bestemd waren om in Engeland te blijven, maar ook van 36

vergulde ponden, die aan evenveel verschillende regeeringen werden aangeboden. Het vergulde Pond (avoir du poids), dat aan Nederland werd aangeboden, draagt het nummer 14, en hiervan wordt t. a. p. blz. 945 medegedeeld,

dat de dichtheid er van bedraagt: 8,34955,
dat het in het luchtledige te licht is: 0,02844 grain,
dat het in lucht *), waarvan de log. der dichtheid:
= 7,07832—10, te licht is: 0,00301 grain.

Verder vindt men aldaar op blz. 890 onderaan; als resultaat van een aantal wegingen:

$$\mathfrak{E} = 15432,\ 32462 \text{ grains},$$

d. i. het Engelsche kilogram bevat zooveel grains, waarvan het nieuwe standaardpond 7000 bevat †).

Aangaande het kilogramme des Archives, $\mathfrak{A}$, heerscht eene kleine onzekerheid, daar het verschil in inhoud tusschen dit en het Engelsche kilogram niet geheel nauwkeurig bekend is. Volgens de metingen van SCHUMACHER, OLUFSEN, STEINHEIL en GAMBEY was:

$$\text{Inhoud } \mathfrak{A} - \text{Inhoud } \mathfrak{E} = 20,933,$$

zijnde voor de eenheid der inhouden de inhoud genomen van een grein water tot den grootsten graad van dichtheid gebracht. Alsdan is:

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{E} + 0,02412 \text{ grain},$$

en

$$\mathfrak{A} = 15432,\ 34874 \text{ grain}.$$

Daarentegen had de *stereometer*, een instrument om zonder hydrostatische weging inhouden van lichamen te bepa-

*) Voor deze normale of middelbare lucht werd aangenomen lucht van 65°,55 F. (of 18°,7 C.) en 29,750 e. duim (755,64 mm.) tot 0° herleiden barometerstand.

†) Het standaardpond, dat bij den brand van het Parlementsgebouw is te niet gegaan, was een pond Troy; dit heeft 5760 grains, waarvan het pond Av. d. p. en 7000 heeft. Bij het vervaardigen der nieuwe standaards werd verkozen een pond Avoir du poids te nemen, daar dit het meest gebruikt wordt.

len, (uitgevonden door SAY om het specifiek gewicht van buskruid te bepalen (*Annales de Chimie*, 1797, tome XXIII, p. 1) en verbeterd door MILLER (*Phil. Mag.* 1834, II, p. 203)), opgeleverd:

$$\text{Inhoud } \mathfrak{A} - \text{Inhoud } \mathfrak{E} = 21{,}119,$$

ergo

$$\mathfrak{A} = \mathfrak{E} + 0{,}02435 \text{ grains},$$

derhalve

$$\mathfrak{A} = 15432{,}34897 \text{ grains}.$$

Waarschijnlijk (zegt MILLER) is het eerste getal (15432,34874) het nauwkeurigst. De waarschijnlijke fout van dit getal berekent hij op 0,000224 grain (p. 942). Nemen wij het aan, dan is:

$$15432{,}34874 \text{ grain} = 1000\ 000 \text{ mgr.},$$

dus

$$1 \text{ grain} = 64{,}7993 \text{ mgr.},$$

of, afgerond:

$$1 \text{ grain} = 64{,}8 \text{ mgr.}$$

Het verschil der beide opgaven omtrent het gewicht van het Archiefkilogram in grains is = 0,00023 grains = 0,0149 mgr., en dus toch op de grenzen der weegbaarheid.

Herleidt men nu de opgaven met betrekking tot het aan Nederland ten geschenke gegeven pond tot milligrammen, dan vindt men, dat N°. 14 te licht is:

in het luchtledige	1,843 mgr.
in lucht	0,195 » .

MILLER zelf neemt het getal 15432,34874 grains aan. Daar nu het Stand. Pond Av. d. p. $\doteq$ 7000 grains is, is:

het kilogram des Archives = 2,20462125 Stand. Pond Av. d. p.

en omgekeerd:

het Stand. Pond Av. d. p. = 453,5926525 gram.

Hier af: 0,001843,

Komt er volgens MILLER dat in het luchtledige:

het Pond N°. 14 = 453,59081 gram.

Reeds voor dat de Commissieleden STAMKART, LOBATTO, OUDEMANS *), de zeven verguldkoperen kilogrammen met het platina Standaardkilogram vergeleken (October 1856), had STAMKART dit Engelsche pond, dat hij in zijne handschriften gewoon was π te noemen, met veel zorg, door tusschenkomst van andere gewichten, dus *indirect*, met het platina standaardkilogram vergeleken, en later is die vergelijking door alle drie de Commissieleden rechtstreeks verricht Er ontbreekt nagenoeg 46,4 gram aan om het gelijk te maken aan ½ kilo; deze werden er bijgevoegd, en dit gewicht, waarvoor altijd dezelfde stukken genomen werden, noemde STAMKART in zijne aanteekeningen E. Verder werd $\pi + E$ door toevoeging van ½ kilogram, genaamd (½ P), nagenoeg aan een kilogram gelijk gemaakt, en zoowel met de verguldkoperen kilogrammen N°. 1—7, als met een ander kilogram S vergeleken, dat weder tegen ieder der zeven genoemde kilogrammen gewogen was. Eene onmiddellijke vergelijking van dit kilogram S met het Platina standaardkilogram heb ik niet gevonden, ik heb dus de laatstgenoemde wegingen voor de vaststelling van het kilogram S moeten gebruiken. De bijvoeging van (½ P) werd geëlimineerd, doordien niet alleen π + (½ P) + E tegen de reeds opgenoemde kilogramstukken, maar ook $\pi + E$ tegen (½ P) gewogen werd. Zijne waarde werd echter door die eliminatie ook bekend, en komt op 0,02 mgr. nu uit met de waarde door STAMKART gevonden.

De gewichten, waaruit E was samengesteld, waren uit de doos, waarin P behoorde, en de correctie dezer gewichtstukken was door STAMKART bepaald, zoowel met betrekking tot

---

*) VAN REES nam, wegens zwakheid zijner oogen, geen deel aan de werkzaamheden; VROLIK was als Secretaris der Afdeeling aan de Commissie toegevoegd.

P zelf, als met betrekking tot het kilogram S. Hij herleidde echter alles tot S, en ik zal hem hierin volgen, terwijl ik er bijvoeg, dat voor zoover mogelijk, eene geheel nieuwe berekening der herleidingen naar de tegenwoordig in gebruik zijnde herleidings-elementen verricht is. Wij zullen nu in chronologische volgorde de verschillende wegingen vermelden, die tot kennis van de verhouding van het Engelsche pond tot het Kilogramme des Archives geleid hebben.

Noemen wij:

het rechtstreeks door weging gevondene verschil van $\pi + E + (\frac{1}{2} P) +$ een klein gewichtje — een ander kilogram dat wij N zullen noemen . . . . . . a
dit kleine gewichtje . . . . b
de herleiding tot het luchtledige c

dan is:

$$\pi + E + (\tfrac{1}{2} P) = N + a - b + c.$$

De verguldkoperen gewichten N^{0}. 1—7 hadden hunne laatste ajusteering nog niet ondergaan, en waren (zie het voorloopig verslag in *V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VI, blz. 100), gemiddeld omtrent 8 mgr. te zwaar. Rechtstreeksche wegingen dezer kilogrammen in dien toestand tegen het Platina Standaardkilogram zijn niet uitgevoerd, maar daar de stukjes draad, die ten behoeve der finale ajusteering van het platinadraad onder de knoppen werden afgesneden, met eene essaaibalans nauwkeurig gewogen zijn en de kilogrammen na die ajusteering, rechtstreeks met den platinastandaard vergeleken zijn, is dit geen bezwaar. Noemen wij nu de overmaat in gewicht van een der stukken (N) boven den platinastandaard (Pl), zooals het medegedeeld is in de *V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII, blz. 34: g;

het gewicht van het afgesneden stukje. . . . . h
de overmaat van $Pl.$ boven het Kilogramme des Archives i

dan hebben wij:

$$\pi + E + (\tfrac{1}{2} P) = A + a - b + c + g + h + i = (1)$$

Maar ook het verschil $\pi + E - (\frac{1}{2} P)$ werd herhaaldelijk door STAMKART bepaald, werd hiervoor gevonden (2), dan is:

$$\pi + E = \tfrac{1}{2}((1) + (2))$$
$$(\tfrac{1}{2} P) = \tfrac{1}{2}((1) - (2)).$$

Bij deze wegingen zijn beide de balansen, van BECKER en van WENCKEBACH, gebruikt, die wij met de letters B en W zullen aanduiden. Wij hebben reeds vermeld dat de balans van WENCKEBACH, blijkens de *na de wegingen* opgemaakte waarschijnlijke fouten, betere resultaten gegeven heeft, dan die van BECKER. Maken wij tusschen de wegingen van LOBATTO en schrijver dezes geen onderscheid, dan is, als het gewicht eener weging met $B = 1$ is, dat van eene weging met $W =$

$$\left(\frac{0,875}{0,41}\right)^2 = 4,5.$$

Teller en noemer dezer breuk stellen de middelbare fout van één enkel resultaat der weging voor, maar de wijze waarop STAMKART dit resultaat afleidde (zie de 12[de] Aanteekening), maakt dat die waarden met nagenoeg $\sqrt{\frac{4}{3}}$ of 1,155 moeten vermenigvuldigd worden. De werkelijke middelbare fout van één enkel resultaat wordt dus:

voor B. . . . . $\pm$ 1,01 mgr.,
voor W . . . . $\pm$ 0,48 » .

Door dat enkele resultaat wordt hier verstaan een resultaat afgeleid uit 2 wegingen met het éene gewigt (A) op de linksche en het andere (B) op de rechtsche schaal, en daartusschen eene weging met B op de linksche en A op de rechtsche schaal.

Is het gewicht eener enkele weging $= g$, dan is het gewicht van zulk een enkel resultaat $= \frac{8}{3}$. Gewoonlijk wordt

er een oneven aantal wegingen genomen, 3, 5, 7 of 9. Stel er zijn $2n + 1$ wegingen genomen: $n + 1$ met de eene en n met de andere plaatsing der beide gewichten; stel verder dat het resultaat getrokken is, door het midden der $n + 1$ wegingen met de ééne plaatsing der gewichten te vergelijken bij het midden der n wegingen met de andere plaatsing, dan is het gewicht der weging $\frac{4n(n+1)}{2n+1}$.

Nemen wij nu als eenheid aan het gewicht eener enkele weging met de balans van BECKER, waarbij $n = 1$, en het gewicht $= \frac{8}{3}$ is, dan moet laatstgenoemde uitdrukking gedeeld worden door $\frac{8}{3}$, en zij wordt dan:

$$\frac{3n(n+1)}{4n+2},$$

en men heeft dan de volgende gewichten:

n.	BECKER.	WENCKEBACH.
1	1	4,5
2	$\frac{9}{5}$	$\frac{81}{10} = 8,1$
3	$\frac{18}{7}$	$\frac{162}{14} = 11,6$
4	$\frac{10}{3}$	15.

Ziehier nu de waarden in milligrammen, der getallen a enz., die op de wegingen van $\pi + 2 + (\frac{1}{2} P)$ tegen zeven verschillende kilogrammen betrekking hebben. De weging tegen kilogram N°. 2 is niet gebruikt, daar, zooals uit het verslag in de *V. en M.*, 1ste Reeks, Deel VII blijkt, dit kilogram reeds in 1856 *lichter werd*, waarvan de vermoedelijke oorzaak reeds besproken is (zie blz. 148 en 149). Het daarmede verkregen resultaat zou dus niet te vertrouwen zijn. De balans was die van WENCKEBACH.

Datum 1856.	N.	n	Gew.	a	$-b$	c	g	h	i	
28 VIII	N°.1	1	4,5	−1,04	−9,91	+0,07	+1,20	+7,85	+0,15	= −1,82
29 »	N°.3	1	4,5	+0,19	−9,91	+0,04	+1,26	+5,23	+0,15	= −3,04
» »	N°.4	1	4,5	−2,36	−9,91	+2,18	+1,17	+6,04	+0,15	= −2,73
» »	N°.5	1	4,5	−3,07	−9,91	+1,70	+1,09	+7,90	+0,15	= −2,14
» »	N°.6	1	4,5	−0,41	−9,91	−1,41	+1,03	+6,47	+0,15	= −4,07
30 »	N°.7	1	4,5	−3,70	−9,91	+1,83	+1,20	+7,28	+0,15	= −3,15
2 IX	S	2	8,1	−3,92	−9,91	+3,57	+7,72		+0,15	= −2,39
			35,1	Gemiddeld, lettende op de gewichten						−2,72

Het verschil $\pi + E - (\frac{1}{2} P)$ bepaalde Stamkart viermaal, tweemaal den 29[sten] Augustus met de balans van Becker, en tweemaal den 30[sten] met de balans van Wenckebach. Ziehier de resultaten:

	n	Gew.	a	$-b$	c		m. f.
29 VIII	2	1,8	−1,00	−4,87	+1,79	= −7,64	0,75
» »	*)	1,5	−1,08	−4,87	+1,79	= −7,72	0,83
30 »	2	8,1	−5,79	0,00	+1,79	= −7,58	0,36
» »	3	11,6	−0,80	−5,12	+1,79	= −7,71	0,30
		23,0	Gemiddeld, lettende enz.			−7,66	0,21m

Wij hebben derhalve:

$$\pi + E + (\tfrac{1}{2} P) = A - 2{,}72 \qquad \text{m. f.}$$
$$= 999\ 997{,}28 \text{ mgr.} \qquad \pm 0{,}17 \text{ mgr.}$$
$$\pi + E - (\tfrac{1}{2} P) = -7{,}66 \text{ »} \qquad \pm 0{,}21 \text{ »}$$

Derhalve:

$$\pi + E = 499\ 994{,}81 \text{ »} \qquad \pm 0{,}13 \text{ »}$$
$$(\tfrac{1}{2} P) = 500\ 002{,}47 \text{ »} \qquad \pm 0{,}13 \text{ »}$$

Het tot het kilogram S behoorende getal g is gevonden

*) 2 wegingen met de eene en 2 met de andere plaatsing der gewichten.

door vergelijking met N°. 1 tot 7; uitgevoerd 9 Augustus 1856 met de balans van WENCKEBACH. Deze wegingen, door mij op nieuw herleid, gaven de volgende uitkomsten:

N.	a	$g+h$		n	Gew.
N°. 1	— 1,57	+ 9,05	= 7,48 mgr.	*)	6,75
» 3	+ 1,18	+ 6,49	= 7,67 »	1	4,5
» 4	+ 0,40	+ 7,21	= 7,61 »	1	4,5
» 5	— 0,65	+ 8,99	= 8,34 »	1	4,5
» 6	+ 0,52	+ 7,50	= 8,02 »	1	4,5
» 7	— 1,17	+ 8,48	= 7,31 »	1	4,5
			7,72		29,25

De massa E bestond uit een aantal gewichtjes, waarvan de correctie ten opzichte van het kilogram S door STAMKART wel bepaald was, doch ongelukkig niet met de nauwkeurigheid, die hier wenschelijk was. Zij waren:

Correctie van	20	gram	+ 0,62	mgr.
» »	10	»	+ 0,89	»
» »	10′	»	+ 1,03	»
» »	5	»	+ 0,21	»
» »	1	»	+ 0,20	»
» »	0,2	»	+ 0,17	»
» »	0,1	»	+ 0,05	»
» »	0,1′	»	+ 0,05	»
			+ 3,22	mgr.

Maar het kilogram S heeft zelf eene correctie van 7,72 + 0,15 = 7,87 mgr.; dus moet hierbij opgeteld worden:

$$0{,}0464 \times 7{,}87 = 0{,}37 \text{ mgr.}.$$

Derhalve:

$$E = 46403{,}59 \quad \text{mgr.}$$

Boven is gevonden:

$$\pi + E = 499\ 994{,}81 \quad » \ .$$

*) 2 wegingen bij de eene en 2 bij de andere plaatsing der gewichten.

Derhalve door aftrekking:

$$\pi = 453\ 591{,}22 \text{ mgr.}$$

Zooals boven gezegd is, was het resultaat der wegingen der Engelsche Commissie:

$$\pi = 453\ 590{,}81 \text{ mgr.},$$

zoodat het resultaat der weging van Stamkart slechts + 0,41 mgr. hiervan afwijkt. De zwakke zijde dezer bepaling is de onzekerheid der massa E; de correcties der stukken, waaruit deze massa bestaat, zijn slechts ter loops, d. w. z. *door enkele weging* bepaald. Een stuk van 2 hectogram, en drie van 1 hectogram, waarvan er 2 gebruikt zijn, om E te wegen, werden te samen tegen ($\frac{1}{2}$ P); verder de 2 H. tegen alle combinaties 2 aan 2 der enkele H's en eindelijk de hectogrammen tegen elkander gewogen. De oplossing der hieruit voortvloeiende vergelijkingen, door de methode der kleinste vierkanten, gaf de gebruikte correcties; en om nu voor de som van 3 onbekenden nl. de correcties van het eene stuk van 2 hectogram en de beide stukken van 1 hectogram de m. fout te bepalen, moet men gebruik maken van de bekende formulen, geldende voor de m. fout eener lineaire functie der onbekenden (zie de Aanteekening 13). Aldus vond ik voor de m. f. van die som $m\sqrt{\frac{41}{50}}$, door m de middelb. fout eener enkele weging verstaande. Nu is die voor de hier gebruikte balans van Wenckebach 0,48 mgr., dus de m. f. van 2 H + 1 H + 1 H is =

$$0{,}48 \times \sqrt{\frac{41}{50}} = 0{,}43 \text{ mgr.}$$

De decagramgewichten werden op de balans van Becker, de gramgewichten en onderdeelen op eene goede essaaibalans geverifieerd. Wij hebben boven gezien dat de balans van Becker merkbaar onnauwkeuriger was dan die van Wenckebach, maar het is niet onwaarschijnlijk dat hare nauwkeurigheid bij belasting van enkele grammen aanzien-

lijk grooter was dan bij eene belasting van een kilogram. Voldoende gegevens om de m. f. eener weging met zulke geringe belasting te bepalen zijn er niet, en wij zullen dus, bij schatting, voor de m. fout van de som der gezamenlijke andere stukken ook 0,43 mgr. aannemen, zoodat dan de m. fout van E wordt:

$$0{,}43 \times \sqrt{2} = 0{,}70 \text{ mgr.},$$

en de w. f. van π:

$$\sqrt{0{,}13^2 + 0{,}70^2} = 0{,}71 \text{ mgr.}$$

De rechtstreeksche vergelijkingen van het Engelsche pond met het platina Standaardkilogram, die natuurlijk van meer belang zijn dan de weging door tusschenkomst van andere gewichtstukken, geschiedde in October 1856. Op de eene schaal lag weder bij π een dergelijk gewicht tot aanvulling als boven bedoeld is, alleen werden de 0,2 + 0,1 + 0,1 gram vervangen door een stuk van 0,5 gram, dat eene correctie had van 0,18 m.gram, dus 0,09 mgr. minder dan de opgenoemde drie stukjes. Noemen wij dit aanvullingsgewicht dus E', dan is:

$$E' = 46503{,}50 \text{ mgr.},$$

en de middelbare fout van dit getal kan even groot aangenomen worden als van E.

De bedoelde wegingen leverden nu het volgende op:

Datum 1856.		Waarnemer.	$\pi + E' - (\frac{1}{2}P)$—Pl.	Herleiding tot het luchtledige.	Som.	Balans.	n.	G.
16	October	Lobatto *)	+ 6,38	91,48	97,86	B	4	3,33
"	"	Oudemans	+ 4,95	91,35	96,30	B	3	2,57
17	"	Stamkart	+ 3,58	92,48	96,06	W	2	8,1
20	"	"	+ 4,21	92,62	96,83	W	2	8,1
29	"	"	+ 2,58	94,12	96,70	W	3	11,6
		Gemiddeld, lettende op de gewichten:			96,66	w. f. 0,17		33,7

*) De drie eerste wegingen van Lobatto moesten wegens groote afwijking van de overigen, die vrij goed overeenstemden, verworpen worden.

Nu is $E - E' = -\underline{99,91}$ mgr.

derhalve

$\pi + E + (\frac{1}{2} P) - Pl. =$	$-$ 3,25	m. f.	0,17	
$Pl. =$	1000 000,15	»	0,08	
$\pi + E + (\frac{1}{2} P) =$	999 996,90	»	0,19	
Hieraf en hierbij:				
$\pi + E - (\frac{1}{2} P) =$	$-$ 7,66	»	0,21	
geeft na deeling door 2:				
$(\frac{1}{2} P) =$	500 002,28	»	0,14	mgr.
en $\pi + E =$	499 994,62	»	0,14	»
hieraf $E =$	46 403,59	»	0,70	»
komt $\pi =$	453 591,03	»	0,71	»
Volgens MILLER	453 590,81			
Verschil:	0,22.			

Wat nu de m. fout van de opgave van MILLER aangaat, deze is in het Verslag in de *Ph. Tr.* van 1857 niet medegedeeld, maar moet zeer klein zijn in vergelijking tot de m. fouten der wegingen te Amsterdam De balans, waarmede de wegingen te Londen verricht werden, was zoodanig ingericht, dat de gewichten op de schalen konden verwisseld worden, zonder dat de kast der balans behoefde geopend te worden. Dit is mijns inziens een eerst vereischte voor nauwkeurige wegingen. Dit was noch bij de balans van WENCKEBACH, noch bij die van BECKER het geval, terwijl althans bij die van BECKER de plaatsing te wenschen overliet, en de waarnemer te dicht bij de balans was.

Uit de wegingen, vermeld op blz. 915 van genoemden jaargang der *Ph. Tr.*, leid ik af dat de m. fout van elke weging te Londen bedroeg 0,305 deeltje, en daar elk deeltje 0,00422 grain = 0,274 mgr. was, bedraagt die m. fout: 0,083 mgr.; het verschil van het ℔ N°. 14 (dat aan de Nederlandsche Regeering ten geschenke werd gegeven), met het Engelsche Standaardpond *I* was door twintig wegingen bepaald, en zoo vindt men de m f. van het gevondene verschil:

$$\frac{0,083}{\sqrt{20}} = 0,018 \text{ mgr.}$$

Het resultaat der wegingen is dus wel, dat het betrekkelijk gewicht van het Engelsche pond tot het Nederlandsche Platina standaardkilogram juist bevonden is binnen de m. fout der wegingen, maar bij de beoordeeling van die overeenkomst moet men wel in acht nemen dat, den volzin omkeerende, de m. fout van het verschil 0,22 mgr. ongeveer $3^1/_2$ maal grooter is dan dit verschil zelf.

VERVOLG DER AANTEEKENINGEN.

[2]) In de missive van den Minister staat abusivelijk: verguld koperen.

[3]) De missive van den Minister sprak alleen van vergulden, maar de Heer VENEMA had in zijn schrijven de keus gelaten tusschen vernikkelen en vergulden.

[4]) Daar een afgesneden stukje, bij het wegen, uit de pincet, waarmede het werd aangevat, wegsprong, en de essaaibalans van het Physisch kabinet, tijdens deze wegingen, niet woordhoudend was, heerscht hieromtrent eenige onzekerheid.

[5]) In een brief van 8 September 1856, van STAMKART aan de medeleden der Commissie, staat alleen, dat de schroefgaten der stukken, na de bepaling van het soortelijk gewicht, inwendig schoon uitgeveegd en de bodems, die niet zuiver met goud bedekt waren, met kopervernis vernist geworden zijn.

[6]) Indien een dergelijk glazen kilogram voornamelijk dienen moet om geelkoperen gewichtstukken te verifieeren, dan is het doelmatig, het een volumen te geven van 121 cubieke centimeters of liever milliliters, dat gemiddeld de inhoud is van dergelijke stukken. De beide kilogrammen G_1 en G_2 hadden een inhoud respectivelijk van 96,8 en 99,8 milliliters.
Ik heb den Heer OLLAND verzocht mij een dergelijk glazen kilogram van 121 cM^3 te leveren. Hij bestelde bij eene glasblazerij er zes van, die hij zelf met kwik vulde en toesmolt, waarbij hij ten behoeve van het ajusteeren, ze eenige tientallen milligrammen te zwaar maakte. Een dezer stuk-

ken, N°. 3, brak; van de vijf overige heb ik het volumen bepaald en ik heb ze zelf door afvijlen der punt (met eene amarilvijl), gejusteerd. Het volumen was veel kleiner dan volgens de order, nl. bij 0° C.:

van N°. 1 . . . . 104 458 mmL.
» N°. 2 . . . . 113 153 »
» N°. 4 . . . . 106 284 »
» N°. 5 . . . . 107 303 »
» N°. 6 . . . . 102 694 » .

Wanneer nu een dezer kilogrammen bij 15° C. en 760 mm. herleiden barometerstand *) evenveel weegt als een koperen stuk van 120 mL., dan moet er een klein verschil in hun gewicht bestaan bij andere temperatuur of anderen barometerstand, of liever in het algemeen bij andere dichtheid der dampkringslucht; en voor het praktisch gebruik is het gemakkelijkst, voor dit verschil eene tafel met dubbelen ingang te berekenen. Zoo is voor het kilogram N°. 2 deze tafel als volgt:

Herleide barometerstand.

C.	730.	740.	750.	760.	770.	780.
	mgr.	mgr.	mgr.	mgr.	mgr.	mgr.
0°	— 0,04	— 0,16	— 0,28	— 0,39	— 0,51	— 0,63
5	+ 0,09	— 0,025	— 0,14	— 0,26	— 0,37	— 0,49
10	+ 0,22	+ 0,105	— 0,01	— 0,13	— 0,24	— 0,36
15	+ 0,34	+ 0,23	+ 0,11	0,00	— 0,11	— 0,22
20	+ 0,45	+ 0,34	+ 0,23	+ 0,12	+ 0,01	— 0,10
25	+ 0,57	+ 0,46	+ 0,35	+ 0,24	+ 0,13	+ 0,02
30	+ 0,68	+ 0,57	+ 0,47	+ 0,36	+ 0,25	+ 0,14

*) Ten overvloede zij hier herinnerd dat de afgelezen barometerstand vier herleidingen moet ondergaan: 1° de correctie van den barometer zelven; 2° die voor de temperatuur der kwik; 3° voor de vochtigheid der lucht; 4° voor het verschil tusschen de zwaartekracht op de plaats der waarneming en die op 45° breedte.

En, indien men een gemiddelden vochtigheidstoestand der lucht aanneemt, zooals in de tafels van v. d. TOOREN en anderen geschiedt, dan is het licht eene andere af te leiden, met den onherleiden, in plaats van met den herleiden, barometerstand als ééne argument. — De tafeltjes voor de andere kilogrammen kunnen uit deze afgeleid worden door vermenigvuldiging:

voor	N^{0}.	1	met	2,26,
»	»	4	»	2,00,
»	»	5	»	1,85,
»	»	6	»	2,52.

[7]) Stel het gewicht van het juk $= g$ gram,

het gewicht van elke schaal, het eindpanstuk en de verlengsels daaronder begrepen $= h$,

de lengte van elken arm $= a$ mM.,

den afstand van den wijzer tot de verdeeling $= b$ mM.,

de afstand van twee tandjes der verdeeling $= c$ mM.,

het zwaartepunt van het onbezwaarde juk ligt x mM. *onder* het middelste mes,

de verbindingslijn der eindmessen loopt y mM. *onder* het middelste mes door,

de doorbuiging van het juk voor 1 gram belasting op elke schaal, $= z$ mM.,

dan zal bij eene belasting $= P$, de verbindingslijn der eindmessen onder het middelste mes doorloopen op een afstand $y + P z$, en het zwaartepunt van het geheel zal onder dat mes gelegen zijn op een afstand:

$$x' = \frac{x g + (y + P z)(2 h + 2 P)}{g + 2 h + 2 P}.$$

Is nu de eene schaal met α gr. meer belast dan de andere, dan wordt het zwaartepunt verplaatst; noem deze verplaatsing u, dan is:

$$u = \frac{\alpha a}{g + 2 h + 2 P}$$

zoodat, de helling van het juk i noemende;

$$tg.\, i = \frac{u}{x'} = \frac{\alpha\, a}{g\, x + (y + P z)(2\, h + 2\, P)}$$

of liever

$$cot.\, i = \frac{g}{\alpha\, a}\, x + \frac{2\,(h + P)}{\alpha\, a}\, y + \frac{2\, P\,(h + P)}{\alpha\, a}\, z.$$

Daar hier drie onbekenden x, y en z zijn, zoo zijn er drie bepalingen van de gevoeligheid noodig om die drie onbekenden te doen kennen. Neemt men voor α, α' en α'' de waarden in grammen aan van één deeltje der verdeeling, dan moet men voor i aannemen de helling die het juk aanneemt, als het rustpunt één deeltje van het midden afwijkt, en $cot.\, i$ is blijkbaar $= \frac{b}{c}$. Stel dus dat wij gevonden hebben:

voor	$P = 0$	1	deeltje	$= \alpha$	gram,
»	$P = P$	1	»	$= \alpha'$	» ,
»	$2\, P$	1	»	$= \alpha''$	» ,

dan hebben wij, beide leden der komende vergelijkingen met $\frac{\alpha\, a}{g}$ vermenigvuldigende:

$$\left.\begin{aligned}
x + \frac{2\, h}{g}\, y \qquad\qquad\qquad\qquad &= \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot \alpha \\
x + \frac{2\, h + 2\, P}{g}\, y + \frac{2\, h P + 2\, P^2}{g}\, z &= \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot \alpha' \\
x + \frac{2\, h + 4\, P}{g}\, y + \frac{2\, h P + 8\, P^2}{g}\, z &= \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot \alpha''
\end{aligned}\right\} \ldots (1)$$

$$\frac{2\, P}{g}\, y + \frac{2\, h P + 2\, P^2}{g}\, z = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot (\alpha' - \alpha)$$

$$\frac{2\, P}{g}\, y + \frac{2\, h P + 6\, P^2}{g}\, z = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot (\alpha'' - \alpha')$$

$$\frac{4\, P^2}{g}\, z = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot (\alpha'' - 2\alpha' + \alpha)$$

$$z = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{4 P^2} \cdot (\alpha'' - 2\alpha' + \alpha) \ldots (2$$

en verder door substitutie; $\frac{h}{P} = k$ stellende:

$$y = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{2P} \cdot \left\{ - \left(\frac{3}{2} + \frac{k}{2}\right) \alpha + (2 + k) \alpha' - \left(\frac{1}{2} + \frac{k}{2}\right) \alpha'' \right\} \,.\,.\, (3)$$

$$x = \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \cdot \alpha - \frac{2h}{g} \cdot y$$

$$= \frac{b}{c} \cdot \frac{a}{g} \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}k + \frac{1}{2}k^2\right) \alpha - k(2+k)\alpha' + k\left(\frac{1}{2} + \frac{k}{2}\right) \alpha'' \right\} \,.\,.\, (4)$$

Bij ons is:

g	$=$	767,3	gram,
h	$=$	928,6	» ,
P	$=$	1000	» ,
α	$=$	0,00424	» ,
α'	$=$	0,002988	» ,
α''	$=$	0,002048	» ,
a	$=$	260,5	mM. ,
b	$=$	564	» ,
c	$=$	3,644	» ,
$\frac{b}{c}$	$=$	619,1	
k	$=$	0,9286	

en de hierboven afgeleide formules (2), (3) en (4) geven:

$$x = 0{,}2986$$
$$y = -0{,}0313$$
$$z = 0{,}00000\ 3145.$$

Om te vinden voor welke belasting op elke schaal de gevoeligheid een maximum wordt, differentieere men de middelste der vergelijkingen (1) ten opzichte van P, en men vindt dan:

$$P = -\frac{y}{2z} - \frac{h}{2},$$

in ons voorbeeld:

$$P = 4976 - 464 = 4512 \text{ gram.}$$

[8]) De reden van het gevonden verschil bestond hierin, dat bij de weging van elk der zilveren stukjes, die allen iets meer dan 90 mgr. wogen, *dezelfde* gewichtstukjes gebruikt moesten worden, zoodat eene fout in de correctie van een dier stukjes zevenmaal vergroot op de som overging.

[9]) Het verschil was eigenlijk 46,0 mgr., maar N°. 7 was in Maart te zwaar, en volgens eene aanteekening van STAMKART, op vel 28 der papieren, betreffende dezen arbeid, is van den knop 41,5 mgr. afgevijld, zoodat het tot 4,5 mgr. teruggebracht wordt.

[10]) De wegingen geschiedden in Maart door vergelijking met het kilogram S, van het IJkkantoor te Amsterdam; in Juli door vergelijking met het kilogram P. STAMKART had zelf de wegingen van Maart door de vergelijking $P - S = - 3{,}5$ mgr. op S herleid.

[11]) De ongelijkheid der verschillen O—S is alleen te wijten aan rekenfouten, door STAMKART begaan. Ik heb mij daartegen door onafhankelijk dubbel-rekenen gewaarborgd. STAMKART rekende zelden *in duplo*, en het ongelukkig gevolg daarvan is, dat in de meeste zijner herleidingen van wegingen rekenfouten voorkomen. Daar hij de volumina der verguldkoperen kilogrammen tweemaal bepaald heeft, kwamen de groote rekenfouten door vergelijking der beide uitkomsten van zelf aan het licht, maar de kleine bleven onopgemerkt.

[12]) STAMKART was gewoon (en blijkens de aanwezige aanteekeningen, werd hij hierin o. a. door COHEN STUART nagevolgd), om wanneer hij wegingen van de ééne categorie met wegingen der andere categorie had laten afwisselen, (derhalve bij toepassing zoowel der methode van BORDA als van die van STEVIN), zoodat er $n + 1$ wegingen der eerste en n der tweede categorie waren, alsdan elk der n laatstgenoemde wegingen te verbinden met het arithmetisch midden der beide wegingen der eerste categorie, waartusschen

zij genomen was; op die wijze verkreeg hij n resultaten, waarvan hij het arithmetisch midden als de waarschijnlijkste waarde van het resultaat aanzag. De afzonderlijke resultaten met dit midden vergelijkende, verkreeg hij n afwijkingen ε, deze kwadrateerende, nam hij verder voor de (m. fout)^2 der einduitkomst aan:

$$m^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n(n-1)}.$$

Het doel, dat met deze wijze van herleiden beoogd werd, was om kleine fluctuaties in het nulpunt der balans onschadelijk te maken. Feitelijk komt zij daarop neêr, dat de eerste en laatste der $n+1$ wegingen der 1ste categorie slechts met half gewicht in rekening gebracht worden. Uit de n afzonderlijke resultaten kan men niet op de gewone wijze de m. f. eener weging afleiden, daar zij niet onderling onafhankelijk zijn, en dit is de reden geweest, dat ik eene andere herleidingswijze gebruikt heb (zie blz. 182), waarbij ik telkens alleen onderling onafhankelijke resultaten vereenigde.

Noemen wij de resultaten der wegingen, volgens de methode van Borda:

der 1ste categorie $a_1,\ a_2,\ a_3, \ldots a_{n+1}$,
der 2de » $b_1,\ b_2, \ldots b_n$,

dan zijn, naar de door Stamkart gevolgde methode, de afzonderlijke resultaten:

$$\begin{array}{l} \tfrac{1}{2} a_1 + \tfrac{1}{2} a_2 - b_1 \\ \tfrac{1}{2} a_2 + \tfrac{1}{2} a_3 - b_2 \\ \cdots\cdots\cdots \\ \tfrac{1}{2} a_{n-1} + \tfrac{1}{2} a_n - b_{n-1} \\ \tfrac{1}{2} a_n + \tfrac{1}{2} a_{n+1} - b_n. \end{array}$$

Het arithmetisch midden dezer resultaten is:

$$\frac{1}{2n}a_1 + \frac{1}{n}(a_2 + a_3 + \ldots + a_n) + \frac{1}{2n}a_{n+1} - \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + \ldots + b_n) \ldots (1)$$

De afwijkingen ε der afzonderlijke resultaten zijn:

$$\frac{n-1}{2n}a_1 + \frac{n-2}{2n}a_2 - \frac{1}{n}(a_3 + \ldots + a_n) \ldots$$
$$- \frac{1}{2n}\cdot a_{n+1} - \frac{n-1}{n}b_1 + \frac{1}{n}(b_2 + \ldots + b_n),$$

$$-\frac{1}{2n}a_1 + \frac{n-2}{2n}(a_2 + a_3) - \frac{1}{n}(a_4 + \ldots + a_n) \ldots$$
$$- \frac{1}{2n}\cdot a_{n+1} - \frac{n-1}{n}b_2 + \frac{1}{n}(b_1 + b_3 + \ldots + b_n),$$

$$-\frac{1}{2n}a_1 + \frac{n-2}{2n}(a_3 + a_4) - \frac{1}{n}(a_2 + a_5 + \ldots + a_n) \ldots$$
$$- \frac{1}{2n}\cdot a_{n+1} - \frac{n-1}{n}b_3 + \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + b_4 \ldots + b_n),$$

. . . .

$$-\frac{1}{2n}a_1 + \frac{n-2}{2n}(a_{n-1} + a_n) - \frac{1}{n}(a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-2}) \ldots$$
$$- \frac{1}{2n}a_{n+1} - \frac{n-1}{n}b_{n-1} + \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-2} + b_n),$$

$$-\frac{1}{2n}a_1 + \frac{n-2}{2n}a_n - \frac{1}{n}(a_2 + a_3 + \ldots + a_{n-1}) \ldots$$
$$- \frac{n-2}{2n}a_n - \frac{n-1}{2n}a_{n+1} - \frac{n-1}{n}b_n + \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + \ldots + b_{n-1}).$$

De eerste en laatste dezer regels hebben dezelfde coëfficiënten, de overige $n-2$ regels evenzoo. Om de som $[\varepsilon\,\varepsilon]$ te vinden, neme men de som der tweede machten van al de coëfficiënten, daar de som der producten $\varepsilon_a\,\varepsilon_b$, als verschillende teekens hebbende, kunnen beschouwd worden elkander te vernietigen. Aldus verkrijgt men:

$$[\varepsilon\varepsilon] = \quad 2 \times \frac{1}{4n^2}[(n-1)^2 + (n-2)^2 + (n-2).2^2 + 1 + 4\{(n-1)^2 + n - 1\}]m^2$$
$$+ (n-2) \times \frac{1}{4n^2}[1 + 2.(n-2)^2 + 4\,(n-3) + 1 + 4\{(n-1)^2 + n - 1\}]m^2$$
$$= \frac{1}{2n}(3n-1)(n-1)\,.\,m^2. \ldots \ldots \ldots \ldots (2).$$

Derhalve:

$$m^2 = \frac{2\,n}{(3\,n-1)\,(n-1)}\,[\varepsilon\,\varepsilon]. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \;(3)$$

Maar uit (1) volgt voor de (m. fout)^2 van het ar. midden:

$$\mu^2 = \frac{m^2}{n^2}\left(2 \times \frac{1}{4} + n - 1 + n\right) = \frac{4\,n-1}{2\,n^2}\,.\,m^2.$$

Derhalve:

$$\mu^2 = \frac{(4\,n-1)}{(3\,n-1)\,(n-1)\,n}\,[\varepsilon\,\varepsilon]. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4)$$

Waren de n op deze wijze verkregene resultaten onderling onafhankelijk, dan hadde men $\mu^2 = \frac{[\varepsilon\,\varepsilon]}{(n-1)\,n}$, zoodat de factor, waarmede deze uitdrukking nog vermenigvuldigd moet worden, in werkelijkheid is:

$$\frac{4\,n-1}{3\,n-1},$$

dus nagenoeg $\frac{4}{3}$.

Heeft men 9 wegingen gedaan, 5 behoorende tot de eerste en 4 tot de 2de categorie, dan is $n = 4$, en volgens de methode van Stamkart de berekening inrichtende:

$$\mu^2 = \frac{15}{32}\,m^2.$$

Verdeelt men echter de 9 wegingen in 3 groepjes van 3 die ieder een resultaat geven, even als op blz. 182, dan is voor elk groepje $\mu^2 = \frac{3}{2}\,m^2$, en voor het midden der drie groepjes:

$$\mu^2 = \tfrac{1}{2}\,m^2 = \frac{16}{32}\,m^2,$$

zoodat werkelijk de door STAMKART gevolgde methode, wat de waarde van μ^2 betreft, een klein voordeel op de mijne bezit.

[13]) *Waarschijnlijke fout der aangenomene correcties voor de kleine gewichtjes, gebruikt bij de weging van het Engelsche Pond, door* STAMKART *en* OUDEMANS.

Wij bepalen ons hier alleen bij de hectogrammen. De vergelijkingen waardoor de correcties van $\left(\frac{1}{5}P\right) = x$, die van $\left(\frac{1}{10}P\right) = y$, die van $\left(\frac{1}{10}P'\right) = z$ en die van $\left(\frac{1}{10}VP\right) = t$ gevonden werden zijn de volgende (STAMKART, *Manuscripten*, bundel Wegingen in 1856, blz. 59 en 60*):

$$\begin{aligned}
x + y + z + t &= (\tfrac{1}{2}P) + 4{,}02 \\
-x + y + z &= 3{,}78 \\
-x + y + t &= 6{,}78 \\
-x + z + t &= 8{,}19 \\
-y + z &= 0{,}45 \\
-y + t &= 3{,}77 \\
-z + t &= 2{,}89.
\end{aligned}$$

De coëfficiënten der normaalvergelijkingen worden:

$$\begin{array}{cccc}
4 & -1 & -1 & -1 \\
 & +5 & +1 & +1 \\
 & & +5 & +1 \\
 & & & +5.
\end{array}$$

De oplossing dezer vergelijkingen gaat volgens het onderstaande schema:

(aa)	(ab)	(ac)	(ad)	(bb)	(bc)	(bd)	(cc)	(cd)	(dd)
4	-1	-1	-1	$+5$	$+1$	$+1$	$+5$	$+1$	$+5$
	$+\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{4}$	$+\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
				$(bb_1)=4\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$			
					$-\frac{3}{19}$	$-\frac{3}{19}$	$-\frac{9}{76}$	$-\frac{9}{76}$	$-\frac{9}{76}$
							$(cc_2)=4\frac{12}{19}$	$\frac{12}{19}$	
								$-\frac{3}{22}$	$-\frac{18}{209}$
									$(dd_3)=4\frac{6}{11}$

Nu wordt gevraagd de middelbare fout van $Q = x + y + z$, die gebruikt zijn. Is in het algemeen $Q = q_0 x + q_1 y + q_2 z + q_3 t$, dan is, als εQ de m. f. van Q en ε die van elk der tweede leden der opgeloste vergelijkingen is:

$$\begin{aligned}\frac{(\varepsilon Q)^2}{\varepsilon^2} = q_0^2(\alpha\alpha) &+ 2q_0q_1(\alpha\beta) + 2q_0q_2(\alpha\gamma) + 2q_0q_3(\alpha\delta)\\ &+ q_1q_1(\beta\beta) + 2q_1q_2(\beta\gamma) + 2q_1q_3(\beta\delta)\\ &+ q_2q_2(\gamma\gamma) + 2q_2q_3(\gamma\delta)\\ &+ q_3q_3(\delta\delta)\end{aligned}$$

waarin $(\alpha\alpha)$, $(\alpha\beta)$ enz. op de bekende wijze gevonden moeten worden.

Bij ons is $q_0 = q_1 = q_2 = 1$ en $q_3 = 0$, derhalve:

$$\begin{aligned}\frac{(\varepsilon Q)^2}{\varepsilon^2} = (\alpha\alpha) &+ 2(\alpha\beta) + 2(\alpha\gamma)\\ &+ (\beta\beta) + 2(\beta\gamma)\\ &+ (\gamma\gamma)\end{aligned}$$

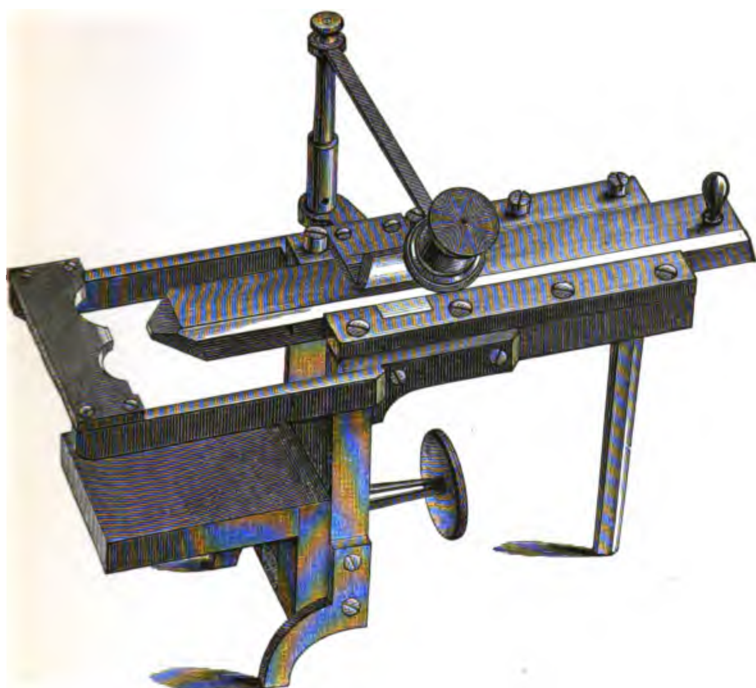
Nu vindt men:

$$(\alpha\alpha)=\frac{7}{25},\quad (\alpha\beta)=\frac{1}{25},\quad (\alpha\gamma)=\frac{1}{25},$$
$$(\beta\beta)=\frac{11}{50},\quad (\beta\gamma)=-\frac{3}{100},$$
$$(\gamma\gamma)=\frac{11}{50},$$

derhalve:

$$\frac{(\varepsilon Q)^2}{\varepsilon^2}=\left.\begin{matrix}\frac{7}{25}+\frac{2}{25}+\frac{2}{25}\\ +\frac{11}{50}-\frac{3}{50}\\ +\frac{11}{50}\end{matrix}\right\}=\frac{41}{50},$$

dus $\varepsilon Q \doteq \varepsilon\sqrt{\frac{41}{50}}$.



Diktemeter, vervaardigd door Gambey te Parijs; en gediend hebbende in 1838 voor het meten der hoogten en diameters van het Nederlandsche platina standaardkilogram.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 29 Januari 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, ZAAIJER, SURINGAR, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, MICHAËLIS, SCHOLS, VAN DIESEN, BOSSCHA, VAN DER WAALS, RAUWENHOFF, KORTEWEG, BEHRENS, STOKVIS, VAN BEMMELEN, DONDERS, PLACE, HUBRECHT, SCHOUTE, FRANCHIMONT, J. A. C. OUDEMANS, A. C. OUDEMANS JR., VAN RIEMSDIJK, LORENTZ, DE VRIES, BEIJERINCK, VAN 'T HOFF, HOEK, MARTIN, HOFFMANN, BIERENS DE HAAN, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris; voorts het correspondeerend lid, de Heer VAN DER BURG, en van de letterkundige Afdeeling de Heer BEETS.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 22 Januari 1887; 2°. A. KLUIJVER, Bibliothecaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 23 December 1887; 3°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 5 Januari 1887; 4°. G. J. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der

proefondervindelijke wijsbegeerte te Rotterdam, 15 Januari 1887; 5°. J. R. KOCH, Bibliothecaris der Société helvétique des sciences naturelles te Bern, 1886; 6°. TH. STECK, Bibliothecaris der naturforschende Gesellschaft te Bern, 2 Juli 1886; 7°. R. THALEN, Bibliothecaris der Société royale des Sciences te Upsala, 1 Augustus 1886; 8°. J. RICHTER, Secretaris der Société royale des Sciences te Drontheim, 23 December 1886; 9°. C. PÉRÉPELXINE, Bibliothecaris der kais. naturforschende Gesellschaft te Moscou, 15 December 1886; 10°. E. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural History te Boston, 1886; 11°. E. A. BIRGE, Bibliothecaris der Wisconsin Academy of Sciences, Arts and Lettres te Madison, 25 Juni, 1 Juli 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage 7, 15, 18 en 25 Januari 1887; 2°. BUYS BALLOT, Directeur van het koninklijk Nederlandsch meteorologisch Instituut te Utrecht, 31 Januari 1887; 3°. DE MILLOUÉ, Directeur van het Musée Guimet te Parijs, 9 October 1886; 4°. FÖRSTEMANN, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 16 Augustus, 25 September 1886; 5°. den Secretaris van het historische Verein für Unterfranken und Aschaffenburg te Würzburg, Augustus 1886; 6°. N. VAN WERVEKE, Secretaris der Section historique de l'Institut Luxembourgeois te Luxemburg, 1886; 7°. R. THALEN, Secretaris der Société royale des Sciences te Upsala, 15 Juli 1886; 8°. J. AEWTON, Chief of Engineers, te Washington, 28 Juli 1886; 9°. E. BURGESS, Secretaris der Boston Society of natural History te Boston, 1 Juli 1886; 10°. S. B. CHRISTY, Secretaris der California Academy of Sciences te San Francisco, 3 September 1886; 11°. J. F. BRIDE, Bibliothecaris der public Library of Victoria te Melbourne, 19 October 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. de kennis-

geving van het overlijden van het rustend lid der Akademie, wijlen den Heer Dr. C. M. VAN DER SANDE LACOSTE, aan wiens nagedachtenis door den Voorzitter hulde wordt gebracht; 2°. eene vraag om advies van Z.Exc. den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken, ten opzichte van aanteekeningen over aardbevingen op Chios, uit te voeren door den Heer Jhr. VAN TETS VAN GOUDRIAAN te Tsjesmé. De Voorzitter deelt mede, dat, na gepleegd overleg met den Heer MARTIN, geantwoord werd: dat de Akademie de bedoelde aanteekeningen gaarne en met belangstelling ontvangen zal, hoewel niet beloofd kan worden dat eenig lid der Afdeeling er op dit oogenblik een punt van studie van maken kan. Dit antwoord wordt goedgekeurd; 3°. eene missive van den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken (12 Januari 1887), ter begeleiding van een vijftal bijlagen, alle betrekking hebbende op de toekomstige bewaring der standaarden van den meter en het kilogram, welke de Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid gaarne aan de Polytechnische School zou toevertrouwd zien. De Minister wenschte het advies der Afdeeling over dit denkbeeld te vernemen. Over deze aangelegenheid voeren het woord de Heeren BOSSCHA, VAN DIESEN, VAN DER WAALS en de Voorzitter. De Voorzitter herhaalt in het kort de bezwaren, welke, volgens het aan den Minister verstrekte advies, tegen het bewaren der standaarden in het Trippenhuis werden te berde gebracht, en doet opmerken dat één daarvan, n.l. het niet aanwezig zijn in het Akademiegebouw eener brandvrije kluis en van een lokaal, geschikt voor de observatiën, thans is komen te vervallen, nu onder de voorstellen ter inrichting der Trippenhuizen tot zetel der Akademie, en waarvan door een der Rijksbouwmeesters reeds eene begrooting opgemaakt en op verzoek des Ministers door het Bestuur der Akademie onderzocht en goedgekeurd werd, zich ook bevindt dat: tot het aanbrengen van eene brandvrije kluis ter bewaring der standaarden en van eene vaste tafel ten gebruike bij het wegen met de balans.

De Heer BOSSCHA verdedigt het aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid gegeven advies. Hij hand-

haaft de meening, dat de instrumenten bewaard moeten worden dáár, waar er mede zal worden gewerkt; in een gebouw, waar voortdurend toezicht daarover kan worden geoefend; eindelijk in eene stad, waar één of meer personen wonen, die de metingen en wegingen zullen behooren te helpen volbrengen. De Akademie is niet in het bezit der noodige toestellen en kan geen voortdurend toezicht uitoefenen, terwijl buitendien zij, die geroepen kunnen worden de instrumenten te gebruiken, althans voor het meerendeel buiten Amsterdam woonachtig zijn. De metingen, weleer in het Trippenhuis volbracht, werden in werkelijkheid niet goed uitgevoerd. De gewenschte voordeelen nu zijn alle aanwezig in het gebouw der Polytechnische School te Delft, en daarom verdient dit de voorkeur boven den zetel der Akademie.

De Heer VAN DIESEN vindt eenigen aanstoot in de verklaring van den Heer BOSSCHA, dat er met de standaarden zal worden *gewerkt*. Hij meende dat deze stukken, achter slot en grendel bewaard, slechts zelden, en dan nog onder het in acht nemen van bepaalde ceremoniën uit hunne kluizen bevrijd of ontzegeld werden. Verder wenscht spreker te vernemen of de Afdeeling door den Minister enkel gehoord werd over de keuze van de Polytechnische School tot bewaarplaats der standaarden, of tevens over het concept-reglement, waarbij deze zaak geregeld wordt, en 'twelk tot de bijlagen behoort, met den brief aan de Afdeeling toegezonden.

De Voorzitter antwoordt, dat enkel en alleen advies gevraagd werd over de keuze van de Polytechnische School.

De Heer BOSSCHA erkent, dat er slechts zelden (wellicht eens in de 10 jaar) van de standaarden gebruik wordt gemaakt, maar dat hierdoor niets te kort wordt gedaan aan de noodzakelijkheid om de thermometers en balansen, welke alsdan dienst zullen doen, voortdurend te controleeren. Daarenboven kunnen de niet weggesloten instrumenten gebruikt worden bij het onderwijs aan de leerlingen-ijkers.

De Heer VAN DER WAALS kan zich niet geheel met de opvatting van den Heer BOSSCHA vereenigen. Hij erkent dat de voordeelen, door den Heer BOSSCHA opgesomd als aan

een verblijf der standaarden aan de Polytechnische School verbonden, wel eenigermate bij hem wegen, maar meent toch dat de daarvan gegeven voorstelling op enkele punten overdreven of te sterk gekleurd is. Zoo stelt hij zich voor, dat het gebruik der standaarden, te zijner tijd, toch niet enkel aan personen zal worden toevertrouwd, die te Delft wonen, in welk geval de voorstelling alsof geene van elders komenden met het onderzoek moeten worden belast, toch ook niet kan worden volgehouden. Hij voor zich beschouwt het aanhangige vraagstuk liever van een wetenschappelijk standpunt, en moet dan verklaren, dat het voor de Akademie, als het hoogste wetenschappelijke lichaam hier te lande, geenszins wenschelijk kan zijn van de taak der bewaring van de standaarden ontheven en evenmin voor de standaarden om aan het toezicht der Akademie onttrokken te worden. Het schijnt hem niet raadzaam, de zaak der standaarden te beschouwen als eene *ijkzaak*, en ze daarom, als er geen behoorlijk IJkkantoor bestaat, te plaatsen daar, waar ijkers worden opgeleid. Hij gelooft dat zulk eene beslissing ten slotte ook nadeelig voor de waardigheid der standaarden zal blijken.

Eindelijk vraagt de spreker of het niet wenschelijk ware, de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram over den brief en de bijlagen des Ministers te raadplegen, en om haar advies in deze quaestie te verzoeken.

De Heer Bosscha wenscht nog eens te doen opmerken, dat, al mochten ook, bij het gebruikmaken van de standaarden, personen buiten Delft worden opgeroepen, toch de hoogleeraar in het wegen en meten, aan de Polytechnische School verbonden, alvast te Delft woont. Voorts zou de Afdeeling den wensch te kennen kunnen geven om gehoord te worden, wanneer tot het benoemen eener Commissie van toezicht over de standaarden zal worden overgegaan. Eene verdere discussie wordt echter afgesneden door de opmerking, of het niet wenschelijk ware, alvorens verder te gaan, eerst het gevoelen te vernemen der Commissie voor Standaardmeter en -Kilogram, en het daarop gevolgd besluit dien weg inderdaad te volgen. Mitsdien zullen alle stukken naar deze

Commissie verzonden worden, met de opdracht ze te onderzoeken en in de Februari-Vergadering haar advies ter tafel te brengen; 4°. eene missive van het lid der Akademie J. A. C. OUDEMANS (12 Januari 1887), bij gelegenheid van de terugzending der kilogrammen, hem tijdelijk door de Akademie afgestaan, om er nieuwe wegingen aan te verrichten.

De Secretaris deelt mede, dat de bescheiden, op vroegere wegingen dier kilogrammen betrekkelijk, en uit de nalatenschap van wijlen den Heer STAMKART, aan wien zij tijdelijk waren afgestaan, naar den zetel der Akademie teruggekeerd, thans, nadat zij door den Heer OUDEMANS waren onderzocht, in geordenden en gecatalogiseerden staat in vier portefeuilles naar het Archief der Akademie zijn teruggekeerd, en in het vervolg beter dan tot hiertoe geraadpleegd kunnen worden.

De Voorzitter dankt den Heer OUDEMANS voor de genomene moeite, waardoor hij de Afdeeling zeer aan zich heeft verplicht.

— De Heer MARTIN houdt eene voordracht over de fossiele olifanten en andere tertiaire Vertebraten van Java, en staat stil bij de vraag of zij tot de plioceene, dan wel tot de mioceene formatie behooren gerekend te worden. Voor beide meeningen is veel te zeggen. Uit eene zekere mate van overeenkomst tusschen de tertiaire Vertebraten, gevonden in Japan, China, Voor-Indië en de eilanden van den Indischen Archipel laat zich afleiden, dat laatstgenoemden vroeger met het vasteland verbonden zijn geweest.

— De Heer RAUWENHOFF spreekt over de door HEINRICHER gevonden veelkernige cellen van Sphaeroplea annulina en deelt als de uitkomst zijner eigene onderzoekingen mede, dat deze kernen in de mannelijke cellen zich herhaaldelijk deelen, zoodat ten slotte elk spermatozoïd eene kern verkrijgt, terwijl in de vrouwelijke cellen, bij de vorming van oösfeeren, samensmelting van kernen plaats heeft, waardoor ten slotte elke oösfeer slechts ééne kern bezit. Eene verhandeling met platen over dit onderwerp wordt voor de Verhandelingen aangeboden.

— De Heer HUBRECHT biedt, uit naam van den Heer K. F. WENCKEBACH, candidaat in de geneeskunde aan de Utrechtsche Hoogeschool, vóor de werken der Akademie eene verhandeling aan, getiteld: »De embryonale ontwikkeling van de Ansjovis". Aan de Heeren HOFFMANN en HOEK wordt opgedragen, daarover rapport uit te brengen in de Februari-Vergadering.

— Voor de Bibliotheek der Akademie worden aangeboden: door den Heer SURINGAR, de dissertatie van den Heer G. A. F. MOLENGRAAFF, »Over de geologie van het eiland St. Eustatius"; door den Heer BIERENS DE HAAN: Nieuw Archief voor Wiskunde, Deel XIII, 1ste Stuk; door den Heer BUYS BALLOT, een meteorologisch werk van den Heer ARKENBOUT SCHOKKER, getiteld: »Les perturbations atmosphériques étudiées au moyen d'observations horaires".

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 Februari 1887.

Tegenwoordig de Heeren: Buys Ballot, Voorzitter, Bosscha, Hoek, van Riemsdijk, Mulder, Franchimont, Hubrecht, Martin, Forster, Hoffmann, Zaaijer, Brutel de la Rivière, de Vries, Beijerinck, Bierens de Haan, van Bemmelen, Donders, van Diesen, Michaëlis, Schols, van de Sande Bakhuyzen, van der Waals, Rauwenhoff, J. A. C. Oudemans, Stokvis, Place, Schoute, Korteweg, Mac. Gillavry, Engelmann, A. C. Oudemans jr., Grinwis, Behrens en C. A. J. A. Oudemans, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Wordt gelezen een brief van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van den Heer Förstemann, Archivaris der königlich sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 26 Mei 1886; aangenomen voor bericht.

— Voorts brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 8 Februari 1887; 2°. Gilbert, Bibliothecaris der kön. Bibliothek te Greifswald, 3 Januari 1887; 3°. D. Chilovi, Bibliothecaris der Biblioteca nazionale cen-

trale te Florence, 15 Januari 1887; 4°. den Directeur van het Musée public te Moscou, 5 Februari 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Ingekomen is een geschreven opstel met een daarbij behoorend kaartje van den Heer B. G. JENKINS te Londen, getiteld: On forecasting the weather. Het zal ter kennisneming worden toegezonden aan den Heer BUYS BALLOT.

— De Commissie voor Standaardmeter en -kilogram brengt, bij monde van den Heer BOSSCHA, rapport uit over de in hare handen gestelde missive, met de daarbij behoorende bescheiden, van Z.Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken, d.d. 12 Januari 1887, N°. 95. De Commissie overweegt voornamelijk twee punten, n.l. 1°. Waar kunnen de standaarden het best bewaard worden? 2°. Waar bevinden zij zich in de gunstigste omstandigheden om overeenkomstig hun doel gebruikt te worden? Zij komt, wat punt 1 betreft, na eene vergelijking der bestaande toestanden, tot het besluit, dat de bewaring der standaarden in de polytechnische School, die in het bezit is van eene bijzonder tot dit doel vervaardigde brandkast van CHATWOOD, de voorkeur verdient boven de bewaring in het Trippenhuis, waar eene bergplaats van ijzer en steen nog zou moeten worden ingericht, die, hoewel de beste met de beschikbare middelen te verkrijgen, toch nog de vraag zou overlaten, of zij het instorten van het gebouw zou kunnen weerstaan, en, in geval van brand, niet zooveel van de warmte te lijden zou hebben, dat b.v. papier, in de brandkast geborgen, niet onaangetast zou blijven. — Omtrent punt 2, doet de Commissie opmerken, dat niet alleen de werktuigen, noodig om de waarnemingen met de standaarden te doen, in de polytechnische School op eene uitnemende plaats voorhanden, maar dat zij dáár bovendien, in overeenstemming met den aard der inrichting, aan onophoudelijke contrôle onderworpen zijn, terwijl het mogelijk is, uit de jaarlijksche geldelijke subsidie voor het physisch kabinet, verbeteringen, in den loop der tijden noodzakelijk

gebleken, aan de te gebruiken werktuigen aan te brengen. De Commissie wijdt verder uit over het tijdroovende der werkzaamheden, noodig tot het vervaardigen en vergelijken van standaarden van den tweeden rang, en het betrachten der hoogste nauwkeurigheid, noodig bij het meten van kopieën van den eersten rang, en komt tot het besluit, dat zij die meenen, dat aan den in art. 2 vermelden eisch door het oprichten van een metrologisch observatorium in den zetel der Akademie zou kunnen worden voldaan, zich niet geheel rekenschap hebben gegeven van het bezwaar, voortvloeiende uit de vrij aanmerkelijke kosten van stichting en onderhoud van een zoodanig laboratorium, en, wat punt 1 betreft, niet in het oog houden hoe ongeriefelijk het gebruik der standaarden zou worden voor personen, die niet dagelijks in het Trippenhuis verkeeren. De gronden, meent de Commissie, welke er voor pleiten, den zetel der Akademie tot bewaarplaats der standaarden aan te wijzen, betreffen meer den vorm dan de noodzakelijkheid, ja zelfs de wenschelijkheid voor den dienst.

De Commissie nu hecht aan de gronden, die den vorm betreffen, zeer weinig waarde. In het buitenland is, voor zooverre haar bekend is, geene enkele Akademie met het bewaren van standaarden belast, en de werkzaamheden der vergelijkingen schijnen met de akademische behandeling der wetenschap niet overeen te brengen. De roeping der Afdeeling, bij de beoefening der natuurwetenschappen, blijve: de Regeering van raad te dienen in alles wat de bevordering en den bloei der wetenschap in ons land betreft.

In verband met de laatste opmerking, veroorlooft zich de Commissie nog het te kennen geven van den wensch, dat de Akademie steeds vertegenwoordigd zij in de Commissie, bedoeld in het Kon. Besl. van 21 Febr. 1880, N°. 21: de Commissie nl, belast met het toezicht op de bewaring der standaarden en het doen van voorstellen tot uitvoering van art. 3, en waarin op dit oogenblik 2 leden der Afdeeling zitting hebben. Deze wensch, dat de Akademie steeds in de Commissie vertegenwoordigd zij, zou aan den Minister van Binnenlandsche Zaken kunnen worden te kennen gegeven.

De Commissie stelt dus eenparig voor, dat aan den Minister van Binnenlandsche Zaken op diens missive van 12 Januari 1887, N⁰. 95, KW, het volgende worde bericht:

»De Afdeeling heeft er steeds eene eer in gesteld, de Regeering in de zaak van de standaarden van maten en gewichten niet alleen te dienen van advies, maar ook daadwerkelijk door de bewaring dier standaarden en het verifieeren van kopieën behulpzaam te zijn".

»Zij ziet zich evenwel, tot haar leedwezen, genoodzaakt te erkennen, dat zij zich met laatstgenoemde taak niet zou kunnen blijven belasten, tenzij de Regeering voor de aanschaffing van de noodige hulpmiddelen en de inrichting eener werkplaats, beantwoordende aan de eischen der tegenwoordige wetenschap, eene niet onbelangrijke subsidie, alsmede voor het onderhoud eene jaarlijksche toelage verzekere".

»De Afdeeling meent evenwel daartoe het verzoek niet te mogen doen, dewijl zij niet kan aanvoeren, dat bewaring en gebruik elders niet op voldoende wijze kunnen geschieden, en dewijl hare Commissie voor Standaardmeter en -kilogram van oordeel is, dat, zelfs bij ruimere beschikking over hulpmiddelen, de verificatiën in het Trippenhuis onder omstandigheden moeten plaats hebben, die voor de waarnemers ongunstig zijn".

»Zij vindt derhalve geene vrijheid bezwaar te maken tegen de voorstellen, door den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid aanbevolen en strekkende tot het naar elders overbrengen der standaarden".

»In aanmerking nemende de waarde, welke de standaarden voor wetenschappelijke onderzoekingen bezitten, en het hooge belang van hunne goede bewaring en gebruik, zou de Akademie er evenwel prijs op stellen, dat daarop ook van harentwege toezicht werd uitgeoefend. Aan dien wensch zou worden te gemoet gekomen, indien in de Commissie, aan welke men voorstelt de bewaring toe te vertrouwen, de Akademie steeds door een of meer harer leden ware vertegenwoordigd".

»De Afdeeling veroorlooft zich derhalve Uwe Exc. te verzoeken, eene daartoe strekkende wijziging van art. 4 van

het ontwerp van Kon. Besl., gevoegd bij de missive der Rijkscommissie d.d. 21 Sept. 1886 of van art. 3 van dat, gevoegd bij de missive van den Inspecteur van het IJkwezen d.d. 15 October 1886, n⁰. 992, te willen bevorderen".

De Heer Donders geeft een historisch overzicht van de waardeerende betrekking, welke er tusschen het voormalig Kon. Ned. Instituut en de Kon. Akademie van Wetenschappen aan de eene, en de Regeering aan de andere zijde steeds bestaan heeft, waar het de standaarden van meter en kilogram betrof; verklaart, dat de invoering van het metrieke stelsel hier te lande, vroeger dan in andere Rijken, aan de bemoeiingen van het voormalig Instituut te danken waren, en betreurt het, dat het thans aanhangige incident duidelijk doet zien, dat, indien de polytechnische School niet onder het bestuur van den Minister van Binnenlandsche Zaken ressorteerde, de traditioneele rechten der Akademie geschonden en deze zeer waarschijnlijk in de aangelegenheid der standaarden niet alleen niet gehoord zou zijn, maar daarenboven het verzoek: de bij haar berustende standaarden af te geven, zonder eenig nader overleg zou ontvangen hebben. Verder schetst de spreker al wat er is voorgevallen om Nederland het bezit van een deugdelijken platina-iridium meter te verzekeren. De bemoeiingen der Rijkscommissie, in deze zaak betrokken, worden door hem aan een kritisch onderzoek onderworpen, waarvan de slotsom, bij zeer veel waardeering, deze is, dat de handelingen dier Commissie niet altijd gelukkig geweest en niet altijd met den noodigen tact zijn uitgevoerd. Zoo. o. a. werd door de Commissie, belast met het overbrengen der meters N⁰. 19 en N⁰. 27 van Parijs naar Nederland, een Kon. Besluit, bepalende dat die meters aan de Kon. Akademie moesten worden overhandigd, eigendunkelijk niet ten uitvoer gebracht, maar meter N⁰. 19 terstond naar de polytechnische School te Delft vervoerd, terwijl meter N⁰. 27, die thans nog in de Sterrewacht te Utrecht aanwezig is, eenigen tijd nadat hij door de Akademie bewaard was geworden, door den Minister van Koloniën werd opgeëischt, omdat hij bestemd was

voor onze koloniën. Spr. meent dat eene Commissie, aan welke eene zóó belangrijke zaak als het overbrengen van standaarden is opgedragen, indien zij zich de bestemming der voorwerpen niet meer herinnert, zich opnieuw op de hoogte van haar mandaat moet stellen, om niet, zooals thans geschied is, te handelen in strijd met een Kon. Besluit. Na deze voor de Akademie grievende handeling, werd nog, buiten de Akademie om, eene Commissie benoemd, aan welke de bewaring der standaarden in de Polytechnische School werd opgedragen, en deze geringschatting vooral was oorzaak geweest, dat de spreker zijn voorzitterschap der Akademie had neêrgelegd.

Voorts meent de Heer Donders, dat de Nederlandsche Commissie te Parijs het haar isoleerende standpunt in zake het vestigen van een internationaal bureau voor metingen te Parijs niet had moeten innemen, en dat, hoe talentvol hare bemoeiingen ook geweest mogen zijn, nadat zij zich tot de Fransche sectie van dat bureau had in betrekking gesteld, daaruit toch voor hem niet voortvloeit dat onze meter N°. 19 onberispelijk is, en dat die titel eerst dan verdiend zal wezen, als hij met den internationalen prototype te Parijs zal vergeleken zijn. Hoe zulks zou moeten geschieden, wordt nader aangegeven.

Eindelijk stelt spreker in het licht, dat een kardinaal punt in de standaarden-quaestie de vraag betreft, aan welken persoon of personen het toezicht op deze instrumenten zal worden toevertrouwd. In den boezem der Kon. Akademie zullen deze altijd te vinden zijn, terwijl daarentegen eene inrichting als de polytechnische School in den loop der tijden veel meer wisselvalligheden te verduren kan hebben. Het bezit der standaarden schijnt echter voor dat toezicht noodzakelijk, omdat het vragen om adviezen van Regeeringswege aan een lichaam, met de bewaring der werktuigen belast, boven bedenking verheven is, terwijl een Kon. Besluit, waarin enkel het recht om advies te geven wordt toegekend, zonder meer, door een ander Kon. Besluit kan worden opgeheven.

Spreker komt, na alles wat de standaarden betreft nauwkeurig onderzocht en overdacht te hebben, tot het volgende

besluit: dat, door het aannemen van de conclusiën der Commissie voor Standaardmeter en -kilogram, 1°. der Akademie onrecht zou worden aangedaan; 2°. het staatsbelang niet zou worden gehuldigd, en dat 3°. de verheffing van meter N°. 19 tot standaardmeter voorbarig zou wezen.

De Heer DONDERS stelt ten slotte voor, een schrijven te richten aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, waarin de Akademie, met redenen omkleed, voorstelt:

1°. nog geen gevolg te geven aan het voornemen, meter N°. 19 bij Koninklijk Besluit tot wettigen standaard te verklaren en eene vaste bewaarplaats aan te wijzen;

2°. den Minister van Koloniën te verzoeken, op voordracht der Akademie eene Commissie te benoemen om den meter, onder bewaring op de Sterrewacht te Utrecht, zoodra daartoe de gelegenheid zal geopend zijn, na comparatie met meter N°. 19, thans te Delft gedeponeerd, naar Parijs over te brengen, ten einde daar, onder haar toezicht en medewerking, vergeleken te worden met den prototype international, en daarna genoemden meter naar Delft terug te brengen, om andermaal met meter N°. 19 te worden vergeleken;

3°. het resultaat van een en ander aan de Koninklijke Akademie mede te deelen en van haar nadere voorstellen te willen afwachten;

4°. aan de Commissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 21 Februari 1883, bestaande uit de Heeren BOSSCHA, SNIJDERS en SCHOLS, belast met de vervaardiging van kopieën ten behoeve van het IJkwezen, op voordracht der Akademie, twee leden toe te voegen, om met de genoemde Heeren den arbeid voort te zetten, tot alléén de comparatie met meter N°, 19, welks verschil met den prototype international bekend zal zijn, te verrichten overblijve.

5°. Vóór den aanvang der laatstgenoemde comparaties te laten onderzoeken, of het Trippenhuis eene geschikte gelegenheid aanbiedt, den wettigen standaardmeter te bewaren en nu of later de meters van den tweeden rang, of wel daartoe bestemde staven, daarmede op voldoende wijze te vergelijken.

In de tweede plaats:

1°. den Minister van Binnenlandsche Zaken dank te zeggen voor het vragen van het advies der Akademie op de bij hem ingekomen stukken, betreffende de bestemming van meter N°. 19;

2°. Z.Exc. mededeeling te doen van het rapport der Akademie aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid;

3°. te verzoeken gevolg te doen geven aan de uitvoering der verbouwing in het Trippenhuis, die door Z.Exc. aan de goedkeuring der Akademie werd onderworpen.

De Heer Bosscha beantwoordt den Heer Donders op onderscheidene punten; herinnert dat de Akademie o. a. bij het vaststellen der IJkwet van 1869 niet geraadpleegd is geworden; verzekert, dat de houding van Nederland in zake de meter-quaestie door den vorigen spreker onjuist is voorgesteld; verklaart zich bereid om, in eene afdoende discussie, de correcte handeling der Rijkscommissie in het licht te stellen; handhaaft het denkbeeld, dat het vertrouwen der Akademie in het werk der Fransche metercommissie steeds volkomen is geweest, en houdt staande dat het niet meêgaan der Nederlandsche met de internationale metercommissie ten slotte gebleken is een maatregel geweest te zijn, welke, wel verre van eenigen blaam te verdienen, integendeel het doel, 'twelk de Regeering zich voorgesteld had te bereiken, in de hand heeft gewerkt. De spreker acht het onraadzaam, dat de door den Heer Donders voorgestelde conclusiën worden aangenomen.

De Heer Donders, die eenige zijner gezegden nog nader toelicht, geeft den wensch te kennen, dat het rapport der Commissie en de door hemzelven in schrift gebrachte beschouwingen gedrukt en zoo spoedig mogelijk aan de leden der Afdeeling worden toegezonden, opdat deze in de Maartvergadering, met kennis van zaken toegerust, en na beide stukken bedaard te hebben overwogen, hunne stem, hetzij voor de conclusiën der Commissie, of wel voor de zijne moge uitbrengen.

De Heer Bosscha oppert tegen dezen gang van zaken eenige bezwaren, en betoogt de wenschelijkheid, dat allereerst over de conclusie van het commissoriale rapport gestemd worde.

De Heer van de Sande Bakhuyzen dringt aan op eene

spoedige afdoening en wenscht eene afzonderlijke stemming over het drukken van het rapport DONDERS en de verdaging.

De Heer J. A. C. OUDEMANS zet nog eens uitvoerig de bezwaren uiteen, welke er aan het werken met de standaarden van meter en kilogram in het gebouw der Akademie verbonden zijn, en die in vroeger jaren door hemzelven werden ondervonden.

De Voorzitter meent dat de vraag: of de Nederlandsche Commissie zich te recht of te onrecht van de internationale Commissie heeft afgescheiden, niet bij het thans aanhangige en op zich zelf reeds ingewikkelde vraagstuk besproken, maar voor eene afzonderlijke gedachtenwisseling bewaard behoort te blijven. Verder is hij van oordeel, dat er tegen het inwilligen van den wensch des Heeren DONDERS geen bezwaar kan bestaan. Daar deze spreker blijkbaar eene studie gemaakt heeft van al wat tot de standaardzaak in eenige betrekking staat, kan het den leden niet onverschillig wezen, met de door hem verkregen uitkomsten en gehouden beschouwingen even volledig bekend te worden als met het rapport der Commissie, en ze beide gedrukt voor zich te zien. Hij wenscht dus dat de Vergadering beslisse ten opzichte van de vraag of het verzoek van den Heer DONDERS (drukken en rondzenden én van het commissoriale rapport én van zijn eigen manuscript, en verdagen der discussiën en der stemming tot eene volgende Vergadering) zal worden ingewilligd. Van de 34 aanwezigen verklaren zich 28 voor de inwilliging en 6 tegen.

De Heer DE VRIES wenscht, dat de verdere behandeling der meterzaak geschiede in eene buitengewone Vergadering. De Voorzitter antwoordt, dat eene eindbeslissing in deze zaak niet dan in eene gewone Vergadering genomen kan worden, maar dat niets verhindert, indien zulks wenschelijk mocht blijken, eene buitengewone Vergadering aan deze gewone te doen voorafgaan.

— De Commissie voor de verhandeling van den Heer K. E. WENCKEBACH (Over de embryonale ontwikkeling van de Ansjovis) brengt, bij monde van den Heer HOFFMANN,

verslag uit. Daar dit gunstig luidt en tegen de conclusie der Commissie geene bedenkingen worden vernomen, zal de verhandeling in de 4^0 werken worden opgenomen.

— De Heer Grinwis biedt voor de Verslagen en Mededeelingen zijne verhandeling aan, getiteld: »Over den invloed der massaverdeeling op de slingerlengte" en deelt in het kort de uitkomsten mede, door hem verkregen.

— De Heer Engelmann vertoont en verklaart een door hem uitgevonden rheostaat en spreekt over diens toepassing op het gebied der elektrische verlichting, der electro-physiologie en electro-therapie.

— De Heer Grinwis biedt voor de werken der Akademie aan een opstel van den Heer Dr. G. Schouten: »Algemeene regel voor den baanvorm en den duur der centrale beweging", en deelt mede dat de schrijver daarvan, hoewel langs een geheel anderen weg, dezelfde uitkomsten verkreeg als de Heer Korteweg in zijne verhandeling over hetzelfde onderwerp. De Voorzitter wenscht het opstel, om voorlichting en raad, in handen gesteld te zien van de Heeren Korteweg en Schoute, die, beide tegenwoordig, verklaren, zich gaarne met die taak te willen belasten.

— Voor de bibliotheek der Akademie worden aangeboden: door den Heer Franchimont, Deel V van het Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas, en door den Heer Buys Ballot een exemplaar van het Nederlandsch Meteorologisch Jaarboek voor 1886.

— De Voorzitter stelt voor de volgende Vergadering der Afdeeling uit te stellen tot den 2^{den} April, omdat de 26ste Maart samenvalt met den verjaardag der Utrechtsche Hoogeschool. Aldus wordt besloten.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

RAPPORT VAN DE COMMISSIE

VOOR

STANDAARDMETER EN -KILOGRAM.

Ingevolge het besluit, door de Natuurkundige Afdeeling der Koninklijke Akademie van Wetenschappen genomen in hare vergadering van 29 Januari l.l., werd aan de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram in handen gesteld eene missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken, gedagteekend 12 Januari 1887, N°. 95, Afd. Kunsten en Wetenschappen, met de navolgende bijlagen:

Ten eerste: Eene memorie van de Rijkscommissie, benoemd bij Kon. Besl. van 15 Mei 1876, N°. 26, tot het in ontvangst nemen en naar Nederland overbrengen van nieuwe standaarden van maten en gewichten. — Deze memorie, samengesteld ter voldoening aan de opdracht, aan gemelde Commissie den 26sten Augustus te voren door den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid verstrekt, was vergezeld van een Ontwerp van Koninklijk Besluit, houdende vaststelling der Nederlandsche standaarden der maten en gewichten, hunne bewaring en hun gebruik. De memorie zelve bevat de toelichting tot dit Ontwerp. Van dit laatste bepaalt:

Artikel één dat de standaard van den meter of de El is de platina-iridium meter N°. 19; het stelt vast dat deze meter zijne juiste lengte heeft bij 0°, 7 Celsius beneden het vriespunt, en wijst bovendien aan hoeveel hij van zijne standaardlengte verschilt bij 15° Celsius boven het vriespunt. Volgens de toelichting dient deze bepaling om, bij het afleiden en verificeeren van standaarden van den tweeden rang, te veroorloven de te vergelijken meters bij andere temperaturen dan die nabij het vriespunt waar te nemen en

aldus die afleidingen en verificatiën te bevrijden van somtijds groote moeilijkheden.

Artikel twee behelst de vaststelling van den standaard der gewichten. Daarvoor wordt opnieuw aangewezen het platina kilogram, in 1839 door eene Commissie, bestaande uit de H.H. LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO, naar Nederland overgebracht.

Artikel drie bepaalt dat van genoemde standaarden kopieën en standaarden van den tweeden rang zullen worden afgeleid in zoodanig aantal en op zoodanige wijze, als door den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid zal worden bevolen. De toelichting wijst aan, dat het doel van dit artikel is, aan standaarden van den tweeden rang een rechtsgeldig bestaan toe te kennen, — zonder hetwelk inderdaad alle maten en gewichten met de platina voorwerpen zouden moeten vergeleken worden, — en om wijders gemelden Minister te machtigen hieromtrent het noodige te verordenen.

Artikel vier regelt de bewaring van de nieuwe standaarden. Het Ontwerp bepaalt dat de nieuwe standaarden zullen worden bewaard in eene daartoe bestemde brandkast der Polytechnische School en dat zij onder het toezicht zullen komen van eene Commissie van drie leden, door den Koning op voordracht van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid te benoemen. Naardien het uwe Commissie bekend is, dat de inhoud van dit artikel de voornaamste reden is, om welke haar advies gevraagd wordt, zal zij de toelichting tegelijk met haar advies behandelen.

Artikel vijf bepaalt het noodige omtrent verzegeling, ontzegeling en wederverzegeling op eene wijze, weinig verschillende van de thans gebruikelijke. De hierboven genoemde Commissie treedt in de plaats van de vertegenwoordigers der Akademie, die bij deze verrichtingen, naar de thans geldende regeling, moeten aanwezig zijn.

Artikel zes behelst de buiten gebruik stelling van den thans als standaard geldenden platina meter en de bepaling dat hij voor wetenschappelijke doeleinden zal bewaard blijven.

De tweede bijlage is een advies over de vorige memorie

en over het ontwerp-Besluit, op verzoek van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid uitgebracht door den Inspecteur van het IJkwezen, den Heer T. J. Dirks. In dit advies, gedagteekend 25 October 1886, verklaart gemelde hoofdambtenaar zich in substantie met de bepalingen van het ontworpen Besluit wel te kunnen vereenigen. Enkele bedenkingen, door hem geopperd, betreffen slechts den vorm, te weten: de vraag of vroegere Besluiten, welker intrekking in het ontwerp wordt voorgesteld, feitelijk reeds ingetrokken zijn; verder den titel en den considerans van het Besluit en de volgorde der artikelen. De opmerkingen, waarmede in dit advies de bewaring van de standaarden in de lokalen van de Afdeeling Meten en Wegen der Polytechnische School wordt aanbevolen, zullen aanstonds nader vermeld worden. Tot opheffing van zijne bedenkingen betreffende den vorm, stelt de Inspecteur van het IJkwezen eene nieuwe redactie voor, gevolgd in een gewijzigd ontwerp, dat zijne missive vergezelt.

De derde bijlage eindelijk is een brief van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid aan den Minister van Binnenlandsche Zaken en gedagteekend 7 December 1886. Eerstgemelde Minister verklaart daarin aan zijnen ambtenoot de aanleiding van de memorie der Rijkscommissie en van het advies van den Inspecteur van het IJkwezen, en geeft te kennen, dat hij zich met de gronden, in beide stukken aangevoerd tot het bewaren van de standaarden in de Polytechnische School, wel vereenigen kan. Aangezien evenwel deze Instelling onder het Binnenlandsch departement ressorteert, is tot uitvoering de machtiging van den Minister van Binnenlandsche Zaken vereischt, weshalve de Minister van Waterstaat het gevoelen van zijnen ambtgenoot aangaande een en ander wenscht te vernemen.

De Minister van Binnenlandsche Zaken, aan de Natuurkundige Afdeeling van de Akademie van Wetenschappen deze stukken toezendende, geeft den wensch te kennen, over de plaatsing der standaarden van den meter en het kilogram het advies dier Afdeeling te vernemen.

De Commissie moet bij de beoordeeling van het al of niet doelmatige der voorgenomen verplaatsing op den voorgrond stellen, dat de standaarden, inzonderheid die van den meter, moeten bewaard worden op de plaats waar zij voor vergelijkingen moeten dienen, Elk vervoer, vooral dat van de eene stad naar de andere, stelt aan het gevaar bloot, dat zij verloren gaan; voor den meter bovendien, die zijne gedaante moet behouden tot op afmetingen, welke voor het bloote oog niet zichtbaar zijn, moet elke niet volstrekt noodige verplaatsing vermeden worden, om te voorkomen dat eene verandering van zijne standaardlengte zelfs maar redelijkerwijs kan vermoed worden.

De vraag, aan de Akademie voorgelegd, is dus niet alleen: waar kunnen de standaarden het best bewaard worden? maar ook en wel voornamelijk deze: waar bevinden zij zich in de gunstigste omstandigheden om overeenkomstig hun doel gebruikt te worden?

Wat *de bewaring* betreft — de Commissie is van oordeel, dat de tot nu toe gevolgde wijze, noch wat de veiligheid tegen ongevallen, noch wat het onveranderd behoud van de lengte van een standaardmeter betreft, geheel bevredigen kan. Het Bestuur der Akademie, kennis bekomen hebbende van de daartegen gerezen bedenkingen, heeft dan ook besloten, bij de voorgenomene vertimmeringen van het Trippenhuis, in een der benedenvertrekken van ijzer en steen eene bergplaats te doen inrichten, die tot geene der genoemde bedenkingen aanleiding geeft. Deze bergplaats moet zoo stevig gemaakt worden, dat zelfs het instorten van het gebouw haar niet zou kunnen verbrijzelen. Ofschoon deze inrichting tot bewaring in een kluis de beste is, die met de beschikbare middelen kan verkregen worden, is toch de wijze waarop de platina-iridium meter N^{0}. 19 thans in de Polytechnische School bewaard wordt, verre te verkiezen. Hij is namelijk geplaatst in een door den bekenden fabrikant Chatwood bijzonder tot dat doel vervaardigde brandkast, waarin tevens de hulptoestellen, het support waarop de meter bij gebruik geplaatst moet worden, de thermometers die den meter vergezellen en alle bescheiden die op

de authenticiteit en de vergelijkingen met den Mètre des Archives en andere meters betrekking hebben, *brandvrij* bewaard worden. Onder dit laatste wordt verstaan eene zoodanige bewaring, die zelfs licht brandbare voorwerpen, zooals papier, onaangetast laat. Zooals bekend is, wordt zij in goedgeconstrueerde brandkasten, gelijk die der firma CHATWOOD, verkregen door kunstmiddelen waarvan de fabrikant meestal een geheim maakt, en die bewerken, dat zelfs bij vrij hevigen en langdurigen brand de temperatuur binnen de kast niet boven zeker bedrag, het kookpunt van water niet veel te boven gaande, stijgen kan. Voor den standaardmeter, die niet tot hooge temperaturen mag verwarmd worden, is deze eigenschap van de brandkast van groot belang. Mocht hij, in een kluis bewaard, bij ongeval tot de gloeihitte verwarmd geweest zijn, dan zou op het onveranderd behoud zijner lengte, ook al schijnt hij ongedeerd, geen staat meer te maken zijn.

De opstelling der brandkast in de Polytechnische School, op den beganen grond, onder een raam uitziende op den aan den openbaren weg gelegen tuin der directeurswoning, maakt haar steeds gemakkelijk bereikbaar, ook voor bluschmiddelen, zoodat, zelfs bij ernstig ongeval, de kast niet licht aan eene ernstige proef zal worden blootgesteld. De constructie der duizend kilogram zware kast is zoo stevig, dat, al mocht het gebouw op haar instorten, niet te vreezen is dat zij uit hare voegen zou geraken.

Uit het oogpunt der bewaring geeft de Commissie daarom de voorkeur aan de plaats, daarvoor in het ontwerp-Besluit van Bijlage 1 voorgesteld. Zij weet geen betere aan te wijzen dan de brandkast der Polytechnische School.

Het gebruik der standaarden eischt het voorhanden zijn van een goeden comparateur en van eene gevoelige balans, maar bovendien, bij het maken van wetenschappelijk juiste kopieën, geschikte verlichtingstoestellen, thermometers en inrichtingen tot het verificeeren daarvan, een barometer en psychrometer, toestellen om hetzij den standaard, hetzij de kopie, op bepaalde temperatuur te brengen en te behouden en eindelijk — voor de behandeling van deze

werktuigen, hare inrichting tot vergelijkingen en onderzoekingen van verschillenden aard, — hulptoestellen, gereedschappen en eene werkplaats, waar herstellingen, veranderingen en bijvoegingen, al naar gelang van de wisselende behoeften der waarnemingen, onder het toezicht en naar de aanwijzingen van den waarnemer kunnen geschieden. De eischen, die tegenwoordig aan werktuigen en methoden van waarneming gesteld moeten worden, zijn waarlijk niet gering. De vorderingen in nauwkeurige metingen hebben doen zien, dat om eene juistheid te bereiken, zoo groot als vroeger werd uitgedrukt door de onderdeelen van millimeters, die nog werden opgegeven in de uitkomst der vergelijkingen, geheel andere voorzorgen en waarnemingsmiddelen moeten aangewend worden dan een twintigtal jaren geleden gebruikt werden. En het is te voorzien dat de aandacht, welke thans aan deze soort van onderzoekingen geschonken wordt, tot nog meer verbeteringen zal leiden.

Om deze reden moeten de werktuigen, die in de bewaarplaats der standaarden voorhanden moeten zijn, behooren tot eene Instelling, welke niet alleen hetgeen hierboven werd opgesomd bevat, maar waarvan men ook verwachten kan, dat zij voortdurend op de hoogte zal blijven van verbeteringen. De Afdeeling Meten en Wegen van de Polytechnische School moet reeds uit haren aard aan dezen eisch voldoen. Verbeterde hulpmiddelen moeten daar eene plaats vinden; voor hun aankoop wordt jaarlijks op het budget der Polytechnische School een vast bedrag uitgetrokken. Verbonden met het natuurkundig kabinet, waarvan zij drie vertrekken in beslag neemt, heeft de Afdeeling Meten en Wegen het medegebruik van eene kleine werkplaats voor het herstellen en vervaardigen van natuurkundige instrumenten en van de diensten van een bekwaam werkman, die de toestellen onderhoudt. Het dagelijksch verkeer in deze lokalen van den hoogleeraar in natuurkunde en van den assistent en den amanuensis is een waarborg van voortdurend toezicht, zoowel op de bewaarplaats als op de werktuigen. Al deze omstandigheden acht Uwe Commissie voor het gebruik niet minder dan voor de bewaring in hooge mate gunstig.

Wat de te verrichten waarnemingen betreft: die met het kilogram kunnen wel tijdroovend, maar zelden bijzonder moeilijk zijn. Alleenlijk de bepaling van het volumen van het kilogram kan eenige meerdere samengesteldheid der proefnemingen veroorzaken, doch deze bepaling zou, desnoods, eens voor altijd kunnen plaats hebben.

Anders is het gelegen met den standaardmeter. Er dient hier een onderscheid gemaakt te worden tusschen de metingen voor den ijk, — het vervaardigen en vergelijken van standaarden van den tweeden rang, — en de metingen van kopieën van de hoogste wetenschappelijke nauwkeurigheid. Voor de standaarden van den tweeden rang is eene juistheid tot op een honderste deel van een millimeter meer dan voldoende. Die metingen zullen evenwel veelvuldiger zijn zoowel om het grooter aantal kopieën van dien aard als om de periodieke verificatiën, die bij een behoorlijk beheer moeten worden voorgeschreven. De werkzaamheden, hieraan verbonden, zijn daardoor misschien even tijdroovend als de vergelijkingen van de hoogste nauwkeurigheid, maar minder belangwekkend.

De eigenlijke wetenschappelijke vergelijkingen eischen daarentegen elk op zich zelf langdurige en gestadige zorg. Al naar gelang van doel, inrichting en hoedanigheid der te vervaardigen kopie, moeten waarnemingsmiddelen, methoden van waarneming en een plan van werkzaamheden ontworpen en na voldoende beproeving vastgesteld worden, ten einde vooral de moeilijkheden te boven te komen, welke de veranderlijkheid der lengte met de temperatuur oplevert. Het zijn deze moeilijkheden vooral die oorzaak zijn, dat vergelijkingen van dezen aard over vrij lange tijdruimten moeten verdeeld worden. Men moet voor de waarnemingen een geschikt oogenblik kiezen, afhangende van den stand der thermometers, die dus gedurig moeten worden nagegaan. De Nederlandsche Rijkscommissie, die te Parijs de platina-iridium meters bij den Mètre des Archives vergeleek, vermeldt in haar Rapport, dat, hoewel een enkele reeks waarnemingen in ongeveer 30 minuten kan worden volbracht, er voor 24 vergelijkingen zes dagen noodig waren, omdat elke

reeks waarnemingen het evenwicht van temperatuur, zelfs binnen de zoo uitstekend hiertegen voorziene comparateurs van de Fransche commissie, in merkelijke mate verstoorde.

De Rijkscommissie heeft het blijkbaar noodig noch wenschelijk geacht, in hare memorie, voor den Minister van Waterstaat bestemd, over deze bijzonderheden uit te wijden. Zij heeft hare meening kortelijk aldus uitgedrukt:

»De standaarden moeten bewaard worden op eene plaats »waar, door nagenoeg dagelijksch verblijf van deskundigen, »voortdurend toezicht is en waar zij bovendien kunnen ge»bruikt worden. Aan geen van beide eischen voldoet de »zetel der Akademie van Wetenschappen. De tegenwoordig»heid der leden is slechts periodiek en van korten duur en »de Akademie bezit geen laboratorium waar meet- of weeg»werktuigen naar den eisch kunnen gebruikt worden".

In de memorie wordt er op gewezen, dat een hoofdijkkantoor, waar zich de noodige werktuigen met vaste opstelling en hulptoestellen bevinden, de aangewezen plaats is voor de bewaring van standaarden, welke de Wet aan de zorg van den Minister van Waterstaat toevertrouwt. Aldus inderdaad is de zaak in de meeste Rijken buiten Nederland geregeld. Doch tot nu toe is een tot deze bestemming ingericht IJkkantoor niet aan te wijzen. De Inspecteur van het IJkwezen, in zijn advies aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, beaamt deze opmerking. Hij zegt het volgende: »Er zouden zeker goede gronden zijn bij te »brengen om tot de stichting van een hoofdijkkantoor te »besluiten, waar de noodige werktuigen met vaste op»stelling en hulptoestellen aanwezig waren. In dat ge»bouw zouden dan tevens voor de verificatiën, die de »inspecteur van het IJkwezen heeft te verrichten, voor de »bewaring van IJkmateriaal en van het Archief, en voor »de bemoeiingen aan ontpakking, inpakking en verzending »van materiaal verbonden, lokalen beschikbaar kunnen zijn. »Ik huiver evenwel, uit een oogpunt der groote kosten, die »daaraan besteed zouden moeten worden, de oprichting van »zoodanig gebouw voor te staan, omdat de gronden die er

»voor pleiten meer *den vorm* dan de noodzakelijkheid van den dienst betreffen".

In de vergadering van deze Afdeeling, den 29sten Januari gehouden, zijn stemmen vernomen, die de inrichting van zulk een laboratorium in het Trippenhuis, den zetel der Akademie, bepleitten, met het doel de bewaring der standaarden alhier te kunnen bestendigen. Uwe Commissie is overtuigd, dat zij, die dit denkbeeld zijn toegedaan, zich niet geheel rekenschap geven van het bezwaar, voortvloeiende uit de vrij aanmerkelijke kosten van stichting en onderhoud van een metrologisch laboratorium; dat zij niet in het oog houden hoe moeilijk en tijdroovend het gebruik der standaarden zou worden voor personen, die niet dagelijks in het Trippenhuis verkeeren, en hoe ook hier zou kunnen gezegd worden, dat de gronden, die er voor pleiten meer *den vorm*, dan de noodzakelijkheid, ja zelfs de wenschelijkheid voor den dienst betreffen.

Uwe Commissie moet zelfs erkennen dat zij aan de gronden, die *den vorm* betreffen, zeer weinig waarde hecht. Voor zoover haar bekend is, is geene enkele Akademie in het buitenland met de bewaring van standaarden belast. Zulk een taak, en vooral de werkzaamheden der vergelijkingen, schijnen ook inderdaad met de Akademische behandeling der wetenschap niet overeen te brengen. De moeielijkheden beiden te verbinden, de bedenkelijke zijde van praktischen arbeid, ten deele van gewonen, ten deele van wetenschappelijken aard, door een geleerd lichaam en onder de verantwoordelijkheid daarvan, onder ongunstige omstandigheden te leveren, zijn in de Natuurkundige Afdeeling van deze Akademie, meer dan zij zich wellicht bewust is, in ruime mate ondervonden.

Het blijve de roeping dezer Afdeeling bij de beoefening der natuurwetenschappen de Regeering van raad te dienen in alles wat de bevordering en den bloei der Wetenschap in ons land betreft.

In dit laatste opzicht veroorlooft Uwe Commissie zich, in verband met het behandelde Onderwerp nog eene opmerking. In de meermalen vermelde Memorie

wordt ten slotte nog aangeduid dat de Commissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 21 Februari 1880 N⁰. 21, aangewezen schijnt om ingevolge artikel 4 van het ontwerp-Besluit belast te worden met het toezicht op de bewaring der standaarden en voorstellen te doen tot uitvoering van artikel 3. In die Commissie nu is de Natuurkundige Afdeeling van de Koninklijke Akademie vertegenwoordigd door twee harer leden; het derde lid is de heer C. J. Snijders, de tegenwoordige hoogleeraar in de natuurkunde en in meten en wegen aan de Polytechnische School. Het komt den ondergeteekenden wenschelijk voor, dat de Akademie steeds in de Commissie vertegenwoordigd zij, en dat deze wensch aan den Minister van Binnenlandsche Zaken worde te kennen gegeven.

Op grond van deze beschouwingen heeft de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram de eer, eenparig aan de Natuurkundige Afdeeling voor te stellen, dat aan den Minister van Binnenlandsche Zaken, op diens missive van 12 Januari 1887, n⁰. 95, Afd. Kunsten en Wetenschappen, het volgende worde bericht:

»De Afdeeling heeft er steeds eene eer in gesteld, de Regeering in de zaak van de standaarden van maten en gewichten niet alleen van advies te dienen, maar ook daadwerkelijk door de bewaring dier standaarden en het verificeeren van kopieën behulpzaam te zijn.

»Zij ziet zich evenwel, tot haar leedwezen, genoodzaakt te erkennen dat zij zich met laatstgenoemde taak niet zou kunnen blijven belasten, tenzij de Regeering voor de aanschaffing van de noodige hulpmiddelen en de inrichting eener werkplaats, beantwoordende aan de eischen der tegenwoordige wetenschap, eene niet onbelangrijke subsidie, alsmede voor het onderhoud eene jaarlijksche toelage verzekere.

»De Afdeeling meent evenwel daartoe het verzoek niet te mogen doen, dewijl zij niet kan aanvoeren dat bewaring en gebruik elders niet op voldoende wijze kunnen geschieden en dewijl hare Commissie voor Standaardmeter en -kilogram van oordeel is dat, zelfs bij ruimere beschikking over hulpmiddelen, de verificatiën in het Trippenhuis onder voor de

waarnemers ongunstige omstandigheden moeten plaats hebben.

»Zij vindt derhalve geene vrijheid bezwaar te maken tegen de voorstellen, door den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid aanbevolen en strekkende tot het naar elders overbrengen der standaarden.

»In aanmerking nemende de waarde, welke de standaarden voor wetenschappelijke onderzoekingen bezitten en het hooge belang van hunne goede bewaring en gebruik, zou de Akademie er evenwel prijs op stellen, dat daarop ook van harentwege toezicht werd uitgeoefend. Aan dien wensch zou worden te gemoet gekomen, indien in de Commissie, aan welke men voorstelt de bewaring toe te vertrouwen, de Akademie steeds door een of meer harer leden ware vertegenwoordigd.

»De Afdeeling veroorlooft zich derhalve Uwe Excellentie te verzoeken, eene daartoe strekkende wijziging van artikel 4 van het Ontwerp van Koninklijk Besluit, gevoegd bij de missive van de Rijkscommissie d.d. 21 September 1886, of van art. 3 van dat, gevoegd bij de missive van den Inspecteur van het IJkwezen d.d. 15 October 1886, n°. 992, te willen bevorderen."

De Commissie van Standaardmeter en -kilogram,

J. BOSSCHA.
J. A. C. OUDEMANS.
H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN.
A. D. VAN RIEMSDIJK.

Haarlem, *Utrecht*, *Leiden*, 21 Febr. 1887.

ADVIES

BETREFFENDE

STANDAARDMETER EN -KILOGRAM,

uitgebracht in de Vergadering van 26 Februari 1887,

DOOR

F. C. DONDERS.

Bij missive van 12 Januari 1887 vraagt Z.E. de Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken, aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen (afdeeling Wis- en Natuurkunde) advies omtrent een schrijven van Z.E. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, betreffende Standaardmeter en -kilogram.

Blijkens de overgelegde stukken, heeft de Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid den Heeren BOSSCHA en OUDEMANS, in hunne kwaliteit van leden der Rijkscommissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 26 Augustus 1881 *), opgedragen, een ontwerp te maken voor een Koninklijk Besluit, ten doel hebbende den platina-iridium meter het karakter van Standaardmeter te verleenen en voor zijn bewaring te zorgen. Art 1 en 2 van dit ontwerp wijzen als Standaardmeters aan: den platina-iridium meter N°. 19, door

---

*) Bij missive van 19 April 1876, N°. 96, had de Akademie bericht ontvangen, dat de taak der leden van de internationale Commissie als geëindigd te beschouwen is, nadat de meters naar Nederland zouden zijn overgebracht.

de genoemde Commissie uit Parijs overgebracht en in de Polytechnische School voorloopig gedeponeerd, en het platina kilogram, sedert 1839 alhier bij de Koninklijke Akademie in bewaring. Art. 4 bepaalt, dat de standaarden van meter en kilogram worden bewaard in een daartoe bestemde brandkast in het natuurkundig kabinet der Polytechnische School.

In een missive van 25 October 1886 ondersteunt de Inspecteur van het IJkwezen, de Heer DIRKS, in substantie, den inhoud der artikelen.

Met de gronden, die door de Commissie en den Heer Inspecteur voor hun voorstel worden aangevoerd, verklaart de Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid zich wel te kunnen vereenigen, maar vraagt omtrent *een en ander* het gevoelen van den Minister van Binnenlandsche Zaken, onder wiens departement de Polytechnische School ressorteert.

Langs dien weg is de Koninklijke Akademie van Wetenschappen in kennis gesteld met het voornemen van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid. Had de Minister van Binnenlandsche Zaken niet de traditie gevolgd, alle stukken betrekkelijk Standaardmeter en -kilogram in handen te stellen der Afdeeling, dan had de Akademie kunnen staan voor het fait accompli van een Kon. Besluit, dat haar gelastte, het platina kilogram, sedert 40 jaren bij haar berustende, aan de Polytechnische School af te staan, en dat den Meter 19, tot wettigen standaard verheven, in het gebouw der Polytechnische School te Delft een blijvende plaats aanwees.

Na een korte discussie, in de vorige Vergadering gehouden, heeft de President onzer Afdeeling de stukken in handen gesteld onzer vaste Commissie voor Standaardmeter en -kilogram. In die Commissie hebben de Heeren BOSSCHA en OUDEMANS, die het ontwerp leverden voor het Koninklijk Besluit, zitting, en de Akademie kon voorzien, wat trouwens uit de discussiën in de vorige Vergadering voldoende gebleken was, welk advies haar te wachten stond. Maar de handeling was regelmatig, traditioneel, en de beide leden werden niet gewraakt en meenden ook niet zich te moeten

terugtrekken. Dit moge mij tot verontschuldiging strekken, wanneer ik het waag, ongeroepen, mijne meening bloot te leggen. Ik achtte het mijn plicht, het advies mijner geachte medeleden te bestrijden, zooals ik vroeger, als President der Afdeeling, mij gekant heb tegen het streven om datgene te bereiken, wat nu de Minister van Waterstaat op het punt stond te verwezenlijken.

Wat ik te zeggen had, heb ik op schrift gebracht, omdat ik het wenschte voor de leden gedrukt te zien, ten einde hen met de geschiedenis der zaak bekend te maken en in staat te stellen een zelfstandig oordeel uit te spreken. Ik zal mij thans echter, kortheidshalve, tot eene mondelinge uiteenzetting bepalen.

Mijn onderzoek heeft mij tot de overtuiging geleid, dat het onttrekken van Standaardmeter en -kilogram aan de bewaring der Akademie, zou zijn: *een onrecht* haar aangedaan; tevens *een handeling*, *in strijd met het Rijksbelang*, en dat het besluit, Meter 19 tot standaard te verheffen, zou zijn *ontijdig*.

Het zij mij vergund deze drie punten afzonderlijk toe te lichten:

I. *Het onttrekken zou zijn een onrecht, der Akademie aangedaan.*

Een overzicht der geschiedenis van de betrekking der Akademie tot de Standaardmaten en -gewichten zal, naar ik meen, mijne geachte medeleden daarvan overtuigen:

In 1799 werd door de Commissarissen bij de Internationale Commissie te Parijs, de Heeren VAN SWINDEN en AENEAE, de ijzeren standaardmeter medegebracht en namens het Nationaal Instituut van Frankrijk aan het toenmalig Uitvoerend Bewind overhandigd.

Tegelijk met den Meter, werd ook het koperen Kilogram door de Commissie gejusteerd aangeboden.

Beide waren bestemd als Standaarden voor het in te voeren nieuwe stelsel van maten en gewichten.

In 1809 verklaarde de Minister tot de Binnenlandsche Zaken „dat het Zijner Majesteits intentie was en het voor zijn eigen geruststelling dienstig had geoordeeld, over al hetgeen de materie betreft der maten en gewichten het gedetailleerd advies van de Eerste Klasse van het Instituut in te winnen”.

Het Instituut aanvaardt die taak, benoemt eene Commissie, bestaande uit de Heeren VAN SWINDEN en AENEAE, voormalige Gedeputeerden naar Parijs tot de Commissie der maten en gewichten, VAN BEECK CALKOEN en FOCKER, leden van de voormalige natuurkundige Commissie tot de uniformiteit van de maten en gewichten, en de Heeren KRAIJENHOFF, PAATS VAN TROOSTWIJK, VROLIK en VAN DEN ENDE, allen Leden van de 1e klasse van het Koninklijk Nederlandsch Instituut, die een zeer belangrijk en uitvoerig eerste rapport uitbrengen, zich uitstrekkende over alles wat met de invoering van het nieuwe stelsel in verband staat.

Het derde hoofdstuk van dat rapport behandelt het vervaardigen der Standaards en bepaalt o. a., dat er naar den prototypus, alle insgelijks uit ijzer, van dezelfde afmetingen zullen vervaardigd worden een zeker aantal subsidiaire Standaards, te deponeeren bij de Landdrosten der verschillende Departementen, bij de Ministeriën en bij sommige Collegiën. De uitvoering daarvan zou aan den Heer AENEAE, als Inspecteur der Maten en Gewichten, ex officio, worden opgedragen. In al deze en verdere comparaties van subsidiaire standaards met den prototype werd het Instituut betrokken. Verder wordt voorgesteld, dat om de tien jaren de departementale Standaards, gelijk mede die der Ministeriën en Collegiën, met den prototype zullen worden vergeleken.

Dat „schoone uitgewerkte en doorwrochte stuk", zooals de Minister VAN DE CAPELLE het noemt, werd de grondslag voor het nieuwe stelsel van maten en gewichten.

In latere rapporten worden bijzondere kwestiën, op de invoering betrekking hebbende, de benamingen, vergelijkingen enz. behandeld, om het mogelijk te maken, dat het nieuwe stelsel, zooals den landdrosten werd aangeschreven, den eersten van Hooimaand 1810 werd ingevoerd. Maar het bleek, dat alle moeielijkheden nog niet waren overwonnen, en dat de invoering moest worden opgeschort.

Den 28en December 1812 zendt de Intendant de l'Intérieur en Hollande nu alle werktuigen, in gebruik bij de Commissie voor maten en gewichten, voor een deel onder haar opzicht vervaardigd, naar de 1e klasse van het Instituut. Den 1en Mei 1814 werden haar ook de modellen der maten en gewichten toegezonden, zooals die door het Fransche gouvernement werden erkend, evenals de bovengenoemde Collectie, tot dusver in den Haag berustende.

De invoering van het nieuwe stelsel werd onder de regeering van WILLEM I terstond weder opgevat. Reeds den 15en April 1814 vraagt de Minister een *rapport* „over de voor- en nadeelen, gelijk ook de moeielijkheden, zoo voor den handel in het algemeen, als voor het burgerlijke leven in het bijzonder, met opgave tevens van de bepalingen, welke de Klasse zou noodig oordeelen". Voorgelicht door hare Commissie, bestaande uit de Heeren VAN SWINDEN, FLORIJN, VROLIK,

PAATS VAN TROOSTWIJK en REINWARDT, geeft de Klasse den 17en December d. a. v. haar antwoord, zijnde een uitvoerige memorie, waarvan het besluit is, „dat een gelijkvormig stelsel van maten en gewichten in een land ongemeen voordeelig is, zoo voor het gemak der ingezetenen als voor de zekerheid en de integriteit des handels, mitsgaders het voorkomen van misleidingen; dat men daarbij moeilijkheden, ongelegenheden, veellicht ook tegenstand zal ondervinden, maar dat al die zwarigheden enkel zijn temporair en door wijze maatregelen bij de invoering gedeeltelijk voorkomen, voorzeker te boven gekomen worden; dat derhalve niets het invoeren behoort te beletten; dat van alle stelsels, welke men kan uitdenken, het metrieke verre het volmaaktste is en dat het derhalve te wenschen is, dat hetzelve hier te lande en overal eenparig wordt aangenomen."

Het verslag der Klasse ligt ten gronde aan de Conceptwet van 10 Juni 1816, strekkende tot aanneming van een eenvormig stelsel, aan de Tweede Kamer voorgedragen.

De Minister verlangt nu verder van de Klasse een opgaaf van alle onderdeelen en veelvouden der in de Wet voorkomende eenheden, met bijvoeging van zoodanige namen als geschikt geoordeeld worden. Den 16en October volgt haar Rapport, waarin zij de moeilijkheden van het laatste gedeelte harer taak zich niet ontveinst, hare stellige overtuiging uitsprekende, dat het wenschelijk ware geweest de technische of systematische namen te behouden, waaromtrent was geprejudicieërd (waaraan nu door de Wet van 7 April 1869 voldaan is).

Verder worden vergelijkingen gemaakt tusschen het Kilogram, te Parijs vervaardigd, met dat van gelijken oorsprong, toebehoorende aan den Heer VAN SWINDEN; tusschen Meter 1, sedert eenige jaren berustende bij het Instituut, en Meter 2, beide door VAN SWINDEN en AENEAE in 1809 uit Parijs meêgebracht.

En hierop volgt het Kon. Besluit van 6 Maart 1819 betreffende de prototypen en Standaards van de Nederlandsche el en van het Nederlandsch pond, waarvan artikel 1 bepaalt, dat als algemeene Standaards of prototypen van de Nederlandsche maten worden aangenomen de oorspronkelijke ijzeren mètre, te Parijs vervaardigd onder het oog der Commissie, enz., sedert eenige jaren onder de 1e Klasse van het Nederlandsch Kon. Instituut te Amsterdam berustende, en 2°. het koperen Kilogram, door dezelfde Commissie gejusteerd en gestempeld .... en ook onder de Eerste Klasse van het Kon. Nederlandsch Instituut berustende. En art. 2, dat er naar die prototypen, zoo spoedig mogelijk, zooveel ellen en zooveel koperen kilogrammen zullen worden vervaardigd, als noodig zijn voor Ministeriëele Departementen, Gedeputeerde Staten enz., overeenkomstig het bovenvermelde eerste rapport der Klasse, terwijl artikel 3 verlangt, dat die kopieën, alvorens te worden verzonden, zullen in handen gesteld worden van de Eerste Klasse van het Kon. Nederlandsch Instituut, om door een Commissie uit

dezelve, in tegenwoordigheid van een Rijks-Ambtenaar, te worden geverifiëerd en, voldoende bevonden zijnde, te worden bestempeld of geijkt (met Rijksstempel en Stempel van het Instituut).

Artikel 9 schrijft voor, dat vergelijking en verificatie zal plaats hebben alle tien jaren *„aan de eerste klasse"*, waar de origineele Standaards berusten.

Den 24en Juni 1819 volgt reeds het verifiëeren en stempelen der Standaardgewichten van den tweeden rang, onder assistentie van den Heer NAGEL; den 16en Juni daaraanvolgende die der lengtematen, door een Commissie, bestaande uit de Heeren VAN SWINDEN, OBBE SICCO, BANGMA, GERRIT MOLL, VAN CAPELLE, allen leden der Klasse en door de Klasse daartoe aangewezen, geassisteerd door den Instrumentmaker KLEMAN, en wordt gevonden dat zij, op $^1/_{100}$ millimeter na, alle met elkander overeenkomen. Verificaties van minder beteekenis achterwege latende, komen wij tot de tienjarige verificatie der Standaards van den tweeden rang, lengtematen en gewichten, op verzoek der regeering in het Trippenhuis verricht door de Heeren VROLIK, BANGMA en MOLL, in tegenwoordigheid van den Heer VAN VOLLENHOVEN, van rijkswege daartoe aangewezen.

Bij Kon. Besluit van 10 Augustus 1838 wordt een Commissie benoemd met het mandaat om, na verkregen toestemming van de bevoegde autoriteit te Parijs, over te gaan tot het doen vervaardigen en ajusteeren, ten behoeve van het Nederlandsch Gouvernement, van drie Standaards, zoo van het Ned. pond als van de Ned. el, naar de oorspronkelijke Standaards, berustende in de Staats-Archieven aldaar, zoo mogelijk een van elk drietal Standaards uit platina te vervaardigen. Tot leden dier Commissie worden benoemd de Heeren LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO. Deze Commissie brengt den 5en Maart 1839 rapport uit, waarbij wordt voorgesteld: 1°. het Besluit van 6 Maart 1819 in te trekken en te verklaren „tot éénige Stand„aards of prototypen de door ons vervaardigde platina meter en plati„na kilogram, onder bepaling, dat dezelve als zoodanig zullen worden „in bewaring gegeven bij de eerste klasse van het Kon. Nederlandsch „Instituut te Amsterdam; 2°. dat de ondergeteekenden gemachtigd „worden de overbrenging aldaar in persoon te verrichten".

En dienovereenkomstig volgt het Kon. Besluit van 12 April 1839, N°. 129 (*Staatsblad* N°. 13) en geschiedt de overgave der nieuwe Standaards van de Ned. el en van het Ned. pond aan het Kon. Nederlandsch Instituut den 7en Mei 1839.

De daarop gevolgde vergelijkingen leeren, dat het oude koperen Standaardkilogram tusschen 11 en 17 milligrammen lichter is dan de nieuwe platina prototypen, het koperen kilogram van VAN SWINDEN daarentegen 1,8 milligram zwaarder.

Aan de vergelijking van den ouden ijzeren Standaardmeter met den nieuwen platina standaard nemen, naast de gecommitteerden van het

Instituut, ook deel de Heeren LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO, en uit hun rapport van 4 Januari 1840 blijkt, dat bij 10° de ijzeren Standaard 0,03 mM. langer is dan de nieuwe platina standaard.

De laatste werkzaamheden van het Instituut hebben vooral betrekking tot den grondslag der maten. De Minister THORBECKE wenscht wettelijke verordeningen vast te stellen omtrent het stelsel en den ijk der Nederlandsche Maten en Gewichten; hem is ten aanzien van den grondslag der maten een opmerking van wetenschappelijken aard medegedeeld, ten aanzien van welke hij zou wenschen door de Klasse voorgelicht te worden. Art. 6 der Wet van 21 Augustus 1816 bepaalt, dat de grondslag van alle Nederlandsche Maten en Gewichten de lengte zal zijn van het tienmillioenste gedeelte van den boog des aardbols, loopende van de Noordpool tot den evenaar over Parijs. Terwijl volgens latere bepalingen in genoemden boog 10 millioen 723 Meters zouden begrepen zijn, heeft zich bij den Minister de vraag opgedaan, of een nieuwe Wet iets kan bekrachtigen, hetwelk gebleken is van de juiste waarheid af te wijken. Dit schrijven van den Minister, dd. 13 September 1851, geeft aanleiding tot belangrijke beraadslagingen, en ten slotte tot een rapport van de Heeren VAN REES, LOBATTO en STAMKART, waarvan het resultaat is, dat, onafhankelijk van verdere bepalingen en berekeningen van genoemden boog, de grondslag der Nederlandsche maten is de lengte van de platina staaf, die in het jaar 1799, onder den naam van Mètre, als Standaard der metrieke maten in de Staatsarchiven van Frankrijk te Parijs is nedergelegd, gemeten tusschen de middelpunten der eindvlakken, wanneer de staaf een temperatuur van smeltend ijs heeft. — Zóó oordeelden later ook de verschillende Commissiën (Academie van Petersburg en Académie des Sciences, te Parijs), van welke het bijeenroepen der jongste Internationale Commissie te Parijs is uitgegaan.

In de memorie van toelichting van het eerste wetsontwerp (van den minister HEEMSKERK) betreffende de maten en gewichten, aangeboden in de Zitting van 1868, is het gevolgde advies van het Instituut overgenomen.

De laatste bemoeiing der 1ste Klasse van het Instituut, in betrekking tot de Standaards, betrof het verzoek, met verwijzing op hetgeen te dien opzichte in Pruisen en elders plaats heeft, te mogen worden gemachtigd tot het maken van nauwkeurige kopieën van den Meter en het Kilogram, ten dienste van inrichtingen van wetenschap, die verlangen mochten in het bezit van dergelijke kopieën te worden gesteld, op welk voorstel de Minister nog nadere inlichting verwachtte.

Het Instituut wordt opgeheven. De Kon. Academie van Wetenschappen treedt in de plaats der Eerste Klasse van het Instituut. De voorwerpen, in bewaring bij het Instituut, gaan op de Academie over. Aan de betrekking tot Standaardmeter en -kilogram is niets veran-

derd. Hiervan getuigen al aanstonds voorstellen van den Heer STAMKART betreffende zorg voor de bewaring der Standaarden, gevolgd door een verzoek, de bevoegdheid te erlangen tot het vervaardigen van kopieën voor zich zelf en de Universiteiten, die ze begeeren, met raming van kosten. Daarbij voegt zich een aanvraag, d.d. 20 Januari 1855, van den Minister van Koloniën, die kopieën der prototypen wenscht te verzenden aan het Bestuur van Nederlandsch Indië en aan het Gouvernement te Suriname.

De vervaardiging wordt, met de noodige aanwijzingen, opgedragen aan den Heer WENCKEBACH, die in Januari 1856 zeven vergulde gewichten zendt, alle iets lichter dan de Standaard, en een gelijk aantal glazen staven, iets langer dan de Standaardmeter. Ze worden door *leden der Academie* met den Standaard vergeleken en geajusteerd, waarna één Meter en één Kilogram naar Java en naar Suriname worden afgezonden en ook de overige hunne bestemming krijgen naar Groningen en elders. Inmiddels geschiedt nog de vergelijking van het koperen kilogram, in het Natuurkundig Kabinet te Leiden aanwezig, uit Parijs medegebracht door de Commissie van 1839, en is van verschillende werkzaamheden gewag gemaakt, hier niet nader te vermelden.

In verband met de Wet van 7 April 1869 (*Staatsblad* n°. 57) doet zich de vraag op, of de Standaarden, aangenomen bij het Koninklijk Besluit van 12 April 1830, voldoende zullen zijn, om ook nu als zoodanig te worden verklaard, en de Academie antwoordt den Minister op deze vraag, dat het *platina kilogram* alleszins de eigenschappen bezit van een *deugdelijken Standaard* en ook met de noodige juistheid met den prototype te Parijs is vergeleken geworden; maar dat van den platina meter niet hetzelfde mag gezegd worden, zijnde eensdeels de strepen, die de lengte van den Meter moeten aangeven, niet met de wenschelijke zuiverheid en scherpte getrokken, anderdeels de graad van nauwkeurigheid van de vergelijking met den prototype en van de bepaling van den uitzettingscoëfficient uit de daaromtrent gedane onvolledige opgaven niet met genoegzame zekerheid op te maken; ten gevolge waarvan de wenschelijkheid wordt uitgesproken, dat de Standaardmeter door een nieuwe kopie van den Mètre des Archives vervangen worde.

Wij treffen o. a. verder een opdracht van 31 Juni 1871 aan tot vergelijking van de Standaardgewichten van 's Rijks Munt, ter voldoening aan Art. 1 van het Koninklijk Besluit van 16 December 1858 (*Staatsblad* n°. 86) en een dispositie van 22 Juli 1871, waarbij bepaald wordt, dat de Meter van VAN SWINDEN in het vervolg bij de Academie zal berusten, enz., enz.

Voorts, ten einde uitvoering te geven aan Art. 2 der genoemde Wet van 7 April 1869 (*Staatsblad* n°. 57), verlangt de Minister te vernemen, welke der daarbij geboden voorzorgen voor de bewaring

van Standaards in 's Konings Besluit dienaangaande zouden moeten worden opgenomen. In het antwoord vindt men een zeer uitvoerige beschrijving dier voorzorgen, en aan het slot daarvan een advies, dat in het Koninklijk Besluit van 16 November 1871 gevolgd wordt, waarvan Art. 1 luidt: „de volgens Art. 2 der Wet van 7 April 1869 „(*Staatsblad* n⁰. 57) onder onzen Minister van Binnenlandsche Zaken „berustende Standaarden der Maten en Gewichten worden bewaard „door de Koninklijke Academie van Wetenschappen te Amsterdam, „in dicht geschroefde koperen doozen, verzegeld met het Rijks-Zegel, „in een daartoe bestemde kast met ijzeren deur, waarvan de sleutel „berust bij den Secretaris der Afdeeling voor de Wis- en Natuur-„kundige Wetenschappen".

Met voldoening mogen wij op de bemoeiingen van het Koninkl. Nederl. Instituut, gevolgd door die der Koninkl. Acad. v. Wetensch., over dit tijdvak van meer dan zestig jaren terugzien. Is het metrieke stelsel in Nederland vroeger ingevoerd dan in de meeste andere landen, het is aan de doorwrochte verslagen en aan het werkdadige aandeel van het Koninklijk Nederlandsch Instituut te danken. En sedert dien tijd hebben én het Instituut én de Academie, die de vierde klasse van het Instituut verving, niet slechts omtrent alles, wat met de materie in verband staat, de adviezen gegeven, die tot richtsnoer dienden voor de Regeering, maar zich ook met een groot deel der werkzaamheden, zoodanige zelfs, die minder tot hare taak behoorden, belast. Steeds vereerd met het vertrouwen der Regeering, waren beide zich bewust, dat vertrouwen niet beschaamd te hebben.

Uit zulke diensten worden traditioneele rechten geboren, waarop alléén inbreuk mag worden gemaakt, als hoogere belangen het eischen.

Wat gaf aanleiding, dat die rechten thans worden bedreigd?

Zij is te zoeken in de houding van Commissiën, door de Academie zelve of op hare voordracht benoemd.

Zal ik te wijzen hebben op adviezen en handelingen, die minder correct konden schijnen — het is verre van mij, op een mijner medeleden eenigen blaam te willen werpen of aan onedele bedoelingen ook slechts te denken. Uit zorg voor en gehechtheid aan de voorwerpen, waaraan men zijn beste krachten heeft be-

steed, uit sympathie voor personen en instellingen, laten zich adviezen en handelingen genoegzaam verklaren, en wie liet zich niet wel eens door zijn sympathieën verschalken?

In 1869 ontving onze Regeering van die van Frankrijk de uitnoodiging, deel te nemen aan een internationale Commissie voor de vervaardiging van nieuwe kopieën van den Mètre des Archives, en op advies der Akademie besloot zij daaraan gevolg te geven.

Op aanwijzing verder der Akademie, werden de Heeren Kaiser en Stamkart uitgenoodigd om aan de werkzaamheden der internationale Commissie te Parijs deel te nemen; de Heeren Cohen Stuart en Bosscha, om hen bij ontstentenis te vervangen. Na het overlijden van den Heer Kaiser, trad de Heer Bosscha in diens plaats.

Bij missive nu van 19 April 1876, N°. 96, bericht ons de Minister van W. H. en N., dat, in overleg met de Fransche Regeering, is bepaald, dat de voorwerpen (meter 19 en 27), na verificatie door de leden der Fransche Sectie, tot beschikking gesteld en te Parijs in ontvangst zullen genomen worden door een Nederlandsche Commissie, die, zoo noodig, die verificatie zal bijwonen, en noodigt ons uit, een lid der natuurkundige afdeeling aan te wijzen, om met de Heeren Dr. Stamkart en Dr. Bosscha die taak te volbrengen. »*De Meters en Kilogrammen*" (van deze laatste werd voorloopig afgezien), zoo schrijft de Minister, »*zullen door* »*haar aan U worden overgegeven, om door de Akademie te* »*worden bewaard, overeenkomstig de voorschriften van het Ko-* »*ninklijk Besluit van* 18 *Nov.* 1871, N°. 20."

Aan het verzoek van den Minister wordt voldaan door aanwijzing onzerzijds van den heer J. A. C. Oudemans. Daarop zendt de Minister, bij missive van 22 Mei 1876, aan de Natuurkundige Afdeeling afschrift van het *Koninklijk Besluit* van den 15en Mei, N°. 26, waarbij de Commissie is benoemd. Art. 1 luidt: »De door de zorg van de internationale Commissie voor den nieuwen Standaardmeter te Parijs vervaardigde nieuwe standaarden van den meter zullen aldaar in ontvangst genomen, naar Nederland over-

gebracht *en aan de K. A. v. W. (afd. Natuurkunde) te Amsterdam overgegeven worden* door eene Nederlandsche Commissie". (Art. 2 wijst de namen aan van de leden dier Commissie).

Die bepalingen zijn slechts de herhaling van de opdracht, in 1839 *aan de heeren* LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO *verstrekt.* Deze kweten zich in allen deele van hunnen last.

Niet alzoo de heeren BOSSCHA en OUDEMANS (de heer STAMKART was belet geweest, hen te vergezellen): zij namen de meters in ontvangst, brachten ze over in Nederland, maar deponeerden ze, in strijd met hun mandaat en met het Koninklijk Besluit, in het gebouw der Polytechnische School te Delft.

Die handeling wekte groote bevreemding.

Wisten de heeren der Commissie niet, waar en aan wie zij de meters hadden af te geven, zij hadden hunnen lastbrief kunnen raadplegen. Men ontvangt geen opdracht, om belangrijke voorwerpen in ontvangst te nemen, zonder aanwijzing waar ze te bezorgen. Waar anders kon het trouwens zijn, dan ter plaatse, waar de standaarden sedert 75 jaren bewaard werden?

Op de eerstvolgende vergadering der Akademie van 30 October 1880, bracht de heer BOSSCHA ook slechts één der meters mede, met het doel, om dien aan zijn medeleden te vertoonen. Opmerkzaam gemaakt, dat het Bestuur én dezen én den teruggehouden meter uit de handen der Commissie verwachtte, betoogde de heer BOSSCHA uit verschillende oogpunten de wenschelijkheid, althans één daarvan voorloopig te Delft te behouden en drong er op aan, dat de Akademie de goedkeuring daarop van den Minister van W. H. & N. zou vragen. De vergadering stemde daarin toe; en de President, wenschende nog een blijk van vertrouwen te geven aan de Leden der Rijkscommissie, »wier mandaat" naar het schrijven des Ministers, »met het overbrengen der meters in Nederland geëindigd was", noodigde de H.H. STAMKART, BOSSCHA en OUDEMANS uit, »*als leden der Afdeeling*", zich te willen belasten met een schriftelijk advies omtrent de wijze, waarop de brief aan den Minister zou worden ingericht. Op de

volgende vergadering bracht nu die Commissie, bij monde van den heer BOSSCHA, een rapport ter tafel, dat van de zijde des Voorzitters de opmerking uitlokte, »dat hij elke wending wenschte vermeden te zien, waaruit zou kunnen worden afgeleid, dat de Akademie niet op den duur prijs stelde op het bewaren van den standaardmeter", ten gevolge waarvan besloten werd, eenige regels uit het rapport te lichten, waarna het werd goedgekeurd. In haar schrijven nu behield de Akademie zich voor, den Minister nadere voorstellen te doen omtrent de bewaring der meters en het daarvan te maken gebruik, en in antwoord daarop (missive van 15 December 1880 N°. 49) mocht zij vernemen, dat de minister het gedane verzoek inwilligde, en »dat het hem zeer »aangenaam zou zijn, de bedoelde voorstellen van de Akademie »te ontvangen". Op verzoek van den Voorzitter, verklaart de Commissie, benoemd in de vergadering van 30 October, (de H. H. STAMKART, BOSSCHA en OUDEMANS) zich bereid, »een voorstel, als de Minister bedoelt, in gereedheid te brengen en der Afdeeling ter kennisneming en beoordeeling aan te bieden". Het verlangde voorstel bleef echter uit. Eerst ontbrak nog de opgaaf der kosten van een comparateur en werd tot uitstel besloten. Later verzocht de Commissie diligent te worden verklaard. Nog eens de mededeeling, dat nog geen antwoord was ingekomen. Eindelijk, een schrijven van den heer TRESCA, dat uitzicht gaf op antwoord. Daarbij was het gebleven, toen de heer STAMKART den 15 Januari 1882 kwam te overlijden. De ongesteldheid van den heer BOSSCHA, die zich een tijd lang genoodzaakt zag, zich aan zijn werkzaamheden te onttrekken, was nu verder oorzaak, dat de President niet al te krachtig op het verslag aandrong, en het gevolg was, dat de Akademie moest in gebreke blijven, den Minister de toegezegde voorstellen aan te bieden.

Zoo waren twee jaren verloopen, sedert het overbrengen der meters naar Nederland, toen de Akademie werd verrast door het bericht, dat de bij haar berustende meter, uit naam van den Minister van Koloniën, als eigendom van zijn departement, door den heer J. A. C. OUDEMANS werd opgeëischt. Bij

die gelegenheid eerst vernam de Akademie, dat meter 27 voor Indië was bestemd geworden.

Het Bestuur kwam tot de conclusie, dat het moest gehoorzamen en — voorloopig zwijgen. Maar de President vond daarin aanleiding de Commissie, benoemd in de Vergadering van 30 October 1880, te herinneren, dat zij nog altijd haar op de vergadering van 24 December toegezegd rapport aan de Akademie was schuldig gebleven. Waarop de Heer BOSSCHA verklaarde, »dat hij nooit onder den indruk verkeerd had, alsof het mandaat, *om de afdeeling voor te lichten nopens het gebruik, later van de meters* N°. 27 *en* N°. 19 *te maken*, aan een bijzondere Commissie was opgedragen: steeds had hem, te dien opzichte, zijn lidmaatschap van de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram voor den geest gestaan" (zie buitengewone vergadering van 27 Januari 1883): hij wenschte het lidmaatschap dier Commissie thans neêr te leggen, »omdat zijne verhouding tot de overige leden der Commissie voor standaaardmeter en -kilogram anders een weinig gerechtvaardigde zou worden". En zoo bleef van de Commissie, op welker rapport de Akademie twee jaren lang te vergeefs had gewacht, alléén de Heer OUDEMANS over. Zij werd nu door den President ontbonden verklaard. En toen hij het mandaat der ontbonden Commissie aan die voor Standaardmeter en -kilogram, bestaande uit de Heeren BOSSCHA (President), OUDEMANS, V. D. SANDE BAKHUYSEN en VAN RIEMSDIJK (Secretaris), opdroeg, namen de aanwezige leden die opdracht aan; de Heer BOSSCHA echter »onder die reserve, dat het hem als lid der Rijkscommissie, met het overbrengen der platinairidium meters uit Parijs naar Nederland belast, vrij zou staan, de belangen, welke hem in zake den meter door den Minister mochten worden toevertrouwd, boven de ware of vermeende belangen der Akademie te handhaven, in geval die beiden later mochten blijken met elkander in strijd te zijn".

Na deze verklaring besloot het Bestuur, zonder verder advies af te wachten, zijn eigen voorstellen onverwijld der Afdeeling aan te bieden. Een uitvoerige memorie, waaraan het boven medegedeelde grootendeels is ontleend, geschreven

met het doel, de geschiedenis en den stand der zaak voor de Leden der Afdeeling bloot te leggen, werd in de Bestuursvergadering van 17 Januari 1883 voorgelezen en vastgesteld. Alvorens die memorie in de vergadering der Leden te brengen, wenschte de President echter nog een poging te doen om tot een vergelijk te komen, en riep de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram, bestaande uit de Heeren Bosscha, president, Oudemans, van de Sande Bakhuyzen en van Riemsdijk, samen, om met het Bestuur in overleg te treden. Die vergadering had plaats den 10en Februari 1883. Hier betoogde de Heer Bosscha, »dat de kopieën van den meter, waarom het op het oogenblik te doen is, vervaardigd moeten worden dáár, waar de leden der Commissie, aan wie die taak zal worden opgedragen, woonachtig zijn". Hij verlangt daarom, dat hij zelf, met de Heeren Schols en Snijders, allen Hoogleeraren aan de Polytechnische School daartoe zou worden aangewezen. De vraag, waar de meters zullen worden bewaard, acht hij van latere zorg. In dit opzicht is zijn wensch alléén, dat zij goed en veilig geborgen worden.

Na daarover afzonderlijk te hebben beraadslaagd, gaf het Bestuur aan dit verlangen toe en noodigde voetstoots de nog aanwezige leden der Commissie voor Standaardmeter en -kilogram uit, het bedoelde voorstel bij het Bestuur in te zenden.

Bij het toegeven aan den gestelden eisch, overwoog het Bestuur in de eerste plaats, dat de vervaardiging der kopieën aan de voorgestelde Commissie, met den Heer Bosscha aan het hoofd, veilig kon worden toevertrouwd; dat de Commissie, waarin twee leden der Akademie waren opgenomen, op aanbeveling der Akademie zou worden benoemd, en zoowel de betrekking der Akademie tot de Regeering, als die der Commissie tot de Akademie, diensvolgens zou zijn verzekerd; voorts, dat verdeeldheid in den boezem der Akademie zou worden voorkomen.

Inderdaad was het Bestuur op die gronden met de regeling tevreden. Doch wat zien wij gebeuren? Tegelijk met het voorstel van de Commissie voor Standaardmeter en -ki-

logram, ontving het Bestuur van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid de mededeeling van een Koninklijk Besluit, waarbij de Commissie, bestaande uit dezelfde personen, belast met dezelfde taak, reeds benoemd was.

Op de vergadering van 24 Febr. 1883 werden de brief van de Commissie en de kennisgeving van het Koninklijk Besluit, beide, voorgelezen.

Blijkbaar was de Heer Bosscha niet meer in staat geweest, de gevolgen zijner persoonlijke bemoeiingen te stuiten.

Sedert 75 jaren was dit de eerste maal, dat een besluit in de zaak der Standaards werd genomen buiten het advies der Akademie. Ik kon mij niet ontveinzen, niet voldoende voor de rechten en belangen der Akademie gewaakt te hebben en wenschte daarom als Voorzitter af te treden. Ik stelde mij niet meer herkiesbaar en bedankte toen ik gekozen werd. Zeer gelukkig was de Akademie in de keuze van mijn opvolger, die, als verzoenend element, den strijd spoedig deed vergeten.

Na de benoeming der Commissie uit de Heeren der Polytechnische School, scheen de Akademie de voltooiing der aan die Commissie opgedragen taak te kunnen afwachten. Immers had de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram haar geschreven: »Wanneer de Commissie hare werkzaamheden *heeft ten einde gebracht*, zal het tijdstip daar zijn, *om over de wijze van bewaren van den nieuwen standaardmeter voorstellen te doen* (geteekend: Bosscha, President, van Riemsdijk, Secretaris).

Van de werkzaamheden der Commissie vernam de Akademie intusschen niets. Maar zie, na vier jaren — *ontvangt ze geen voorstellen*, maar — wordt zij eensklaps opgeschrikt door de haar kenbaar geworden plannen van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, om, bij Koninklijk Besluit, meter 19 tot wettigen standaard te doen verheffen en hem tevens een vaste bewaarplaats aan te wijzen in het natuurkundig kabinet der Polytechnische School.

In zijn merkwaardig geschrift: »*der Kampf um's Recht*", Wien 1873, schrijft de groote rechtsgeleerde van Göttingen, Rudolf von Jhering, ons het verdedigen onzer rechten voor als een heilige plicht. Ik zou meenen, dat het soms geoorloofd, ja plichtmatig kan zijn, zijn persoonlijke rechten prijs te geven. Maar ik accepteer het voorschrift van Jhering ten volle, wanneer het geldt de rechten eener Instelling, welker belangen ons zijn toevertrouwd. Wij, Leden der Kon. Akademie van Wetenschappen, mogen niet stilzwijgend aanzien, dat op de verkregen rechten der Akademie zou worden inbreuk gemaakt, tenzij hoogere belangen het eischen. En dergelijke hoogere belangen bestaan hier niet. Integendeel:

II. *Het ontwerp-besluit is in strijd met het Staatsbelang en met het belang der wetenschap.*

Welke gronden voert men aan, om het physisch kabinet der Polytechnische School als bewaarplaats aan te wijzen?

Men verzekert, dat de inrichting voor bewaring en voor het verrichten der gevorderde werkzaamheden aldaar voortreffelijk is. De heer Bosscha noodigde de leden onzer Standaard-Commissie uit, die in oogenschouw te nemen: zij zullen bereid zijn, dat getuigenis af te leggen. Ik heb er niet aan getwijfeld. Er was, zooals wij gezien hebben, verkregen, dat een Commissie werd benoemd van professoren der Polytechnische School, met den directeur aan het hoofd, om kopieën te vervaardigen van den eersten rang van meter N°. 19. De Minister zal dus de middelen daarvoor hebben toegestaan, en het is genoemden directeur wel toevertrouwd, daarvoor iets goeds tot stand te brengen. Daarenboven kon hij dáárin alleen zijn kracht zoeken voor den niet langer verholen toeleg, den Standaarden dáár hun vaste plaats te doen aanwijzen.

Over de deugdelijkheid der inrichting kan zich overigens de Akademie slechts verheugen. Zij zal zeker ook gaarne zien, dat de lokalen voor meten en wegen in het bedoelde physisch kabinet nader met het ijkwezen worden in betrekking gebracht, door, naar het voorstel van den heer Dirks,

uit den voorraad ijk-materieel, voorwerpen van historische waarde, benevens de verificatie-werktuigen, overeenkomende met die, op de ijkkantoren in gebruik, daarheen over te brengen, om er de grondslagen te helpen leggen voor een historisch museum der maten en gewichten, — een voorstel, waarvoor de directeur der Polytechnische School en de hoogleeraar in de natuurkunde reeds gewonnen schijnen. Immers, in de eerste plaats, zal een en ander ten bate komen van het onderwijs. En niet voor het onderwijs alleen, ook voor belangrijke werkzaamheden, in betrekking tot het ijkwezen, zal men de Polytechnische School zeker gaarne zien aangewezen. Nu reeds voor vier jaren eene Commissie werd benoemd, bestaande uit directeur en hoogleeraren der Polytechnische School, met de opdracht, kopieën van den eersten rang te vervaardigen van den platina-iridium meter N^{0}. 19, kan men hoogstens verlangen, dat de Akademie daarin wat nader betrokken worde, maar zal ieder wenschen, den opgedragen arbeid in de bedoelde lokalen voltooid te zien. En verder mogen aan dezelfde localen de voornaamste verificatiën van lageren rang, in betrekking tot het ijkwezen, verbonden worden, waaraan dan zelfs de discipelen der genoemde School zullen kunnen deelnemen. Zoodoende zal deze inrichting de Akademie van werkzaamheden ontheffen, die eigenlijk niet tot hare taak behoorden, en groote diensten bewijzen aan het ijkwezen.

Inderdaad wenscht de Akademie voor zich zeker niets te vindiceeren buiten de vergelijkingen, in 't belang der wetenschap te verrichten, die in geen betrekking staan hoegenaamd tot het ijkwezen, en zou zij verder ook bereid zijn, zich te belasten met de verificatie van meters van den tweeden rang, in zoo verre die met den platina-iridium meter behooren te geschieden.

Op de eerste, in 't belang vooral der geodesie gevorderd, moet het licht schijnen der Akademie, d. i. van de Nederlandsche Wetenschap.

Niemand kan voorzien, over welke krachten de Polytechnische School over 10 of 20 jaren zal te beschikken hebben. Maar dáárop kan men rekenen, dat de Akademie zal voortgaan, de beste krachten van Nederland aan zich te ver-

binden en dat zij goed weet te beoordeelen (wat niet minder belangrijk is), voor welke taak ieder harer leden is berekend. En daarom heeft zij, en zij alléén, de mannen aan te wijzen, aan wie dergelijke delicate arbeid zal worden opgedragen, — immers de mannen tevens, die zij gaarne naar het buitenland zal gezonden zien, om de Nederlandsche Wetenschap te vertegenwoordigen. Die aanwijzing mag niet van een persoon, niet van een Instelling, d. i. van het toeval, afhankelijk zijn. Zou iemand er aan gedacht hebben, de Polytechnische School als bewaarplaats der Standaards aan te wijzen, als de directeur dier Instelling niet lid der internationale Commissie geweest was? En mag zoodanig feit de oorzaak worden, dat de standaarden voor alle volgende tijden een andere bestemming krijgen? De Akademie zij de Adviseur der Regeering. Dat is Staatsbelang en tevens het belang der Wetenschap.

Men heeft der Akademie ten laste gelegd, dat ze voor de onder haar berustende Standaarden niet de noodige zorg heeft gedragen, dat die Standaarden zelfs niet voldoende tegen brandschade waren beveiligd. Men vergat daarbij, dat ze onder dezelfde zorg stonden als onze kunstschatten, die zelfs geen petroleum in hunne nabijheid duldden, en die niet alléén millioenen, maar onzen nationalen roem en eer vertegenwoordigen.

Men heeft ook niet geschroomd, de Akademie van nalatigheid te beschuldigen en het hier verrichte werk te laken, voorbijziende, dat men in vroeger dagen, in verband met de minder volkomen werktuigen en de minder volmaakte methoden, minder hooge eischen stelde. Maar toch werden met die gebrekkige hulpmiddelen van den ijzeren standaardmeter kopieën verkregen, die geen hondersten millimeter van elkander verschilden: een nauwkeurigheid, die de Heer Bosscha ook thans voor het ijkwezen nog meer dan voldoende acht, en werden, zooals wij zagen, van den platina meter kopieën gemaakt, naar methoden, die van het vindingrijk vernuft van onzen verdienstelijken Stamkart zullen blijven getuigen.

Men heeft vooral ook gewezen op de gebrekkige gelegenheid, die de localen der Akademie én voor de bewaring én

voor de geëischte werkzaamheden aanboden. Tot zekere hoogte wordt dit bezwaar toegegeven, onder de opmerking evenwel, dat men in onzen tijd, in dat opzicht, zijn eischen veelal te hoog stelt en het doel juist daardoor soms voorbijschiet. Maar is het niet vreemd, dat men de Akademie van hare Standaarden wil berooven, juist op het tijdstip, dat aan dit bezwaar kan worden te gemoet gekomen? En waarlijk, de lokalen van het Trippenhuis, waarover de Akademie thans beschikt, bieden én voor de bewaring én voor de werkzaamheden een gelegenheid, die aan alle eischen voldoet. Gelijkvloers (maar toch een paar trappen hoog) een groot lokaal (de welbekende prentenkamer van het museum, met twee ramen op het oosten), lang 10.13 M., breed 4.82 M., hoog 3 M., waarvan het diepste gedeelte als kabinet kan worden afgeschoten, om een afzonderlijk vertrek te vormen (iets grooter dan dat, waarin de comparaties geschiedden in het Conservatoire des Arts et des Métiers), door vier binnenmuren ingesloten, waartoe men dag- en kunstlicht, naar verkiezing, door reflexie toegang verleenen en op ieder punt richten kan, en waarin men met eenvoudige middelen, op verschillende graden, de temperatuur constant kan houden en, des gevorderd, in de aangrenzende kamer kan registreeren, — een vertrek, waarvan de zuidelijke wand een muur is van bijna een meter dikte, waarin een kluis kan gebouwd worden, bestemd om verschillende pretiosa, handschriften als anderszins, der Akademie tegen brandgevaar te beveiligen, en waarin ook de noodige ruimte is om de standaarden, in kist of kast besloten, te bergen — in de onmiddellijke nabijheid dus der inrichting voor verificatie, alles zonder belangrijke kosten te verwezenlijken. En wat zal er aan hulpmiddelen noodig zijn? Zeker een goede comparateur, met toebehooren, zoo goed als die zal te verkrijgen zijn, wanneer de tijd is gekomen om verificaties te doen voor wetenschappelijke doeleinden, benevens kleine utensiliën, die men zich licht verschaffen kan. Ziedaar alles! Dat men een volslagen laboratorium in loco zou behoeven, kan niet ernstig gemeend zijn. En een betere weegkamer dan waartoe het Bestuur der Akademie zich voorstelde, het aan-

grenzende groote vertrek in te richten, kan men niet verlangen.

De plannen tot de kleine verbouwing, de kluis er onder begrepen, zijn door het Bestuur der Akademie aan den Minister van Binnenlandsche Zaken voorgelegd en ontvouwd, en de Minister heeft daarvan de beschrijving, met begrooting, doen opmaken en aan de goedkeuring van het Bestuur der Akademie gelieven te onderwerpen. Daarin mocht de Akademie een overeenkomst zien. Wat aanleiding heeft gegeven, dat niet het geheele bedrag der raming op de begrooting van 1887 werd gebracht, ligt in het duister; maar de Akademie mag zich vleien, dat de Minister, die achting heeft voor wetenschap, wel zal bereid gevonden worden om het te kort komende beschikbaar te stellen uit de *ƒ* 40.000, voor onvoorziene uitgaven van de Afdeeling voor Kunsten en Wetenschappen uitgetrokken.

Genoeg; het ontbreken eener geschikte gelegenheid voor bewaring en gebruik heeft opgehouden een bezwaar te zijn, en de inrichting zal slechts weinig uitgaven vorderen, buiten het aanschaffen van een comparateur. Ik twijfel trouwens zeer, of, als het tot verificaties voor wetenschappelijke doeleinden had moeten komen, men zich te Delft zou hebben tevreden gesteld met den comparateur van den basistoestel, toebehoorende aan Koloniën, die daar in bruikleen schijnt te zijn.

En wat zou ten slotte beletten, indien het werd noodig geacht, de brandkast, thans bij de Polytechnische School berustende, naar het Trippenhuis over te brengen? Zij is door den Heer Samuel Chatwood aan de Nederlandsche Regeering ten geschenke aangeboden voor de bewaring van den Nederlandschen Standaardmeter en de daarbij behoorende stukken, en in de afdeeling voor meten en wegen van de Polytechnische School geplaatst, omdat de Commissie, met de vervaardiging der kopieën belast, daar werkzaam was (zie *Nederl. Staatscourant* N⁰. 124 van Dingsdag 27 Mei 1884). Maar zijn die werkzaamheden voltooid, waarom zou de Regeering die brandkast dan niet doen overbrengen naar de plaats, voor de bewaring der standaarden aangewezen, waar ze aan hare bestemming zou blijven beant-

woorden? Dat de brandkast en niet de standaarden zouden beslissen over de bewaarplaats, zou een volslagen verwarring zijn van hetgeen oorzaak en gevolg wezen moet. En waar de brandkast onze standaarden moge beschermen, de dankbaarheid, den Heer BOSSCHA verschuldigd, die, naar ik vernam, door zijne den Heer CHATWOOD bewezen diensten het geschenk voor de Nederlandsche Regeering verwierf, zou haar overal volgen.

Zooveel is zeker, dat de Akademie, uit het oogpunt der gevorderde uitgaven, zich volstrekt geen bezwaar behoeft te maken, bij de Regeering aan te dringen op het behoud der Standaarden.

Het voordeel, dat de Akademie biedt, ligt, ik heb het reeds gezegd, in de krachten, waarover zij beschikt. Amsterdam nu is de plaats, waar de leden der Akademie zich maandelijks vereenigen en tegelijk hare Commissies plegen te vergaderen. Voorstellen tot het maken van nauwkeurige verificaties zijn vooral te wachten van de geodetische Commissie. Men mag aannemen, dat een of meer harer leden zal verlangen aan de verificatie deel te nemen: deze zullen in de Commissie ad hoc worden benoemd. En daarnaast zullen, onder onze Amsterdamsche leden, zeker één of meer deskundigen gevonden worden, die in de zaak belang stellen. Voorts zouden nog leden kunnen aangewezen worden, die men over bijzondere punten zou wenschen te hooren: bij de studie van het onderwerp is mij gebleken, dat een vertegenwoordiger der physiologische Optica en der Mikroskopie niet zou te versmaden zijn *). Zij vergaderen in Commissie, op den dag der gewone Vergadering te Amsterdam, en, zoo noodig, ook nog buitengewoon. 't Is te verwachten, dat de Akademie, gelijk tot dusverre het geval was, onder hare leden enkelen tellen zal, die zin en talent hebben voor het praktische werk, en aan wie het dus zal

*) De Fransche Sectie der Commission Internationale, wier taak zeker een veel grootere verscheidenheid van werkzaamheden omvat, is van 9 op 15 leden gebracht, waaronder de beste namen uit de Académie des Sciences.

worden toevertrouwd. In hunne qualiteit van leden der Akademie, is Amsterdam dan hun domicilie, en hier moeten zij hun werkplaats vinden, waar zij te allen tijde heer en meester zijn, onafhankelijk van iederen directeur. Doet zich behoefte gevoelen aan een assistent, dan zou men den Minister van W. H. en N. kunnen verzoeken, een der Heeren ijkers of adjunct-ijkers, oud-leerling der Polytechnische School, tijdelijk aan de werkzaamheden te verbinden. In het program van het vergelijkend examen, waarbij hij slaagde, ligt een waarborg, dat hij voor die functie uitnemend zou berekend zijn.

Men zegge niet, dat het onverschillig is, waar de standaarden worden bewaard en gebruikt, wanneer slechts de Akademie geroepen wordt, om de leden der met den arbeid belaste Commissie aan te wijzen. In waarheid, dat is niet genoeg. Alvast zou buiten Amsterdam de gewenschte samenwerking van de leden der Akademie worden gemist. Doch er is meer. Ik heb de overtuiging, dat na korteren of langeren tijd van de bedoelde voorwaarde zou worden afgeweken. In een tijdperk van 80 jaren waren Instituut of Akademie in de zaak der Standaards nooit voorbijgegaan. En wat zien wij gebeuren, nu de tot Standaard bestemde meter niet in onze handen is? Geheel buiten de Akademie om, onder den invloed van een adviseur, die het oor had van den Minister, wordt een Commissie benoemd, waaraan de gewichtige taak is opgedragen, om van den bedoelden meter kopieën van den eersten rang te vervaardigen, en, zonder haar te hooren, wordt een Koninklijk Besluit ontworpen, om haar de Standaards voor altijd te ontnemen. Beati possidentes! Weest overtuigd, dat in 't bezit alleen der Standaarden de invloed der Akademie verzekerd is. Dit bezit alleen brengt mede, dat zij over alles geraadpleegd wordt, wat er meê in verband staat. Dat zelfs een Koninklijk Besluit, altijd weder door een ander op te heffen, geen voldoenden waarborg geeft, ligt ons juist voor oogen.

De Akademie zou aan hare roeping, in art. 1 van haar Reglement uitgedrukt, te kort doen, wanneer zij niet toonde, er prijs op te stellen, door de Regeering te worden geraad-

pleegd, waar zij moet geacht worden, haar te kunnen voorlichten. Dat is haar plicht. Eenmaal, ik was er getuige van, werd het Kon. Ned. Instituut opgeheven. De vierde klasse werd hersteld als Koninklijke Akademie van Wetenschappen, omdat de Minister verklaarde, haar niet te kunnen ontberen. En door hare pogingen werd later de zuster-Afdeeling in het leven geroepen, om de tweede en derde klasse te vervangen. De Afdeeling wake, dat geen enkele draad, die haar met de Regeering verbindt, worde afgesneden. Dat is haar belang.

III. In de derde plaats heb ik het verheffen van Meter 19 tot wettigen standaard genoemd *ontijdig.*

Ik meen, dat daartoe niet behoort te worden overgegaan (tenzij overwegende redenen er toe mochten nopen), vóór hij vergeleken is met den *Mètre à traits*, die den *Mètre à bouts* des Archives weldra zal vervangen. Alle Staten van Europa bekomen Meters, met dien prototype international vergeleken, en uitsluitend voor deze is de naam van *Mètres nationaux* weggelegd. Langs dien weg alléén was de volkomen uniformiteit te verkrijgen, die het doel was der internationale conferentie. Onze Meter (N^{0}. 19) is geen zoodanige meter. Wij bezitten een *directe* kopie van den Mètre des Archives, en hebben geen met den prototype international vergeleken Meter te wachten.

Waaraan is dat toe te schrijven?

De oorzaak ligt in de houding, in de Commission internationale door Nederland aangenomen. De Heer Bosscha heeft die (Deel X der *Verslagen en Mededeelingen*) uitvoerig toegelicht. Om tot een juiste appreciatie van Meter 19 te komen. zal ik mij veroorloven, ze kortelijk voor u bloot te leggen.

In hare voorloopige bijeenkomst, Augustus 1870, bepaalde zich de internationale Commissie, waarvan blz. 10 werd melding gemaakt, tot het benoemen van een *Comité de recherches préparatoires*. Eerst in September 1872 kon de eerste algemeene zitting plaats hebben. Zij had de wetenschappelijke grondslagen te regelen van den gemeenschappelijken arbeid en dien tevens te organiseeren. Omtrent die

algemeene grondslagen openbaarde zich de meest gewenschte overeenstemming. Maar ten opzichte der organisatie van den arbeid waren de meeningen verdeeld. In het Comité was de stichting voorgesteld van een *Établissement international permanent*, dat terstond zou in het leven treden en voortbestaan nadat de arbeid der Commissie zou zijn geëindigd. Het oprichten daarvan werd warm verdedigd, maar ook me overtuiging bestreden. Intusschen, terwijl de Fransche Sectie reeds een belangrijk deel van den haar opgedragen arbeid had verricht, scheen de tijd gekomen om een Conférence diplomatique bijeen te roepen, en op voorstel der internationale Commissie ging de Fransche Regeering daartoe over. Den 1sten Maart had de eerste conferentie plaats, onder het presidium van den Hertog DECAZES, Minister van Buitenlandsche Zaken. De gezanten werden bijgestaan door technische gedelegeerden, die zich ook afzonderlijk onder het presidium van DUMAS vereenigden. Hier nu kwam al dadelijk het voorstel van een *Bureau international permanent* in behandeling. Er vormden zich twee groepen: groep 1, die voorstander, groep 2, die tegenstander was. De Heer BOSSCHA trad voor de laatste op. De Voorzitter plaatste zich op een neutraal standpunt en trachtte de meeningen te verzoenen. 't Mocht niet gelukken. Op de Conferentie vereenigde zich nu de groote meerderheid der Staten met het Conventie-Ontwerp van groep 1; vijf Staten behielden zich voor, hunne decisie later te doen kennen; slechts één, en wel Nederland, verklaarde zich pertinent tegen: dit geschiedde bij monde van zijnen Gezant, den Heer Baron VAN ZUYLEN VAN NYEVELT, argumenteerende met de woorden, door den Heer BOSSCHA op de Vergadering der gedelegeerden uitgesproken.

Alle achting voor den man, die pal staat in zijn overtuiging en ze met talent verdedigt! Ik betreur alleen, dat ná de gevallen beslissing, Nederland meende zich uit de Internationale Commissie te moeten terugtrekken. Dat de sympathie van den Heer BOSSCHA voor de uitnemende mannen, geleerden en technici, der Fransche Sectie, en zijne bewondering voor het geleverde werk: »d'une superiorité marquée de conception et d'exécution" op zijne houding niet

zonder invloed is geweest, verraadt, dunkt mij, zijn verslag van het gebeurde duidelijk genoeg.

Maar ook Engeland teekende de conventie niet. Zoo was Nederland dan toch in goed gezelschap. De waarheid is, dat toch de gevoelens van de gedelegeerden der beide Staten zeer uiteenliepen. De Heer Bosscha kant zich persoonlijk tegen de oprichting en sleept zijn regeering mede. De Heer Chisholm is voorstander van het bureau en verklaart te betreuren, dat zijn Regeering niet geneigd is zijn advies te volgen, — al dadelijk op de Conferentie zelve, kort daarna in een schrijven aan het Comité international, waarin hij, evenals de Heer Bosscha, geroepen was zitting te nemen, eindelijk in een werkje *on the Science of Weighing and Measuring*, in 1874 te Londen verschenen. 't Is niet onbegrijpelijk, dat de Engelsche Regeering niet zeer geneigd was fondsen beschikbaar te stellen voor een inrichting, die betrekking had tot het metrieke stelsel, dat, hoewel in Engeland facultatief ingevoerd, geenszins populair was. Maar toen Chisholm het bureau een paar malen, na gedane verificaties, voor zijne »Courtesy" had moeten bedanken, wat hem weinig scheen te strooken met de waardigheid van Engeland, herhaalde hij zijn verzoek aan de Regeering, die, aangespoord ook door de internationale Commissie voor de graadmeting, er in 1885 toe overging. En kort daarna is Christie, de Royal Astronomer, Directeur der Sterrewacht van Greenwich, als Lid van het Comité international opgetreden. Zou, zoo kan ik niet nalaten mij af te vragen, zou de Heer Bosscha niet meer in ons belang en in het belang der zaak gehandeld hebben, wanneer hij had kunnen goedvinden, zijne krachten beschikbaar te stellen in hetzelfde Comité, waarin men hem zoo gaarne zou hebben zien zitting nemen? — Om de groote uitgaven had onze Regeering zich niet behoeven te onthouden: met onze 4 millioen inwoners hadden wij voor de inrichting éénmaal 6 à 7 duizend francs bij te dragen gehad en voorts jaarlijks 1200 à 1500.

Thans is het zoo ver gekomen, dat, met Nederland, alléén nog Griekenland en Montenegro buiten de conventie

staan. Alle andere staten van Europa, zoo kleine als groote, het meerendeel der staten van Amerika, met de Vereenigde Staten aan het hoofd, en in Azië alvast het Keizerrijk Japan, zijn toegetreden.

Intusschen was bij art. 1 van de *Dispositions transitoires* der Conventie aan al de Staten, die zich hadden laten vertegenwoordigen bij de internationale Commissie, ook aan hen, die zich bij de Conventie niet zouden aansluiten, het recht verzekerd op de eenmaal aangevraagde prototypen. Maar Nederland heeft van dat recht geen gebruik gemaakt. Het sloeg een anderen weg in, zich door onzen Gezant rechtstreeks tot den Hertog DECAZES wendende met het verzoek, de twee aangevraagde meters door tusschenkomst der Fransche sectie te mogen ontvangen. De Fransche Minister stemde daarin toe. Maar toen hij hiervan kennis gaf aan het Comité international, nam dit Comité de vrijheid, hem onder het oog te brengen, dat, bij herhaling dezer handelwijze, »*le but même de la convention du mètre serait compromis*"; en de Vice-president der Fransche sectie, de Generaal MORIN, tevens lid van het Comité international, vindt het noodig te constateeren »*que la Commission de la Section française n'a rien fait pour provoquer ni la demande du gouvernement Hollandais, ni la réponse qu'elle a reçue*". Overigens, niettegenstaande DUMAS, destijds President der Fransche Sectie, na de aanneming, de voordeelen, aan de oprichting van het bureau central verbonden, had in het licht gesteld, bewees de houding van den Generaal MORIN, Directeur van het Conservatoire des arts et métiers, in het Comité international duidelijk genoeg, dat de Fransche Sectie zich door de oprichting van dat bureau eenigszins gekrenkt gevoelde.

Genoeg, onze Commissie toog naar Parijs en vond, in het Conservatoire des Arts et Métiers, bij de Fransche Sectie, en in het bijzonder bij den Heer TRESCA, de grootste voorkomendheid en de meest gewenschte hulpvaardigheid. Tijdens de werkzaamheden deden zich echter een paar bezwaren op. Het eerste was, dat het *alliage* van de reeds getrokken meters door het Comité international werd afgekeurd. Men

had roestvlekjes opgemerkt en men onderstelde, dat ijzer in licht oxydeerbaren toestand in het alliage zou aanwezig zijn. Daarenboven wezen de laatste analysen, naar verbeterde methoden, een samenstelling aan (o. a. een gehalte van 1.3 à 1.4 $^0/_0$ ruthenium), die aan de vastgestelde eischen niet geheel voldeed. Andermaal begaf zich onze Commissie naar Parijs en overtuigde zich, dat de vlekjes slechts van ijzer stamden, dat bij de bewerking aan de oppervlakte was achtergebleven, en, na reiniging, onder de gunstigste voorwaarde voor oxydatie, zich niet opnieuw vertoonden; en terwijl de physische eigenschappen, waarop het aankomt, naar hunne bevinding niets te wenschen overlieten, lag in de samenstelling van het alliage voor hen geen grond, om de staven af te wijzen (Zie verslag Staatscourant 14 Juni 1878).

Later deed zich een moeilijkheid op van anderen aard. Bij de vergelijking met den mètre des Archives verkregen de Heeren TRESCA, vader en zoon, zonder verplaatsing van meters of mikroskopen, tusschen twee op elkander volgende waarnemingen, soms plotseling verschillen van 2 μ en meer, waarvan zij zich geen rekenschap wisten te geven. Onze Commissie werd daarom uitgenoodigd, haren bijstand te verleenen. De Heeren BOSSCHA en OUDEMANS (de Heer STAMKART vergezelde hen ditmaal niet) gaven daaraan gevolg en kwamen, bij onderzoek, al spoedig tot het vermoeden, dat de oorzaak schuilde in de mises-à-point, het »*instellen*", zooals wij het noemen, en eenige reeksen van bepalingen, met wijziging der instelling voor iedere reeks, door den Heer OUDEMANS ondernomen, lieten daaromtrent geen twijfel over. 't Strekt onzer Commissie tot eer, de bron der fout, waarop de Fransche geleerden waren gestuit, zoo spoedig te hebben aan het licht gebracht. Was zij daarmede niet opgeheven, de fout is accidenteel, kan in iedere bepaling even goed naar de eene als naar de andere zijde afwijken en verdwijnt in de gemiddelde des te meer, hoe grooter het aantal bepalingen is, met telkens veranderde instelling. Tot de verkregen nauwkeurigheid droeg nog bij, dat 3 mètres à traits (19, 23 en 27) met den mètre des Archives vergeleken, ook onderling konden vergeleken worden. Zoo daalde

de waarschijnlijke fout tot een fractie van een mikron, waarvan de grootste helft toch nog aan de onzekerheid der instelling, de kleinste aan andere bronnen van fout bleek te moeten worden toegeschreven.

Om de wijze, waarop onze Commissie haren arbeid heeft volbracht, — bijgestaan door de Fransche Sectie, en wel in 't bijzonder door de Heeren TRESCA, vader en zoon, alsmede door den Heer FIZEAU, den schepper van zoovele voortreffelijke methoden, — maar toch steunende op eigen kracht, ten volle te waardeeren, moet men kennis nemen van het verslag: *Relation des Expériences qui ont servi à la construction de deux mètres étalons en platine iridié, comparés directement avec le mètre des Archives.* Leide. BRILL. 1886), dat op zich zelf genoeg is, om den Heer BOSSCHA onder de natuurkundigen van onzen tijd een hoogen rang te verzekeren, en ons eerbied inboezemt voor de meters, waaraan zooveel zorg en talent is ten koste gelegd.

En toch zullen deze nog een vergelijking hebben te ondergaan.

Het Keizerlijk besluit van 1 September 1869, waarbij de Commission Internationale werd in het leven geroepen, bepaalt: »qu'il sera fait une copie légale, par un Mètre à traits, du Mètre à bouts des Archives". En de Commission Internationale, nauwelijks bijeengekomen, stelt vast, dat de Mètres à trait, directe kopieën van den Mètre des Archives, onderling zullen worden vergeleken, en dat één daarvan als prototype international zal worden aangenomen, »*par rapport auquel les équations de tous les autres seront exprimées*".

Met deze bepaling, eenstemmig door de Commissie aangenomen, heeft de Mètre à bouts des Archives feitelijk opgehouden de prototype te zijn.

De grond van dit besluit was niet ver te zoeken. 't Was algemeen erkend, dat de vervaardiging van een mètre à traits naar een mètre à bouts aan veel grooter fouten blootstelt dan die naar een mètre à traits. Tusschen twee bepalingen der eerste waren afwijkingen van 1 tot 4,5 μ voorgekomen, terwijl een streep midden tusschen twee strepen beoordeeld

werd tot op 0,05 μ. Ook de Nederlandsche Commissie vond, dat de eerste »*sont loin d'être aussi sûres que celles de mètres à traits entre eux*". Door een mètre à traits tot prototype international te verheffen *), zou dus een uniformiteit verkregen zijn, die voor meters, enkel met den mètre à bouts des Archives vergeleken, niet te bereiken was. Op die uniformiteit komt het aan. Of de meter, als prototype international aangenomen, een mikron korter of langer is dan de mètre des Archives, is in zekeren zin onverschillig: dat al de prototypes nationaux door verificatie met de prototype international onderling gelijk zijn, dáárop komt het aan. Men ziet, het is dus niet genoeg, dat onze meter N^{0}. 19

*) Nog is aan geen der kopieën van den Mètre des Archives de palm toegekend: men behelpt zich met een *prototype provisoire*. De vertraging is te zoeken in het bezwaar, dat men ondervond, om het gewenscht *alliage pur* (90 platinum met 10 iridium) in toereikende hoeveelheid te verkrijgen. Men was begonnen, met, op advies der scheikundige leden, het alliage der Fransche Sectie af te keuren. Later, toen gebleken was, dat de daarvan gemaakte meters tegenover temperatuursverandering en trillingen volkomen bestand waren, liet men aan de verschillende Staten de keuze tusschen de beide alliages; maar bijna allen verlangden nu het zuivere alliage, waarschijnlijk redeneerende, dat, zoo niet beter, het althans niet slechter zou zijn en in elk geval meer tot het beoogde ideaal zou naderen, waarvoor men wel 3000 francs over had. Nu evenwel bleef de firma JOHNSTONE, MATTHAEI & Co. in gebreke het zuivere alliage te leveren. BERTRAND, President der Acad. des Sciences, en, als zoodanig, ook van de internationale Commissie, deelde in eene vergadering van het Comité, Sept. 1885, een extract mede van een verslag van MATTHAEI, waaruit blijkt, dat het verkrijgen van zuiver platina geen bezwaar had opgeleverd, maar dat het iridium viermaal door STAS te Brussel en DEBRAY (opvolger van STE. CLAIRE DÉVILLE) te Parijs onvoldoende was bevonden, om eerst de vijfde maal te worden goedgekeurd. Thans evenwel meende MATTHAEI in staat te zijn, in 't vervolg het iridium even gemakkelijk zuiver te verkrijgen als andere metalen. En werkelijk is het hem gelukt, de verlangde hoeveelheid af te leveren, waarvan getuigd wordt: »*aussi parfait dans la proportion des deux métaux que dans la pureté*", en zijn thans de bestelde mètres à traits van het zuivere alliage allen in handen der Fransche Sectie, die belast is ze af te werken en te traceeren. Er is dus grond om te verwachten, dat ze regelmatig zullen gereed komen en dat de definitieve sanctie van een *mètre à traits international* niet zoo lang meer zal achterwege blijven.

Wie weten wil, wat het Bureau international intusschen gedaan heeft, raadplege zijne *Travaux et Mémoires*, 4°. Paris, en zijne *Rapport annuels*.

een trouwe kopie zij van den Mètre des Archives: om als mètre national bruikbaar te zijn, moet hij vergeleken worden met die andere kopie, gesanktionneerd als mètre international. Gelijkheid, zoo volkomen, dat men het verschil zou mogen verwaarloozen, zou een bloot toeval zijn, te meer, wijl, naar men verzekert, de eindvlakken van den mètre des Archives niet volkomen evenwijdig zijn en kleine indrukselen vertoonen. In sommige opzichten belooft de prototype international toch ook nog dichter bij den mètre des Archives te staan. Ik heb de fout op het oog, die uit de onjuiste mise-à-point voortvloeit. Onze Commissie had de bron der fout aangewezen, FIZEAU had ze verklaard en BOSSCHA gaf, met het oog op de bedoelde fout, in zijne *Relation des expériences*, langs een ongewonen weg, uitgaande van formules van LAGRANGE, de theorie van het optische stelsel. Daaruit leidde hij af, dat op twee wijzen, waarvan ééne althans aanwendbaar, de bedoelde fout kon worden verminderd. En, op zijne beurt, deed de Heer CORNU, lid der Fransche Sectie, een »simple procédé optique" aan de hand, om zich te overtuigen, of de instelling juist was en zoodoende, bijaldien onjuist, ze te kunnen verbeteren. Van de waarde van dit procédé heb ik mij voldoende kunnen overtuigen. Voor de vergelijkingen der meters, waaruit de prototype international zal worden gekozen, zullen deze, wellicht ook nog andere, procédé's ongetwijfeld worden aangewend, wat, zooals ook de Heer BOSSCHA erkent, tot nog grooter nauwkeurigheid zal kunnen leiden dan door onze Commissie bereikt werd. Maar ik geloof, dat nog aan andere oorzaken van verschil te denken is. Ten onrechte zou men in 't algemeen bij bepalingen, zoo ingewikkeld als deze, den maatstaf der verkregen juistheid in de waarschijnlijke fout zoeken. Met andere werktuigen, onder andere omstandigheden, heeft men verschil te wachten, met even kleine waarschijnlijke fout. Zonder bekende reden sluipen grootere of kleinere constante fouten in. Wel is hier geen contrôle verzuimd, om ze buiten te sluiten en ligt een groote waarborg voor juistheid in de schier volkomen gelijkheid der uitkomsten, met den comparateur à mouvement longitudinal en

met dien à mouvement latéral verkregen; maar toch houd ik mij overtuigd, dat men bij verificatiën voor wetenschappelijke doeleinden aansluiting aan den prototype international niet zou willen missen.

Hoe zou die te verkrijgen zijn?

Het ligt voor de hand: door middel van meter 23 aan te sluiten, wanneer die met den prototype international zal vergeleken zijn. Met meter 23, in het Conservatoire achtergelaten, zijn namelijk 19 en 27 vrij voldoende vergeleken. Maar daartegen zijn twee bezwaren: 1° zijn de *traits* van 23, zooals wij bij den Heer BOSSCHA lezen, »*beaucoup moins réussis*" en 2° werd in de vergelijkingen met 19 en 27, die onderling gelijk gebleven waren, later een verschil gevonden, waaruit men zou kunnen besluiten, dat N°. 23, »*fréquemment manié dans l'intervalle de* 1879 *à* 1880" eenige verandering had ondergaan, die later nog kan zijn toegenomen. Ik geloof dus niet, dat de geodesie daarmede zal tevreden wezen. En dan zou, naar mij toeschijnt, wel in aanmerking komen, zoodra de prototype voor ons zal beschikbaar wezen (de eerste konden hier wel eens de laatste zijn), tot den Minister van Koloniën het verzoek te richten, door een Commissie, op voordracht der Akademie te benoemen, den thans op de sterrewacht te Utrecht berustenden meter N°. 27 met meter N°. 19 op nieuw te laten vergelijken, en daarop te Parijs aan een directe vergelijking met den prototype international te onderwerpen (waarop ons in het Proces-Verbaal der overgifte door de Fransche sectie het recht is voorbehouden), om, naar Nederland teruggebracht, andermaal met meter N°. 19 vergeleken te worden. Zal hierbij gebleken zijn, zooals te verwachten is, dat de reis heen en weêr geen invloed heeft gehad op meter N°. 27, dan is een nieuwe proef geleverd van de deugdelijkheid der staven, en meter N°. 19 zal wel niet direct vergeleken zijn met den prototype international, maar op zeer voldoende wijze zijn aangesloten.

Daarmede zou dan, naar ik meen, aan alle redelijke eischen zijn voldaan. Meter 19 zou tot standaard kunnen worden verheven, onder vermelding der aequatie met den prototype

international, zooals die in de wetgeving van andere Staten te wachten is, en de geodesie zou, voor vergelijking van meters van gebruikte basis-toestellen, van slingerlengten enz., zich daarmede kunnen tevreden stellen.

Op grond nu van al het bovenstaande zou ik wenschen in bedenking te geven, een schrijven te richten aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, waarin de Akademie, met redenen omkleed, voorstelt:

1°. Nog geen gevolg te geven aan het voornemen, meter 19 bij Koninklijk Besluit tot wettigen standaard te verklaren en een vaste bewaarplaats aan te wijzen.

2°. Den Minister van Koloniën te willen verzoeken, op voordracht der Akademie, een Commissie te benoemen, om den meter N°. 27, onder bewaring op de sterrewacht te Utrecht, zoodra daartoe de gelegenheid zal geopend zijn, na comparatie met meter N°. 19, naar Parijs over te brengen, ten einde daar, onder haar toezicht en medewerking, vergeleken te worden met den prototype international, en daarna genoemden meter terug te brengen, om andermaal met meter N°. 19 te worden vergeleken.

3°. Het resultaat van een en ander aan de Koninklijke Akademie mede te deelen en van haar nadere voorstellen te willen afwachten.

4°. Aan de Commissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 21 Februari 1883, bestaande uit de Heeren Bosscha, Snijders en Schols, belast met de vervaardiging van kopieën ten behoeve van het ijkwezen, op voordracht der Akademie twee leden toe te voegen, om met de genoemde Heeren den arbeid voort te zetten, tot alléén de comparatie met meter 19, welks verschil met den prototype international zal bekend zijn, te doen zal zijn overgebleven.

5°. Vóór den aanvang der laatstgenoemde comparaties te laten onderzoeken, of het Trippenhuis een geschikte gelegenheid aanbiedt, om den wettigen standaardmeter te bewaren en, nu of later, de meters van den tweeden rang of wel daartoe bestemde staven daarmede te vergelijken.

In de tweede plaats:

1°. Den Minister van Binnenlandsche Zaken dank te zeggen voor het vragen van het advies der Akademie op de bij hem ingekomen stukken, betreffende de bewaring van meter 19.

2°. Genoemden Minister afschrift te zenden van het Rapport der Akademie aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid.

3°. Te verzoeken, gevolg te doen geven aan de uitvoering der verbouwing in het Trippenhuis, die door Zijne Excellentie aan de goedkeuring der Akademie werd onderworpen.

NASCHRIFT.

In de Vergadering van 26 Februari heeft de Heer Bosscha mij opmerkzaam gemaakt, dat de wet van 7 April 1869, *Staatsblad* N°. 57, als wettigen standaard een kopie vordert van den Mètre des Archives. Inderdaad luidt art. 2: Kopieën der voorwerpen, vermeld in art. 1 (meter en kilogram der Staatsarchieven van Frankrijk) berusten *als standaarden der maten* en gewichten onder onzen Minister van Binnenlandsche Zaken.

Tegenover die uitdrukkelijke bepaling der wet, verliest mijn betoog: dat het ontijdig zou zijn, meter 19 tot wettigen standaard te verheffen, — veel van zijne kracht.

Misschien zou zelfs wetsverandering noodig zijn, wanneer men in het Kon. Besluit, in plaats van de aequatie met den Mètre des Archives, die met den prototype international wilde opnemen.

Voorts, in aanmerking nemende, dat, in betrekking tot het IJkwezen, het door mij geopperde bezwaar is van zuiver formeelen aard, en dat de Leden der geodetische Commissie of andere geleerden, ook nadat meter 19 tot wettigen standaard zal verheven zijn, zelven zullen kunnen bepalen, of die, als zoodanig, voor hunne doeleinden bruikbaar is, en, zoo neen, wat behoort te geschieden, om hem bruikbaar te doen zijn, heb ik de eer voor te stellen:

den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid te kennen te geven, dat de Akademie geen bezwaar heeft tegen het verheffen van Meter 19 tot wettigen standaard; maar dat zij van oordeel is, dat de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, waaraan sedert 1809 de standaarden onzer

maten en gewichten onafgebroken werden toevertrouwd, daarbij als blijvende bewaarplaats van den bedoelden standaardmeter behoort te worden aangewezen, met dien verstande, dat hij derwaarts zal worden overgebracht en in handen gesteld van het Bestuur der Natuurkundige Afdeeling, zoodra de werkzaamheden der Rijks-Commissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 22 Februari 1883, de haar daarbij opgedragen taak zal hebben voltooid.

Terwijl bovenstaand voorstel op den bodem lag der voorstellen, in de vorige Vergadering door mij gedaan, verklaar ik hiermede, die allen in te trekken.

Utrecht, 5 Maart 1887. F. C. DONDERS.

VERSLAG

OVER EENE VERHANDELING

VAN DEN HEER **K. F. WENCKEBACH**, *Med.-Cand. te Utrecht*,

GETITELD:

DE EMBRYONALE ONTWIKKELING VAN DE ANSJOVIS
(*Engraulis encrasicholus*).

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 Februari 1887).



Het onderzoek van den Heer WENCKEBACH trekt al aanstonds daardoor de aandacht, dat het ons bekend maakt met de ontwikkelingsgeschiedenis eener voor ons vaderland zeer belangrijke vischsoort, wier levenswijze nog weinig en wier voortplanting ons nagenoeg geheel onbekend is.

De bevruchte eieren der Ansjovis behooren tot de zoogenoemde pelagische, d. i. zij worden drijvende aan de oppervlakte van het water aangetroffen. Hand aan hand gaat daarmede gewoonlijk een zeer snelle ontwikkeling gepaard. Dit geldt ook voor de Ansjovis, wier embryonale ontwikkeling binnen drie etmalen is afgeloopen.

Het kuitschieten grijpt waarschijnlijk in den vroegen morgen of in den nacht plaats, zooals ook bij vele andere Beenvisschen het geval is. De schrijver heeft den ontwikkelingsgang van het embryo alleen aan levende eieren kunnen bestudeeren. Het zeer taaie, weerstandbiedende dooiervlies liet zich niet verwijderen, zonder tevens het teedere embryo te beschadigen.

Het is hem gelukt de jonge vischjes tot ruim vier dagen

na het uitkomen in het leven te houden. Dan is de dooierzak geheel geresorbeerd en is het tijdstip aangebroken, dat zij hun voedsel zelf moeten gaan zoeken. Ook in dit stadium ontbreken de bloedlichaampjes nog geheel.

Aan het einde zijner verhandeling geeft de schrijver de kenmerken op, waardoor het ei en het embryo der Ansjovis zich van dat van andere Beenvisschen onderscheidt, ten einde latere onderzoekers in de gelegenheid te stellen, met vrij groote zekerheid, jonge Ansjovis van andere jonge vischsoorten te onderscheiden — iets wat in den regel uiterst moeielijk is.

Een achttal teekeningen verduidelijken den tekst.

De ondergeteekenden, benoemd om over deze verhandeling rapport uit te brengen, stellen u voor, haar in de 4° werken te doen opnemen.

Leiden, Februari 1887.

C. K. HOFFMANN.
P. P. C. HOEK.

OVER DEN INVLOED
DER
MASSAVERDEELING OP DE SLINGERLENGTE,
DOOR

C. H. C. GRINWIS.

1. Christiaan Huygens gaf in het vierde Deel van het *Horologium Oscillatorium* zijn beroemd theoretisch onderzoek over het slingerpunt (*de Centro Oscillationis*).

In *Propositio* XXI, met het opschrift: *Quomodo in figuris planis centra oscillationis inveniantur*, behandelt Huygens verschillende gevallen, waarbij eene zware, vlakke, verticale figuur om eene horizontale as wentelt, die in haar vlak ligt, of die loodrecht op haar vlak staat. Zijne vernuftige opvatting heeft den weg gewezen, die bij de bepaling der slingerlengte in het algemeen moet worden ingeslagen.

In de volgende bladzijden zullen wij eene methode toepassen, die voor het vinden der slingerlengte, van meer zamengestelde en van uitgeholde (doorboorde) vlakke figuren zeer doelmatig schijnt. Daarna zullen wij den invloed nagaan, die zoowel de grootte als de vorm van zoodanige figuren op de slingerlengte heeft.

2. Wanneer twee lichamen, wier massa's m en m' zijn en wier zwaartepunten op afstanden h en h' van de omwentelingsas liggen, vrij en onafhankelijk van elkander bewegende, de slingerlengten L en L' bezitten, zullen zij, in den evenwichtstoestand te zamen verbonden, een slinger

vormen, waarvan de slingerlengte l gegeven wordt door de vergelijking:

$$l = \frac{m\,h\,L + m'\,h'\,L'}{m\,h + m'\,h'} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

Immers, als T en T' de traagheidsmomenten der beide massa's ten opzichte der as zijn, volgt:

$$L = \frac{T}{m\,h} \qquad L' = \frac{T'}{m'\,h'}$$

en de bekende vergelijking voor den zamengestelden slinger:

$$l = \frac{T + T'}{m\,h + m'\,h'}$$

gaat, na substitutie van bovenstaande waarden voor T en T', in (1) over.

Uit deze vergelijking volgt de betrekking, die er bestaat tusschen de slingerlengte van een lichaam en die zijner beide, naar willekeur gekozene deelen. Noemen wij de statische momenten dier *complementaire* deelen ten opzichte der horizontale omwentelingsas, $m\,h = \mu$ en $m'\,h' = \mu'$, zoo volgt:

$$\mu\,L + \mu'\,L' = (\mu + \mu') \,.\, l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Deze vergelijking nu kan in vele gevallen tot eene eenvoudige bepaling der slingerlengte leiden.

Doch vergelijking (2) geldt bij uitstek voor *uitgeholde*, doorboorde, figuren. Wanneer M het statische moment der totale massa, μ' dat der weggenomene en μ dat van het overblijvende deel zijn, volgt:

$$l = \frac{M\,L - \mu'\,L'}{M - \mu'} = \frac{M\,L - \mu'\,L'}{\mu} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Uit deze vergelijking volgt, dat zal de uitholling geen invloed op de slingerlengte hebben, zal dus $l = L$ zijn, het noodig en voldoende is $L' = L$ te nemen; m. a. w. het uitgenomen deel moet dezelfde slingerlengte bezitten als de

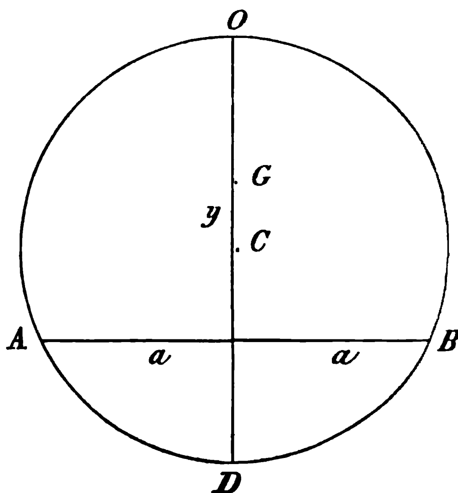
geheele massa vóór de uitholling, zooals à priori was in te zien. De weg te nemen massa, die men in dit geval als *neutrale* massa kan beschouwen, zou men eveneens aan de niet uitgeholde massa kunnen *toevoegen*, zonder de slingerlengte te wijzigen. Dit geldt nog voor de toevoeging van een willekeurig veelvoud $q\,m$ dier massa, mits zij in dezelfde verhouding verdeeld is als de massa m.

Stellen wij voor de slingerlengten L en L' der beide deelen $L = l + \Delta$ en $L' = l + \Delta'$, zoo volgt nog:

$$\Delta\,\mu + \Delta'\,\mu' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

zoodat Δ en Δ' tegengesteld van teeken zijn; van de beide slingerlengten L en L' is dus de eene grooter, de andere steeds kleiner dan de slingerlengte l der geheele massa.

3. Passen wij vergelijking (2) toe op de bepaling der slingerlengten der twee *complementaire* segmenten eener cirkelschijf en wel voor het geval, dat de op het vlak van teekening loodrecht staande as door het punt O van den omtrek gaat, dat met het midden van den segmentboog van $A\,O\,B$, of met het midden van den complementairen boog van het complementaire segment $A\,D\,B$ zamenvalt.



Zij r de straal van den cirkel, $A\,B = 2\,a$ de koorde en i de inhoud van het segment $A\,O\,B$, G zijn zwaartepunt, T_0 zijn traagheidsmoment t. o. der as, die door het middenpunt C, loodrecht op het vlak van het segment staat; zij verder $G\,C = y$, $O\,G = h$ en de traagheidsstraal (rayon de gyration) ten opzichte van eene normale as, gaande door het zwaartepunt G, gelijk k.

Nemen wij de homogene dichtheid gelijk één, zoodat i, te gelijk met den inhoud, de massa van het segment aan geeft, zoo volgt:

$$k^2 = \frac{T_0}{i} - y^2$$

Nu is, zooals bekend is, voor een cirkelsegment:

$$y = \frac{(A\,B)^3}{12\,i} = \frac{2\,a^3}{3\,i};$$

dan volgt:

$$k^2 = \frac{T_0}{i} - \frac{4\,a^6}{9\,i^2} = \frac{9\,i\,T_0 - 4\,a^6}{9\,i^2},\quad h = r - y = \frac{3\,i\,r - 2\,a^3}{3\,i};$$

en als L de slingerlengte van het segment $A\,O\,B$, zal:

$$L = h + \frac{k^2}{h} = \frac{3\,i\,r - 2\,a^3}{3\,i} + \frac{9\,i\,T_0 - 4\,a^6}{3\,i\,(3\,i\,r - 2\,a^3)}$$

$$= \frac{(3\,i\,r - 2\,a^3)^2 + 9\,i\,T_0 - 4\,a^6}{3\,i\,(3\,i\,r - 2\,a^3)},$$

zoodat:

$$L = \frac{3\,T_0 + 3\,i\,r^2 - 4\,a^3\,r}{3\,i\,r - 2\,a^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Voor een halven cirkel is $T_0 = \frac{\pi}{4} r^4$ en $a = r$, dus dan wordt:

$$L_1 = \frac{9\,\pi - 16}{3\,\pi - 4} \cdot \frac{r}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5_a)$$

Voor de algemeene waarde der slingerlengte L' van het complementaire segment $A\,B\,D$, ten opzichte derzelfde as, door O gaande, geeft (2):

$$\mu\,L + \mu'\,L' = (\mu + \mu')\,l;$$

nu is:

$$\mu = i\,h = i\,r - \frac{2}{3}\,a^3$$

$$\mu' = \pi r^3 - \mu = \pi r^3 - i r + \frac{2}{3} a r^3 = i' r + \frac{2}{3} a^3,$$

waarin i' den inhoud van het segment $A D B$ aanduidt. Daar nu voor de geheele schijf ten opzichte eener as door O gaande, zooals bekend is, $l = \frac{3}{2} r$, volgt:

$$(\mu + \mu') l = \pi r^3 \cdot \frac{3}{2} r = \frac{3}{2} \pi r^4.$$

Derhalve volgt voor de betrekking tusschen de slingerlengten L en L' der beide segmenten:

$$(i r - \frac{2}{3} a^3) L + (i' r + \frac{2}{3} a^3) L' = \frac{3}{2} \pi r^4;$$

dus als $I = \pi r^2$ den inhoud van den cirkel voorstelt:

$$2 (3 i r - 2 a^3) L + 2 (3 i' r + 2 a^3) L' = 9 I r^2$$

of als $L_0 = \frac{3}{2} r$ de slingerlengte van den geheelen cirkel, volgt de symetrische betrekking:

$$(3 i r - 2 a^3) L + (3 i' r + 2 a^3) L' = 3 I r L_0. \quad . \quad (6)$$

Ingevolge (5) zal dus:

$$6 T_0 + 6 i r^2 - 8 a^3 r + 2 (3 i' r + 2 a^3) L' = 9 I r^2,$$

wanneer $T'_0 = \frac{1}{2} \pi r^4 - T_0$ het traagheidsmoment van het segment $A D B$ t. o. der normale as door C, volgt:

$$2 (3 i' r + 2 a^3) L' = 6 I r^2 + 6 T'_0 - 6 i r^2 + 8 a^3 r,$$

zoodat:

$$L' = \frac{3 T'_0 + 3 i' r^2 + 4 a^3 r}{3 i' r + 2 a^3} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Voor een halven cirkel wordt:

$$L'_1 = \frac{9 \pi + 16}{3 \pi + 4} \cdot \frac{r}{2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (7_a)$$

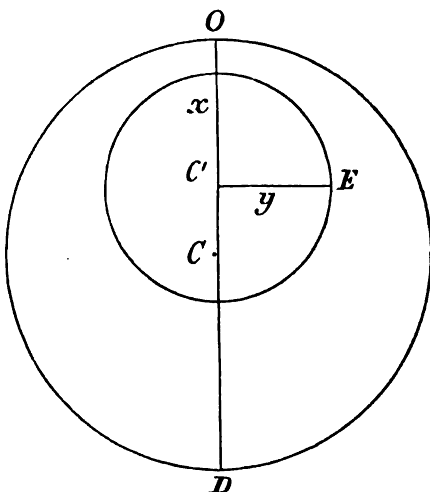
Derhalve zijn de slingerlengten der beide halve cirkels,

waarin $A\,O\,B$ en $A\,D\,B$ overgaan, ten opzichte der door O gaande normale as,

$$L = \frac{9\pi - 16}{3\pi - 4} \cdot \frac{r}{2} = 1.1313 \ldots . r$$

$$L' = \frac{9\pi + 16}{3\pi + 4} \cdot \frac{r}{2} = 1.6490 \ldots . r.$$

4. *Invloed van het gedeeltelijk wegnemen der massa eener vlakke figuur op de slingerlengte.*



Beschouwen wij eene zware, homogene cirkelvormige schijf, draaibaar om eene horizontale as, die door een punt O van den omtrek gaat en loodrecht op haar vlak staat; onderzoeken wij, hoe eene cirkelvormige opening, wier centrum op de verticale middellijn $O\,D$ ligt, de slingerlengte wijzigt. Het zal ons blijken, dat die invloed tamelijk zamengesteld is; dat de slingerlengte daardoor zoowel grooter als kleiner kan worden en afhangt van de grootte der opening en van de plaats van haar middenpunt.

Zijn C en C' de centra van schijf en opening, $O\,C = r$, $O\,C' = x$; de straal der opening $C'\,E = y$.

Wanneer nu L en L' de slingerlengten der niet uitgeholde schijf en van het weggenomen deel voorstellen, beide ten opzichte der normale as, die door O gaat, zal, zooals bekend,

$$L = \frac{3}{2}r \qquad L' = \frac{x^2 y^2 + \frac{1}{2} y^4}{x\,y^2} = \frac{h^2 m' + k^2 m'}{h\,m'}$$

en vergelijking (3) geeft voor de slingerlengte l der uitgeholde schijf:

$$l = \frac{\frac{3}{2} r^4 - \frac{1}{2}(2 x^2 y^2 + y^4)}{r^3 - x y^2} = \frac{3 r^4 - 2 x^2 y^2 - y^4}{2 (r^3 - x y^2)} \text{ . (8)}$$

of:

$$l = \frac{3}{2} r - \frac{(y^2 - 3 r x + 2 x^2) y^2}{2 (r^3 - x y^2)} \text{. . . . . } (8_a).$$

Voor $y = 0$, de niet uitgeholde schijf, is $l = \frac{3}{2} r = l_0$ en deze *normale slingerlengte* volgt eveneens, wanneer

$$y^2 = (3 r - 2 x) x \text{, ... (9)}$$

mits de noemer eindig blijft, wat behalve voor $x = y = r$, altijd het geval is, *zoo de cirkelvormige opening geheel binnen de grenzen van de cirkelvormige schijf valt*, wat wij steeds zullen aannemen; alsdan zal:

$$\left.\begin{array}{l} \text{voor waarden van } x < r \quad y = \text{of} < x \\ \text{voor waarden van } x > r \quad y = \text{of} < 2 r - x \end{array}\right\} \text{. (10)}$$

Zoo wij de waarden van y als ordinaat, loodrecht op de x-as uitzetten, volgt uit (9) de ellips ONB, waarvan de halve assen volgens x en y

$$FO = \frac{3}{4} r = 0.75 \ldots . r$$

$$FN = \frac{3}{4} r \sqrt{2} = 1.06 \ldots . r.$$

Daar nu, bij de door ons gemaakte onderstelling (10), y steeds kleiner is dan de overeenkomstige ordinaten van de lijnen OH en HA (hoogstens daar aan gelijk is) en daar de kromme $r^3 = x y^2$ steeds *buiten* den driehoek OHA valt, zoodat de noemer van het gebroken, uit het tweede lid van vergel. (8_a),

$$\frac{(y^2 - 3\,r\,x + 2\,x^2)\,y^2}{2\,(r^3 - x\,y^2)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

steeds *positief* is, volgt, dat deze uitdrukking voor waarden van x tusschen nul en $\frac{4}{3}r$ *negatief*, voor waarden tusschen $\frac{3}{2}r$ en $2\,r$ steeds *positief* is, doch voor x tusschen $O\,D = \frac{4}{3}r$ en $O\,B = \frac{3}{2}r$ kan dit gebroken *zoowel negatief als positief* zijn.

Volgens (8_a) zal dus de lengte van den equivalenten eenvoudigen slinger steeds *grooter* dan $l_0 = \frac{3}{2}r$ zijn, wanneer het middenpunt der opening zich tusschen O en D bevindt; *kleiner* dan l_0 worden, wanneer het centrum tusschen B en A ligt. De slingerlengte kan *zoowel grooter als kleiner* dan die normaalwaarde zijn, wanneer het middenpunt der opening tusschen D en B ligt.

5. *Vervolg*. De vergelijking (8)

$$l = \frac{3\,r^4 - 2\,x^2\,y^2 - y^4}{2\,(r^3 - x\,y^2)}$$

geeft voor de *maximum*- en *minimum*-waarden van l de vergelijkingen:

$$\left.\begin{array}{l} y^4 - 2\,x^2\,y^2 + 4\,r^3\,x - 3\,r^4 = 0 \\ \text{en} \\ 2\,r^3\,y^2 - x\,y^4 + 2\,r^3\,x^2 - 3\,r^4\,x = 0 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (12)$$

de eerste met r vermenigvuldigende, geeft hunne som, na herleiding,

$$(x - r)\,(y^2 - r^2)\,(y^2 + 2\,r\,x + 3\,r^2) = 0;$$

voor $x = r$ geeft ieder der vergelijkingen (12)

$$y^4 - 2\,r^2\,y^2 + r^4 = 0 \quad \text{of} \quad (y^2 - r^2)^2 = 0,$$

zoodat

$$x = r \quad \text{en} \quad y = r$$

de eenige bruikbare waarden zijn, die voldoen. Bij substitutie volgt $l = 2r$, derhalve de *maximumwaarde.*

Eene *minimumwaarde* voor l, bestaat niet, wanneer y onbepaald toe kan nemen, zooals à priori is in te zien.

Neemt men echter de straks gemaakte voorwaarde aan, uitgedrukt in de ongelijkheden (10), zoo blijkt uit (8_a), dat voor eene bepaalde waarde van x, l het kleinst wordt, wanneer y zoo groot mogelijk is genomen; volgens het boven ontwikkelde moet dus als $x > r$, $y = 2r - x$ zijn, m. a. w. de minimumwaarde van l volgt bij aanraking der opening aan den benedenrand, bij A.

Nemen wij, ten einde die minimumwaarde te bepalen, in (8) $x = 2r - y$, zoo volgt, wanneer wij den gemeenschappelijken factor $r - y$ weglaten:

$$l = \frac{3r^3 + 3r^2 y - 5ry^2 + 3y^3}{2(r^2 + ry - y^2)}, \quad \ldots\ldots \quad (13)$$

of, zoo wij $y = pr$ stellen:

$$l = \frac{3 + 3p - 5p^2 + 3p^3}{1 + p - p^2} \cdot \frac{r}{2};$$

dat is:

$$l = \left(1 - \frac{(2 - 3p)p^2}{3(1 + p - p^2)}\right) l_0.$$

De minimumwaarde van l wordt, ingevolge deze laatste uitdrukking, bepaald door de vergelijking:

$$3p^3 - 6p^2 - 7p + 4 = 0 \quad \ldots\ldots \quad (14)$$

Zij heeft twee positieve wortels, waarvan alleen die, waar $p < 1$, dat is $p = 0.44133$ in aanmerking komt. Dit minimum heeft dus plaats voor $x = 2r - y = (2 - p)r$, d. i. voor:

$$x = 1.5586 \ldots r \quad \text{en} \quad y = 0.4413 \ldots r;$$

de slingerlengte daalt dan tot:

$$l = 1.44718 \ldots . r = 0.96478 \ldots . l_0.$$

In resumé blijkt dus, dat de slingerlengte eener cirkelvormige, homogene schijf als een punt van den omtrek in de op die schijf normale as ligt, gelijk $l_0 = \frac{3}{2} r$ is; door cirkelvormige uitholling, waarbij het centrum der opening op de verticale middellijn ligt en die opening geheel binnen het oppervlak der schijf valt, kan de slingerlengte zoowel *kleiner* als *grooter* worden dan de aanvankelijke waarde l_0 en wel kan zij tusschen de grenzen:

$$1.44718 \ldots . r \text{ en } 2 r$$

of:

$$0.96478 \ldots . l_0 \text{ en } 1.3333 \ldots . l_0$$

veranderen.

Ten einde een volledig overzicht van het verloop der slingerlengte te verkrijgen voor het geval, dat de cirkelvormige opening den boven of beneden rand der schijf raakt, terwijl haar middenpunt van den afstand $x = 0$, tot $x = 2r$ van de omwentelingsas verwijderd is, merken wij op, dat voor de bovenhelft in de vergelijking (8) $y = x$ moet genomen worden en voor de benedenhelft in die zelfde vergelijking $y = 2r - x$ gesteld worden moet. Wij vinden dan voor de bovenhelft:

$$l_1 = \frac{3}{2}\left(\frac{r^4 - x^4}{r^3 - x^3}\right)$$

of:

$$l_1 = \frac{3}{2}\left(\frac{r^3 + r^2 x + r x^2 + x^3}{r^2 + r x + x^2}\right) = \left(1 + \frac{x^3}{r(r^2 + r x + x^2)}\right) l_0 \ldots (15_a)$$

voor de benedenhelft:

$$l_2 = \frac{3 x^4 - 16 r x^3 + 32 r^2 x^2 - 32 r^3 x + 13 r^4}{2 (x^3 - 4 r x^2 + 4 r^2 x - r^3)}$$

dat is, wanneer wij den gemeenen factor $x - r$ weglaten:

$$l_2 = \frac{3x^3 - 13rx^2 + 19r^2x - 13r^3}{2(x^2 - 3rx + r^2)} \quad . \; . \; . \; (15_b)$$

De kromme, door (15_a) en (15_b) voorgesteld, waarbij l de ordinaat, geeft een overzicht van den loop der slingerlengte. De waarden van l_1 zijn steeds grooter dan l_0; voor $x = r$ worden l_1 en l_2 beide gelijk $2r$.

Van $x = r$ tot $x = \frac{4}{3}r$ neemt l_2 van $2r$ tot $\frac{3}{2}r$ af; voor de waarden $x = \frac{4}{3}r$ en $x = 2r$ is $l_2 = \frac{3}{2}l = l_0$, doch l_2 is dan voor de tusschenwaarden van x steeds kleiner dan die normaalwaarde.

6. *Drie- en vierhoekige opening.* Voor het geval, dat de twee complementaire massa's *hetzelfde zwaartepunt* hebben, gaat, wanneer m en m' die massa's zijn, de vergelijking (2) over in de meer eenvoudige:

$$mL + m'L' = (m + m')l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16_a)$$

of zoo wij de dichtheid weder gelijk de eenheid nemen, zoodat $m = i$ en $m' = i'$, waarin i en i' de inhouden der beide complementaire, vlakke figuren voorstellen, volgt:

$$iL + i'L' = (i + i')l \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (16_b)$$

Wanneer eene cirkelvormige plaat met den straal r wordt uitgehold door een gelijkzijdigen driehoek, wiens zijde a en waarvan het zwaartepunt met het middenpunt der homogene schijf zamenvalt, zal:

$$i = \frac{a^2}{4}\sqrt{3}, \qquad i' = \pi r^2 - \frac{a^2}{4}\sqrt{3}, \qquad k^2 = \frac{1}{12}a^2,$$

$$L = r + \frac{k^2}{r} = \frac{12r^2 + a^2}{12r}, \qquad l = \frac{3}{2}r;$$

derhalve geeft (16_b) voor de slingerlengte L' der uitgeholde schijf,

$$\frac{a^2}{4}\left(\frac{12r^2 + a^2}{12r}\right)\sqrt{3} + \left(\pi r^2 - \frac{a^4}{4}\sqrt{3}\right)L' = \frac{3}{2}\pi r^3,$$

dus:

$$12\,r\,(4\,\pi\,r^2 - a^2\sqrt{3})\,L' = 72\,\pi\,r^3 - (12\,r^2 + a^2)\,a^2\sqrt{3}$$

$$L' = \frac{72\,\pi\,r^3 - 12\,a^2\,r^2\sqrt{3} - a^4\sqrt{3}}{12\,r\,(4\,\pi\,r^2 - a^2\sqrt{3})} \;.\;.\;.\;.\;.\; (17)$$

Als weder $l_0 = \frac{3}{2}\,r$, de slingerlengte der niet uitgeholde schijf en $a = \beta\,r$, wordt

$$L' = \frac{72\,\pi - (12 + \beta^2)\,\beta^2\sqrt{3}}{18\,(4\,\pi - \beta^2\sqrt{3})}\,l_0 \;.\;.\;.\;.\;.\; (17_a)$$

Voor $\beta = 0$, dus $a = 0$, wordt $L' = l_0$; voor $\beta = 1$ of $a = r$, volgt:

$$L' = \frac{72\,\pi - 13\sqrt{3}}{72\,\pi - 18\sqrt{3}}\,l_0.$$

Voor $\beta = \sqrt{3}$ of $a = r\sqrt{3}$, den ingeschreven regelmatigen driehoek, is:

$$L' = \frac{8\,\pi - 5\sqrt{3}}{8\,\pi - 6\sqrt{3}}\,l_0. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (17_b)$$

Bij eene driehoekige opening verandert dus de slingerlengte van l_0 tot $1.11 \ldots\ l_0$, wanneer die opening van nul af toeneemt tot den *ingeschreven* driehoek. Zoo de opening een vierkant is, waarvan de zijde a en welks middenpunt weder met dat van den cirkel zamenvalt, vindt men op dezelfde wijze voor de slingerlengte der uitgeholde schijf, terwijl hier $k^2 = \frac{1}{6}\,a^2$,

$$L' = \frac{9\,\pi\,r^4 - 6\,a^2\,r^2 - a^4}{6\,r\,(\pi\,r^2 - a^2)}\,; \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (18)$$

dus als $a = \beta\,r$:

$$L' = \frac{9\,\pi - (6 + \beta^2)\,\beta^2}{9\,(\pi - \beta^2)}\,l_0. \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (18_a)$$

Voor $\beta = \sqrt{2}$, of $a = r\sqrt{2}$, den ingeschreven vierhoek, is:

$$L' = \frac{9\pi - 16}{9\pi - 18} l_0 \ldots\ldots\ldots\ldots (18_b)$$

de slingerlengte neemt met de grootte der opening toe van l_0 tot $1.19 \ldots . l_0$.

Merkwaardig is het, dat de *stand* van den driehoek of vierhoek ten opzichte der lijn, die het middenpunt met het ophangpunt (snijpunt der as met het vlak van teekening) verbindt, geen invloed op de slingerlengte heeft en zulks geldt blijkbaar algemeen voor iedere figuur.

Wanneer wij dus een concentrische driehoek, vierhoek en cirkel als opening aannemen, wier gemeenschappelijk zwaartepunt in het middenpunt der schijf ligt, blijkt alzoo, dat bij allen de slingerlengte der uitgeholde schijf met de grootte der opening toeneemt en wel respectievelijk van l_0 tot

$$1.11 \ldots . l_0, \qquad 1.19 \ldots . l_0, \qquad 1.33 \ldots . l_0,$$

welke getallen zich ongeveer verhouden als de getallen

$$50, \qquad 54, \qquad 60,$$

wanneer voor l_0 45 wordt aangenomen.

7. *Invloed van den vorm der vlakke figuur op de slingerlengte.*

Ten einde den invloed van den *vorm* op de slingerlengte na te gaan, zullen wij onderzoeken, hoeveel de normale slingerlengte veranderd wordt, wanneer de cirkelvormige schijf achtervolgens wordt uitgehold door een cirkel of door een gelijkzijdigen driehoek *van denzelfden inhoud*, die beide hun middenpunt in het slingerpunt der niet uitgeholde schijf hebben.

Zij $r' = pr$ de straal der cirkelvormige opening, dan geeft de formule (8_a) van n^0. 4 de verandering der slingerlengte door $x = \frac{3}{2} r$, $y = pr$ te stellen, en er volgt:

$$\Delta_c l_0 = - \frac{2p^4}{3(2 - 3p^2)} l_0 \ldots\ldots (19)$$

Voor de slingerlengte bij eene driehoekige opening, wier centrum op een afstand $h = \lambda r$ van het ophangpunt verwijderd is, terwijl de zijde van den driehoek gelijk $a = \beta r$, volgt, daar weder $k^2 = \frac{1}{12} a^2$:

$$\mu L + \mu' L' = (\mu + \mu') l_0$$

$$\frac{1}{4} a^2 \cdot \frac{12 h^2 + a^2}{12} \sqrt{3} + (\pi r^3 - \frac{1}{4} a^2 h \sqrt{3}) L' = \frac{3}{2} \pi r^4$$

of:

$$a^2 (12 h^2 + a^2) \sqrt{3} + 12 (4 \pi r^3 - a^2 h \sqrt{3}) L' = 72 \pi r^4,$$

dus:

$$L' = \frac{72 \pi r^4 - a^2 (12 h^2 + a^2) \sqrt{3}}{12 (4 \pi r^3 - a^2 h \sqrt{3})}$$

of, wanneer wij a en h in r uitdrukken,

$$L' = \frac{72 \pi - (12 \lambda^2 + \beta^2) \beta^2 \sqrt{3}}{18 (4 \pi - \lambda \beta^2 \sqrt{3})} l_0 ; \quad . \; . \; . \; (20)$$

zullen driehoek en cirkel denzelfden inhoud hebben, zoo moet:

$$\pi r'^2 = \frac{1}{4} a^2 \sqrt{3} \quad \text{of} \quad \beta^2 \sqrt{3} = 4 \pi p^2.$$

Verder is, volgens de onderstelling $\lambda = \frac{3}{2}$, zoodat uit bovenstaande waarde (20) volgt:

$$L' = \frac{72 \pi - \left(27 + \frac{4 \pi p^2}{\sqrt{3}}\right) 4 \pi p^2}{18 \left(4 \pi - \frac{3}{2} . 4 \pi p^2\right)} . l_0$$

$$= \frac{18 - \left(27 + \frac{4 \pi p^2}{\sqrt{3}}\right) p^2}{9 - (2 - 3 p^2)} l_0$$

$$= \left(1 - \frac{4\pi p^4}{9(2 - 3p^2)\sqrt{3}}\right) l_0$$

$$= \left(1 - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{2p^4}{3(2 - 3p^2)}\right) l_0$$

Dus wordt de verandering der normale slingerlengte bij den driehoek:

$$\Delta_3 l_0 = -\frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \cdot \frac{2p^4}{3(2 - 3p^2)} l_0 . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Vergelijken wij deze waarde bij de verandering in slingerlengte voor de cirkelvormige opening van denzelfden inhoud, zoo blijkt, dat:

$$\frac{\Delta_3 l_0}{\Delta_c l_0} = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} = 1{,}20916, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

zoodat de vermindering in slingerlengte bij de driehoekige opening ongeveer $\frac{6}{5}$ maal grooter is dan de vermindering in slingerlengte bij de cirkelvormige opening van gelijken inhoud. Is de opening een regelmatige vierhoek met de zijde a, zoo volgt op dezelfde wijze en met dezelfde notatie, terwijl nu $k^2 = \frac{1}{6} a^2$, uit:

$$\mu L + \mu' L' = (\mu + \mu') l_0 ,$$

$$a^2 h \left(\frac{6h^2 + a^2}{6h}\right) + (\pi r^3 - a^2 h) L' = \frac{3}{2} \pi r^4$$

$$a^2 (6h^2 + a^2) + 6(\pi r^3 - a^2 h) L' = 9\pi r^4$$

$$L' = \frac{q\pi - (6\lambda^2 + \beta^2)\beta^2}{9(\pi - \lambda\beta^2)} l_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Wanneer het vierkant en de cirkel denzelfden inhoud hebben, moet:

$$\pi r'^2 = a^2 \quad \text{of} \quad \beta^2 = \pi p^2$$

verder is weder $\lambda = \frac{3}{2}$, zoodat:

$$L' = \frac{9\pi - \left(\frac{27}{2} + \pi p^2\right)\pi p^2}{9\left(\pi - \frac{3}{2}\pi p^2\right)} l_0$$

$$= \frac{18\pi - (27 + 2\pi p^2)\pi p^2}{9(2\pi - 3\pi p^2)} l_0$$

$$= \frac{18 - (27 + 2\pi p^2)p^2}{9(2 - 3p^2)} l_0$$

$$= \left(1 - \frac{\pi}{3} \cdot \frac{2\pi p^4}{3(2-3p^2)}\right) l_0.$$

Derhalve is de verandering der normale slingerlengte bij den vierhoek

$$\Delta_4 l_0 = -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{2\pi p^4}{3(2-3p^2)} l_0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

Uit de vergelijking dezer waarde met die voor den cirkelvormige opening volgt,

$$\frac{\Delta_4 l_0}{\Delta_c l_0} = \frac{\pi}{3} = 1.04719. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

De invloed der vierhoekige opening op de slingerlengte is dus grooter dan die der cirkelvormige opening; de verandering der slingerlengte is echter minder dan bij de driehoekige opening.

De veranderingen der slingerlengte voor drie- en vierhoekige openingen van denzelfden inhoud, hebben dus tot verhouding:

$$\frac{\Delta_3 l_0}{\Delta_4 l_0} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.15470. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

8. *Vervolg.* Tot een beter inzicht van het in n°. 7 ver-

kregen resultaat is eene meer algemeene behandeling noodig, waarbij een regelmatige n-hoek met een cirkel van gelijken inhoud wordt vergeleken.

Noemen wij de zijde van den veelhoek a en den straal van zijn omgeschreven cirkel ϱ, zoo volgt, als t de traagheidsstraal van een middenpuntsdriehoek is, t. o. van eene lijn door zijn zwaartepunt, loodrecht op zijn vlak, gelijk bekend is,

$$t^2 = \frac{1}{36}(a^2 + 2\varrho^2),$$

dus ten opzichte eener daaraan evenwijdige loodlijn, gaande door het middenpunt van den regelmatigen veelhoek, welk middenpunt op een afstand $\frac{2}{3}\sqrt{\varrho^2 - \frac{1}{4}a^2}$ van dit zwaartepunt verwijderd is, volgt voor k, den traagheidsstraal van den regelmatigen n-hoek,

$$k^2 = \frac{1}{36}(a^2 + 2\varrho^2) + \frac{4}{9}\left(\varrho^2 - \frac{1}{4}a^2\right)$$

of

$$k^2 = \frac{1}{2}\varrho^2 - \frac{1}{12}a^2;$$

daar $a = 2\varrho \sin\frac{\pi}{n}$, volgt:

$$k^2 = \frac{a^2}{24}\left(\frac{3 - 2\sin^2\frac{\pi}{n}}{\sin^2\frac{\pi}{n}}\right) = \frac{a^2}{12}\left(\frac{2 + \cos\frac{2\pi}{n}}{1 - \cos\frac{2\pi}{n}}\right) \quad \ldots \quad (27)$$

Voor $n = 3$ en $n = 4$ wordt $k^2 = \frac{1}{12}a^2$ en $k^2 = \frac{1}{6}a^2$, terwijl voor den cirkel, zoo wij $a = 2\varrho \sin\frac{\pi}{n}$ substitueeren, volgt:

$$k^2 = \frac{1}{2}\varrho^2$$

daar de tweede term van den eersten teller, wegens $n =$ oneindig, verdwijnt.

Verder volgt, als $i = \frac{n}{4} a^2 \cot \frac{\pi}{n}$ den inhoud van den veelhoek aanduidt,

$$k^2 = \frac{i}{6\,n} \left(\frac{3 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n} \cos \frac{\pi}{n}} \right) \dots\dots\dots (28)$$

Stellen wij kortheidshalve:

$$k^2 = a^2 S_n, \text{ zoodat } S_n = \frac{3 - 2 \sin^2 \frac{\pi}{n}}{24 \sin^2 \frac{\pi}{n}} \dots\dots (29)$$

De vergelijking, die de slingerlengte L' der om haar slingerpunt uitgeholde schijf aangeeft, wordt als i de inhoud der holte,

$$i\,h\,L + (\pi\,r^3 - i\,h)\,L' = \frac{3}{2}\,\pi\,r^4;$$

daar

$$i = \pi\,r'^2 = \pi\,p^2\,r^2,$$

volgt:

$$p^2\,(h^2 + k^2) + (r - p^2\,h)\,L' = \frac{3}{2}\,r^2. \dots\dots (30)$$

Verder is:

$$h = \frac{3}{2}\,r, \quad k^2 = a^2\,S_n = \beta^2\,r^2\,S_n, \quad p^2\,\pi = \frac{n}{4}\,\beta^2 \cot \frac{\pi}{n},$$

dus

$$k^2 = \frac{4\,\pi\,p^2\,r^2}{n}\,S_n \tan \frac{\pi}{n}$$

en (30) geeft,

$$p^2\left(\frac{9}{4}+\frac{4\pi p^2}{n}S_n \, tang\,\frac{\pi}{n}\right)+\left(1-\frac{3}{2}p^2\right)\frac{L'}{r}=\frac{3}{2},$$

waaruit

$$L'=\frac{6-9p^2-\dfrac{16\pi p^4}{n}S_n \, tang\,\dfrac{\pi}{n}}{4-6p^2}\cdot r$$

$$L'=\left(1-\frac{16\pi p^4 S_n \, tang\,\dfrac{\pi}{n}}{3n(2-3p^2)}\right)l_0$$

$$=\left(1-\frac{8\pi S_n \, tang\,\dfrac{\pi}{n}}{n}\cdot\frac{2p^4}{3(2-3p^2)}\right)l_0,$$

zoodat

$$L'=\left\{1-C_n\cdot\frac{2p^4}{3(2-3p^2)}\right\}l_0, \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

waarin:

$$C_n=\frac{8\pi S_n \, tang\,\dfrac{\pi}{n}}{n}=\frac{3-2\sin^2\dfrac{\pi}{n}}{3\sin\dfrac{\pi}{n}\cos\dfrac{\pi}{n}}\cdot\frac{\pi}{n}$$

$$=\frac{8\pi k^2}{n a^2 \cot\dfrac{\pi}{n}}=2\pi\cdot\frac{k^2}{i} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

Uit (28) en (32) volgt:

voor $n=3$, $\quad k^2=\dfrac{i}{3\sqrt{3}}$, $\quad C_3=\dfrac{2\pi}{3\sqrt{3}}$,

voor $n=4$, $\quad k^2=\dfrac{i}{6}$, $\quad C_4=\dfrac{\pi}{3}$,

zooals boven gevonden werd, terwijl voor den cirkel:

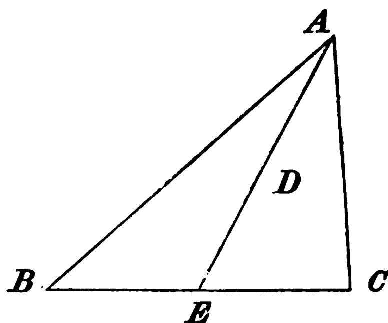
$$k^2 = \frac{i}{2\pi} \qquad C_c = 1.$$

Worden aan het massapunt van een enkelvoudigen slinger zware regelmatige veelhoeken aangebracht van gelijken inhoud, zoo wordt daardoor de slingerlengte l *vermeerderd* met $\frac{k^2}{l}$. Die lengtevermeerdering is dus evenredig aan k^2 of, daar de inhoud i constant is, ingevolge vergelijking (32) evenredig aan C_n, zoodat de invloed van den *vorm* zich bij deze rechtstreeksche methode op dezelfde wijze voordoet.

Uit bovenstaande blijkt derhalve, dat, daar k^2, wegens (28), zoowel van de grootte als van den vorm der opening afhangt, bij gelijken inhoud alleen de invloed overblijft, die de vorm der opening of de vorm der bij den enkelvoudigen slinger aangebrachte massa, hoewel dan in tegengestelden zin, op de slingerlengte heeft.

Deze invloed wordt door den in vergelijking (32) bepaalden reductiecoëfficiënt C_n aangegeven.

9. *Slingerpunt bij eenen driehoek.* Bepalen wij thans de slingerlengte van eenen zwaren, homogenen driehoek $A\,B\,C$, wentelende om eene horizontale as, die door een der hoekpunten A gaat en loodrecht op het vak van den driehoek staat.



Zijn a, b, c de zijden, dan is, zooals bekend is, het traagheidsmoment ten opzichte van eene as, gaande door het zwaartepunt des driehoeks en loodrecht op zijn vlak, wanneer M de massa:

$$k^2 M = \frac{1}{36}(a^2 + b^2 + c^2)\,M;$$

als D de middellijn $A\,E$, zal, door $2\,D^2 = b^2 + c^2 - \frac{1}{2}\,a^2$,

$$k^2 = \frac{1}{72}(4\,D^2 + 3\,a^2).$$

Nu is $h = \frac{2}{3} D$, de afstand van het zwaartepunt tot het ophangpunt; dus volgt voor de slingerlengte:

$$l = \frac{\frac{4}{9} D^2 + \frac{1}{72}(4 D^2 + 3 a^2)}{\frac{2}{3} D} = \frac{12 D^2 + a^2}{16 D} \; . \; . \; (33)$$

of, als $B E = E C = \alpha$:

$$l = \frac{3 D^2 + \alpha^2}{4 D} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (33_a).$$

Dus hangt de slingerlengte slechts van D en α af; zij is onafhankelijk van den hoek $A E C$, die de middellijn met de basis maakt en dus dezelfde voor alle driehoeken, die op dezelfde basis $B C$ staan en wier toppen in den halven cirkel liggen, die E tot middenpunt en D tot straal heeft.

Wij kunnen ons derhalve bepalen tot den *gelijkbeenigen* driehoek met dezelfde waarden van D en α; dan zal, als de schuine zijde gelijk n maal de hoogte $= n\,D$, dus $D^2 + \alpha^2 = n^2 D^2$, (33_a) overgaan in:

$$l = \left(\frac{n^2 + 2}{4}\right) D, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (34)$$

waarin D nu de hoogte van den driehoek voorstelt.

Bij den rechthoekigen driehoek, waar $\angle A = 90^0$, is $n^2 = 2$, dus $l = D$; de slingerlengte is gelijk de middellijn; het slingerpunt valt met het midden der basis E zamen, en dit geldt, blijkens het vorige, voor alle driehoeken, wier tophoek recht is.

Bij den scherphoekigen, gelijkbeenigen driehoek is $n^2 < 2$, dus $l < D$; het slingerpunt valt *binnen* den driehoek; bij een stomphoekigen driehoek valt het slingerpunt *buiten* den driehoek, op het verlengde der middellijn $A E$.

Ondanks de daareven gemaakte uitbreiding geldt (34) meer bepaald voor den *gelijkbeenigen* driehoek; daarentegen zijn (33) en (33_a) op iederen scheefhoekigen driehoek van toepassing.

Ten einde voor zoodanigen driehoek het verband tusschen

de elementen des driehoeks en de slingerlengte beter in te zien, schrijven wij, wegens de boven gegeven waarde van D^2,

$$l = \frac{3\,b^2 + 3\,c^2 - a^2}{8\,D},$$

of, daar:

$$b^2 + c^2 = a^2 + 2\,b\,c\cos A \text{ en dus } 4\,D^2 = a^2 + 4\,b\,c\cos A$$

$$l = \frac{a^2 + 3\,b\,c\cos A}{4\,D}$$

$$D - l = \frac{b\,c\cos A}{4\,D}, \quad \dots\dots\dots \quad (35)$$

zoodat het verschil tusschen de middellijn en de slingerlengte evenredig is aan den cosinus van den tophoek; waardoor het boven gevondene, omtrent de plaats van het slingerpunt bij scherp- en stomphoekige driehoeken nader bevestigd wordt. Merken wij op, dat:

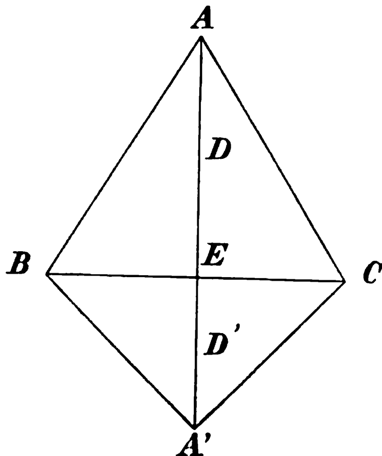
$$D = \tfrac{1}{2}\sqrt{b^2 + c^2 + 2\,b\,c\cos A},$$

zoo vinden wij nog:

$$l = \frac{b^2 + c^2 + b\,c\cos A}{2\sqrt{b^2 + c^2 + 2\,b\,c\cos A}}.$$

Eindelijk volgt, voor de slingerlengte, uitgedrukt in de zijden van den driehoek, wanneer de as door het hoekpunt A gaat:

$$l = \frac{3\,b^2 + 3\,c^2 - a^2}{4\sqrt{2\,b^2 + 2\,c^2 - a^2}}$$



10. *Gelijkbeenige vierhoek.* Beschouwen wij thans de figuur, die ontstaat, wanneer twee gelijkbeenige driehoeken met dezelfde basis, $B\,C = a = 2\,\alpha$ en ongelijke hoogten $A\,E = D$ en $A'\,E = D'$ tot een vierhoek vereenigd worden, zooals de figuur aangeeft. Bepalen wij

de slingerlengte, wanneer de wentelingsas, die loodrecht op het vlak van teekening staat, weder door het hoekpunt A gaat.

De slingerlengte l volgt terstond door toepassing der formule (1):

$$l = \frac{m\,h\,L + m'\,h'\,L'}{m\,h + m'\,h'},$$

waarbij de vroegere beteekenis der in het tweede lid voorkomende grootheden geene nadere toelichting behoeft.

Wij hebben dan, terwijl m en m' evenredig zijn aan D en D', dus in ons geval hierdoor kunnen vervangen worden:

$$h = \frac{2}{3}D,\ h' = D + \frac{1}{3}D' = \frac{3\,D + D'}{3},\ L = \frac{n^2 + 2}{4}D;$$

verder is, als $B\,A' = b'$, voor den driehoek $B\,C\,A'$, ten opzichte van eene normale as, gaande door zijn zwaartepunt:

$$k'^2 = \frac{1}{36}(2\,b'^2 + a^2) = \frac{1}{18}(b'^2 + 2\,a^2) = \frac{1}{18}(D'^2 + 3\,a^2),$$

zoodat:

$$L' = \frac{\frac{1}{9}(3\,D + D')^2 + \frac{1}{18}(D'^2 + 3\,a^2)}{\frac{3\,D + D'}{3}} =$$

$$= \frac{18\,D^2 + 12\,D\,D' + 3\,D'^2 + 3\,a^2}{6\,(3\,D + D')};$$

of, als weder $A\,B = n\,D$:

$$L' = \frac{(n^2 + 5)\,D^2 + 4\,D\,D' + D'^2}{2\,(3\,D + D')} \quad . \ . \ . \ . \ (36)$$

Dan volgt uit (1) voor de slingerlengte van den vierhoek $A\,B\,A'\,C$:

$$l = \frac{\frac{2}{3} D^2 . \frac{n^2 + 2}{4} D + \frac{D'}{6} \{(n^2 + 5) D^2 + 4 D D' + D'^2\}}{\frac{2}{3} D^2 + \frac{3 D + D'}{3} D'}$$

$$= \frac{(n^2 + 2) D^3 + (n^2 + 5) D^2 D' + 4 D D'^2 + D'^3}{4 D^2 + 6 D D' + 2 D'^2},$$

dus na herleiding:

$$l = \frac{(n^2 + 2) D^2 + 3 D D' + D'^2}{2 (2 D + D')} \quad . \; . \; . \; . \quad (37).$$

Voor $D' = 0$ gaat l in de voor den enkelen driehoek gegevene waarde $\frac{n^2 + 2}{4} D$ over.

Voor den *dubbelen* driehoek volgt, door $D' = D$ te nemen:

$$l = \frac{n^2 + 6}{6} D \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (38).$$

Deze slingerlengte is gelijk aan die van den enkelen driehoek ABC als $\frac{n^2 + 2}{4} = \frac{n^2 + 6}{6}$, of wanneer $n^2 = 6$, dat is, als φ de halve tophoek, daar dan $n \cos \varphi = 1$, wanneer $\cos \varphi = \frac{1}{6} \sqrt{6}$, dus $\varphi = 65^0 54'$; in dit geval zal de dubbele driehoek dezelfde slingerlengte als de enkele driehoek ABC hebben, zoodat de bijvoeging der gelijke, doch tegengesteld gelegen massa geen invloed op de plaats van het slingerpunt heeft.

Voor het *grensgeval* $D' = - D$, waarbij de oorspronkelijke driehoek zooveel mogelijk is uitgehold, volgt:

$$l_1 = \frac{n^2}{2} D \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (39)$$

het slingerpunt ligt dan *binnen* of *buiten* den driehoek $A B C$, naar gelang $n^2 < \text{of} > 2$, dat is, naar gelang de driehoek in A scherp- of stomphoekig is. Ten einde den invloed

van den bijgevoegden driehoek $B\,C\,A'$ op de slingerlengte volledig te beoordeelen, differentieeren wij vergel. (37) en bepalen $\frac{d\,l}{d\,D'}$; wij vinden daarvoor:

$$\frac{d\,l}{d\,D'} = \frac{(4 - n^2)\,D^2 + 4\,D\,D' + D'^2}{2\,(2\,D + D')^2}$$

$$= \tfrac{1}{2}\left\{1 - \left(\frac{n\,D}{2\,D + D'}\right)^2\right\}, \quad \ldots\ldots \quad (40)$$

terwijl voor $D' = 0$ volgt:

$$\left(\frac{d\,l}{d\,D'}\right)_0 = \frac{4 - n^2}{8} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40_a).$$

Hieruit volgt, dat als $n < 2$ of $\cos\varphi > \tfrac{1}{2}$, dus als de halve tophoek *kleiner* dan 60^0 is, de bijvoeging van den driehoek de slingerlengte grooter maakt, zooals gewoonlijk bij toevoeging van massa aan de basis het geval zal zijn. Is echter $n > 2$, derhalve $\cos\varphi < \tfrac{1}{2}$, of de halve tophoek *grooter* dan 60^0, zoo zal de bijgevoegde gelijkbeenige driehoek, mits hare hoogte D' eene zekere grens niet overschrijdt, de aanvankelijke slingerlengte *verminderen*.

Deze schijnbare paradox verklaart zich, doordien het slingerpunt van den bijgevoegden driehoek $B\,C\,A'$, zooals uit L' volgens vergel. (36) gemakkelijk blijkt, *hooger* ligt dan dat van den stomphoekigen driehoek $A\,B\,C$, welk laatste slingerpunt, door (34) bepaald, buiten den driehoek en dus beneden de lijn $B\,C$ is gelegen.

Doet men de hoogte van den bijgevoegden driehoek toenemen, zoo bereikt de slingerlengte van den gelijkbeenigen vierhoek eene *minimumwaarde*; zulks heeft ingevolge (40) plaats als:

$$2\,D + D' = n\,D$$

of wanneer:

$$D' = (n - 2)\,D \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41).$$

Substitutie dezer waarde in (37) geeft voor de *minimum-slingerlengte*:

$$l_2 = \frac{2n-1}{2} D \,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (42).$$

De aanvankelijke slingerlengte $l_0 = \frac{n^2+2}{4} D$ kan derhalve *verminderd* worden tot de waarde $\frac{2n-1}{2} D$, dus worden gereduceerd tot:

$$\left(\frac{4n-2}{n^2+2}\right) l_0$$

en dit is de grootst mogelijke vermindering.

Zoo kan men de slingerlengte l_0 verminderen,

voor $n = 3$ tot $\frac{10}{11} l$

» $n = 4$ » $\frac{7}{9} l$

» $n = 5$ » $\frac{2}{3} l$, enz.

Als de waarde van D' volgens (41) *negatief* is, wat voor $n < 2$, de halve tophoek kleiner dan 60^0, het geval is, zal de minimumlengte intreden, wanneer een gelijkbeenige driehoek van den oorspronkelijken driehoek wordt *afgenomen*, zoodat een inspringende vierhoek ontstaat.

De hoogte D' van den (positief of negatief) bijgevoegden driehoek, noodig om de slingerlengte tot eene bepaalde waarde l' te brengen, wordt uit (37) bepaald door de vergelijking:

$$D'^2 - (2l' - 3D) D' + ((n^2+2) D - 4l') D = 0 \,; \;.\;. \quad (43)$$

opdat de aanvankelijke waarde der slingerlengte voor den enkelen driehoek ABC, $l = \frac{n^2+2}{4} D$, terugkeere, geeft vergel. (43)

$$D'^2 - (2l - 3D) D' = 0 \,,$$

dat is

$$D' = 0 \quad \text{en} \quad D' = 2\,l - 3\,D$$

of

$$D' = 0 \quad \text{en} \quad D' = \frac{n^2 - 4}{2} D. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

Wanneer

$$n = 3, \ 4, \ 5, \ 6, \ 7, \ 8, \text{ enz.}$$

zal volgens (41) de *minimum slingerlengte* intreden, voor:

$$D' = D, \ 2\,D, \ 3\,D, \ 4\,D, \ 5\,D, \ 6\,D \text{ enz.}$$

en zal de aanvankelijke slingerlengte van den enkelen driehoek weder volgen, behalve als $D' = 0$, voor:

$$D' = \frac{5}{2} D, \ 6\,D, \ \frac{21}{2} D, \ 16\,D, \ \frac{45}{2} D, \ 30\,D \text{ enz.}, \ . \quad (45)$$

zoodat de toevoeging der bij deze waarden van D' behoorende massa's geen invloed op de plaats van het slingerpunt heeft. Een driehoek met *kleinere* hoogte D' dan (45) aangeeft, vermindert de slingerlengte, welke weder toeneemt als D' grooter is dan de waarden volgens (45).

Wij krijgen een nog beter overzicht van de verandering der slingerlengte, door op te merken, dat wanneer D' verandert van:

$$D' = -D \quad \text{tot} \quad D' = (n - 2)\,D,$$

de slingerlengte volgens (39) en (42) afneemt van

$$l_1 = \frac{n^2}{2} D \quad \text{tot} \quad l_2 = \frac{2\,n - 1}{2} D.$$

De top A' van den bijgevoegden driehoek ligt voor de minimumslingerlengte *binnen* of *buiten* den driehoek ABC, naar gelang n kleiner of grooter dan 2, dat is, naar gelang φ, de halve tophoek, kleiner of grooter dan 60^0 is. De plaats van A' voor het minimum valt juist op de basis als $n = 2$ of wanneer de geheele tophoek $= 120^0$ is. Zulks stemt met (40) overeen, volgens welke voor $n = 2$ de on-

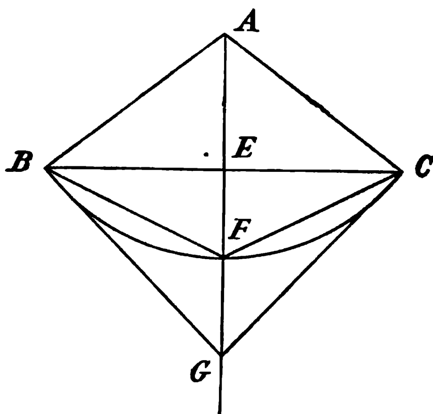
gewijzigde driehoek ABC de minimum slingerlengte heeft, welke dan, wegens (42) $= \frac{2n-1}{2} D = \frac{3}{2} D$ is, gelijk aan de normale waarde (34) voor dit geval, $l = \frac{n^2+2}{4} D = \frac{6}{4} D$.

Het *abnormale* verschijnsel, dat met toenemende massa de slingerlengte *kleiner* wordt, doet zich dus bij den driehoek voor, als de top A' van den tweeden driehoek zich op een afstand van A bevindt *kleiner* dan $(n-1)D$ of kleiner dan $AB - AE$, het verschil tusschen schuine zijde en hoogte van den oorspronkelijken driehoek.

Beweegt het punt A' zich van A langs AE tot in het oneindige, zoo zal voor waarden van AA' *grooter* dan $(n-1)D$ de slingerlengte, als gewoonlijk toenemen, wanneer de massa van den driehoek tegelijk met AA' grooter wordt. De waarde (39) $l_1 = \frac{n^2}{2} D$, welke voor $D' = -D$ of $AA' = 0$ volgde, keert terug, blijkens (43), als $D' = (n^2-2)D$ of als $AA' = (n^2-1)D$ genomen wordt.

11. *De cirkelsector*. Wanneer wij een cirkelsector beschouwen, zamengesteld uit een driehoek en een cirkelsegment, doet zich, indien de tophoek eene zekere grens overschrijdt, met betrekking tot dit segment weder het merkwaardig geval voor, dat de bijvoeging van het segment de slingerlengte *vermindert*, zoodat de slingerlengte van den cirkelsector $ABFC$ kleiner is dan die van den zamenstellenden driehoek ABC.

Zij $AE = D$ de hoogte, tegelijk de middellijn van den driehoek ABC; $AB = r = nD$ de straal van den cirkelsector, $\angle BAE = \varphi$ de halve tophoek, dus $n \cos\varphi = 1$. Wij nemen de as van wenteling door het middenpunt A van den cirkel, loodrecht op het vlak van teekening.



Voor de slingerlengte l_0 van den driehoek $A\,B\,C$ geeft (34) weder,

$$l_0 = \frac{n^2+2}{4}\,D.$$

Het traagheidsmoment van den cirkelsector t. o. der omwentelingsas, is, wanneer M de massa van den sector aangeeft, $= \frac{1}{2}\,r^2\,M$; voor den afstand h van het zwaartepunt van den homogenen sector tot het ophangpunt in A hebben wij, zooals bekend is,

$$h = \frac{2}{3}\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}\,r,$$

zoodat de slingerlengte van den sector

$$L = \frac{\frac{1}{2}\,r^2}{\frac{2}{3}\cdot\frac{\sin\varphi}{\varphi}\,r} = \frac{3}{4}\cdot\frac{\varphi}{\sin\varphi}\,r\,;\;\ldots\ldots\quad(46)$$

of, daar $r = n\,D$ en $\sin\varphi = \sqrt{1-\cos^2\varphi} = \frac{\sqrt{n^2-1}}{n}$

$$L = \frac{3}{4}\,\frac{n^2}{\sqrt{n^2-1}}\,D\,.\,B\cos\frac{1}{n}.\;\ldots\ldots\quad(46_a)$$

Volgens (46) zal, als φ verandert van 0 tot $\frac{\pi}{2}$, de slingerlengte toenemen, van:

$$L_1 = \frac{3}{4}\,r = 0.750\ldots r$$

tot

$$L_2 = \frac{3}{8}\,\pi\,r = 1.178\ldots r,$$

zoodat zij bij toeneming van den tophoek ruim $\frac{3}{2}$ maal grooter wordt.

Voor de slingerlengte l_k van den vierhoek $A\,B\,F\,C$, gevormd door twee stralen en twee koorden van den halven sectorboog, volgt, als weder $E\,F = D'$, $D' = r - D$; zoodat:

$$D' = (n - 1) D \ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

Vergel. (37) geeft nu:

$$l_k = \frac{(n^2 + 2) + 3(n-1) + (n-1)^2}{2(2 + n - 1)} D = \frac{2n^2 + n}{2(n+1)} D,$$

of

$$l_k = \frac{n}{2} \cdot \frac{2n + 1}{n + 1} D. \ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

Volgens (44) zal voor $D' = \frac{n^2 - 4}{2} D$ dezelfde waarde der slingerlengte intreden als voor $D' = 0$. Dus wordt $l_k = l_0$, wanneer:

$$n^2 - 2n - 2 = 0 \text{ dat is, } n = 1 \pm \sqrt{3},$$

of liever

$$n = 2.732 \ldots,$$

daar de negatieve waarde van n buiten aanmerking komt.

Daar voor groote waarden van n, $n - 1 < \frac{n^2 - 4}{2}$, zal l_k steeds kleiner dan l_0 zijn. De slingerlengte van den vierhoek $ABFC$ is derhalve grooter dan die van den driehoek ABC als $n < 1 + \sqrt{3}$, dat is, wanneer de halve tophoek $\varphi < 68^0 18' 12''$.

Voor grootere waarden van φ is de slingerlengte van den vierhoek kleiner dan die van den driehoek $A\,B\,C$. Steeds is $l_k < n\,D$, dus $< r$; voor groote waarden van n is:

$$\lim l_k = (n - \tfrac{1}{2}) D.$$

De slingerlengte van den cirkelsector door (46) en (46_a) gegeven, blijkt voor iedere waarde van n grooter te zijn dan die van den vierhoek $ABFC$. Voor $n = 3.408$ of $\varphi = 72^0 56' 13''$ wordt $L = l_0$, de slingerlengte van den sector gelijk die van den *driehoek* ABC. Voor grootere waarden van n is L steeds kleiner dan l_0; zij wordt dan grooter dan $n\,D$, dus grooter dan de straal van den cirkelsector en nadert voor zeer groote waarden van n tot:

$$L = \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi}{2} n\,D = \frac{3}{8} \pi\, n\,D = 1.178 \ldots n\,D.$$

Wat eindelijk den vierhoek *ABGC* betreft, gevormd door de stralen van den sector en hare raaklijnen in *B* en *C*, voor dezen is blijkbaar $D' = EG = AG - AE$, of daar

$$AG = n^2 D,$$

$$D' = (n^2 - 1) D; \quad \dots\dots\dots \quad (49)$$

zoodat voor de slingerlengte l van dien vierhoek uit (37) volgt:

$$l_{t0} = \frac{(n^2 + 2) + 3(n^2 - 1) + (n^2 - 1)^2}{2(2 + n^2 - 1)} D = \frac{n^4 + 2n^2}{2(n^2 + 1)} D$$

of:

$$l_t = \frac{n^2}{2} \cdot \frac{n^2 + 2}{n^2 + 1} D \quad \dots\dots\dots \quad (50).$$

Daar $n^2 - 1$ altijd grooter is dan $\frac{n^2 - 4}{2}$ en terwijl steeds $n > 1$ moet zijn, zoodat $n^2 - 1 > n - 1$ blijft, is l_t altijd grooter dan l_0 en l_k. Verder blijkt uit directe berekening der waarden van L, dat de slingerlengte van den vierhoek *ABGC* altijd grooter dan die van den cirkelsector is. Daar dan l_t zoowel l_0 en l_k, als L voor alle waarden van n overtreft, kan zij bij eene vergelijking der slingerlengten buiten beschouwing blijven.

Een zoodanig vergelijkend overzicht wordt gegeven door de volgende tafel, waarvan de getallen, in de 3 laatste kolommen met D moeten vermenigvuldigd worden, om de slingerlengte te geven.

n	φ	l_0	l_k	L
2	60°	1.50	1.66	1.79
2.5	66°25′	2.06	2.14	2.37
3	70°31′	2.75	2.62	2.92
3.5	73°23′	3.56	3.11	3.50
4	75°31′	4.50	3.60	4.08
5	78°27′	6.75	4.58	5.23
6	80°26′	9.50	5.57	6.38
10	84°15′	25.50	9.54	11.07

Uit het behandelde blijkt dus, dat zoo bij den driehoek *ABC* de driehoek *BFC* gevoegd wordt, en $n > 2.732$ is, de slingerlengte daardoor wordt *verminderd*; zoo men de figuur tot een cirkelsector voltooit, zal dit de slingerlengte weder iets doen toenemen, doch als de geheele tophoek grooter dan $145^{0}22'26''$ is, zal die toevoeging de vermindering der slingerlengte niet meer compenseeren, zoodat alsdan de slingerlengte van den sector *kleiner* is dan die van den driehoek *A B C.*

Utrecht, Februari 1887.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 2 April 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, BIERENS DE HAAN, DIBBITS, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, FORSTER, ZAAIJER, A. C. OUDEMANS JR., KAMERLINGH ONNES, LORENTZ, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, PLACE, GUNNING, MULDER, VAN BEMMELEN, VAN RIEMSDIJK, MAC. GILLAVRY, FRANCHIMONT, MARTIN, STOKVIS, DE VRIES, SURINGAR, HOEK, SCHOLS, BEIJERINCK, FÜRBRINGER, J. A. C. OUDEMANS, TREUB, BOSSCHA, KORTEWEG, VAN DER WAALS, VAN DIESEN, MICHAËLIS, DONDERS, V. 'T HOFF, ENGELMANN, ZEEMAN, HUBRECHT en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts het correspondeerend lid, de Heer Dr. VAN DER BURG.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. H. DU MONCEAU, Adjudant van Z. M. den Koning, 's Gravenhage, 12 Maart 1887; 2°. den Minister van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 8 Maart 1887; 3°. den Minister van Marine te 's Gravenhage, 7 Maart 1887; 4°. den Minister van Oorlog te 's Gravenhage, 8 Maart 1887; 5°. den Minister van Justitie te 's Gravenhage, 8 Maart 1887; 6°. den Commissaris des Konings in de provincie Noord-Holland te Haarlem, 8 Maart 1887; 7°. Burgemeester en

Wethouders van Amsterdam, 5 Maart 1887; 8°. Burgemeester en Wethouders van Zutphen, 12 Maart 1887; 9°. de Gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 24 Februari 1887; 10°. Curatoren der Rijks-Universiteit te Utrecht, 16 Maart 1887; 11°. Directeuren der Nederlandsche Handelmaatschappij te Amsterdam, 10 Maart 1887; 12°. GUYE, Redacteur van het Nederlandsch Tijdschrift voor Geneeskunde te Amsterdam, 10 Maart 1887; 13°. den Bibliothecaris der Universiteits-Bibliotheek te Amsterdam, 12 Maart 1887; 14°. den Bibliothecaris van het wiskundig Genootschap »Een onvermoeide arbeid komt alles te boven" te Amsterdam, 12 Maart 1887; 15°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het Koninklijk Zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 14 Maart 1887; 16°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 9 Maart 1887; 17°. J. BOSSCHA, Secretaris van de Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 14 Maart 1887; 18°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teijlers Stichting te Haarlem, 19 Maart 1887; 19°. H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Directeur der Sterrenwacht te Leiden, 28 Maart 1887; 20°. H. VOLLENHOVEN, 'sGravenhage, 7 Maart 1887; 21°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 'sGravenhage, 8 Maart 1887; 22°. A. P. VAN EIJK, Adj.-Commies van de Tweede Kamer der Staten-Generaal te 's Gravenhage, 8 Maart 1887; 23°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 26 Maart 1887; 24°. G. J. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 31 Maart 1887; 25°. KRUSEMAN, Secretaris van het Zeeuwsch Genootschap der Wetenschappen te Middelburg, 1887; 26°. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht, Maart 1887; 27°. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris der Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1887; 28°. L. BROEKEMA, Directeur der Rijks-Landbouwschool te Wageningen, 14 Maart 1887; 29°. H. HEIJNEN, Bibliothecaris van het provinciaal Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te 's Hertogen-

bosch, 12 Maart 1887; 30°. P. G. TAIT, Secretaris der Royal Society te Edinburg, 7 Juni 1886; 31°. ACKERMANN, Secretaris van het Verein für Naturkunde te Cassel, 19 December 1886;. 32°. G. VOSS, Directeur der naturforschende Gesellschaft te Emden, 23 Maart 1887; 33°. P. SCHIEMENZ, Bibliothecaris van het zoölogisch Station te Napels, 15 Maart 1887 ; 34°. H. G. ZEUTHEN, Secretaris der kongelige Danske Videnskabernes Selskab te Kopenhagen, 20 December 1886; 35°. O. STRUVE, Directeur der Nicolai-Hauptsternwarte te Pulkowa, 1887; 36°. M. BARCENA, Directeur van het Observatorio-central te Mexico, 9 Februari 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. M. F. A. G. CAMPBELL, 's Gravenhage, 5 Maart 1887; 2°. R. MELVIL VAN LIJNDEN, Secretaris van het provinciaal Utrechtsch Genootschap van Kunsten en Wetenschappen te Utrecht, Maart 1887; 3°. den Directeur van het magnetical and meteorological Observatory te Batavia, Januari 1887; 4°. FORSTEMANN, Archivaris der königlich sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 30 October 1886; 5°. D. CHILOVI, Directeur der R. Biblioteca nazionale centrale te Florence, 1886; 6°. J. C. PILLING, Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 5 Januari, 13 September 1886; 7°. W. J. C. MERREEL, Bibliothecaris aan het agricultural College te Michigan, 30 September 1886; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1° kennisgevingen van de Heeren BEHRENS en RAUWENHOFF, dat zij verhinderd zijn de Vergadering bij te wonen; 2° eene dankzegging van het buitenlandsch lid der Akademie, den Heer O. STRUVE, Directeur der Sterrewacht te Poulkova (10 Maart 1887), voor de deelneming, hem door de Afdeeling betoond bij gelegenheid der herdenking van den 25sten verjaardag zijner benoeming tot die betrekking; 3° eene gedrukte lijst der

prijsvragen, door de Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique uitgeschreven voor het jaar 1888; 4° eene gedrukte circulaire van het Elizabeth Thompson Science Fund en eene andere van het Harvard College Observatory Boyden Fund; 5° eene photographie van den Krakatau, bij gelegenheid van een bezoek aan dat eiland in Juni 1886 verkregen door den Heer R. D. M. VERBEEK, met eene daarbij behoorende Fransche verklaring. Beide stukken werden der Afdeeling toegezonden door Z. Exc. den Minister van Koloniën.

— De Voorzitter herinnert in korte trekken wat in zake de Standaarden van Meter en Kilogram in de vorige Zitting en in de sedert verloopen weken verricht werd, en geeft, op haar verlangen, het woord aan de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram. Dien ten gevolge draagt de Heer BOSSCHA eene uitvoerige memorie voor, strekkende om de handelingen der Commissie, voor zoo verre deze door den Heer DONDERS in zijn voor de leden der Afdeeling gedrukt advies waren aangevallen of gegispt, te verdedigen en het door haar ingenomen standpunt, reeds uiteengezet in haar Rapport, in de Februari-Vergadering van de Afdeeling voorgelezen, nogmaals als het beste aan te bevelen.

Spreker meende den Heer DONDERS vooral te moeten weêrleggen op drie punten, nl.:

1° dat de Commissie het Kon. Besl. van 15 Mei 1876 zou hebben geschonden;

2° dat meter N°. 27, voor de Koloniën bestemd, naar Utrecht was overgebracht;

3° omtrent het Kon. Besl. van 22 Februari 1883, waarin, buiten de Akademie om, eene Rijkscommissie benoemd was voor Standaardmeter en -kilogram.

Wat het *eerste* punt betreft, werd een relaas ten beste gegeven over de wijze, waarop de meters van Parijs naar Delft waren overgebracht. Hieruit bleek o. a. dat men het voorzichtig had geoordeeld, de meters steeds door twee personen te doen begeleiden, zoodat, toen de Heeren BOSSCHA en OUDEMANS elkander te 's Gravenhage verlieten, een amanuensis

van den eerste tegenwoordig was om den laatste te vervangen. De Commissie herinnerde zich het $3^1/_2$ vroeger uitgevaardigd Kon. Besl., waarbij haar gelast werd de meters naar den zetel der Akademie over te brengen, niet meer, en meende dus in haar recht te zijn, toen zij, na de volbrenging harer reis, de nadere bevelen van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid wenschte af te wachten, hoe met de meters te handelen. Daarenboven was een bevel als in voornoemd Kon. Besluit gegeven, iets ongewoons, zooals door een voorbeeld nader werd aangetoond. Trouwens, al had de Commissie zich haar mandaat herinnerd, zij zou de meters toch niet naar Amsterdam hebben overgebracht: 1⁰ omdat zij wist, dat er voor de haar toevertrouwde instrumenten geene goede bewaarplaats in het Trippenhuis bestond, en 2⁰ omdat in het mandaat geen tijd bepaald was, waarop het transport naar Amsterdam behoorde plaats te hebben. Het werklokaal te Delft was daarenboven in der tijd door den Heer Stamkart, Voorzitter der Commissie, goedgekeurd.

Omtrent het tweede punt herinnerde de spreker, dat aan meter N⁰. 27 geene andere bestemming was toegekend, dan den Heer J. A. C. Oudemans, vroeger met het bestuur der triangulatie op Java belast geweest, in staat te stellen zijne berekening naar behooren te volbrengen: een arbeid, die hij met den hem vroeger toegezonden, door den Heer Stamkart met akademische hulpmiddelen geverificeerden, meter niet had kunnen uitvoeren, dewijl dat instrument hem gebleken was, in het minst niet aan de gestelde eischen van nauwkeurigheid te beantwoorden. Er kon dus niets bevreemdends in worden gevonden, dat de Minister van Koloniën den Heer Oudemans, intusschen naar Nederland teruggekeerd, machtiging verleende, den meter N⁰. 27 uit handen van het Bestuur der Koninklijke Akademie op te eischen, toen de tijd gekomen was, waarop hij dat instrument noodig had.

Met betrekking tot het *derde* punt, kon de spreker in het zelfstandig optreden van het Ministerie van Waterstaat, Handel en Nijverheid, niet anders zien dan een uitvloeisel van het onafhankelijk standpunt, waarin dit ten opzichte der Koninklijke Akademie van Wetenschappen zich geplaatst

gevoelt. Hij wees er verder nogmaals op, dat de Akademie hare hoogste eer moest stellen in het behartigen van wetenschappelijke belangen, en, om dit doel te bereiken, des noods met traditiën behoort te breken, welke met die behartiging in geen verband schijnen te staan.

De Heer DONDERS beantwoordt den vorigen spreker. Hij had zeer zeker tegenstand verwacht, maar geene memorie als de voorgelezene, waarin niet alleen onderscheiden zaken onjuist voorgesteld, maar daarenboven de motieven, waardoor zijne handelingen bestuurd werden, in een verkeerd, niet zelden krenkend licht worden gesteld. Hij wenscht thans slechts op een paar punten van het breed opgezette verslag te antwoorden, en zou dit trouwens eerst nauwkeurig moeten lezen om zijne bedenkingen daartegen volledig te kunnen doen hooren. Hij handhaaft dan allereerst het recht en de plicht, die op hem, als Voorzitter der Afdeeling rustten, toen hij er in der tijd op aandrong, dat de van Parijs medegebrachte Standaarden naar den zetel der Akademie moesten worden overgebracht. Wat men ook zegge moge, het Kon. Besl. van 15 Mei 1876 werd geschonden, en het ware van den Heer BOSSCHA zeker ridderlijker geweest, met zijn voornemen voor den dag te gekomen, in plaats van de Afdeeling voor een voldongen feit te plaatsen, en daarna te trachten zijne handeling te motiveeren. Spreker komt nadrukkelijk op tegen de beschuldiging, alsof het hem enkel om het bezit van den meter te doen ware geweest: alsof hij niet meermalen er op gewezen had, dat dit bezit daarom zoo wenschelijk was, wijl daardoor alleen de kans bestond dat belangrijke werkzaamheden, door leden der Afdeeling te verrichten, door de Regeering aan de Akademie zouden worden toevertrouwd, en de banden tusschen Regeering en Akademie zoodoende nauwer zouden worden toegehaald. Er zou in het Trippenhuis wel degelijk eene goede bewaar- en werkplaats kunnen worden ingericht. En dat er niet zooveel ruimte voor werkzaamheden als de hier bedoelde vereischt wordt, dit leert het Observatorium te Utrecht, waar de Heer OUDEMANS met beperkte middelen zeer veel heeft tot stand gebracht. Spreker wenscht nog altijd dat, nu

de verheffing van meter 19 tot standaard wettelijk is voorgeschreven, deze meter naar het Trippenhuis terugkeere, zoodra de Commissie, in 1883 benoemd, haar mandaat vervuld heeft. Geene andere consideratiën dan het belang der wetenschap en de bloei der Akademie van Wetenschappen hebben hen bij het doen zijner voorstellen geleid.

De Voorzitter meent, dat zoowel de historische inlichting als de wederzijdsche waardeering hiermede als geëindigd kunnen worden beschonwd.

De Vergadering besluit, dat de memorie van de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram voor de leden der Afdeeling afzonderlijk gedrukt zal worden en stemt er in toe, dat dit zelfde geschiede met eene korte repliek, welke de Heer DONDERS zich voorstelt op het door den Heer BOSSCHA gelezen stuk te leveren.

Eene korte discussie over de vraag: of eene dupliek van den Heer BOSSCHA op de repliek van den Heer DONDERS nu ook weder gedrukt zal worden, geeft den Voorzitter aanleiding als zijne meening te kennen te geven, dat dit niet wenschelijk is, daar men verdere bezwaren, langs den gewonen weg, in het Proces-Verbaal der zittingen kan doen opnemen. De Heer BOSSCHA zelf wenscht de vraag, of eene dupliek van zijne zijde op de repliek van den Heer DONDERS te verwachten is, op dit oogenblik buiten beschouwing te laten.

De Voorzitter brengt nu in omvraag of de Vergadering zich bij den zin der conclusiën, opgenomen in het rapport der Commissie voor Standaardmeter en -kilogram wenscht neêr te leggen, of daartegen bezwaar heeft en dus iets anders verlangt. Van de 38 aanwezigen, stemmen 19 in eerstbedoelden, 15 in laatstbedoelden zin, terwijl 4 leden buiten stemming blijven. Ten gevolge dezer uitkomst worden de 6 alinea's door de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram ontworpen, om tot antwoord te strekken op het schrijven van den Minister van Binnenlandsche Zaken, door den Voorzitter voorgelezen en in beraadslaging gebracht. De uitslag is, dat alle alinea's worden goedgekeurd, met uitzondering van de 5e, waarin men, op voorstel van den Heer DONDERS, de woorden »dat daarop ook van harentwege toezicht werd

uitgeoefend" door andere wenscht vervangen te zien. Na eenige discussie wordt besloten, die alinea aldus te wijzigen:

»In aanmerking nemende de waarde, welke de Standaarden voor wetenschappelijke onderzoekingen bezitten en het hooge belang van hunne goede bewaring en gebruik, zou de Akademie er evenwel prijs op stellen, dat in de Commissie aan welke de bewaring der Standaarden zal worden toevertrouwd, een of twee leden zitting nemen, door de Afdeeling Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen uit haar midden voorgedragen".

Aldus geamendeerd wordt ook de 5de alinea, en daarna alle te zamen door de Vergadering aangenomen.

— De Heer KORTEWEG brengt, ook namens den Heer SCHOUTE, verslag uit over de verhandeling van den Heer Dr. G. SCHOUTEN: »Algemeene regel voor den baanvorm en den duur der centrale beweging". Het advies luidt gunstig, en de conclusie der Commissie om de verhandeling op te nemen in de Verslagen en Mededeelingen, wordt zonder discussie goedgekeurd.

De Heeren van DIESEN en VAN BEMMELEN wenschen de door hen uit te brengen rapporten, en de Heer DE VRIES zijne voordracht, wegens het vergevorderde uur, uitgesteld te zien tot eene volgende Vergadering.

— De Heer HOEK deelt mede, dat wijlen het lid der Akademie Dr. VAN DER SANDE LACOSTE, bij testamentaire beschikking, ƒ 5000 aan de dierkundige Vereeniging vermaakt heeft, ter stichting van een vast zoölogisch Station aan de Nederlandsche kust. — Dit bericht wordt met belangstelling vernomen.

— De Heer MARTIN biedt aan voor de Bibliotheek een boekwerk, getiteld: M. A. DE GREGORIO-ANDI su talune conchiglie mediterranee viventi e fossili. Siena 1884—1885.

— De Vergadering wordt gesloten.

VERSLAG

OVER DE

VERHANDELING DES HEEREN Dr. G. SCHOUTEN:

„ALGEMEENE REGEL VOOR DEN BAANVORM EN DEN DUUR DER CENTRALE BEWEGING".

(Uitgebracht in de Vergadering van 2 April 1887)

In antwoord op eene door het Wiskundig Genootschap: »*Een onvermoeide arbeid komt alles te boven*" uitgeschreven prijsvraag, heeft de Heer SCHOUTEN voor korten tijd in eene uitvoerige, in het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, Deel XIII, Stuk 1, p. 11, verschenen verhandeling vele gevallen van centrale beweging nagegaan, waar de tot bepaling der bronvergelijking vereischte integratie met behulp van elliptische functiën kan worden volvoerd. In den loop van dit onderzoek vond hij aanleiding te trachten ook daar wanneer de bedoelde integratie niet mogelijk is, algemeene regels vast te stellen om te bepalen tot welk der verschillende mogelijke baantypen eene door hare initiaalcondities gegevene baan behoort. De thans aan de Akademie aangebodene verhandeling behelst het resultaat van deze poging.

Nadat de schrijver in een eerste hoofdstuk de bekende bewegingsvergelijkingen op voor zijn doel geschikte wijze heeft omgezet, wijst hij op de omstandigheid dat de radiale snelheid bij toenemende afstand van het centrum afneemt

of toeneemt naar gelang van het teeken dat de uitdrukking $C^2 - Fr^3$ bezit, alwaar C de dubbele sectorsnelheid, F de centrale kracht, r de afstand tot centrum aanduidt. Ingevolge deze opmerking onderscheid hij vier gevallen. Het eerste omvat alle krachtenwetten, waarbij de beweegkracht overal afstootend werkt. In de drie overige werkt zij aantrekkend, maar in het eerste zoodanig, dat Fr^3 standvastig blijft, in het tweede zoodanig dat Fr^3 steeds toe, in het derde steeds afneemt met aangroeijenden afstand tot het centrum. Voor elk dezer gevallen worden de verschillende baanvormen bepaald en de voorwaarden van hun optreden nagegaan.

Dit gedeelte van het onderzoek volbracht zijnde, gaat de schrijver over tot de meer algemeene onderstelling, dat het krachtenveld op verschillende plaatsen een verschillend karakter draagt en dus bijv. over een gedeelte van het veld Fr^3 toe, over een ander gedeelte *af*neemt met toenemenden centrumafstand. Ook hierbij slaagt hij in het aangeven van een algemeenen regel ter onderscheiding der verschillende baantypen.

Opgemerkt verdient het te worden, dat de schrijver zich niet tevreden stelt met te beslissen of de baan al of niet het oneindige of het centrum bereikt, maar daarbij telkens aangeeft welke gedaante de naar het oneindige of naar het centrum gerichte tak daarbij vertoont, en of de tijd tot het bereiken van een van beiden benoodigd, eindig of oneindig is. De naar het oneindige zich uitstrekkende takken verdeelt hij in hyperbolische, die een asymptoot bezitten al of niet door het centrum gaande, parabolische zonder asymptoot maar met eene grensrichting voor de raaklijn en spiraalvormige, welke met een oneindig aantal windingen zich voortbewegen naar het oneindige. Evenzoo worden de naar het centrum voerende takken onderscheiden naar gelang van het eindig of oneindig aantal der windingen Wellicht ware hier nog eene verdere onderscheiding der spiraalvormige banen naar gelang de grenshoek tusschen raaklijn en voerstraal al of niet recht is, niet misplaatst. De stelling, dat bij zoodanige banen lim. $v\,r$ voor het centrum en het

oneindige gelijk is aan lim. $\sqrt{Fr^3}$ (*Versl. en Meded.* 2de Reeks, Deel XX, p. 270 en 277) voert hier tot de kennis van dien grenshoek.

Ten slotte wordt de ontwikkelde theorie op eenige doelmatig gekozen voorbeelden toegepast.

Reeds bij het aanbieden der besproken verhandeling wees de Heer GRINWIS in eenige toelichtende woorden op het naauwe verband, zoowel wat het onderwerp als een gedeelte der verkregen resultaten betreft, tusschen deze verhandeling en eene van den eerstondergeteekende, opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen*, 2de Reeks, Deel XX, p. 247. Hetzij ons geoorloofd hier nader dit verband aan te wijzen.

Afgezien dan daarvan, dat de behandelingswijze van den Heer SCHOUTEN veel meer algebraïsch is, en dat de naar het oneindige en naar het centrum loopende takken door hem op meer stelselmatige wijze zijn onderzocht, bestaat het verschil tusschen beide verhandelingen hoofdzakelijk hierin, dat de rol, welke in de eene gespeeld wordt door de cirkelbanen van gelijke *energie* met de te onderzoeken baan (immers zoo kan men de cirkelbanen karakteriseeren gevoerd door de punten waar het produkt van snelheid en voerstraal minimaal of maximaal, en de baansnelheid gelijk aan de plaatselijke cirkelsnelheid wordt) in die van den Heer SCHOUTEN overgenomen wordt door de cirkelbanen van gelijke *sectorsnelheid* met de gegeven baan. Dewijl nu *cirkelsectorsnelheid* en *cirkelenergie* bij verandering van den straal steeds gelijktijdig met elkander en met de functie Fr^3 toe of afnemen, zoo geven beide beschouwingswijze op gelijksoortige wijze aanleiding tot de verdeeling van het krachtenveld in stabiliteits- of instabiliteitsgebied naar gelang Fr^3 toe- of afneemt met aangroeijende waarden van r.

Wordt de baan ergens door eene cirkelbaan van gelijke *energie* gesneden, dan vertoont zij daar ter plaatse maximale steilte in een stabiliteitsgebied, minimale in een instabiliteitsgebied. Evenzoo vertoonen de snijpunten met cirkelbanen van gelijke *sectorsnelheid* de fraaie eigenschap dat de

radiale snelheid daar ter plaatse maximaal is in een stabiliteits-, minimaal in een instabiliteitsgebied.

Volgt uit de *eerste* eigenschap zonder verdere rekening dat in een veld waar $F = \frac{f}{r^2}$ de elliptische banen, welke van uit een gegeven punt vertrekken met gelijke *energie*, allen gelijke groote assen bezitten, uit de *tweede* volgt even onmiddelijk de gelijkheid der parameters van alle met gelijke *sectorsnelheid* van éénzelfde punt vertrekkende banen.

In een gebied waar $F = \frac{f}{r^3}$ vormen de banen, wier *energie* gelijk is aan de overal gelijkmatige *cirkelenergie* logarithmisch spiralen van verschillenden hellingshoek; die wier *sectorsnelheid* gelijk is van die der cirkelbanen bezitten eene minder eenvoudige gedaante, maar verloren de eigenschap dat hunne radiale snelheid standvastig blijft.

Wat de algemeene regels ter bepaling van den baanvorm betreft, die van den eerstondergeteekenden zoude gebracht kunnen worden onder de gedaante:

Bepaal de cirkelbanen van gelijke energie met de gegeven baan, en beschrijf deze voor zoover zij gelegen zijn in instabiliteitsgebied.

Het bewegende punt zal geen dezer banen kunnen overschrijden tenzij zijne sectorsnelheid k l e i n e r is dan die van zulk eene cirkelbaan. Is zij juist g e l ij k dan onstaat eene cirkelspiraalbaan, g r o o t e r een apo- of pericentrum.

Worden alle cirkelbanen overschreden dan wordt door buitenwaarts gerichte banen het oneindige bereikt, zoodra de energie grooter is, dan die welke tot het leveren van den daartoe vereischten arbeid voldoende is. Binnenwaarts gerichte banen bereiken in dat geval het centrum, mits dezelfde voorwaarde vervuld zij en hunne sectorsnelheid kleiner zij dan lim. $\frac{1}{2}\sqrt{F r^3}$ *voor* $r = 0$ *of aan dien limiet gelijk.*

Hij is dus in het algemeen even eenvoudig als die tot welke de Heer SCHOUTEN gevoerd werd; alleen voor het bijzondere geval, dat de energie eener buitenwaarts gerichte baan *juist* voldoende is om het oneindige te bereiken, moet

nog onderzocht worden of de dubbele sectorsnelheid der baan af of niet grooter is dan lim. $\sqrt{F r^3}$, in welk laatste geval het oneindige niet bereikt wordt. In dit opzicht leidt dus de beschouwingswijze van den Heer SCHOUTEN tot eenigzins eenvoudiger formuleering.

Wij bevelen zijne verhandeling ter opname in de *Verslagen en Mededeelingen* aan.

D. J. KORTEWEG.
P. H. SCHOUTE.

ALGEMEENE REGEL

VOOR DEN

BAANVORM EN DUUR DER CENTRALE BEWEGING.

DOOR

Dr. G. SCHOUTEN.

INLEIDING.

1. Hoewel het aantal gevallen, waarin de centrale beweging volledig bepaald kan worden, betrekkelijk gering is, daar het afhankelijk is van de vorderingen, die de leer der functiën maakt, kan toch à priori de mogelijkheid blijken voor het vaststellen van de voorwaarden, waaronder de verschillende baanvormen optreden.

Het beginsel der vlakten en dat van het behoud van arbeidsvermogen leeren beoordeelen, of de baan, zoo ze tot de oneindige ruimte voert, dit doet met een tak van hyperbolischen of van parabolischen aard, of wel in den vorm van een spiraal; evenzoo, of de baan, zoo ze tot het centrum voert, dit doet in den vorm van een spiraal met een eindig of oneindig aantal windingen.

Moeilijker is het te beslissen, of de baan zich al of niet tot de oneindige ruimte of tot het centrum zal uitstrekken.

De mogelijkheid om ook hiervoor algemeene regels vast te kunnen stellen is mij op de volgende wijze gebleken.

Gaat men de voorwaarden na, waaronder de eene of andere baanvorm eener volledig te bepalen centrale beweging

optreedt, dan bemerkt men, dat in geen enkele er van de grootheid C gemist wordt, n.l. het dubbele der vlakte, door den voerstraal in de tijdseenheid beschreven.

Verder leert een differentiaalvergelijking van beweging, dat de radiale versnelling, d. i. de versnelling, waarmede het langer of korter worden van den voerstraal plaats grijpt, hetzelfde teeken heeft als de uitdrukking $C^2 - Fr^3$, waarin F de versnelling der beweegkracht op den afstand r van het centrum voorstelt.

De radiale snelheid zal dus met aangroeienden afstand toe- of afnemen, zoolang C^2 grooter of kleiner dan Fr^3 blijft.

Aangezien nu het nul worden van de radiale snelheid wijst op een omkeering van den zin der beweging ten opzichte van het centrum, zoo blijkt dus de mogelijkheid voor het vaststellen van een algemeenen regel van den baanvorm, als men zich de volgende vraag ter beantwoording voorlegt: Laat het bewegende punt uit een zelfde plaats in verschillende richtingen weggaan, doch zóó, dat de vlakte, door den voerstraal beschreven in de tijdseenheid, voor alle banen dezelfde groote heeft; bepaal de verschillende baanvormen, waarin de beweging zal moeten plaats grijpen.

't Is mij gelukt een volledige schets te geven van de beweging in elk der volgende onderstellingen: *a.* de kracht is afstootend; *b.* de kracht is aantrekkende en Fr^3 standvastig; *c.* Fr^3 is een aangroeiende, *d.* Fr^3 een afnemende functie van r.

Een tabel, die door middel van symbolen voor de baantypen een overzicht geeft van de gevonden uitkomsten, leidt op 't eerste gezicht tot het vermoeden, dat de voorwaarden, waaronder de baanvormen optreden, uit te drukken zijn in vier grootheden, n. l. *het totale arbeidsvermogen van het bewegende punt*, *dat van de beweegkracht*, *dat van de kracht* $C^2 r^{-3}$ en *dat van de cirkelbeweging*, welk vermoeden bij nader onderzoek gegrond blijkt te zijn.

Toen eenmaal de gevonden resultaten onder één gezichtspunt gebracht waren, was er slechts weinig noodig voor het vaststellen van een algemeenen regel voor den baanvorm.

HOOFDSTUK I.

AFLEIDING DER BEWEGINGSDIFFERENTIAALVERGELIJKINGEN.

2. Is F de versnelling van de beweegkracht, positief genomen als ze naar 't centrum is gericht, en zijn r en θ de poolcoördinaten van het bewegende punt, dan zijn de differentiaalvergelijkingen van beweging

$$\left.\begin{aligned} x'' &= -F\frac{x}{r} \\ y'' &= -F\frac{y}{r} \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots (1)$$

waar $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$ de rechthoekige coördinaten van het bewegende punt, en x'', y'' de tweede afgeleiden van x en y ten opzichte van den tijd t voorstellen.

De eerste van (1) met y, de tweede met x vermenigvuldigd en daarna de nieuwe vergelijkingen van elkaar afgetrokken, geeft $d(xy' - x'y) = 0$, of na integratie en invoering van poolcoördinaten:

$$r^2 \frac{d\theta}{dt} = C,$$

waar C de integratie-constante voorstelt.

Wordt de eerste van (1) met $2x'$, de tweede met $2y'$ vermenigvuldigd, dan geeft de som dezer nieuwe vergelijkingen:

$$d(x'^2 + y'^2) = -F\,\frac{d(x^2 + y^2)}{r},$$

of na integratie en invoering van poolcoördinaten:

$$v^2 = -2\int F\,dr,$$

waar v de snelheid van het punt voorstelt.

Verder volgt uit:

$$r'^2 = v^2 - \left(r\,\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = v^2 - \frac{C^2}{r^2}:$$

$$\tfrac{1}{2}\,r'^2 = \int \frac{C^2 - F r^3}{r^3}\,dr$$

$$r'' = \frac{C^2 - F r^3}{r^3},$$

en

$$\left(r\,\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{C\,dr}{r\,d\theta}\right)^2 = r^2 v^2 - C^2 \;.\;.\;.\;.\;.\; (2)$$

De integratie van deze laatste vergelijking (2) zal de volledige oplossing van de beweging geven. Van haar hangen de volgende af:

$$r^2\,\frac{d\theta}{dt} = C, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (3)$$

$$r'' = \frac{C^2 - F r^3}{r^3}, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (4)$$

$$\tfrac{1}{2}\,v^2 = \tfrac{1}{2}\,v_0^2 - \int_{r_0}^{r} F\,dr, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (5)$$

$$\tfrac{1}{2}\,r'^2 = \tfrac{1}{2}\,r'^2_0 + \int_{r_0}^{r} \frac{C^2 - F r^3}{r^3}\,dr, \;.\;.\;.\;.\;.\; (6)$$

v_0 stelt de snelheid, r'_0 de radiale snelheid voor van het punt als de voerstraal een lengte r_0 heeft.

3. Uit (3) volgt, dat $r\,\frac{d\theta}{dt}$ voor $r = \infty$ gelijk nul is, zoodat voor $r = \infty$ lim. $r'^2 =$ lim. v^2 is.

Stellen we verder den afstand van het centrum tot een raaklijn aan de baan voor door l, zoodat $C = l\,v$ is, dan blijkt, dat

$$l = 0 \text{ is voor } v = \infty,$$
$$\infty > l > 0 \text{ » » } 0 < v < \infty,$$
$$l = \infty \text{ » » } v = 0.$$

Is dus voor $r = \infty$ lim. $v = 0$, dus $l = \infty$, dan heeft de baan geen asymptoot, en moet ze dus van parabolischen aard zijn of een spiraal met oneindig veel windingen.

Is lim. v eindig voor $r = \infty$, dan heeft de baan een asymptoot, die niet door 't centrum gaat.

Is eindelijk lim. $v = \infty$ voor $r = \infty$, dan bezit de baan een asymptoot, welke door 't centrum is gericht.

4. Onderstellen we, dat op zeker oogenblik van de beweging, die plaats grijpt onder de versnelling F, een nieuwe versnelling bij de bestaande wordt gevoegd, die omgekeerd-evenredig is met de derdemacht van den afstand, en die we door $\pm \mu r^{-3}$ zullen voorstellen, dan volgt uit $v^2 = -\int 2 F dr$, dat v^2 met $\pm \mu r^{-2}$, dus $r^2 v^2$ met $\pm \mu$ wordt vermeerderd, zoodat de bewegingsvergelijkingen (2) nu onder de volgende gedaante geschreven:

$$\left(r\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{C\sqrt{1 \mp \frac{\mu}{C^2}}\, dr}{r\, d\theta\sqrt{1 \mp \frac{\mu}{C^2}}}\right) = r^2 v^2 - \left(C\sqrt{1 \mp \frac{\mu}{C^2}}\right)^2$$

de volgende eigenschap der centrale beweging doen zien:

De verandering, die een centrale beweging ondergaat, als de bestaande versnelling, met eén nieuwe $\pm \mu r^{-3}$ *wordt vermeerderd, kan opgevat worden te bestaan in een wenteling van het vlak der oorspronkelijke baan om het centrum, ieder oogenblik met een hoeksnelheid, die in grootte en zin gelijk is aan* $\left(\sqrt{1 \mp \frac{\mu}{C^2}} - 1\right)$ *maal de hoeksnelheid, waarmede de voerstraal in de oorspronkelijke baan wentelt.*

5. Uit (4) volgt, dat de radiale versnelling r'' hetzelfde teeken heeft als $C^2 - F r^3$. Wij zullen daarom de beschou-

wingen over de centrale beweging maken in de volgende onderstellingen, $F r^3$ door $\varphi(r)$ en $\frac{d F r^3}{d r}$ door $\varphi'(r)$ voorstellende:

a. De kracht is *afstootende*, dus $\varphi(r) < 0$;
b. De kracht is *aantrekkende*, en $\varphi(r)$ standvastig;
c. De kracht is *aantrekkende*, en $\varphi'(r) > 0$;
d. De kracht is *aantrekkende*, en $\varphi'(r) < 0$.

HOOFDSTUK II.

DE BEWEEGKRACHT IS AFSTOOTENDE.

6. In dit geval is de radiale versnelling steeds positief. De vergelijking (6) wordt hier

$$\tfrac{1}{2} r'^2 = \tfrac{1}{2} r_0'^2 + \int_{r_0}^{r} \frac{C^2 + F r^3}{r^3} d r.$$

Omdat

$$\int_0^{r_0} \frac{C^2 + F r^3}{r^3} d r > \int_0^{r_0} \frac{C^2 d r}{r^3} = \infty$$

is, zal dus r' voor zekere waarde $r_1 < r_0$ van den voerstraal zeker nul worden. Dan is

$$r'^2 = \int_{r_1}^{r} 2 \frac{C^2 + F r^3}{r^3} d r > \int_{r_1}^{r} \frac{2 C^2}{r^3} d r = C^2 \left(\frac{1}{r_1^2}\right) - \left(\frac{1}{r^2}\right),$$

dus

$$\pm C d t < \frac{r_1 r d r}{\sqrt{r^2 - r_1^2}}, \quad d \theta = \frac{C d r}{r^2 r'} < \frac{r_1 d r}{r \sqrt{r^2 - r_1^2}}.$$

Stellen we nu door $T_{r_1}^{r}$ het tijdsverloop voor, waarin het punt van den afstand r tot op den minimum-afstand r_1

komt, en door $\Theta^r_{r_1}$ den hoek, dien de voerstraal in dit tijdsverloop wentelt, dan is:

$$T^r_{r_1} < \frac{r_1 \sqrt{r^2 - r_1^2}}{C}$$

$$\Theta^r_{r_1} < 2\, Bg.\, Tg. \sqrt{\frac{r - r_1}{r + r_1}} < \frac{\pi}{2}.$$

Hieruit volgt, dat de baan nimmer door het centrum zal gaan, doch vóór dat de voerstraal een rechten hoek gewenteld is zal ombuigen en zich verder naar de oneindige ruimte zal uitstrekken met een tak, die een asymptoot heeft.

7. De grenswaarde van de radiale snelheid, dus ook van de snelheid zelve, is eindig of oneindig groot tegelijk met $\int_{r_1}^{\infty} F\,d\,r$, den arbeid, dien de beweegkracht verricht, als ze het punt van eindigen tot op oneindig grooten afstand van het centrum beweegt.

Is die arbeid eindig, stel $\int_{r_1}^{\infty} F\,d\,r = A$, dan gaat de asymptoot van de baan niet door 't centrum (§ 3), zooals dit b. v. het geval is bij de beweging onder de krachtenwet $\mu\, r^{-2}$, die plaats grijpt langs een hyperbooltak, die het centrum als brandpunt niet omgeeft.

Het tijdsverloop $T^{\infty}_{r_1}$, waarin het punt van den minimumafstand r_1 tot op oneindig grooten afstand van het centrum komt, volgt uit:

$$\pm\, dt = \frac{dr}{\sqrt{2\int_{r_1}^{r} \frac{C^2 + Fr^3}{r^3}\, dr}} > \frac{r_1\, r\, dr}{\sqrt{C^2(r^2 - r_1^2) + 2Ar_1^2 r^2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2A + \frac{C^2}{r_1^2}}}\; \frac{r\, dr}{\sqrt{r^2 - \alpha^2}},$$

als

$$\frac{C^2 r_1^2}{C^2 + 2 A r_1^2} = \alpha^2$$

gesteld wordt. Bijgevolg is

$$T_{r_1}^{\infty} \sqrt{2A + \frac{C^2}{r_1^2}} > \int_{r_1}^{\infty} \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 - \alpha^2}} = \infty .$$

8. Is daarentegen $\int_{r_1}^{\infty} F\,dr = \infty$, dan heeft de baan een asymptoot, die door het centrum is gericht (§ 3), zooals dit b. v. het geval is bij de beweging onder den invloed van de kracht $F = \mu r$, die plaats grijpt langs een hyperbooltak, welks middelpunt door 't centrum wordt ingenomen.

Het tijdsverloop, waarin het punt de geheele baan aflegt, *kan* eindig zijn. Uit

$$\pm\, dt = \frac{r_1\, r\, dr}{\sqrt{C^2 (r^2 - r_1^2) + 2 r^2 r_1^2 \int_{r_1}^{r} F\,dr}}$$

toch volgt

$$\pm\, dt < \frac{r_1\, r\, dr}{\sqrt{2 r^2 r_1^2 \int_{r_1}^{r} F\,dr}} ,$$

dus

$$T_{r_1}^{\infty} < \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{2 \int_{r_1}^{r} F\,dr}} ,$$

welke integraal een eindige waarde kan hebben.

Stellen we b. v.:

$$F = \tfrac{1}{2}(n + 1)\,\mu\, r^n ,$$

dan is

$$\sqrt{\mu}\, T_{r_1}^{\infty} < \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{r^{n+1} - r_1^{n+1}}}$$

Vervangen we nu n door $2 + \varepsilon$, ε een willekeurig positief getal voorstellende, dan vinden we:

$$\sqrt{\mu}\, T_{r_1}^{\infty} < \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{r^{3+\varepsilon} - r_1^{3+\varepsilon}}} < \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{(r^3 - r_1^3)\, r_1^{\varepsilon}}} <$$

$$< r_1^{-\frac{\varepsilon}{2}} \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{(r - r_1)\, r^2}} = \pi\, r_1^{-\frac{1+\varepsilon}{2}},$$

zoodat het punt na eindigen tijd met oneindig groote snelheid op oneindig grooten afstand zal gekomen zijn, als het afgestooten wordt met een kracht, evenredig met een macht van den afstand, welker exponent niet kleiner is dan 2.

9. De gevonden uitkomsten laten zich op de volgende wijze samenvatten:

De baan onder de werking eener afstootende kracht beschreven is altijd van hyperbolischen aard. Het centrum, op de as gelegen, wordt door de baan niet omgeven.

De asymptoten zijn niet door 't centrum gericht, ingeval de arbeid, dien de beweegkracht moet verrichten om het punt op oneindigen afstand van 't centrum te voeren, een eindige waarde heeft. De beweging duurt dan oneindig voort.

Is genoemde arbeid echter oneindig groot, dan gaan de asymptoten door het centrum en kan de duur der beweging eindig zijn.

HOOFDSTUK III.

DE KRACHT μr^{-3}.

10. Volgens (4) is $r'' \lesseqqgtr 0$ met $C^2 - \mu \lesseqqgtr 0$.

Is $C^2 = \mu$, dan zal de radiale snelheid een standvastige waarde hebben en de baan zich eenerzijds tot in het centrum, anderzijds tot op oneindigen afstand voeren.

De volledige oplossing geeft:

$$r = \frac{r_0}{1 - \frac{r'_0 r_0}{C} (\theta - \theta_0)}, \qquad t - t_0 = \frac{r - r_0}{r'_0}.$$

Is $C^2 > \mu$, dan volgt uit (6), dat de baan het centrum tot op een minimum-afstand zal naderen en verder zich tot het oneindige zal uitstrekken; ze heeft een asymptoot, die niet door 't centrum gaat.

De volledige oplossing geeft:

$$r = \frac{r_0}{\cos\theta \sqrt{1 - \frac{\mu}{C^2}}}, \qquad t - t_0 = r_0 \sqrt{\frac{r^2 - r_0^2}{C^2 - \mu}}.$$

Volgens § 4 kan deze beweging opgevat worden als een eenparige langs een rechte lijn, die om het centrum gewenteld wordt.

Is $C^2 < \mu$, dan geeft (6):

$$r'^2 = r'^2_0 - (\mu - C^2) \left(\frac{1}{r_0^2} - \frac{1}{r^2}\right),$$

zoodat $r' = 0$ wordt voor

$$r^2 = \frac{r_0^2}{1 - \frac{r_0^2 r'^2_0}{\mu - C^2}}.$$

terwijl voor $r = 0$ de grenswaarde van $r' = \infty$ is.

De baan zal dus eenerzijds altijd tot het centrum voeren, anderzijds zich tot op eindigen afstand uitstrekken en daar ombuigen, ingeval $\mu - C^2 > r_0^2 r'^2_0$ is, echter zich tot het oneindige uitstrekken, ingeval $\mu - C^2$ gelijk of kleiner is dan $r_0^2 r'^2_0$, en wel in 't eerste geval met een tak in den vorm van een spiraal met oneindig veel windingen, in het tweede geval met een tak van hyperbolischen aard.

De volledige oplossing geeft:

$$\mu - C^2 > r_0^2\, r'^2_0 \,:\, r = \frac{2\varrho}{e^{\theta\sqrt{\frac{\mu}{C^2}-1}} + e^{-\theta\sqrt{\frac{\mu}{C^2}-1}}},$$

$$\varrho = r_0 \sqrt{\frac{\mu - C^2}{\mu - C^2 - r_0^2\, r'^2_0}};$$

$$\mu - C^2 = r_0^2\, r'^2_0 \,:\, r = r_0\, e^{(\theta-\theta_0)\sqrt{\frac{\mu}{C^2}-1}};$$

$$0 < \mu - C^2 < r_0^2\, r'^2_0 : \frac{r + \sqrt{\alpha^2 + r^2}}{r_0 + \sqrt{\alpha^2 + r_0^2}} = e^{\frac{\theta-\theta_0}{\alpha}\sqrt{\frac{\mu}{C^2}-1}},$$

$$\alpha^2 = \frac{\mu - C^2}{r'^2_0\, r_0^2 - (\mu - C^2)}\, r_0^2.$$

HOOFDSTUK IV.

HET PRODUKT VAN DE KRACHT MET DE DERDEMACHT VAN DEN AFSTAND TOT HET CENTRUM IS EEN AANGROEIENDE FUNCTIE VAN DIEN AFSTAND.

11. Groeit Fr^3, welke functie we voortaan door $\varphi(r)$ zullen voorstellen, van 0 tot ∞ aan als r van 0 tot ∞ aangroeit, zooals dit b. v. het geval is voor $F = \mu\, r^{-2}$, dan moet $C^2 - \varphi(r) = 0$ een bestaanbaren wortel hebben, dien we door r_0 zullen aanduiden.

Voor deze waarde van den voerstraal alleen is de eenparige cirkelbeweging mogelijk, omdat alleen in dat geval de radiale versnelling gelijk nul is.

Wij zullen de baan dier eenparige cirkelbeweging voorstellen door (C, r_0).

12. Uit (4) volgt, dat de radiale versnelling r'' steeds gericht zal zijn naar den omtrek der cirkelbaan, en dus de radiale snelheid hare grootste waarde zal hebben, als het punt die cirkelbaan passeert.

De vergelijking (6) geeft hier:

$$r'^2 = r'^2_0 - 2 \int_r^{r_0} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\, dr .$$

Omdat voor $r < r_0$ ook $C^2 - \varphi(r) > 0$ is, zal de waarde van de integraal

$$\int_0^{r_0} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\, dr$$

oneindig groot wezen, en r' bijgevolg nul moeten worden voor zekere waarde $r_1 < r_0$.

Hierdoor wordt

$$r'^2 = 2 \int_{r_1}^{r} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\, dr .$$

Het tijdsverloop $T_{r_1}^{r_0}$, waarin het punt van den afstand r_0 tot den minimum-afstand r_1 komt, volgt uit

$$\pm\, dt = \frac{dr}{\sqrt{2 \int_{r_1}^{r} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\, dr}}$$

Omdat $\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}$ tusschen r en r_1 nooit negatief wordt, zal dus een waarde ϱ tusschen r en r_1 zoo voor r gekozen kunnen worden, dat

$$\int_{r_1}^{r} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\, dr = \frac{C^2 - \varphi(\varrho)}{\varrho^3}\,(r - r_1)$$

is.

Hierdoor wordt

$$\pm\, dt = \frac{dr}{\sqrt{2\, \frac{C^2 - \varphi(\varrho)}{\varrho^3}\,(r - r_1)}},$$

en

$$T_{r_1}^{r_0} = \int_{r_1}^{r_0} dt = \text{eindig},$$

$$\Theta_{r_1}^{r_0} = \int_{r_1}^{r_0} \frac{C\,dt}{r^2} = \text{eindig}.$$

Hieruit volgt dus, dat de baan naar den kant van het centrum een minimum-afstand tot het centrum zal hebben en daar ombuigen.

13. Voor de beweging aan den buitenkant van de cirkelbaan geldt

$$r'^2 = r'^2_0 - 2\int_{r_0}^{r} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr.$$

De radiale snelheid neemt met toenemenden afstand af. We moeten nu drie gevallen onderscheiden:

$$\tfrac{1}{2}\, r'^2_0 \lesseqgtr \int_{r_0}^{\infty} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr,$$

of, wat op hetzelfde neerkomt:

$$\tfrac{1}{2}\, v_0^2 \lesseqgtr \int_{r_0}^{\infty} F\,dr.$$

In 't eerste geval is

$$r'^2 = 2\int_{r}^{r_2} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr = 2\,\frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^3}\,(r_2 - r),$$

waaruit volgt:

$$T_{r_0}^{r_2} = \int_{r_0}^{r_2} \frac{dr}{\sqrt{2\,\dfrac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^3}\,(r_2 - r)}} = \text{eindig},$$

$$\Theta_{r_0}^{r_2} = \int_{r_0}^{r_2} \frac{C\,dr}{r^2\,r'} = \text{eindig.}$$

In het tweede geval is

$$r'^2 = 2\int_r^{\infty} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr.$$

Omdat $\varphi(r)$ een wassende functie van r is, moeten we onderscheiden de beide gevallen $\varphi(\infty) < \infty$ en $\varphi(\infty) = \infty$ of $\varphi(\infty) - C^2 =$ eindig en $\dfrac{\varphi(r) - C^2}{r^n}$ voor $r = \infty$ eindig, waar $n > 0$ is. In 't eerste geval is

$$T_{r_0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r'} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{r\,dr}{\sqrt{\varphi(\varrho) - C^2}} = \infty$$

$$\Theta_{r_0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{C\,dr}{r^2\,r'} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{C\,dr}{r\sqrt{\varphi(\varrho) - C^2}} = \infty.$$

In het tweede geval is

$$r'^2 = 2\int_r^{\infty} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^n}\,r^{n-3}\,dr = 2\,\frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^n}\int_r^{\infty} r^{n-3}\,dr;$$

zal dus r' eindig zijn, dan moet $n - 3 < -1$ genomen worden; wij stellen dus $n = + \varepsilon$, ε een positief getal kleiner dan 2 zijnde. Dan is

$$r'^2 = 2\,\frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^{\varepsilon}} \cdot \frac{2 - \varepsilon}{r^{2-\varepsilon}}.$$

Hieruit volgt:

$$T_{r_0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \sqrt{\frac{\varrho^{\varepsilon}}{2\,(2+\varepsilon)\,(\varphi(\varrho) - C^2)}}\; r^{1-\frac{\varepsilon}{2}}\,dr = \infty,$$

$$\Theta_{r_0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{C\,dr}{r^2\,r'} = \text{eindig.}$$

In het derde geval eindelijk is

$$r'^2 = r'^2_\infty + 2 \int_{r_0}^{\infty} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\, dr,$$

dus

$$T_{r^0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r'} > \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r'_0} = \infty,$$

$$\Theta_{r_0}^{\infty} = \int_{r_0}^{\infty} \frac{C\,dr}{r^2 r'} < \int_{r_0}^{\infty} \frac{C\,dr}{r^2 r'_\infty} = \text{eindig}.$$

14. In de richting van 't centrum afgekeerd zal dus de baan zich slechts tot op eindigen afstand uitstrekken en daar ombuigen, ingeval het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner is dan dat van de beweegkracht. Is het er aan gelijk, dan zal de baan in den vorm van een spiraal met oneindig veel windingen naar de oneindige ruimte voeren, ingeval $\varphi(\infty)$ eindig is, zooals b. v. bij $\varphi(r) = \dfrac{a + b\,r}{a_1 + b_1\,r}$ voor $\dfrac{a}{a_1} < C^2 < \dfrac{b}{b_1}$; is echter $\varphi(\infty) = \infty$, dus $\varphi'(\infty) < \infty$, dan zal de oneindig voortloopende tak van parabolischen aard zijn. Is eindelijk het arbeidsvermogen van het punt grooter dan dat der beweegkracht, dan heeft de baan een tak met een asymptoot, die niet door 't centrum is gericht.

De beweging duurt in ieder geval altijd voort.

15. Onderstellen we nu, dat de eenparige cirkelbeweging niet mogelijk is, dan moet $C^2 - \varphi(r)$ of steeds positief of steeds negatief zijn, dus

$C^2 - \varphi(\infty) \geqq 0$, zooals bij $\varphi(r) = \dfrac{a + b\,r}{a_1 + b_1\,r}$ voor $\dfrac{a}{a_1} < \dfrac{b}{b_1} \leqq C^2$,

$C^2 - \varphi(0) \leqq 0$, zooals bij dezelfde wet voor $C^2 \leqq \dfrac{a}{a_1} < \dfrac{b}{b_1}$.

16. Is $C^2 \geqq \varphi(\infty)$, dan geeft (6)

$$\tfrac{1}{2} r'^2 = \tfrac{1}{2} r'^2_0 - \int_r^{r_0} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr.$$

De waarde der integraal in het tweede lid groeit met afnemende r steeds áán en wordt voor $r = 0$ oneindig groot. De baan zal dus een minimum-afstand r_1 tot het centrum hebben, zoodat

$$r'^2 = \int_{r_1}^{r} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr$$

is. De radiale versnelling r' neemt met toenemenden afstand toe en heeft voor $r = \infty$ een eindige waarde.

We vinden dus:

$$T_{r_1}^{\infty} = \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{r'} = \infty$$

$$\Theta_{r_1}^{\infty} = \int_{r_1}^{\infty} \frac{C\,dr}{r^2 r'} = \text{eindig}.$$

De baan heeft dus een oneindigen tak met een asymptoot, die niet door 't centrum is gericht.

17. Is $C^2 \leqq \varphi(0)$, dan geeft (6):

$$r'^2 = r'^2_0 + \int_r^{r_0} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3} dr.$$

De radiale snelheid groeit met afnemende afstanden voortdurend aan, zoodat het punt in het centrum zal komen. Verder is

$$T_0^{r_0} = \int_0^{r_0} \frac{dr}{r'} < \int_0^{r_0} \frac{dr}{r'_0} = \text{eindig}.$$

$$\Theta_0^{r_0} = \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r^2 r'}.$$

Ten einde te onderzoeken, of $\Theta_0^{r_0}$ al of niet een eindige waarde heeft, onderscheiden we de volgende gevallen:

$$A \quad \varphi(r) - C^2 > 0 \text{ voor } r = 0,$$

$$B \quad \frac{\varphi(r) - C^2}{r} = \text{eindig voor } r = 0,$$

$$C \quad \frac{\varphi(r) - C^2}{r^2} = \quad \text{»} \quad \text{»} \quad r = 0,$$

$$D \quad \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3} = \quad \text{»} \quad \text{»} \quad r = 0, \text{ enz.}$$

In A is

$$r'^2 = r_0'^2 + \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{r_0^2 r^2}(r_0^2 - r^2),$$

dus

$$\Theta_0^{r_0} = \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r^2 r'} > \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r\sqrt{r_0'^2 r^2 + \varphi(\varrho) - C^2}} = \infty.$$

In B is

$$r'^2 = r_0'^2 + 2\,\frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho\, r_0\, r}(r_0 - r),$$

dus

$$\Theta_0^{r_0} > \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r\sqrt{r}\sqrt{r_0'^2 r + 2\,\frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho}}} = \infty.$$

In C is

$$r'^2 = r_0'^2 + \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^2}\, l\, \frac{r_0^2}{r^2},$$

dus

$$\Theta_0^{r_0} = \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r\sqrt{r_0'^2 r^2 + \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^2}\, r^2\, l\, \frac{r_0^2}{r^2}}},$$

Omdat $\frac{\varphi(\varrho)-C^2}{r'^2_0\,\varrho^2}\,r^2\,l\,\frac{r_0^2}{r^2}$ zoowel voor $r=r_0$ als voor $r=0$ de waarde nul heeft, moet ze voor een tusschengelegen waarde ϱ, van r een maximum-waarde α^2 hebben, dus

$$\Theta_0^{r_0} > \int_0^{r_0} \frac{C\,dr}{r\,r'_0\sqrt{r^2+\alpha^2}} = \infty\,.$$

In D is

$$r'^2 = r'^2_0 + \frac{\varphi(\varrho)-C^2}{\varrho^3}(r_0-r).$$

dus is r' eindig voor $r=0$. Noemen we de waarde van r' in het centrum r_c' dan is

$$\Theta_0^{r_0} > \int_0^{r} \frac{C\,dr}{r^2\,r_c'} = \infty\,.$$

Uit dit onderzoek blijkt, dat de spiraal, die naar het centrum voert, altijd een oneindig groot aantal windingen heeft.

Voor de beweging in de richting van 't centrum afgekeerd geeft (6)

$$r'^2 = r'^2_0 - 2\int_{r_0}^{r} \frac{\varphi(r)-C^2}{r^3}\,dr\,,$$

dezelfde betrekking als die in § 13, zoodat we hier de uitkomsten in § 14 genoemd terugvinden.

18. De beweging onder de werking van een aantrekkende kracht, welker produkt met de derdemacht van den afstand tot het centrum een aangroeiende functie van dien afstand is, kunnen we op de volgende wijze in beeld brengen:

Is de cirkelbeweging mogelijk dan zal de baan altijd de cirkelbaan snijden.

Denken we ons het punt van uit een plaats der cirkelbaan weggeworpen, eerst in een richting loodrecht op den voerstraal, daarna in richtingen die al kleiner en kleinere hoeken met dien voerstraal maken.

Is de bedoelde hoek recht, dan wordt de cirkelbaan beschreven.

Wordt die hoek langzamerhand kleiner gemaakt, zoodat de beginsnelheid steeds aangroeien zal, dan zal de baan een regelmatig gegolfde lijn zijn met minimum- en maximum-voerstralen, zoolang het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner blijft dan dat der beweegkracht; wordt het er aan gelijk, dan zal de baan nog een minimum-afstand hebben, maar zich overigens naar de oneindige ruimte uitstrekken, en wel in den vorm van een spiraal met oneindig veel windingen, ingeval $\varphi(\infty)$ *een eindige, in den vorm van een parabolischen tak als* $\varphi(\infty)$ *een oneindig groote waarde heeft.*

Wordt eindelijk het totale arbeidsvermogen van het punt grooter dan dat van de beweegkracht, dan zal de oneindige tak van hyperbolischen aard zijn

Is de cirkelbeweging niet mogelijk en $C^2 \geqq \varphi(\infty)$, *dan zal de baan altijd van hyperbolischen aard zijn.*

Is daarentegen $C^2 \leqq \varphi(0)$, *dan zal de baan eenerzijds naar het centrum voeren langs een spiraal met oneindig veel windingen, anderzijds de vormen aannemen, zooals gezegd is bij de onderstelling van de mogelijkheid der cirkelbeweging.*

19. De cirkelbaan heeft, zooals we in § 12 opmerkten, de eigenschap, dat haar snijpunt met de baan van het punt de plaats aangeeft, waar de radiale snelheid de grootste waarde heeft. Bij de beweging volgens de wet van Newton is de verwijdering van of nadering tot het centrum het grootst, als de voerstraal van het punt loodrecht op de as der baan staat. Al de banen hebben in dat geval dus gelijke parameters.

20. Uit de gevonden uitkomsten volgt nog, dat een kleine storing van de cirkelbeweging aanleiding zal geven tot een nieuwe beweging, die plaats zal grijpen in een regelmatig gegolfde baan. Ingeval de storing zeer gering is, zullen de maximum- en minimum-voerstralen zeer weinig in lengte verschillen, en kan de beweging op de volgende wijze bepaald worden.

Is r_1 de minimum-afstand der baan, dan kan $\varphi(r)$ op de volgende wijze geschreven worden:

$$\varphi(r) = \varphi(r_1) + (r - r_1)\,\varphi'(r_1 + \vartheta(r - r_1)),$$

als ϑ een echte positieve breuk voorstelt. Hier is φ' altijd positief.

Dan is

$$\int_{r_1}^{r} 2\,F\,d\,r = \int_{r_1}^{r} \frac{2\,\varphi\,(r)}{r^3}\,d\,r =$$

$$= \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left\{\varphi\,(r_1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)+r_1\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\varphi'\,(r_1+\vartheta_1\,(r-r_1))\right\},$$

waar ϑ_1 een nieuwe echte breuk voorstelt.

Hieruit volgt voor $v^2 = {v_1}^2 - \int_{r_1}^{r} 2\,F\,d\,r$:

$$v^2 = \frac{C^2}{{r_1}^2} - \left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left\{\varphi(r_1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)+r_1\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\varphi'(r_1+\vartheta_1(r-r_1))\right\}.$$

Wordt deze waarde van v^2 in (2) gesubstitueerd, dan is:

$$r^2\,v^2 - C^2 = r^2\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left\{(C^2-\varphi\,(r_1))\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r}\right)-\right.$$

$$\left.-\,r_1\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\varphi'\,(r_1+\vartheta_1\,(r-r_1))\right\}$$

of, als we

$$\frac{r_1\,\varphi'\,(r_1+\vartheta_1\,(r-r_1))+(C^2-\varphi\,(r_1))}{r_1\,\varphi'\,(r_1+\vartheta_1\,(r-r_1))-(C^2-\varphi\,(r_1))} = \varkappa$$

stellen:

$$r^2 v^2 - C^2 = \left\{r_1\varphi'(r_1+\vartheta_1(r-r_1))+(C^2-\varphi(r_1))\right\} r^2\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\varkappa r_1}\right).$$

Aangezien voor de cirkelbeweging $C^2 = \varphi\,(r_0)$ is, kunnen we in ons geval $C^2 = \varphi\,(r_1)\,(1+\varepsilon^2$ stellen, waar ε een zeer kleine positieve grootheid voorstelt, en wel des te kleiner, naarmate de storing geringer is. Verwaarloozen we nu

alle termen, waarin $(r-r_1)$ en ε tot den tweeden of hoogeren graad voorkomen, dan is

$$r^2v^2-C^2=\{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)\}\,r^2\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\varkappa r_1}\right),$$

$$\varkappa=\frac{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)}{r_1\varphi'(r_1)-2\varepsilon\varphi(r_1)}.$$

De differentiaalvergelijkingen van beweging onder (2) aangeduid, worden in ons geval

$$\pm d\theta=\sqrt{\frac{\varphi(r_1)(1+\varepsilon)^2}{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)}}\;\frac{dr}{r^2\sqrt{\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\varkappa r_1}\right)}},$$

$$\pm dt=\sqrt{\frac{1}{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)}}\;\frac{dr}{\sqrt{\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r}\right)\left(\frac{1}{r}-\frac{1}{\varkappa r_1}\right)}}.$$

Deze geïntegreerd geven de volgende bewegingsvergelijkingen:

$$\left.\begin{aligned}\tfrac{1}{2}\theta&=\sqrt{\frac{\varphi(r_1)(1+\varepsilon)^2}{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)}}\,Bg.\,Tg.\sqrt{\varkappa\frac{r-r_1}{\varkappa r_1-r}},\\ t&=\sqrt{\frac{r_1^2}{r_1\varphi'(r_1)-2\varepsilon\varphi(r_1)}}\times\\ &\times\left\{(\varkappa+1)r_1 Bg.Tg.\sqrt{\frac{r-r_1}{\varkappa r_1-r}}-\sqrt{(r-r_1)(\varkappa r_1-r)}\right\}\end{aligned}\right\}\ldots(7)$$

21. Uit deze vergelijkingen blijkt, dat de beweging in een regelmatig gegolfde baan plaats grijpt, waarvan de minimum-voerstralen r_1 en de maximum-voerstralen $\varkappa r_1$ zijn. De hoek Θ tusschen elk opvolgend paar maximum- en minimum-voerstralen is

$$\Theta=\pi\sqrt{\frac{\varphi(r_1)(1+\varepsilon)^2}{r_1\varphi'(r_1)+2\varepsilon\varphi(r_1)}}$$

en het tijdsverloop T, waarin de voerstraal dien hoek beschrijft, is

$$T = \frac{\frac{1}{2}\pi(\varkappa+1)r_1^2}{\sqrt{r_1\varphi'(r_1) - 2\varepsilon\varphi(r_1)}}$$

De grenswaarden dezer grootheden voor $\varepsilon = 0$ zijn dus

$$\text{lim. } \Theta = \pi\sqrt{\frac{\varphi(r_1)}{r_1\varphi'(r_1)}}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

$$\text{lim. } T = \frac{\pi r_1^2}{\sqrt{r_1\varphi'(r_1)}}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

22. Lim. Θ zal onafhankelijk zijn van r_1, dus voor alle gestoorde cirkelbewegingen onder dezelfde wet van aantrekking dezelfde zijn, als $\frac{r\varphi'(r)}{\varphi(r)}$ standvastig is. Noemen we die standvastige waarde α^2, dan is

$$\frac{d\varphi(r)}{\varphi(r)} = \frac{\alpha^2\,dr}{r},$$

welke geïntegreerd geeft

$$\varphi(r) = \beta r^{\alpha^2}, \quad \text{dus } F = \beta r^{\alpha^2-3}.$$

Lim. T zal onafhankelijk van r zijn, als $\frac{\varphi'(r)}{r^3}$ een standvastige waarde heeft. Uit

$$\frac{\varphi'(r)}{r^3} = 4\alpha^2$$

volgt

$$\varphi(r) = \alpha^2 r^4 + \beta, \quad \text{dus } F = \alpha^2 r + \beta r^{-3}.$$

23. Voor $F = \mu r^n$ is

$$\text{lim. } \Theta = \frac{\pi}{\sqrt{n+3}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

$$\lim.\ T = \frac{\pi}{\sqrt{\mu (n+3)\, r^{n-1}}} \ldots\ldots (11)$$

Voor $n = -2$ is $\lim.\ \Theta = \pi$, $\lim.\ T = \frac{\pi}{\sqrt{\mu r^{-3}}}$.

Voor $n = +1$ » $\lim.\ \Theta = \frac{1}{2}\pi$, $\lim.\ T = \frac{\pi}{2\sqrt{\mu}}$.

De formule (10) is door NEWTON gevonden, die daarmede aantoonde, dat de kracht, die de planeten om de zon drijft, omgekeerd-evenredig met de tweedemacht van den afstand tot de zon moest werken, aangezien de minste afwijking van die wet een aanmerkelijke verplaatsing van het perihelium der banen zoude ten gevolge hebben.

HOOFDSTUK V.

HET PRODUKT VAN DE BEWEEGKRACHT MET DE DERDEMACHT VAN DEN AFSTAND TOT HET CENTRUM IS EEN AFNEMENDE FUNCTIE VAN DIEN AFSTAND.

24. Doorloopt $\varphi(r)$ alle mogelijke waarden van ∞ tot 0 als r van 0 tot ∞ aangroeit, dan zal $C^2 - \varphi(r)$ een enkelen positieven wortel r_0 hebben. Op den afstand r_0 alleen is de eenparige cirkelbeweging mogelijk, omdat daar alleen de radiale versnelling nul is.

Uit (4) blijkt, dat de radiale versnelling steeds van den omtrek der cirkelbaan (C, r_0) is afgekeerd, en de radiale snelheid bijgevolg kleiner moet worden, als het bewegende punt dien omtrek nadert.

25. Stel, dat het punt van uit een plaats binnen de cirkelbaan gelegen wordt weggeworpen, dan is volgens (6)

$$r'^2 = r'^2_1 + \int_r^{r_1} 2\, \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\, dr,$$

waar r_1 de afstand is van de plaats van vertrek tot het centrum, dus volgens de gemaakte onderstelling $r_1 < r_0$ is.

Daar de waarde van de integraal in het tweede lid dezer vergelijking met afnemende waarde van r toeneemt en voor $r = 0$ oneindig groot wordt, zal het punt met toenemende snelheid tot het centrum naderen.

Het tijdsverloop $T_0^{r_1}$, waarin het punt zich tot in het centrum beweegt, volgt uit

$$T_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'} < \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'_1} = \text{eindig}.$$

De hoek $\Theta_0^{r_1}$, die in dat tijdsverloop door den voerstraal wordt doorloopen, volgt uit

$$\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C\,dr}{r^2 r'}.$$

Ten einde te beoordeelen in welke gevallen $\Theta_0^{r_1}$ al of niet eindig is, merken we op, dat $\varphi(r) - C^2$ met afnemende waarde van r aangroeit, en dus voor $r = 0$ zoowel een eindige als oneindig groote waarde kan hebben.

We stellen daarom

$$r^n (\varphi(r) - C^2) = \text{eindig voor } r = 0,$$

zoodat voor $n = 0$ het eerste, voor $n > 0$ het tweede geval zal plaats hebben.

Dan is

$$r'^2 = r_1'^2 + \varrho^n (\varphi(\varrho) - C^2) \int_r^{r_1} \frac{2\,dr}{r^{n+3}} =$$

$$r_1'^2 + \frac{2\varrho^n (\varphi(\varrho) - C^2)}{n+2} \left(\frac{1}{r^{n+2}} - \frac{1}{r_1^{n+2}}\right),$$

zoodat hierdoor de waarde van $\Theta_0^{r_1}$ overgaat in

$$\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C r_1^{\frac{n+2}{2}} r^{\frac{n-2}{2}} dr}{\sqrt{r_1'^2 r_1^{n+2} r^{n+2} + \frac{2\varrho^n (\varphi(\varrho) - C^2)}{n+2} (r_1^{n+2} - r^{n+2})}}.$$

Aangezien de noemer der breuk onder het integraalteeken een eindige positieve waarde heeft voor alle waarden van r op en tusschen de integratie-grenzen gelegen, zoo blijkt, dat

$$\Theta_0^{r_1} = \infty \text{ is voor } n = 0,$$

$$\Theta_0^{r_1} < \infty \text{ » » } n > 0.$$

Het punt zal dus met oneindig groote snelheid in het centrum komen, na zich bewogen te hebben langs een spiraalvormige baan, die een eindig aantal windingen zal hebben voor $\varphi(0) = \infty$, daarentegen een oneindig groot aantal voor $\varphi(0) < \infty$.

26. Om de beweging in de richting van 't centrum afgekeerd te onderzoeken, schrijven we de waarde voor r'^2 als volgt:

$$r'^2 = r_1'^2 - \int_{r_1}^{r} 2\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,d\,r.$$

De waarde van de integraal in deze uitdrukking groeit van $r = r_1$ tot $r = r_0$ gestadig aan, en neemt daarna voor $r > r_0$ weer af, omdat dan $\varphi(r) - C^2$ negatief wordt.

We onderscheiden daarom drie gevallen:

$$r_1'^2 \lesseqqgtr \int_{r_1}^{r_0} 2\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,d\,r.$$

De beteekenis, die we aan deze gevallen kunnen hechten, is de volgende: is A het totale arbeidsvermogen van het bewegende punt en A_x dat van de cirkelbeweging, dan is

$$A_x - A = \left(\frac{C^2}{2\,r_0^2} + \int_0^{r_0} F\,d\,r\right) - \left(\tfrac{1}{2}\,r_1'^2 + \frac{C^2}{2\,r_1^2} + \int_0^{r_1} F\,d\,r\right)$$

of ook

$$A_x - A = \int_{r_1}^{r_0} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,d\,r - \tfrac{1}{2}\,r_1'^2,$$

zoodat de genoemde gevallen overeenkomen met

$$A \lesseqgtr A_x .$$

27. In 't eerste geval $A < A_x$ wordt $r' = 0$ voor een waarde r_2 van r, die kleiner is dan r_0.

Dan is

$$r'^2 = \int_r^{r_2} 2 \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3} dr = 2 \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^3} (r_2 - r),$$

derhalve

$$T_{r_1}^{r_2} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r'} = \int_{r_1}^{r_2} \sqrt{\frac{\varrho^3}{2(\varphi(\varrho) - C^2)}} \frac{dr}{\sqrt{r_2 - r}} = \text{eindig}.$$

Hieruit blijkt, dat het punt de cirkelbaan zal naderen en zonder ze te bereiken zal terugkeeren.

28. In het tweede geval $A = A_x$ is

$$r'^2 = \int_r^{r_0} 2 \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3} dr.$$

Omdat $\varphi(r) - C^2$ voor $r = r_0$ gelijk nul wordt, stellen we

$$\infty > \frac{\varphi(r) - C^2}{(r_0 - r)^n} > 0 \text{ voor } r = r_0.$$

Dan wordt

$$r'^2 = \int_r^{r_0} 2 \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3 (r_0 - r)^n} (r_0 - r)^n dr = \frac{2}{n+1} \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{\varrho^3 (r_0 - \varrho)^n} (r_0 - r)^{n+1};$$

bijgevolg is

$$T_{r_1}^{r_0} = \int_{r_1}^{r_0} \frac{dr}{r'} = \int_{r_1}^{r_0} \sqrt{\frac{n+1}{2} \cdot \frac{\varrho^3 (r_0 - \varrho)^n}{\varphi(\varrho) - C^2}} (r_0 - r)^{-\frac{n+1}{2}} dr,$$

zoodat

$$T_{r_1}^{r_0} = \infty \quad \text{voor} \quad n \geqq 1\,, \text{ dus voor } -\varphi'(r_0) < \infty\,,$$

$$T_{r_1}^{r_0} < \infty \quad \text{»} \quad n < 1\,, \quad \text{»} \quad \text{»} \quad -\varphi'(r_0) = \infty\,.$$

Verder is

$$\Theta_{r_1}^{r_0} = \int_{r_1}^{r_0} \frac{C\,dr}{r^2 r'}\,,$$

dus

$$\Theta_{r_1}^{r_0} \overline{\overline{<}} \infty \quad \text{met} \quad T_{r_1}^{r_0} \overline{\overline{<}} \infty\,.$$

Wij vinden dus, dat ingeval het totale arbeidsvermogen van het bewegend punt gelijk is aan dat der cirkelbeweging, het punt bij zijn beweging in de richting van 't centrum afgekeerd de cirkelbaan onophoudelijk zal naderen zonder die ooit te bereiken, zoodat zijn baan een spiraal zal zijn, die de cirkelbaan tot asymptoot heeft.

Hierbij is ondersteld, dat $-\varphi'(r_0) < \infty$ is.

Is $-\varphi'(r_0) = \infty$, dan zal het punt langs een weg van eindige lengte op de cirkelbaan komen, en, omdat op dat oogenblik zoowel de radiale snelheid als de radiale versnelling nul zijn, verkeert het punt in den toestand van de eenparige cirkelbeweging, zoodat het na dit oogenblik voortdurend langs de cirkelbaan zal voortbewegen.

29. In het derde geval $A > A_\varkappa$ is

$$r_1'^2 > \int_{r_1}^{r_0} 2\,\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr\,,$$

de radiale snelheid zal nu nimmer gelijk nul worden, zoodat het punt zeker de cirkelbaan zal bereiken, terwijl het op dat oogenblik nog een zekere waarde r'_0 heeft. Dan kunnen we schrijven

$$r'^2 = r_0'^2 + \int_{r_1}^{r_0} 2\,\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3} - \int_{r_1}^{r} 2\,\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr$$

aangroeit en voor $r = \infty$ een eindige waarde heeft. Het punt zal zich dus voortdurend verwijderen langs een baan met hyperboolvormigen tak.

33. Voor de beweging in de richting van het centrum is

$$r'^2 = r'^2_1 - \int_r^{r_1} 2\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\,dr\,.$$

De waarde van de integraal in het tweede lid dezer vergelijking groeit aan met afnemende r, en heeft voor $r = 0$ zeker een oneindige groote waarde, als $C^2 > \varphi(0)$ is. Is $C^2 = \varphi(0)$ en stellen we $\frac{C^2 - \varphi(0)}{r^n} < \infty$ voor $r = 0$, waar $n > 0$ is, dan is

$$\int_0^{r_1} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\,dr = \frac{C^2 - \varphi(\varrho)}{\varrho^n}\int_0^{r_1} r^{n-3}\,dr\,.$$

De waarde van deze integraal is oneindig groot voor $n \leqq 2$, daarentegen eindig voor $n > 2$.

We moeten dus drie gevallen onderscheiden:

$$\tfrac{1}{2}\,r'^2_1 \lesseqgtr \int_0^{r_1} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\,dr$$

of ook

$$\tfrac{1}{2}\,r'^2_1 \lesseqgtr -\frac{C^2}{2\,r_1^2} - \int_0^{r_1} F\,dr + \int_0^{\infty} \frac{C^2}{r^3}\,dr\,,$$

of eindelijk

$$A \lesseqgtr \int_0^{\infty} \frac{C^2}{r^3}\,dr.$$

34. Is $A < \int_0^{\infty} \frac{C^2}{r^3}\,dr$, dus het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner dan dat der kracht $\frac{C^2}{r^3}$, dan zal r' nul worden voor zekere waarde r_2 van r. Nu is

$$r'^2 = \int_{r_2}^{r} 2\,\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\,dr = 2\,\frac{C^2 - \varphi(\varrho)}{\varrho^3}\,(r - r_2)$$

dus

$$T_{r_2}^{r_1} = \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r'} = \text{eindig},$$

$$\Theta_{r_2}^{r_1} = \int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r^2\,r'} = \text{eindig}.$$

Het punt zal dus bij zijn beweging naar het centrum dit tot op zekeren afstand naderen en daarna zich weder er van verwijderen.

35. Is $A = \int_0^\infty \frac{C^2}{r^3}\,dr$, waartoe, evenals in het voorgaande geval, volgens § 33 $\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^n}$ voor $r = 0$ en $n > 2$ een eindige waarde moeten hebben, of, wat op hetzelfde neerkomt, waartoe vereischt wordt, dat $-\varphi''(0) = -\varphi'(0) = 0$ is, dan is

$$r'^2 = \int_0^r 2\,\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3}\,dr = \int_0^r 2\,\frac{C^2 - \varphi(r)}{r^{2+2\varepsilon}}\,r^{2\varepsilon - 1}\,dr,$$

waar ε een willekeurige positieve waarde kan hebben.

Hieruit volgt:

$$r'^2 = \frac{C^2 - \varphi(\varrho)}{\varepsilon\,\varrho^{2+2\varepsilon}}\,r^{2\varepsilon}.$$

Bijgevolg is

$$T_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'} = \int_0^{r_1} \varrho^{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{C^2 - \varphi(\varrho)}}\,r^{-\varepsilon}\,dr,$$

$$\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C\,dr}{r^2\,r'} = \int_0^{r_1} C\,\varrho^{1+\varepsilon} \sqrt{\frac{\varepsilon}{C^2 - \varphi(\varrho)}}\,r^{-(2+\varepsilon)}\,dr.$$

zoodat $\Theta_0^{r_1}$ altijd oneindig groot is, doch $T_0^{r_1}$ slechts voor $\varepsilon \geqq 1$, dus als ook $-\varphi'''(0) = 0$ is.

36. Is eindelijk $A > \int_0^\infty \frac{C^2}{r^3}\, dr$, dan zal r' voor $r = 0$ een eindige waarde hebben, die we door r'_c zullen voorstellen. Dan is.

$$T_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'} < \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'_c} = \text{eindig};$$

$$\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C\,dr}{r^2\, r'} > \int_0^{r_1} \frac{C\,dr}{r^2\, r'_1} = \infty.$$

37. Ingeval dus $C^2 \geqq \varphi(0)$, zal de beweging in de richting van het centrum afgekeerd plaats grijpen langs een tak van hyperbolischen aard.

In de richting naar het centrum zal het punt het centrum tot op eindigen afstand naderen en daarna zich er van verwijderen tot op oneindigen afstand, als zijn totale arbeidsvermogen kleiner is dan dat der kracht $\frac{C^2}{r^3}$, wat alleen 't geval kan zijn als $-\varphi'(0) = -\varphi''(0) = 0$ is. Is het er aan gelijk, wat insgelijks slechts mogelijk is als $\varphi'(0)$ en $\varphi''(0)$ beiden nul zijn, dan zal het punt langs een spiraalvormige baan met oneindig veel windingen met oneindig groote snelheid in het centrum komen, tenzij ook $\varphi'''(0) = 0$ is, in welk geval het centrum asymptotisch genaderd zal worden.

Is eindelijk het totale arbeidsvermogen van het punt grooter dan dat der kracht $\frac{C^2}{r^3}$, dan zal het punt altijd met oneindig groote snelheid in het centrum komen, zich bewegende langs een spiraalvormige baan met oneindig veel windingen.

38. Is eindelijk $C^2 \leqq \varphi(\infty)$, dan is volgens (4) de radiale versnelling steeds negatief, zoodat het punt in de richting

van het centrum zich met steeds grootere radiale snelheid zal bewegen.

Volgens (6) is

$$r'^2 = r'^2_1 + 2\int_r^{r_1} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\, dr,$$

waaruit vooreerst volgt

$$T_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'} < \int_0^{r_1} \frac{dr}{r'_1} = \text{eindig}.$$

Het punt zal dus met oneindig groote snelheid in het centrum komen.

Ten einde te beoordeelen of $\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C\,dr}{r^2\, r'}$ een eindige of oneindig groote waarde heeft, onderstellen we, dat voor $r = 0$

$$r^n (\varphi(r) - C^2)$$

eindig is, waarin $n \overset{=}{>} 0$ is.

Dan wordt de uitdrukking voor r'^2:

$$r'^2 = r'^2_1 + \int_0^{r_1} 2 r^n (\varphi(r) - C^2) \frac{dr}{r^{n+3}} =$$

$$= r'^2_1 + \frac{2\varrho^n (\varphi(\varrho) - C^2)}{n+2} \left(\frac{1}{r^{n+2}} - \frac{1}{r_1^{n+2}}\right).$$

Bijgevolg is dan

$$\Theta_0^{r_1} = \int_0^{r_1} \frac{C\, r_1^{\frac{n+2}{2}}\, r^{\frac{n-2}{2}}\, dr}{\sqrt{r'^2_1\, r_1^{n+2}\, r^{n+2} + 2\varrho^n \frac{\varphi(\varrho) - C^2}{n+2} (r_1^{n+2} - r^{n+2})}}.$$

Omdat de noemer van de breuk onder het integraalteeken op en tusschen de integratie-grenzen een eindige waarde heeft, zal dus

$$\Theta_0^{r_1} = \infty \text{ zijn voor } n = 0\text{, dus voor } \varphi(0) < \infty\text{,}$$
$$\Theta_0^{r_1} < \infty \text{ » » } n > 0\text{, » » } \varphi(0) = \infty\text{.}$$

De baan, die naar het centrum voert, is een spiraal, die een oneindig aantal windingen heeft als $\varphi(0) < \infty$ is, doch een eindig aantal als $\varphi(0) = \infty$ is.

39. Voor de beweging in de richting van het centrum afgekeerd geldt de formule

$$r'^2 = r'^2_1 - \int_{r_1}^{r} 2\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr.$$

De waarde van de integraal in het tweede lid groeit met r aan en is voor $r = \infty$ eindig.

Wij moeten dus drie gevallen onderscheiden:

$$\tfrac{1}{2} r'^2_1 \lesseqgtr \int_{r_1}^{\infty} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr,$$

of, wat op hetzelfde neerkomt:

$$A \lesseqgtr \int_0^{\infty} F\,dr.$$

40. Is $A < \int_0^{\infty} F\,dr$, dus het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner dan dat der beweegkracht, dan wordt $r' = 0$ voor zekere waarde r_2 van r.

Nu is

$$r'^2 = \int_{r}^{r_2} 2\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr$$

dus $T_{r_1}^{r_2}$ en $\Theta_{r_1}^{r_2}$ beiden eindig.

Het punt zal zich dus tot op eindigen afstand van het centrum verwijderen en daarna dit weer naderen.

41. Is $A = \int_0^\infty F\,dr$, dan is

$$r'^2 = \int_r^\infty 2\,\frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\,dr$$

en zullen $T_{r_1}^\infty$ en $\Theta_{r_1}^\infty$ beiden oneindig groot zijn.

Het punt zal zich dus voortdurend van het centrum verwijderen langs een spiraalvormige baan met oneindig veel windingen.

42. Is eindelijk $A > \int_0^\infty F\,dr$, dan zal r' met toenemenden afstand afnemen, en voor $r = \infty$ een eindige waarde r'_∞ hebben.

Dus is

$$T_{r_1}^\infty = \int_{r_1}^\infty \frac{dr}{r'} > \int_{r_1}^\infty \frac{dr}{r'_1} = \infty\,,$$

en

$$\Theta_{r_1}^\infty = \int_{r_1}^\infty \frac{C\,dr}{r^2 r'} < \int_{r_1}^\infty \frac{C\,dr}{r^2 r'_\infty} = \text{eindig.}$$

Het punt verwijdert zich dus voortdurend van het centrum langs een baan van hyperbolischen aard.

43. De beweging onder de werking eener aantrekkende kracht, welker produkt met de derdemacht van den afstand tot het centrum een afnemende functie van dien afstand is, kunnen we op de volgende wijze schetsen:

Is de cirkelbeweging mogelijk en wordt het punt uit een plaats der cirkelbaan weggeworpen gedacht, dan zal het die cirkelbaan beschrijven, als de richting van de beweging loodrecht is op den voerstraal; bij elke andere richting van de beweging bij 't begin zal de baan zich eenerzijds naar de oneindige ruimte uitstrekken met een hyperboolvormigen tak, welks asymptoot niet door 't centrum is gericht, anderzijds zich tot in het centrum uitstrekken in den vorm van een spiraal, die voor $\varphi(0) = \infty$

een eindig, voor $\varphi(0) < \infty$ *een oneindig groot aantal windingen heeft.*

Wordt het punt van uit een plaats binnen de cirkelbaan weggeworpen, eerst onder een rechten, daarna onder allengs kleinere hoeken met den voerstraal van die plaats, dan zal in 't eerste geval het punt onmiddellijk tot het centrum naderen en dit bereiken, nù zich bewogen te hebben langs een dergelijke spiraal als boven is genoemd.

In het tweede geval, waarbij de snelheid van het punt bij 't begin allengs grooter wordt, zal het punt, zoolang zijn totale arbeidsvermogen kleiner blijft dan dat der cirkelbeweging, de cirkelbaan nimmer bereiken, doch, op eindigen afstand er van gekomen, terugkeeren om zich naar het centrum te begeven.

Wordt het totale arbeidsvermogen van het punt gelijk aan dat der cirkelbeweging, dan zal het punt de cirkelbaan onophoudelijk naderen zonder die ooit te overschrijden en zonder ooit terug te keeren. De baan, die het beschrijft, is een spiraal met oneindig veel windingen, met de cirkelbaan tot asymptotischen buitencirkel, ingeval $-\varphi'(r_0) < \infty$ *is. Het punt bereikt dan nimmer de cirkelbaan. Is echter* $-\varphi'(r_0) = \infty$, *dan zal het punt de cirkelbaan bereiken en daarlangs zijn beweging eenparig voortzetten.*

Overtreft eindelijk het totale arbeidsvermogen van het punt dat der cirkelbeweging, dan zal de baan de cirkelbaan snijden en een vorm hebben, zooals bij 't begin dezer schets is gezegd.

Op soortgelijke wijze heeft de beweging plaats, ingeval het punt van uit een plaats buiten de cirkelbaan wordt weggeworpen. Terwijl de baan zich eenerzijds in den vorm van een hyperbolischen tak naar de oneindige ruimte zal uitstrekken, zal ze anderzijds de cirkelbaan naderen, en zoolang het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner blijft dan dat der cirkelbeweging ombuigen voor ze bereikt te hebben. Zij zal de cirkelbaan tot asymptotischen binnencirkel hebben, als het totale arbeidsvermogen van het punt dat der cirkelbeweging gelijk komt, tenzij $-\varphi'(r_0) = \infty$ *mocht zijn, in welk geval de cirkelbaan zelve deel uitmaakt van de baan van 't punt. Eindelijk zal ze de cirkelbaan snijden en den in 't begin beschreven vorm*

hebben, ingeval het totale arbeidsvermogen van het punt dat der cirkelbeweging overtreft.

Is de cirkelbeweging niet mogelijk, en $C^2 \geqq \varphi(0)$, *dan zal de baan eenerzijds zich naar de oneindige ruimte uitstrekken met een hyperboolvormigen tak; anderzijds het centrum naderen en op eindigen afstand er van ombuigen om van daar zich weder naar de oneindige ruimte uit te strekken, zoolang slechts het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner is dan dat der kracht* $C^2 r^{-3}$. *Is dit er aan gelijk, dan zal de baan in den vorm van een spiraal met oneindig veel windingen zich tot het centrum uitstrekken, waar het punt met oneindig groote snelheid aankomt, tenzij* $-\varphi'''(0) = 0$ *is, in welk geval het centrum asymptotisch genaderd wordt door het punt.*

Overtreft het totale arbeidsvermogen van het punt dat der kracht $C^2 r^{-3}$, *dan komt het punt langs een spiraal met oneindig veel windingen in het centrum.*

Is eindelijk $C^2 \leqq \varphi(\infty)$, *dan zal de baan zich eenerzijds tot het centrum uitstrekken in den vorm van een spiraal met een oneindig of eindig aantal windingen, naar gelang* $\varphi(0)$ *eindig of oneindig groot is.*

Anderzijds zal ze zich tot op eindigen afstand van het centrum uitstrekken en daar ombuigen, ingeval het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner is dan dat der beweegkracht; is het er aan gelijk, dan voert de baan langs een spiraal met een oneindig aantal windingen naar de oneindige ruimte; is het grooter, dan doet ze dit langs een tak van hyperbolischen aard.

HOOFDSTUK VI.

OVERZICHT DER GEVONDEN UITKOMSTEN.

44. Ten einde het overzicht der gevonden uitkomsten gemakkelijk te maken, zullen wij ze in een tabel vereenigen, en den vorm der baan door gemakkelijk te begrijpen teekens aangeven.

We voeren daartoe de volgende schrijfwijze in:

$^{\infty}S_c$ = *spiraal*, die met *oneindig* veel windingen naar het *centrum* voert;

$^{e}S_c$ = *spiraal*, die met een *eindig* aantal windingen naar het *centrum* voert;

$^{\infty}S_B$ = *spiraal*, die met *oneindig* veel windingen asymptotisch naar een *buitencirkel* voert;

$^{e}S_B$ = *spiraal*, die met *eindig* aantal windingen naar een *buitencirkel* voert;

$^{\infty}S_b$ = *spiraal*, die met *oneindig* veel windingen asymptotisch naar een *binnencirkel* voert;

$^{e}S_b$ = *spiraal*, die met een *eindig* aantal windingen naar een *binnencirkel* voert;

$^{\infty}S_{\infty}$ = *spiraal*, die met *oneindig* veel windingen naar de *oneindige* ruimte voert;

P = een baan met een *pericentrum*, d. i. met een punt, dat van alle punten der baan het dichtst bij het centrum ligt, en waar de baan ombuigt;

A = een baan met een *apocentrum*, met een punt n.l., dat van alle punten der baan het verst van het centrum is verwijderd en waar de baan ombuigt;

P_{ar} = een baan met een oneindig voortloopenden tak zonder asymptoot, dus van *parabolischen* aard;

H_y^e = een baan met een oneindig voortloopenden tak, die een asymptoot heeft, welke *niet* door 't centrum gaat, dus van *hyperbolischen* aard is;

H_y^o = een baan met een tak van hyperbolischen aard, doch waarvan de asymptoot *door* 't centrum is gericht.

Verder de volgende, gedeeltelijk reeds gebruikte teekens:

A = het totale arbeidsvermogen van het bewegende punt;

A_{∞} = het totale arbeidsvermogen van de beweegkracht;

A_o = het totale arbeidsvermogen van de kracht $C^2 r^{-3}$:

A_κ = het totale arbeidsvermogen van de cirkerbeweging.

45. De vorm der geheele baan kan nu aangewezen worden door twee der bovenverklaarde teekens; een, om den vorm aan te geven in de nabijheid van het centrum, en een tweede, dat aangeeft, welken vorm de baan heeft naar den kant van de oneindig ruimte.

Zoo zal b. v. door $P—A$ een regelmatig gegolfde baan aangeduid worden; door ${}^{\infty}S_c—H^e_y$ een baan, die met een spiraal met oneindig veel windingen naar het centrum voert, en anderzijds zich uitstrekt naar de oneindige ruimte met een hyperboolvormigen tak, welke een asymptoot heeft, die niet door 't centrum gaat, enz.

46. De gevonden uitkomsten kunnen nu op de volgende wijze saamgevat worden:

A. de kracht is *afstootende* (§ 9):

$$P—H^e_y \quad \text{voor} \int_r^{\infty} F\,dr < \infty, \quad \text{dan is } T^{\infty}_r = \infty,$$

$$P—H^o_y \quad \text{»} \quad\quad \text{»} = \text{»}, \quad \text{»} \;\; \text{»} \;\; T^{\infty}_r \overset{=}{<} \infty.$$

B. de kracht is *aantrekkende* en $\varphi(r) = \mu$ (§ 10):

$C^2 \leqq \mu$,	$C^2 > \mu$,	
${}^{\infty}S_c — A$,		voor $A < A_{\infty}$,
${}^{\infty}S_c — {}^{\infty}S_{\infty}$,		» $A = A_{\infty}$,
${}^{\infty}S_c — H^e_y$,	$P—H^e_y$,	» $A > A_{\infty}$.

C. de kracht is *aantrekkende* en $\varphi'(r) > 0$ (§ 18):

$C^2 \leqq \varphi(0)$	$C^2 \geqq \varphi(\infty)$	
${}^{\infty}S_c — A$	, ...	voor $A < A_{\infty}$,
${}^{\infty}S_c — {}^{\infty}S_{\infty}$ voor $\varphi(\infty) < \infty$, ${}^{\infty}S_c — P_{ar}$ » $\varphi(\infty) = \infty$,	. . . . . .	» $A = A_{\infty}$,
${}^{\infty}S_{\infty} — H^e_y$	, $P — H^e_y$,	» $A > A_{\infty}$,

$\varphi(0) < C^2 < \varphi(\infty)$

$P - A$	,	voor $A < A_\infty$,
$\left\{\begin{array}{l} P - {}^\infty S_\infty \text{ voor } \varphi(\infty) < \infty \\ P - P_{ar} \text{ » } \varphi(\infty) = \infty \end{array}\right.$	,	» $A = A_\infty$,
$P - H^e_y$	,	» $A > A_\infty$.

D. de kracht is *aantrekkende* en $\varphi'(r) < 0$ (§ 43):

$C^2 \leqq \varphi(\infty)$ en $\varphi(0) \overline{\overline{<}} \infty$:	$C^2 \overline{\overline{>}} \varphi(0)$:
${}^e_\infty S_c - A$ voor $A < A_\infty$,	$P - H^e_y$ voor $A < A_0$,
${}^e_\infty S_c - {}^\infty S_\infty$ » $A = A_\infty$,	${}^\infty S_c - H^e_y$(*) » $A = A_0$,
${}^e_\infty S_c - H^e_y$ » $A > A_\infty$,	${}^\infty S_c - H^e_y$ » $A > A_0$.

$\varphi(\infty) < C^2 (= \varphi(x)) < \varphi(0)$ en $\varphi(0) \overline{\overline{<}} \infty$:

${}^e_\infty S_c - A$ of $P - H^e_y$	,	voor $A < A_x$,
$\left\{\begin{array}{l} {}^e_\infty S_c - {}^\infty S_B \text{ » } {}^\infty S_b - H^e_y \text{ als } -\varphi'(x) < \infty \\ {}^e_\infty S_c - {}^e S_B \text{ » } {}^e S_b - H^e_y \text{ » } -\varphi'(x) = \infty \end{array}\right.$	,	» $A = A_x$,
${}^e_\infty S_c - H^e_y$	,	» $A > A_x$.

(*) Hier is $T^r_0 \overline{\overline{<}} \infty$ met $-\varphi'''(0) \overline{\overline{>}} 0$.

47. Een blik op deze tabellen leert, dat voor $A < A_\infty$ een apocentrum, voor $A \overline{\overline{>}} A_\infty$ een tak naar de oneindige ruimte optreedt; verder dat $A < A_0$ op een pericentrum, $A \overline{\overline{>}} A_0$ op een spiraal wijst, die naar 't centrum voert. Evenwel blijkt uit de laatste tabel, dat onder dezelfde omstandigheden zoowel A als H_y en zoowel P als S_c kunnen optreden.

Ten einde de oorzaak van deze afwijking op te sporen en te komen tot een algemeenen regel voor den baanvorm, zal het noodig zijn, de voorwaarden, in C en $\varphi(r)$ uitgedrukt, ook in de verschillende grootheden A uit te drukken.

Tusschen deze laatste grootheden bestaan de volgende betrekkingen:

$$A - A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \frac{C^2}{2 r^2} + \int_0^r F\, dr - \int_0^\infty F\, dr,$$

of ook;

$$A - A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^\infty \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr \quad \ldots\ldots (12)$$

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 + \frac{C^2}{2 r^2} + \int_0^r F\, dr - \int_0^\infty \frac{C^2}{r^3} dr$$

of ook:

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr \quad \ldots\ldots (13)$$

$$A - A_x = \tfrac{1}{2} r'^2 + \frac{C^2}{2 r^2} + \int_0^r F\, dr - \left(\frac{C^2}{2 r_x^2} + \int_0^x F\, dr\right)$$

of ook:

$$A - A_x = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^{r_x} \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr \quad \ldots\ldots (14)$$

Wanneer (14) van (12) wordt afgetrokken, komt er

$$A_x - A_\infty = \int_{r_x}^\infty \frac{C^2 - \varphi(r)}{r^3} dr \quad \ldots\ldots (15)$$

Wordt eindelijk (14) van (13) afgetrokken, dan geeft dit

$$A_x - A_0 = \int_0^{r_x} \frac{\varphi(r) - C^2}{r^3}\, dr \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

48. Met behulp van deze vergelijkingen vinden we:

A. De kracht is *afstootende:*

$A - A_\infty > 0$, overeenkomende met H_y,
$A - A_0 < 0$, » » P.

B. De kracht is *aantrekkende* en $\varphi(r) = \mu$:

voor $C^2 \leqq \mu$ is $A - A_0 > 0$, overeenkomende met S_c,
» $C^2 > \mu$ » $A - A_0 < 0$, » » P.

C. De kracht is *aantrekkende* en $\varphi'(r) > 0$:

voor $C^2 \leqq \varphi(0)$ is $A - A_0 > 0$, overeenkomende met S_c,
» $C^2 > \varphi(0)$ » $A - A_0 < 0$, » » P.

D. De kracht is *aantrekkende* en $\varphi'(r) < 0$:

voor $C^2 \leqq \varphi(\infty)$ is $A - A_0 > 0$, overeenkomende met S_c,
» $C^2 \geqq \varphi(0)$ » $A - A_\infty > 0$, » » H_y,
» $\varphi(\infty) < C^2 < \varphi(0)$ » $A - A_0 > 0$, » » S_c,
uitgezonderd $A_x \geqq A > A_0$, in welk geval P of S_b ontstaan kan. Verder is

$$A - A_\infty > 0 \quad \text{voor} \quad r > r_x$$

overeenstemmende met H_y, doch ook zeker voor $r < r_x$, als $r_x - r$ niet te groot is, en dan zal, zooals de tabel aanduidt, geen baan H_y optreden, ingeval $A_x > A > A_\infty$ is.

Uit het laatste blijkt dus, dat de oorzaak van de in § 47 genoemde uitzondering gezocht moet worden in het arbeidsvermogen A_x van de cirkelbeweging. Volgens (15) en (16) is A_x voor $\varphi'(r) < 0$ zoowel grooter dan A_∞ als A_0.

Nu zal het bewegende punt, in weerwil dat zijn totale arbeidsvermogen grooter is dan A_0, niet tot in het centrum komen, zoolang dat arbeidsvermogen niet dat der cirkelbeweging overtreft en het punt de cirkelbaan zou moeten overschrijden om in het centrum te kunnen komen.

Het bewegende punt zal niet langs een oneindigen tak zich onbepaald van het centrum kunnen verwijderen, in weerwil dat zijn totale arbeidsvermogen grooter is dan dat der beweegkracht, ingeval zijn arbeidsvermogen niet dat der cirkelbeweging overtreft en de cirkelbaan op zijn weg naar de oneindige ruimte ligt.

Met andere woorden: het punt zal nimmer de cirkelbaan kunnen overschrijden, als niet zijn totale arbeidsvermogen dat der cirkelbeweging overtreft.

49. Wij kunnen dus den volgenden regel vaststellen voor het optreden der baanvormen, voor 't geval dat de krachtenwet aan de voorwaarden, in § 5 genoemd, voldoet.

De baan zal in de richting van het centrum een pericentrum hebben, als het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner is dan dat der kracht $C^2 r^{-3}$; is dit daaraan gelijk of overtreft het dit, dan voert de baan tot het centrum.

De baan zal in de richting van 't centrum afgekeerd een apocentrum hebben, als het totale arbeidsvermogen van het punt kleiner is dan dat der beweegkracht; is het daaraan gelijk of overtreft het dit, dan zal de baan tot de oneindige ruimte zich uitstrekken.

Alleen als het punt op zijn weg naar het centrum of naar de oneindige ruimte een cirkelbaan vindt, voor welker punten $\varphi'(r) < 0$ is, zal zijn totale arbeidsvermogen dat der cirkelbeweging moeten overtreffen; is het kleiner, dan zal het punt de cirkelbaan tot op eenigen afstand naderen om daarna terug te keeren; is het er aan gelijk, dan zal het punt de cirkelbaan voortdurend naderen zonder haar te overschrijden en zonder ooit terug te keeren.

HOOFDSTUK VII.

ALGEMEENE REGEL VOOR DEN BAANVORM EN DUUR DER CENTRALE BEWEGING. TOEPASSINGEN ER VAN OP EENIGE KRACHTENWETTEN.

50. Wordt de krachtenwet nu in zooverre willekeurig ondersteld, dat zij alleen aan de voorwaarde gebonden wordt, dat hare functie eindige waarden heeft voor alle waarden van r tusschen 0 en ∞ gelegen, dan moet Fr^3 of $\varphi(r)$, als r van 0 tot ∞ verandert, ook veranderen en kan van positief tot negatief, van klimmende tot dalende functie of omgekeerd overgaan; doch hoe die veranderingen met den afstand ook mogen plaats grijpen, altijd kan de regel in § 49 genoemd toegepast worden.

51. Is F dan de versnelling op den afstand r van het centrum, en $\frac{1}{2}C$ de vlakte, in de tijdseenheid door den voerstraal beschreven, dan geldt de volgende

Algemeene regel voor den baanvorm.

Bepaal de positieve wortels der vergelijking $Fr^3 - C^2 = 0$. *Deze wortels bepalen de afstanden, waarop de eenparige cirkelbeweging alleen mogelijk is.*

Beschrijf in het vlak van beweging de cirkelbanen, op welke $\frac{d\,Fr^3}{dr} < 0$ *is.*

Het bewegende punt zal geen dezer cirkelbanen kunnen overschrijden, als niet zijn totale arbeidsvermogen dat der betreffende cirkelbeweging overtreft. Is het er aan gelijk, dan nadert het punt de cirkelbaan onbepaald zonder die ooit te overschrijden en zonder ooit terug te keeren; is het kleiner, dan keert het punt terug vóór de cirkelbaan bereikt te hebben.

Vindt het punt in de richting naar het centrum of in die naar de oneindige ruimte geen cirkelbaan op zijn weg, dan nog zal zijn baan niet tot het centrum of tot de oneindige ruimte voeren, als zijn totale arbeidsvermogen kleiner is, in het eerste geval, dan dat der kracht C^2r^{-3}, *in het tweede geval, dan dat der beweegkracht.*

52. Omtrent de afzonderlijke deelen der baan geldt het volgende.

De spiraal, die naar het centrum voert, heeft een oneindig groot aantal windingen, als $F r^3$ *voor* $r = 0$ *een eindige waarde heeft; is* $F r^3$ *voor* $r = 0$ *oneindig groot, dan heeft ze een eindig aantal windingen.*

Het aantal windingen van de spiraal, die naar een cirkelbaan (C, r_0) *voert, is oneindig groot, als* $\frac{dF}{dr}$ *voor* $r = r_0$ *eindig is; is echter* $\frac{dF}{dr}$ *voor* $r = r_0$ *oneindig groot, dan is dat aantal eindig en maakt de cirkelbaan deel uit van de baan van 't punt.*

De tak, die naar de oneindige ruimte voert, is van hyperbolischen aard, als het totale arbeidsvermogen van het punt dat der beweegkracht overtreft. Is het er aan gelijk, dan heeft die tak den vorm van een spiraal met oneindig veel windingen, als $F r^3$ *voor* $r = \infty$ *een eindige waarde heeft; is echter* $F r^3$ *voor* $r = \infty$ *oneindig groot, dan is die tak van parabolischen aard.*

53. Wat den duur van de beweging betreft, hiervoor geldt het volgende.

Regel voor den duur der beweging.

Is de baan een regelmatig gegolfde lijn of ook een cirkel, dan duurt de beweging altijd door.

Geschiedt de beweging langs een oneindig voortloopenden tak naar de oneindige ruimte, dan ook duurt de beweging altijd door; alleen als de kracht afstootende is op afstanden, die een zekeren eindigen afstand in grootte overtreffen, KAN *het punt in eindigen tijd op oneindig grooten afstand gekomen zijn. Daar is dan zijn snelheid oneindig groot.*

De beweging naar een cirkelbaan, ingeval deze een asymptotischen cirkel is of ook deel uitmaakt van de baan, duurt altijd oneindig voort.

De beweging eindelijk langs een spiraal die tot het centrum voert, duurt een eindig tijdsverloop. Alleen wanneer $F r^3$ *voor* $r = 0$ *de waarde* C^2 *heeft, en de eerste drie afgeleiden van* $F r^3$ *ten opzichte van* r *voor* $r = 0$ *de waarde nul hebben,*

zal het centrum asymptotisch genaderd worden, ingeval het totale arbeidsvermogen van het punt gelijk is aan dat der kracht $C^2 r^{-3}$.

In ieder geval is de snelheid, waarmede het punt in het centrum komt, oneindig groot. In geval het centrum asymptotisch wordt genaderd, zal de grenswaarde van de radiale snelheid nul wezen.

54. Alvorens tot eenige toepassingen over te gaan, mogen nog de volgende opmerkingen voorafgaan.

1°. De in § 51 genoemde regel voor den baanvorm geldt voor alle waarden van C, ook voor $C = 0$, d. i. voor de *rechtlijnige beweging*. 't Is duidelijk, dat in dit geval de cirkelbanen worden vervangen door die plaatsen op de rechtlijnige baan, waar de kracht gelijk nul is, en het totale arbeidsvermogen der cirkelbeweging door het potentieele arbeidsvermogen van het punt op die plaatsen.

2°. Elk paar gelijke positieve wortels van de vergelijking

$$r v - C = 0$$

die $r v$ tot een minimum maken, geven de stralen der cirkelbanen aan, welke het punt asymptotisch kan naderen.

Immers op zulk een cirkelbaan is

$$r'' = 0$$

en

$$r' = 0.$$

Nu is

$$r'' = \frac{d \frac{1}{2} r'^2}{d r},$$

dus is niet alleen $\frac{1}{2} r'^2 = 0$ maar ook $\dfrac{d \frac{1}{2} r'^2}{dr} = 0$, bijgevolg heeft $\frac{1}{2} r'^2 = 0$ twee gelijke wortels op zulk een cirkelbaan.

Volgens den regel in § 51 moet $\dfrac{d F r^3}{d r} < 0$ zijn, of ook, omdat $r'' = \dfrac{C^2 - F r^3}{r^3}$ is, moet $\dfrac{d r''}{d r} > 0$ zijn, bijgevolg $\frac{1}{2} r'^2$ een *minimum*.

Nu is volgens (2)

$$\tfrac{1}{2} r'^2 = \tfrac{1}{2} v^2 - \frac{C^2}{2 r^2},$$

derhalve moet $\tfrac{1}{2} v^2 - \frac{C^2}{2 r^2} = 0$ op elke cirkelbaan, die het punt asymptotisch nadert, twee gelijke wortels hebben, welke $\tfrac{1}{2} v^2 - \frac{C^2}{2 r^2}$ tot een minimum maken, wat met de aangevoerde stelling overeenstemt.

55. *Toepassingen.* Zij $F = \mu r^n$, dan is

$$\varphi(r) = \mu r^{n+3},$$
$$\varphi'(r) = \mu (n+3) r^{n+2},$$

zoodat alleen voor $n + 3 < 0$ een cirkelbaan (C, r_0) bestaat, en $C^2 = \mu r_0^{n+3}$ is.

Nu is

$$A - A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^\infty \frac{C^2 - \mu r^{n+3}}{r^3} dr = \tfrac{1}{2} v^2 - \int_r^\infty \mu r^n dr,$$

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \frac{C^2 - \mu r^{n+3}}{r^3} dr,$$

$$A - A_x = \tfrac{1}{2} r'^2 + \mu \int_r^{r_0} \frac{r_0^{n+3} - r^{n+3}}{r^3} dr =$$

$$= \tfrac{1}{2} v^2 - \int_r^\infty \mu r^n dr - \frac{n+3}{n+1} \cdot \tfrac{1}{2} \mu r_0^{n+1}.$$

Hieruit volgt:

$$A - A_\infty < 0 \quad \text{voor} \quad n + 1 \geqq 0,$$

terwijl voor

$$n + 1 < 0 \;\; A - A_\infty \lesseqgtr 0 \quad \text{is met} \quad \tfrac{1}{2} v^2 \lesseqgtr \int_r^\infty \mu r^n dr.$$

Verder

$$A - A_0 < 0 \quad \text{voor} \quad (n+3) > 0 \quad \text{en}$$
$$\text{voor} \quad (n+3) = 0 \text{ met } C^2 > \mu,$$
$$A - A_0 > 0 \quad \text{voor} \quad (n+3) < 0 \quad \text{en}$$
$$(n+3) = 0 \text{ met } C^2 \leqq \mu.$$

Eindelijk is

$$A - A_x \lesseqqgtr 0 \text{ met } \tfrac{1}{2} v^2 \lesseqqgtr \int_r^\infty \mu r^n \, dr + \frac{n+3}{n+1} \cdot \tfrac{1}{2} \mu r_0^{n+1}.$$

De algemeene regel geeft dus:

$n \geqq -1$: $P - A$,

$-3 < n < -1$: $P - A$, voor $\tfrac{1}{2} v^2 < \int_r^\infty \mu r^n \, dr$,

$P - {}^\infty S_\infty$ voor $-2 < n < -1$, » » = » ,

$P - P_{ar}$ voor $-3 < n \leqq -2$,

$P - H_y^c$, » » > » .

$n = -3$:

${}^\infty S_e - A$ voor $\tfrac{1}{2} v^2 < \int_r^\infty \mu r^n \, dr$ en $C^2 < \mu$,

${}^\infty S_e - {}^\infty S_\infty$ » » = » » » < » ,

${}^\infty S_c - H_y^e$ » » > » » » $\leqq$ » ,

$P - H_y^e$ » » > » » » > » ,

$n < -3$:

${}^e S_c - A$ en $P - H_y^e$ voor $\tfrac{1}{2} v^2 < \int_r^\infty \mu r^n dr + \frac{n+3}{n+1} \cdot \tfrac{1}{2} \mu r_0^{n+1}$,

${}^e S_c - {}^\infty S_B$ » ${}^\infty S_b - H_y^e$ » » = » .

${}^e S_c - H_y^e$ » » > » .

56. Zij $F = \mu + \nu r^{-3}$, dus $\varphi(r) = \mu r^3 + \nu$, $\varphi'(r) = 3 \mu r^2$. Er is slechts een cirkelbaan (C, r_0) te beschouwen, voor welke $C^2 = \mu r_0^3 + \nu$ en $\mu < 0$ is.

Hier is

$$A-A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^\infty \frac{C^2-(\mu r^3+\nu)}{r^3} dr = \tfrac{1}{2} v^2 - \int_r^\infty (\mu+\nu r^{-3}) dr.$$

$$A-A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \frac{C^2-(\mu r^3+\nu)}{r^3} dr = \tfrac{1}{2} r'^2 + \mu r - \int_0^r \frac{C^2-\nu}{r^3} dr.$$

$$A-A_\varkappa = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^{r_0} \frac{C^2-(\mu r^3+\nu)}{r^3} dr = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_r^{r_0} \frac{-\mu(r_0^3-r^3)}{r^3} dr.$$

Bijgevolg is

voor $\mu>0$: $A-A_\infty<0$,

$A-A_0<0$ met $C^2>\nu$, $A-A_0>0$ met $C^2 \overline{\overline{<}} \nu$.

voor $\mu<0$: $A-A_\infty>0$, $A-A_0<0$ met $C^2>\nu$,

$A-A_0 \lesseqgtr 0$ met $\tfrac{1}{2} r'^2 \lesseqgtr -\mu r$ als $C^2=\nu$, en

$A-A_0>0$, wanneer $C^2-\nu=\mu r_0^3<0$ is.

$A-A_\varkappa \gtreqless 0$ met $\tfrac{1}{2} r'^2 \gtreqless -\mu(r-r_0)^2 \dfrac{2r+r_0}{2r^2}$.

Volgens den regel is dus de baan:

Voor $\mu>0$:

als $C^2>\nu$: $P - A$,

» $C^2 \overline{\overline{<}} \nu$: ${}^\infty S_c - A$.

Voor $\mu<0$:

als $C^2<\nu$:

${}^\infty S_c - A$ of $P - H^0_y$ met $\tfrac{1}{2} r'^2 < -\mu(r-r_0)^2 \dfrac{2r+r_0}{2r^3}$,

${}^\infty S_c - {}^\infty S_B$ » ${}^\infty S_b - H^0_y$ » » $=$ » ,

${}^\infty S_c - H^0_y$ » » $>$ » .

als $C^2=\nu$:

$P - H^0_y$ » $\tfrac{1}{2} r'^2 < -\mu r$,

${}^\infty S_c - H^0_y$ » $\overline{\overline{>}}$ » .

als $C^2 > \nu$:

$P - H^0_\gamma$.

Hier is $r_0 = \sqrt[3]{\frac{\nu - C^2}{-\mu}}$.

57. Is $F = \mu + \nu r^{-2}$, dan is $\varphi(r) = \mu r^3 + \nu r$, $\varphi'(r) = 3\mu r^2 + \nu$.

De vergelijking $\mu r^3 + \nu r - C^2 = 0$ heeft zoowel voor $\mu > 0$ en $\nu > 0$ als voor $\mu < 0$ en $\nu < 0$ twee imaginaire wortels, de andere is in 't eerste geval positief en maakt $\varphi'(r) > 0$, terwijl in 't tweede geval de derde wortel negatief is.

Het theorema van STURM leert verder, dat voor $\mu > 0$ en $\nu < 0$ de vergelijking slechts één positieven wortel kan hebben, die $\varphi'(r) > 0$ maakt, terwijl ze voor $\mu < 0$ en $\nu > 0$ twee positieve wortels heeft, ingeval $C^4 < \frac{4\nu^3}{-27\mu}$ is; de grootste van deze maakt $\varphi'(r) < 0$.

We hebben dus slechts een cirkelbaan (C, r_0) te beschouwen, en wel als $\mu < 0$, $\nu > 0$ en $C^4 < \frac{4\nu^3}{-27\mu}$ is.

Nu is

$$A - A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^\infty \frac{C^2 - (\mu r^3 + \nu r)}{r^3} dr =$$

$$= \tfrac{1}{2} v^2 - \int_r^\infty (\mu + \nu r^{-2})\, dr,$$

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \frac{C^2 - (\mu r^3 + \nu r)}{r^3} dr =$$

$$= \tfrac{1}{2} r'^2 + \mu r - \int_0^r \frac{C^2 - \nu r}{r^3} dr,$$

$$A - A_x = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^{r_0} \frac{C^2 - (\mu r^3 + \nu r)}{r^3} dr =$$

$$= \tfrac{1}{2} v^2 - \frac{C^2}{2 r_0^3} - \int_r^{r_0} (\mu + \nu r^{-2})\, dr.$$

Hieruit volgt:

$$A - A_\infty \lesseqgtr 0 \text{ met } \mu \gtrless 0,$$

$$A - A_0 < 0,$$

$$A - A_x \lesseqgtr 0 \text{ met } \tfrac{1}{2} v^2 \lesseqgtr \frac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu + \nu r^{-2})\, d r.$$

De gegeven regel voor den baanvorm zal dus hier geven:

$\mu > 0 : P—A.$

$$\left.\begin{array}{l} \mu < 0 \text{ en } \nu < 0, \\ \mu < 0,\ \nu > 0 \text{ en } C^4 \geqq \dfrac{4\nu^3}{-27\mu} \end{array}\right\} : P—H_y^0.$$

$\mu < 0,\ \nu > 0$ en $C^4 < \dfrac{4\nu^3}{-27\mu}$:

$P— A$ en $P —H_y^0$ voor $\tfrac{1}{2}v^2 < \dfrac{C^2}{2r_0^2} - \displaystyle\int_r^{r_0} (\mu + \nu r^{-2}) dr,$

$P—{}^\infty S_B$ en ${}^\infty S_b —H_y^0$ » » $=$ »

$P - H_y^0$ » » $>$ » .

58. Is $F = \mu + \nu r$, dan is $\varphi(r) = \mu r^3 + \nu r^4$ en $\varphi'(r) = 3\mu r^2 + 4\nu r^3$.

Het theorema van STURM, toegepast op de vergelijking $\nu r^4 + \mu r^3 - C^2 = 0$ leert, dat er alleen voor $\nu < 0$, $\mu > 0$ en $C^2 < \dfrac{(\frac{1}{4}\mu)^4}{(-\frac{1}{3}\nu)^3}$ twee positieve wortels zijn; de grootste van deze maakt $\varphi'(r) < 0$.

In dat geval alleen behoeven we dus de cirkelbaan (C, r_0) te beschouwen.

Nu is

$$A—A_\infty = \tfrac{1}{2} v^2 - \int_r^\infty (\mu + \nu r)\, d r,$$

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \left(\frac{C^2}{r^3} - (\mu + \nu r)\right) dr,$$

$$A - A_\varkappa = \tfrac{1}{2} v^2 - \left(\frac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu + \nu r)\, dr\right),$$

zoodat

$$A - A_\infty \lessgtr 0 \text{ met } \nu \gtrless 0,$$

$$A - A_0 < 0,$$

$$A - A_\varkappa \begin{smallmatrix} < \\ = \\ > \end{smallmatrix} 0 \text{ met } \tfrac{1}{2} v^2 \begin{smallmatrix} < \\ = \\ > \end{smallmatrix} \frac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu + \nu r)\, dr.$$

Onze regel geeft dus:

$\nu > 0 : P - A.$

$\left.\begin{array}{l} \nu < 0 \text{ en } \mu < 0 \\ \nu < 0,\ \mu > 0 \text{ en } C^2 \geqq \dfrac{(\frac{1}{4}\mu)^4}{(-\frac{1}{3}\nu)^3} \end{array}\right\} : P - H_y^0.$

$\nu < 0,\ \mu > 0$ en $C^2 < \dfrac{(\frac{1}{4}\mu)^4}{(-\frac{1}{3}\nu)^3}$:

$P - A$ en $P - H_y^0$ voor $\tfrac{1}{2} v^2 < \dfrac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu + \nu r v) dr,$

$P - {}^\infty S_B$ en ${}^\infty S_b - H_y^0$ » » $=$ » ,

$P - H_y^0$ » » $>$ » .

59. Is $F = \mu r + \nu r^{-2}$, dan leert het theorema van Sturm, dat de vergelijking $\mu r^4 + \nu r - C^2 = 0$ slechts twee positieve wortels kan hebben, als $\mu < 0$, $\nu > 0$ en $(4\,C)^4 < \dfrac{(3\,\nu)^4}{-3\mu}$ is; de grootste van deze maakt $\varphi'(r) < 0$.

Hier is

$$A - A_\infty = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^\infty \frac{C^2 - \mu r^4 - \nu r}{r^3}\, dr,$$

$$A - A_0 = \tfrac{1}{2} r'^2 - \int_0^r \frac{C^2 - \mu r^4 - \nu r}{r^3} dr,$$

$$A - A_\kappa = \tfrac{1}{2} r'^2 + \int_r^{r_0} \frac{C^2 - \mu r^4 - \nu r}{r^3} dr =$$

$$= \tfrac{1}{2} v^2 - \frac{C^2}{2 r_0^2} - \int_r^{r_0} (\mu r - \nu r^{-2})\, dr.$$

Bijgevolg is

$$A - A_\infty \lessgtr 0 \text{ met } \mu \gtrless 0,$$

$$A - A_0 < 0,$$

$$A - A_\kappa \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} 0 \text{ met } \tfrac{1}{2} v^2 \begin{matrix} < \\ = \\ > \end{matrix} \frac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu r + \nu r^{-2})\, dr.$$

De algemeene regel geeft dus:

$$\left.\begin{matrix} \mu > 0 : P - A, \\ \mu < 0, \ \nu < 0, \\ \mu < 0, \ \nu > 0, \ (4\,C)^4 \geqq \dfrac{(3\,\nu)^4}{-3\,\mu} \end{matrix}\right\} : P - H_y^0 .$$

$$\mu < 0, \ \nu > 0, \ (4\,C)^4 < \frac{(3\,\nu)^4}{-3\,\mu} :$$

$P - A$ en $P - H_y^0$ voor $\tfrac{1}{2} v^2 < \dfrac{C^2}{2 r_0^2} + \int_r^{r_0} (\mu r + \nu r^{-2}) dr,$

$P - {}^\infty S_B$ en ${}^\infty S_b - H_y^0$ » $=$ »

$P - H_y^0$ » $>$ » .

60. Uit deze weinige toepassingen moge blijken, hoe de algemeene regel met behulp van het theorema van STURM in staat stelt, den baanvorm der centrale beweging volledig te bepalen.

ANTWOORD VAN J. BOSSCHA

OP HET

ADVIES VAN DEN HEER F. C. DONDERS.

(Voorgedragen in de Vergadering van 2 April 1887).

In de vorige Vergadering heb ik eene poging gedaan, om de beraadslaging over het Rapport der Standaardcommissie los te maken van de beoordeeling van persoonlijke handelingen. Reeds in den aanhef van zijn vertoog had de Heer DONDERS gezegd dat de strekking van het Rapport was te voorzien, omdat de Heeren BOSSCHA en OUDEMANS leden waren dier Commissie. Na aldus de twee andere leden te hebben ter zijde gesteld, worden de handelingen van de twee eerstgenoemde nu eens in scherpe termen gelaakt, dan weder in ongunstig licht geplaatst, en zoodoende het Rapport zelf in verdenking gebracht van geheel en al het werk te zijn van personen, jegens de Akademie min of meer vijandig gezind. Ik heb niet gemeend, en doe het ook nu niet, dat deze wijze van de zaak in te leiden, van invloed zou zijn op het oordeel der Afdeeling over het Rapport der Commissie, en achtte het beter, datgene wat de rede van den Heer DONDERS persoonlijk krenkends voor ons inhield te beantwoorden in eene nota, evenals die van den Heer DONDERS alleen voor de leden te drukken. Thans moet ik erkennen in dit laatste opzicht te hebben gedwaald. Ik rekende buiten de pers. Zij heeft — en dit was haar recht en haar plicht — verslag gegeven van hetgeen hier in het openbaar werd verhandeld. Zij heeft dit gedaan, — vooral de *Haarlemsche Courant* in haar bijna stenografisch verslag, — met groote

uitvoerigheid en nauwkeurigheid. En ook het verslag van *de Nederlandsche Staatscourant* bevat genoeg bijzonderheden om duidelijk te maken dat aan den Heer OUDEMANS en mij verweten werd, in onze plichten jegens de Regeering en jegens de Akademie te zijn tekort geschoten. Wij moeten nu van ons recht gebruik maken om ons in het openbaar te verantwoorden. De Heer OUDEMANS heeft gewenscht, dat *ik* mij daarmede zou belasten. Tot mijn leedwezen kan ik dit niet in weinige woorden doen. Er is eene wijze van beschuldigen die het hoogst moeilijk maakt zich te verdedigen. Het is die, welke voorstellingen geeft in plaats van feiten, die elk middel, zelfs het nietigste voorval, bezigt om argwaan te wekken, en door eene reeks van schijnbare bedenkelijkheden den aangevallene ten prooi geeft aan het geprikkeld rechtsgevoel van hen, die de juiste toedracht der zaken niet kennen.

In mijn antwoord zal ik mij zooveel mogelijk bepalen tot hetgeen openbaar is geworden. Wat verder in de nota voorkomt kan aan dit opstel worden toegevoegd, wanneer het voor de leden gedrukt wordt. In het gedrukte stuk kan ook eene plaats vinden de weerlegging van de voorstelling, die de Heer DONDERS geeft omtrent mijne handelingen in de diplomatieke meterconferentie, en van zijne aanmerkingen op onze metingen. Daarop gaf ik reeds een voorloopig antwoord. Het verdere is hier overbodig geworden, nu de Heer DONDERS al de voorstellen heeft ingetrokken, die hij op deze beschouwingen en aanmerkingen gegrond had.

De beschuldigingen, die de Heer DONDERS tot ons richt, kunnen worden samengevat onder drie hoofden; te weten:

I. Schending van het Koninklijk Besluit van 15 Mei 1876;

II. Het wegvoeren van den kolonialen meter N°. 27;

III. Het Koninklijk Besluit van 21 Februari 1883, houdende de benoeming van eene Commissie van drie hoogleeraren der Polytechnische School tot het vervaardigen van kopieën van meter N°. 19.

Vooraf echter een paar woorden over de Nederlandsche Commissie waarvan wij deel uitmaakten. Over hare verhouding tot de Akademie heeft bij het Bestuur een betreu-

renswaardig, — ik zou bijna zeggen een hardnekkig — misverstand bestaan.

Die Commissie is benoemd bij Koninklijk Besluit van 15 Mei 1876. Met de uitvoering van dit Besluit werd door den Koning belast de Minister van Binnenlandsche Zaken, later voor alle IJkzaken vervangen door den Minister van Waterstaat. De Commissie is dus eene Rijkscommissie, ondergeschikt aan de bevelen ven genoemde Ministers. Zij heeft van de vervulling van haar mandaat geen rekenschap te geven aan de Akademie en van deze noch aanwijzingen noch wenken te ontvangen. Dit zou zelfs dan niet het geval zijn, wanneer de Commissie door de Akademie ware uitgelokt en al de leden door haar waren voorgedragen. Doch, — noch het een noch het ander is geschied. Toen de taak der internationale metercommissie van 1869, door ontbinding dezer laatste, was afgeloopen, besloot de Minister van Binnenlandsche Zaken, de Heer HEEMSKERK, twee kopieën van den Franschen Archiefmeter rechtstreeks bij het Fransche Gouvernement aan te vragen. Na het ontvangen van een toestemmend antwoord, wenschte de Minister de zorg voor de authenticiteit der kopieën, het in ontvangst nemen en overbrengen op te dragen aan de heeren STAMKART en BOSSCHA. Laatstgenoemde evenwel had bedenking, de verantwoordelijkheid voor het volbrengen van deze zending alleen met den heer STAMKART te deelen. Immers, het was te voorzien, dat talrijke metingen te Parijs zouden te verrichten zijn en de heer STAMKART, reeds bejaard, had bij de vorige zending op raad van zijn geneesheer moeten achterblijven. Het scheen mij wenschelijk, ook de hulp in te roepen van een man, die door langdurige en veelzijdige ondervinding geheel en al op de hoogte was van deze soort van waarnemingen. Die man was Dr. J. A. C. OUDEMANS, juist uit Indië teruggekeerd en die bij den te verrichten arbeid rechtstreeks belang had, omdat de duplicaatmeter, voor koloniën gevraagd, zooals straks zal blijken, moest dienen voor de Indische triangulatie, welke door den Heer OUDEMANS bestuurd was. Doch de Heer STAMKART, hoewel de wenschelijkheid erkennende, dat een derde lid aan de

Commissie zou worden toegevoegd, gaf de voorkeur aan den Heer L COHEN STUART. Hij was van deze voorkeur niet af te brengen en om dit geschil te beslechten kwamen de beide door den Minister reeds aangewezen Commissieleden overeen, voor te stellen dat over een derde lid de Akademie zou worden geraadpleegd.

Zoo kwam deze zaak hier aan de orde. De Heer COHEN STUART verzocht aan de Akademie niet hem, maar den Heer OUDEMANS aan te bevelen omdat, zooals hij schreef, »deze op bijzondere wijze bij de zaak betrokken was." Met algemeene stemmen werd toen de Heer OUDEMANS aanbevolen.

De Heer DONDERS zeide in de vorige vergadering »wij wezen daarvoor de Heeren OUDEMANS en BOSSCHA aan." Die voorstelling is in strijd met de feiten. Maar al ware zij juist, zij zou niets kunnen veranderen aan de daadzaak dat de Commissie eene Rijkscommissie is. In hetzelfde geval verkeert de Rijkscommissie voor graadmeting en waterpassing, uit vijf leden bestaande, waarvan er vier door de Akademie werden voorgedragen. Deze Commissie werd zelfs op voorstel der Akademie in het leven geroepen. Toch heeft op haren arbeid en op hare bemoeiingen de Akademie geenerlei macht of invloed. Ik vermeld het hier, omdat de Heer DONDERS, in zijne Nota vermijdende de Commissie bij haren officieelen naam »Rijkscommissie voor graadmeting en waterpassing" te noemen en haar als »de geodetische Commissie" aanwijzende, opnieuw aanleiding geeft tot het misverstand, dat zij van de Akademie afhankelijk of daaraan verbonden zou zijn.

De Nederlandsche Rijkscommissie voor den meter, benoemd bij Kon. Besluit van 15 Mei 1876, bestaat nog. *)

Zij is steeds met de opvolgende Ministers van Binnenlandsche Zaken en van Waterstaat in betrekking gebleven.

*) De Heer DONDERS (bladz. 1 van zijn advies) spreekt van eene Commissie, benoemd bij Koninklijk Besluit van 26 Augustus 1881. Deze bestaat niet; er is in het tijdsverloop van 15 Mei 1876 tot 21 Februari 1883 geene Commissie voor de meterzaak bij Koninklijk Besluit benoemd.

Zij heeft naar hunne bevelen gehandeld en de eer gehad over alle zaken, hare zending betreffende, de Regeering van advies te dienen. Toen eindelijk, in Augustus van het vorige jaar, het eindverslag van hare bemoeiingen en waarnemingen aan den Minister van Waterstaat werd aangeboden, beschouwde zij hare taak als afgedaan en verzocht zij te worden ontslagen. Doch de Minister verklaarde het ontslag der Commissie aan den Koning niet te willen voordragen; alvorens van haar een advies te ontvangen over de maatregelen, die te nemen zouden zijn om meter N°. 19 tot Nederlandschen Standaard te verheffen en *voor de bewaring te zorgen*. Het is dit advies, dat thans door den Minister van Binnenlandsche Zaken in handen van de Akademie gesteld is.

De Heer DONDERS deed het voorkomen alsof alleen de toevallige bemoeiing van den Minister van Binnenlandsche Zaken de oorzaak is, dat de Akademie kennis draagt van het voornemen de standaarden elders te bewaren. Hij verzwijgt het feit dat den 9den October van het vorige jaar, toen de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram door het Bestuur geraadpleegd werd over het inrichten van eene betere bewaarplaats, door ons aan het Bestuur de raad gegeven werd, daarmede te wachten, dewijl voorstellen in overweging waren, om de Standaarden naar elders over te brengen.

Thans kom ik tot het eerste punt van beschuldiging: schending van het Koninklijk Besluit van 15 Mei 1876. Ik moet, tot mijn leedwezen, de Akademie eenige oogenblikken met beuzelingen bezig houden: het verwijt berust op niets anders dan eene beuzeling.

Den 24sten October 1880, des morgens, vertrokken de Heeren OUDEMANS en BOSSCHA met de meters N°. 19 en N°. 27 uit Parijs. Zij hadden bepaald dat op de reis, en totdat de meters onder dak zouden gebracht zijn, steeds twee personen zich bij die voorwerpen zouden bevinden, en dat de meters zoo weinig mogelijk overgepakt of verplaatst zouden worden. Om dit plan uit te voeren was Delft geschikter

eindpunt dan Utrecht. De beide gedelegeerden reisden in een doorgaanden wagon te zamen tot den Haag, waar een amanuensis van de Polytechnische school den heer Bosscha opwachtte. Met dezen begeleider zette laatstgenoemde de reis per rijtuig voort tot voor zijne woning te Delft. Hier werden ongeveer te 9 uur 's avonds de beide meters weggeborgen in het gebouw der Polytechnische school. Over hetgeen nu verder te doen was, had de Rijkscommissie te overwegen en de Minister te beslissen.

Zes dagen later, 30 October, zou er vergadering zijn van de natuurkundige afdeeling der Akademie. Zoodra wij, te Parijs, na lang wachten, kennis hadden gekregen van dag en uur der bijeenkomst, waarin van wege het Fransche Gouvernement de meters ons zouden worden overhandigd, hadden wij de afspraak gemaakt, dat een van ons in de Zitting van 30 October een kort bericht zou geven van onze zending en een der beide meters zou vertoonen; ten aanzien van n°. 27, den voor koloniën bestemden duplicaatmeter, had dit inderdaad geene bedenking. De Heer Stamkart, het oudste lid der Commissie, die de reis naar Parijs niet had kunnen medemaken, vernam dit het eerst uit den oproepingsbrief voor de vergadering. De Heer Oudemans had namelijk nog juist den tijd gehad, uit Parijs, per telegraaf, den Secretaris te verzoeken de zaak op de agenda te brengen. Toen ik nu, den 30sten October, hier aankwam, betuigde de Heer Stamkart mij aanstonds zijne gevoeligheid; hij houdt mij het Koninklijk Besluit van onze benoeming voor, waarin te lezen staat dat de nieuwe standaarden van den meter en het Kilogram, te Parijs vervaardigd, naar Nederland overgebracht, en aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen overgegeven moeten worden. Hij beweert dat ik beide meters reeds dadelijk had moeten medebrengen en afleveren. Ik antwoord, dat de Heer Oudemans en ik van oordeel waren, dat de bevelen van den Minister van Waterstaat moesten worden afgewacht. Ik doe verder opmerken, dat ik, in geen geval, zonder volstrekte noodzakelijkheid, twee meters te gelijk naar en door Amsterdam zou hebben overgebracht en in het Trippenhuis weggeborgen, en voeg er nog deze geheel en al overbodige

verontschuldiging bij, dat trouwens noch den Heer OUDEMANS, noch mij voor den geest had gestaan, dat het Besluit van onze benoeming de laatstgemelde bepaling inhield. Dit behoeft waarlijk geene bevreemding op te wekken. De benoeming had $3^1/_2$ jaar te voren plaats gehad, en de bepaling was ongewoon. Dat werkelijke standaarden in het Trippenhuis werden bewaard, was overeenkomstig de traditie. Maar het was in strijd met de traditie dat voorwerpen, waarvan het een nog tot standaard moest worden verheven, het ander dit nooit zou worden, hier werden weggesloten. De Heer DONDERS zegt wel, — en cursiveert het in zijne nota, — »die bepalingen zijn slechts de herhaling van de opdracht **in 1839** aan de Heeren LIPKENS, UILENBROEK en LOBATTO verstrekt", maar dit beweren *schept misverstand.* Want de Commissie LIPKENS, UYLENBROEK en LOBATTO ontving haar mandaat **10 Augustus 1838** en in dat mandaat is van afleveren aan het Instituut geen sprake. Zij brachten de standaarden naar Nederland over in **December 1838** en eerst het Koninklijk Besluit van 12 Maart 1839, *hetzelfde dat twee der medegebrachte voorwerpen tot standaarden verheft*, bepaalt dat deze twee aan het Instituut zullen worden overgegeven.

Doch in werkelijkheid doet dit niets ter zake. Dit immers staat vast: al hadden de Heeren OUDEMANS en BOSSCHA de bewuste bepaling gekend, zij zouden niet anders hebben gehandeld. Het Koninklijk Bestuur bepaalt niets omtrent den tijd die tusschen elke twee der drie opvolgende handelingen: in ontvangst nemen, overbrengen en afleveren wel verstrijken mag. De eenvoudigste regelen der voorzichtigheid schreven voor, de meters niet met den meter van 1839 in éene kast op te sluiten, waardoor bij ongeval alle drie de meters, die bij den Archiefmeter waren vergeleken, te gelijk zouden verloren gaan. Die bewaarplaats bovendien was ons bekend als eene zeer onveilige. Komt er brand in dit gebouw, dan is zij zeer spoedig ontoegankelijk. Een Koninklijk Besluit van 1871, genomen op advies der Akademie, bepaalt dat de sleutel moet berusten bij den Secretaris. Deze woonde in 1880 en woont nog in de Sarphatistraat. Bereikt een

brand de bovenverdieping, voordat de standaarden uit hunne bewaarplaats zijn weggevoerd, dan zijn zij verloren. — Het ware onverantwoordelijk geweest den Minister niet opmerkzaam te maken op het gevaar der bewaring op eene zelfde plaats, alvorens gevolg te geven aan het voorschrift van 15 Mei 1876.

Eindelijk kon van eene definitieve aflevering geen sprake zijn, voordat de meetkundige gegevens waren verkregen, noodig voor het berekenen der verrichte waarnemingen. Dit nu was met meter N^{0}. 19 niet het geval. Om uit de te Parijs gemeten doorbuiging bij bepaalde belasting den modulus van elasticiteit te vinden, moesten de afmetingen der dwarsdoorsnede nog micrometrisch worden bepaald.

Na mijne ophelderingen verklaart de Heer Stamkart zich bevredigd, op twee voorwaarden; ten eerste: de Voorzitter moet in de vergadering aan hem als oudste lid der Commissie het woord geven, hetwelk hij dan aan mij zal overdragen; ten tweede, ik moet mij verbinden in de vergadering mijne verontschuldiging te herhalen. Er bestaat bij mij niet het minste bezwaar den Heer Stamkart genoegen te geven. En nu wordt mijne verklaring terstond door het Bestuur als een gewichtig feit opgevat, geboekstaafd in de notulen met de bijvoeging dat de Voorzitter haar voor kennisgeving aanneemt, — en zoo is het gekomen dat thans in de Nederlandsche Staatscourant, het officieele Regeeringsorgaan, te lezen staat, hoe in eene openbare vergadering van de afdeeling Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, een lid aan twee medeleden verwijt: »dat hunne handelingen als leden der Commissie »niet altijd gelukkig geweest zijn en niet met den noodigen »takt zijn uitgevoerd; dat zij een Koninklijk Besluit eigen»dunkelijk niet ten uitvoer hebben gebracht, maar meter N^{0}. 19 »terstond naar de Polytechnische school hebben vervoerd", — hoe verder dat lid verklaart »te meenen dat eene Commissie »aan wie eene zoo belangrijke zaak als het overbrengen van »standaarden is opgedragen, indien zij zich de bestemming der »voorwerpen niet meer herinnert, zich opnieuw op de hoogte »van haar mandaat behoort te stellen en niet zooals thans ge»schied is te handelen in strijd met een Koninklijk Besluit".

Dit schijnt mij grof geschut, onvoorzichtig aangewend om de schaduw van eene mug te verpletteren.

Doch hiermede is de zaak niet afgeloopen. De Akademie overweegt wat nu te doen. Zij erkent dat dit aan den Minister van Waterstaat moet worden gevraagd. Zij kan inderdaad niet loochenen, dat het beter is de meters niet bij elkaar te bewaren en dat de veiligheid der bewaarplaats te wenschen overlaat. De Voorzitter draagt aan de Heeren Stamkart, Oudemans en Bosscha als leden der afdeeling op, *in de volgende vergadering* advies uit te brengen over de wijze waarop de brief aan den Minister zou moeten worden ingericht. Ziedaar nu de beide Commissieleden Oudemans en Bosscha ontheven van verdere verantwoordelijkheid. Was hier een Koninklijk Besluit geschonden, zoo werd de schending door de Akademie voor minstens éene maand op hare risico geprolongeerd.

In de Novembervergadering brengt de Commissie rapport uit. Zij adviseert den Minister te schrijven, dat het aan de Akademie wenschelijk voorkomt de meters te laten blijven waar zij zijn, te weten: N°. 19 in de Polytechnische School, N°. 27 in het Trippenhuis, waar hij is achtergebleven.

De Afdeeling *vereenigt zich met het advies der Commissie*, de ontworpen brief wordt aan den Minister verzonden, den 15den December keurt de Minister goed dat de meters voorloopig blijven waar zij zijn, en twee jaren daarna beveelt de Minister opnieuw dat meter N°. 19 moet verblijven in de Polytechnische School. Aldus zijn voor de vermeende schending van een Koninklijk Besluit aansprakelijk: de heeren Oudemans en Bosscha gedurende *zes dagen*, de Akademie voor *anderhalve maand*, de Minister voor meer dan *twee jaren*.

De Akademie make zich evenwel over haar aandeel niet ongerust. Het is vroeger niet anders gegaan. De heer Lipkens bracht wel niet, — zooals de heer Donders meende dat hij had kunnen doen, — als Directeur der Akademie te Delft de standaarden naar deze instelling, — hij was nog geen Directeur en de Delftsche Akademie werd eerst vier jaren later gesticht, — maar de Leidsche Hoogleeraar Uylen-

BROEK nam ze mede naar het Natuurkundig Kabinet te Leiden. En toen den 12den April 1839 op voorstel der Rijkscommissie — buiten het Instituut om, — een Koninklijk Besluit had bepaald dat de medegebrachte voorwerpen Standaarden zouden zijn en in het gebouw van het Instituut zouden worden nedergelegd, duurde het tot 7 Mei eer aan deze laatste bepaling gevolg werd gegeven.

Voor de Akademie heeft het in 1880 voorgevallene slechts éene bedenkelijke zijde gehad. Het heeft een lid dezer Afdeeling, zeven jaren later, aanleiding gegeven zich als oud-Voorzitter het recht toe te kennen, te oordeelen over hetgeen medeleden in andere betrekking hadden verricht, dat oordeel te vestigen op onjuiste gegevens en eenzijdige beschouwingen en het uit te spreken in termen, waarvan de beleedigende strekking door het bijgevoegd excuus niet kan worden goed gemaakt.

In de vergadering van December 1880 wordt nu aan de Heeren STAMKART, OUDEMANS en BOSSCHA *) opgedragen een plan te maken voor de vergelijkingen, die nog te doen zijn voordat de standaardmeter wordt weggesloten.

En zie, niet zoodra is de Heer STAMKART geplaatst voor het vraagstuk der waarnemingen, of ook hij is van oordeel,

*) De drie genoemde leden vormden destijds de Commissie voor standaardmeter en kilogram. Het schijnt met het inzicht van den Voorzitter gestrookt te hebben dat de opdracht, in den tekst vermeld, hun niet in die hoedanigheid werd verstrekt, zoodat er nu drie Commissien STAMKART, OUDEMANS en BOSSCHA waren. Eene buiten de Akademie, — de Rijks-Commissie: eigenlijk STAMKART, BOSSCHA, OUDEMANS, — en twee in den boezem der Akademie, te weten: de Commissie voor standaardmeter en kilogram, welker mandaat het is, de Akademie over *alle* zaken de standaarden betreffende te adviseeren, en eene tweede speciale Commissie, die over *de aanhangige zaak*, de standaarden betreffende, zou adviseeren. Dat ik de reden van bestaan van deze tweede Commissie niet heb begrepen en het onderscheid der twee Commissiën niet heb beseft, wordt mij als eene grief aangerekend, waaraan de Heer DONDERS eene bladzijde wijdt van zijn vertoog. Toen de Standaardcommissie door toevoeging van twee leden niet meer dezelfde samenstelling had als de speciale Commissie, achtte ik het, als Voorzitter der Standaardcommissie, niet gepast, de speciale Commissie te doen voortbestaan: mijn bedanken had tengevolge dat zij werd opgeheven.

dat het laboratorium te Delft de geschikte plaats is. In mijn bezit is een geschrift van zijne hand, waarin hij aan zijne medeleden een plan van werken voorstelt. Onder paragraaf 8 vindt men woordelijk het volgende: »bepaling »van de plaats waar de vergelijkingen 1 tot 4 zullen ge»schieden. Waarschijnlijk komt de Polytechnische school »wel het eerst in aanmerking."

De Commissie brengt rapport uit in de eerstvolgende vergadering, Januari 1881. In haar vorig rapport had zij reeds vermeld dat meter N°. 19 de meter is die bij 0° bij den Archiefmeter is vergeleken, die derhalve met grootere zekerheid den grondslag van onze wettelijke maat doet kennen. In het Januarirapport zegt zij het nog duidelijker: N°. 27 zal naar Indië moeten gezonden worden, N°. 19 zal nieuwe Nederlandsche standaardmeter zijn. Desniettemin beweert thans de Heer DONDERS dat eerst in 1883, twee jaren later, toen de koloniale meter werd opgevraagd, de Akademie vernam dat N°. 27 de koloniale meter was.

De Commissie gaf in haar rapport eene schets der nog te verrichten metingen en verklaarde dat zij nog naar de middelen moest omzien, om de uitvoering van dat plan mogelijk te maken. De Heer TRESCA was door mij reeds tweemalen herinnerd aan zijne mondelinge belofte, ons den prijs mede te deelen van een comparateur, gelijk aan den comparateur transversal van het Conservatoire des Arts et Métiers, toen hij mij den 27sten April 1881 berichtte, dat de Heer DUMOULIN FROMENT den prijs weldra zou kunnen noemen. Deze werd mij eerst door een brief van 21 Juni medegedeeld: 11500 francs. Dit viel geheel en al buiten onze schatting. Wij meenden zonder nader onderzoek den aankoop van een zoo kostbaar werktuig niet te mogen voorstellen. Weinige dagen later werd een der Commissieleden door eene ongesteldheid voor vele maanden genoodzaakt zich van alle niet hoog noodige werkzaamheden te onthouden; in Januari 1882 overleed de Heer STAMKART. Intusschen had het derde lid der Commissie, de Heer OUDEMANS, zooals aanstonds blijken zal, voor een ander doel noodig gevonden onder andere toestellen ook een comparateur van REPSOLD uit Indië te laten overkomen.

Wij besloten nu de aankomst en de beproeving van dit werktuig af te wachten.

Wij zijn nu genaderd tot het tweede punt van beschuldiging, het wegvoeren van den kolonialen meter N°. 27.

De Heer OUDEMANS was in Indië van Rijkswege belast met het bestuur van eene zeer belangrijke onderneming: de triangulatie van Java. Tot dezen arbeid behoort eene basismeting, welke de grootteschaal moet doen kennen van het gansche driehoeksnet, waarvan door hoekmetingen alleen de gedaante wordt gevonden. De basismeting is aldus de grondslag van het gansche werk. Bij den toestel, waarmede deze meting geschiedt, behoort eene staaf, de zoogenaamde *normaalmeter*, waarvan de lengte nauwkeurig moet bekend zijn. De normaalmeter van REPSOLD, door den heer OUDEMANS gebruikt, was in 1868, hier in het Trippenhuis, vergeleken met den platinameter van 1839. De metingen waren verricht door eene Commissie van de Akademie: COHEN STUART, MATTHES, STAMKART. De uitkomsten der drie waarnemers liepen tot 7,5 micron uiteen; de middelbare fout van het stel metingen van den enkelen waarnemer was 3,68 micron bij lage, 6,93 micron bij hooge temperatuur. De geringe overeenstemming maakt deze waarnemingen voor eene basismeting nauwelijks bruikbaar. De Heer OUDEMANS had evenwel in Indië het middel om de einduitkomst te controleeren. Hij was in het bezit van een glazen meter, dien hij zelf, te zamen met den Heer STAMKART, bij den platinameter in het Trippenhuis had vergeleken. Hij kon, met den glazen meter, den normaalmeter opnieuw bepalen. De uitslag was dat zijne zorgvuldig verrichte meting met die der Akademiecommissie een verschil opleverde van 71 micron, een bedrag, driemaal grooter dan hetgeen men nog uiterlijk met het bloote oog kan waarnemen. Van de door hem zelven verrichte waarnemingen kon de Heer OUDEMANS zich in alle opzichten rekenschap geven: die der Akademiecommissie waren hem, behalve de uitkomsten, onbekend. Zij zijn tot op den huidigen dag niet openbaar geworden. Hij schrijft den Heer STAMKART om opheldering; de Heer STAMKART antwoordt, doch geeft geene andere opheldering dan deze: de

slechte verlichting in de lokalen van het Trippenhuis kan wel de oorzaak zijn van het verschil. Men moet inderdaad wel overtuigd geweest zijn onder geheel onvoldoende omstandigheden te hebben gewerkt, wanneer men een verschil van een veertiende millimeter, een verschil grooter dan men bij de verificatie van Standaarden van den 2den en 3den rang voor den IJk zal toelaten, toeschrijft aan deze reden.

De Heer OUDEMANS stelt daarop de Akademie aansprakelijk voor den onder hare verantwoordelijkheid verrichten arbeid. Hij vraagt opheldering van de Akademie: hij heeft nooit antwoord ontvangen.

Wat ik hier verhaal is openbaar. Het staat te lezen in het eerste gedeelte van het Verslag over de Triangulatie van Java, door den Heer OUDEMANS samengesteld, door het Rijk uitgegeven, een blijvend werk, dat gelezen zal worden door ieder die de litteratuur der geodesie wil kennen. De Heer OUDEMANS *mocht* de onzekerheid omtrent den grondslag van zijnen arbeid, die vele jaren van inspanning en tonnen gouds had gekost, niet verzwijgen en het was zijn recht aan te toonen wie daarvoor de verantwoordelijkheid te dragen had.

Eerst veel later, in 1880, bij het berekenen, ten dienste der Rijkscommissie voor graadmeting en waterpassing, van de basis in de Haarlemmermeer, heeft de Heer VAN HEES ontdekt, dat de Heer STAMKART zich zeven graden in de temperatuur had vergist, en dat hieraan het grootste deel van het verschil moest worden toegeschreven.

Doch, — in Juli 1873, — ten einde raad en wetende dat ik gedelegeerde was bij de internationale Metercommissie, roept de Heer OUDEMANS mijne hulp in. Hij vraagt of het mij niet mogelijk zou zijn te bewerken dat de nieuwe platina-iridiummeter, voor standaard bestemd, met de noodige voorzorgen naar Indië worde gezonden, ten einde daarmede rechtstreeks den normaalmeter te vergelijken. Hiertegen bestonden inderdaad groote bezwaren. Om in de ongelegenheid van den Heer OUDEMANS te voorzien, wend ik mij tot den Minister van Koloniën, wien ik kennis geef van het geval en voorstel mij te machtigen te Parijs een duplicaat-

meter aan te vragen voor den kolonialen dienst en die ook bij latere geodesische opmetingen zal kunnen te pas komen. Het voorstel wordt door den Minister goedgekeurd en de gevraagde machtiging verleend. Van den Heer OUDEMANS mocht ik later tot mijn genoegen vernemen, dat deze oplossing der moeilijkheid geheel aan zijne bedoeling beantwoordde.

De koloniale meter N°. 27 komt eerst in 1880 in Nederland. Inmiddels is de Heer OUDEMANS uit Indië teruggekeerd en om nu de vereischte hermetingen te doen, — die door de ontdekking van de bron van het grootste deel der fout geenszins overbodig waren te achten, — laat hij basistoestel, comparateur en normaalmeter uit Java overkomen. In de sterrewacht te Utrecht worden de werktuigen voor de vergelijkingen opgesteld. De eisch der waarnemingen is, dat zij bij lage temperatuur, — dus bij winterkoude — geschieden; de Heer OUDEMANS slaagt er in tegen het begin van December alles gereed te hebben, slechts één ding ontbreekt hem .. de koloniale meter, — deze ligt in het Trippenhuis. Hij verzoekt het Bestuur dezer Afdeeling dien meter tot zijne beschikking te mogen ontvangen doch .... stuit op bedenking. Hij wordt verwezen naar de vergadering van 30 December, waarop zijn verzoek in overweging zal moeten genomen worden.

En nu behoef ik niet meer te betoogen, dat het Bestuur al het mogelijke heeft gedaan om de inwilliging van dat verzoek te verhinderen. De Heer DONDERS erkent het zelf en nog doet het hem leed dat dit niet gelukt is. Had het aan hem gelegen, de *vraag* of men aan de Regeering de machtiging *zou vragen* ware eerst den laatsten Zaterdag van Januari in behandeling gekomen. Het is, — meen ik, — goed voor de Akademie hier te doen uitkomen dat, buiten het Bestuur, niemand in deze Afdeeling zich destijds warm maakte voor het denkbeeld meter N°. 27 hier te behouden, en dat met 14 tegen éene stem besloten werd den Minister de machtiging te verzoeken tot het afgeven van den meter.

Hoe het Bestuur destijds de ware verhouding der dingen uit het oog had verloren, kan thans nog blijken uit twee bijzonderheden. Ten eerste uit de missive, ter uitvoering

van het besluit der vergadering, door het Bestuur aan den Minister geschreven. Daarin wordt de Nederlandsche Commissie bij Koninklijk Besluit benoemd, aan den Minister als *eene Akademische Commissie* voorgesteld. Ten tweede, uit deze woorden van de nota des Heeren DONDERS: »*het Bestuur* kwam tot de conclusie dat het moest gehoorzamen" alsof hierin het Bestuur en niet de Afdeeling zelve te beslissen had.

De Heer OUDEMANS, ongerust geworden over het lot zijner wintervergelijkingen, roept de tusschenkomst in van den Minister van Koloniën ten einde de afgifte van den kolonialen meter te bespoedigen. Aldus heeft de zwaarwichtige vraag of meter N°. 27, die hier op den zolder was weggesloten, uit de kast genomen en aan den Heer OUDEMANS gegeven zou worden om te dienen voor het wetenschappelijk doel waarvoor hij door de Regeering werd gevraagd en verkregen, het onderwerp uitgemaakt van eene briefwisseling tusschen den Minister van Koloniën en den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid.

Ten derde eindelijk het Koninklijk Besluit van 21 Februari 1883, dat op de moeielijkheden met den kolonialen meter zeer spoedig is gevolgd.

Den 10den Februari heeft het Bestuur met de standaardcommissie eene bijeenkomst over de zaak der meters. Het beknopt relaas, daarvan door den Secretaris opgemaakt, vermeldt eene discussie over het al dan niet wenschelijke hier de standaarden te bewaren, en daarna woordelijk het volgende: »De Heer DONDERS stelt voor, dat de Commissie voor standaard»meter en kilogram, zoo het vervaardigen van kopieën dan »absoluut te Delft zal moeten geschieden, het daarheen trachte »te leiden, dat de Heeren BOSSCHA en SCHOLS, als leden der »Akademie, in de Commissie ter vervaardiging der kopieën »van den standaardmeter worden benoemd" *).

*) De Heer DONDERS geeft in zijne Nota (bladz. 14) van het op deze vergadering behandelde eene verkeerde voorstelling. Hij doet het voorkomen, alsof ik een verlangen of een wensch te kennen gaf, en alsof het Bestuur aan dat verlangen of aan dien wensch toegaf. Een advies over

Toen deze bijeenkomst plaats had, was in het Departement van Waterstaat in overweging het voordragen van een Koninklijk Besluit dat juist hetzelfde inhield. Het Besluit is geteekend 21 Februari en vermeldt als dagteekening van het Rapport des Ministers: 19 Februari. Over het Besluit werd het advies der Akademie noch ingewonnen, noch afgewacht.

De Heer DONDERS, hierin eene grievende behandeling der Akademie ziende, zegt: »Blijkbaar kon de Heer BOSSCHA de gevolgen zijner persoonlijke bemoeiingen niet meer stuiten". Het is geene beschuldiging, slechts een gissing, die evenwel erge dingen te vermoeden geeft. Zij stelt mij voor als verontrust over de gevolgen mijner handelingen en trachtende die noch te voorkomen, doch te laat.

Ik merk vooreerst op, dat met den verdachten naam van »persoonlijke bemoeiingen", zoo men de waarheid getrouw wil blijven, niet anders kan bedoeld worden dan schriftelijke adviezen, gegeven op schriftelijke vragen of mededeelingen van de Regeering.

Doch de geheele voorstelling is ten eenemale in strijd met de waarheid. Feitelijk heeft de Regeering zich geplaatst gezien voor dit alternatief: òf zelve een Besluit te nemen, waarvan haar de noodzakelijkheid gebleken was, òf wel eerst een gelijkluidend voorstel van de Akademie af te wachten. De Regeering heeft, — zonder hierin, voor zoover mij bekend is, van iemand buiten haar advies te vragen of te ontvangen, — het eerste gekozen. Het lijdt geen twijfel of zij heeft daarmede, — niet de Akademie willen krenken, — maar haar beheerrecht over voorwerpen, aan het Rijk toebehoorende, willen handhaven en openlijk doen blijken, — misschien ook elk misverstand over het karakter der Commissie als Rijkscommissie onmogelijk willen maken.

---

de zaak was, tijdens de bijeenkomst, reeds in handen der Regeering, en ik had aan de Akademie noch verlangen te openbaren, noch verzoek te doen. Ik deelde in de bijeenkomst alleen mede wat naar mijne meening moest geschieden. Degene, die in deze bijeenkomst een wensch openbaarde, was, zooals de Notulen ook terecht aanduiden, de Heer DONDERS.

Kan het, na hetgeen was voorafgegaan, nog wel de vraag zijn, waarom de Regeering dit noodig en nuttig achtte?

Dit viel voor in Februari 1883. Den 30sten Maart hield de Heer DONDERS op Voorzitter te zijn. Thans verklaart hij dat er tusschen beide gebeurtenissen verband is: zijn vrijwillig aftreden een gevolg van het Koninklijk Besluit. Indien hij hierin niet door zijn geheugen wordt bedrogen dan heeft de Heer DONDERS destijds al het mogelijke, ja het onmogelijke gedaan om dit verband te bedekken. Reeds een jaar te voren verklaarde hij, de herbenoeming nog slechts voor ten hoogste één jaar te willen aannemen. En het was uitsluitend op deze verklaring dat zij zich beriep toen hij den 30sten Maart 1883 voor eene herbenoeming bedankte.

En wat is nu de oorsprong van al deze beroeringen in den boezem der Akademie.? Een verschil van meening over de beteekenis en de bestemming van een standaardmeter. Volgens den Oud-Voorzitter is het bewaren hoofdzaak, het wetenschappelijk gebruik daaraan ondergeschikt. Volgens de Standaardcommissie het omgekeerde. Volgens den eerste is de platinairidiummeter een voorwerp dat, even als het uit den hemel gevallen beeld van Pallas Athene, aan de plaats waar het verwijlt zekere wijding geeft, het huis dat het bewaart voor ondergang behoedt: een waar palladium. De Heer DONDERS betoogt het op alle wijzen. Indien wij meter N⁰. 19 maar hier hadden gehad, zou er, buiten de Akademie om, geen Koninklijk Besluit genomen zijn. Woordelijk zegt de Heer DONDERS: »Beati possidentes »Weest overtuigd, dat in 't bezit alleen der standaarden de invloed der Akademie verzekerd is." Volgens hem heeft hieraan de Eerste Klasse bij de opheffing van het Instituut haar behoud te danken gehad en hierdoor is het haar gegeven geworden de Letterkundige Afdeeling weder in het leven te doen roepen. Immers, de standaarden geven aanleiding tot de vraag om adviezen, de adviezen zijn banden met de Regeering, zij hebben de Akademie gered en zullen haar in het vervolg in stand houden.

Hoe bestaan dan, kan men vragen, buitenlandsche aka-

demiën, die het zonder standaarden moeten stellen? En leeft onze zusterafdeeling alleen door de kracht, welke de Natuurkundige afdeeling aan de standaarden ontleent?

Diegenen daarentegen, die deze voorwerpen van naderbij kennen, die ze te hanteeren hadden en er mede gewerkt hebben, zijn niet meer vatbaar voor het geloof aan zulke tooverkracht. Voor hen zijn de standaarden bovenal instrumenten voor wetenschappelijke onderzoekingen, die hunne waarde ontleenen aan het gebruik dat zij vinden bij geodesische en natuurkundige metingen en aan de aanleiding die ze geven om de kunst van waarnemen en de strenge berekening der uitkomsten tot het uiterste op te voeren. Hoe beter daartoe werktuigen en werkplaatsen zijn ingericht, des te beter beantwoorden zij aan hun doel.

Wij hebben nu, in het geschrift van den Heer DONDERS, eene geschiedkundige schets voor ons van de betrekking der Akademie tot de standaarden. Ik zal haar hier niet ontleden. Alleen moet ik ter wille van de historische waarheid en den rechtmatigen roem van VAN SWINDEN verzet aanteekenen tegen de voorstelling vervat in deze woorden van den Heer DONDERS: »Is het metrieke stelsel in Nederland vroeger ingevoerd dan in de meeste andere landen, het is aan de doorwrochte verslagen en aan het werkdadige aandeel van het Koninklijk Nederlandsch Instituut te danken." De invoering van dat stelsel is in de eerste plaats, zoo niet uitsluitend, het werk van VAN SWINDEN en AENEAE en het meest van eerstgenoemde. Reeds den 28sten April 1801 heeft het Uitvoerend Bewind een beredeneerd vertoog aan het Vertegenwoordigend Lichaam ingezonden en het invoeren van het nieuwe stelsel van maten en gewichten voorgedragen. De grondslag van dit Vertoog was een Rapport van VAN SWINDEN en AENEAE. En het metrieke stelsel ware hier reeds in 1801 ingevoerd, indien niet, — zooals VAN SWINDEN in zijne »Volmaakte Maaten en Gewigten" verhaalt — den 18den September »de Vergaderzalen der beide Kamers, ge-

sloten, verzeegeld, met wagten bezet en de Leden dier Collegiën belet geworden waren immer meer eenige vergadering te houden." Ware deze omwenteling eene maand later uitgebroken, Nederland hadde van alle landen het eerst het metrieke stelsel aangenomen. Het zou zeker niet geschroomd hebben, daarin eenige jaren alleen te staan. De Instituuts-Commissie nu van 1809, waarvan ook VAN SWINDEN en AENEAE leden waren, had niets anders te doen dan het Rapport over te nemen dat deze laatsten acht jaren te voren hadden opgesteld.

De strekking van het geschiedkundig overzicht is aan te toonen, dat Instituut en Akademie steeds in alle zaken de standaarden betreffende door de Regeering zijn gehoord, dat dus ook in 1883 gelijk de Heer DONDERS zegt *voor de eerste maal sedert* 75 *jaren* een Besluit in de zaak der standaarden werd genomen buiten het advies der Akademie. Wie zal dit gelooven die weet, dat LIPKENS jaren lang de betrekking bekleedde van adviseur bij het Ministerie van Binnenlandsche Zaken voor schei- en natuurkunde en LOBATTO die van adviseur voor de zaken der maten en gewichten? Hierboven vermeldden wij reeds dat het belangrijkste Besluit van allen, het Besluit dat de 1838 medegebrachte voorwerpen tot Standaarden verhief, genomen werd buiten medewerking van het Instituut. Een ander geval doet tevens een leerzaam feit kennen. Ik ontleen het aan het driejaarlijksch verslag over 1837—1839 van de Eerste klasse van het Instituut, afgedrukt in het 8ste Deel van de Nieuwe Verhandelingen dier klasse. Vooraf heb ik slechts te vermelden, dat in 1829 de eerste tienjarige verificatie van de standaarden van den 2den rang in het Trippenhuis door de Instituuts-Commissie was bewerkstelligd. Van deze verificatie is in de gedrukte stukken weer niets anders te vinden dan de verzekering: dat de standaarden »niet waren veranderd en »er dus geene zwarigheid bestond ze terug te zenden ten »einde wederom gedurende tien jaren als standaards van den »tweeden rang te kunnen worden gebruikt". Nu komt in 1837 de adviseur LIPKENS tot de wetenschap dat, — ik zal verder zooveel mogelijk woordelijk aanhalen, — »dat de

»standaarden van den tweeden rang bij het Ministerie van »Binnenlandsche Zaken, bij de Provinciale Staten en bij »'s Rijks munt geen vertrouwen gedoogen, want dat zij »merkbaar verschil opleverden met hetgeen men van goede »standaards gerechtigd was te verlangen". LIPKENS stelt daarom aan de Regeering voor, de standaarden op nieuw te vergelijken en daartoe de standaarden van den eersten rang, bij het Instituut berustende, te ontzegelen. LIPKENS was Lid van het Instituut, maar dat dit voorstel door hem *buiten het Instituut om* werd gedaan blijkt voldoende uit deze woorden van het aangehaalde verslag: »Dit schijnt »den Heer LIPKENS, adviseur bij het Ministerie van Binnen»landsche Zaken voor natuur- en scheikunde, aanleiding »te hebben gegeven een voorstel te doen bij het Gouverne»ment". »Door zijne Majesteit den Koning dit voorstel »zijnde geagreerd is hetzelve in een Besluit veranderd, hoofd»zakelijk inhoudende, dat die wegingen, vergelijkingen en »justeeringen zouden plaats hebben in tegenwoordigheid van »den Heer UYLENBROEK en den Heer adviseur LOBATTO".

Dit is dus een Koninklijk Besluit, buiten medewerking van het Instituut genomen en bepalende dat de verificaties, door het Instituut verricht, zouden worden overgedaan. Een eigenaardig licht op dit voorval werpt het vervolg van het verslag in deze woorden: »Bij artikel 2 van 's Konings »Besluit de Eerste klasse wordende uitgenoodigd om twee »of meer Leden uit haar midden te committeeren ten einde »*deswerkiezende* bij het bedoelde onderzoek tegenwoordig te »zijn, is dezelve daardoor eenigermate in die werkzaamheden »betrokken geworden en in de verplichting gebracht van »het voorgevallene verslag te doen". Dit was inderdaad geene aangename taak, want de Eerste klasse was nu in de noodzakelijkheid gebracht zelve te verklaren, dat de door haar vroeger »beproefde standaards van den tweeden rang »te veel verschilden van den standaard des Nederlandschen »ponds om als zoodanig te blijven gelden".

Na dien tijd is nimmer meer door Instituut of Akademie eene periodieke verificatie verricht.

Ziehier nu eene ervaring op het stuk van den ijk. Wij

hebben zooeven, bij 't geval van den kolonialen meter, eene ervaring leeren kennen op het stuk van wetenschappelijke vergelijkingen. Ik zal nu maar zwijgen over hetgeen mij bekend is ten aanzien van de wijze van waarnemen, de hulpmiddelen daarbij gebezigd en de inrichting der toestellen.

Dit schrikt den Heer DONDERS niet af te zeggen »met »voldoening mogen wij op de bemoeiingen van het Koninklijk »Nederlandsch Instituut, gevolgd door die der Koninklijke »Akademie, over dit tijdvak een zestig jaren terug zien", het weerhoudt hem niet voor de Akademie te vindiceeren de vergelijkingen met de standaarden in 't belang der wetenschap en te eischen, dat daarop het licht schijne der Akademie.

Wat beteekent tegenover de onverbiddelijke logika der feiten de gemoedelijke geruststelling, dat de Akademie zal voortgaan de beste krachten van Nederland aan zich te verbinden? Niemand zal beweren dat de leden van Instituut en Akademie, die hier verificaties of wetenschappelijke vergelijkingen verrichtten, allen waren geleerden zonder praktischen zin of practici zonder wetenschap. Neen, de omstandigheden, waaronder zij werkten, moesten onvermijdelijk tot mislukking leiden. Het gaat nu eenmaal niet aan, proefnemingen van de hoogste nauwkeurigheid te volbrengen in slecht ingerichte werkplaatsen, waar men niet elk hulpmiddel om een werktuig te verbeteren, voor een bepaald doel te wijzigen, aan de toepassing eenen nieuwe methode dienstbaar te maken, om zoo te zeggen voor het grijpen heeft. Gebrek aan hulpmiddelen dwingt tot stumperig behelpen en verstompt het gevoel voor nauwgezetheid. Nog minder is het doenlijk, deugdelijke, wel overdachte, met geduld volgehoudene waarnemingen als het ware in het voorbijgaan te verrichten, op eene plaats waar men niet te huis is en geneigd, zich niet langer op te houden dan volstrekt vereischt wordt.

De bedenkelijke gevolgen welke zoodanige arbeid voor de eer der Akademie kan hebben, kunnen alleen uitblijven wanneer men kritiek onmogelijk maakt of terughoudt. Het eerste is bijna verwezenlijkt geworden, doordien men van de hier verrichte metingen nooit anders dan de uitkomsten heeft openbaar gemaakt. Doch ook deze hebben begane

touten niet kunnen verborgen houden. Het tweede, het terughouden van kritiek, schijnt den Heer DONDERS voor den geest te zweven. Hij keurt het af dat men het hier verrichte werk laakt, en stelt aldus, om de eer der Akademie van Wetenschappen te beveiligen, een krachtig middel om wetenschap te bevorderen ter zijde.

En werkelijk zou dit noodig zijn, zoo wij naar zijn raad op den ingeslagen weg voortgingen. Hij waarschuwt ons de eischen voor de waarnemingen niet te hoog stellen, *dan streeft men het doel voorbij.* Als de standaarden maar eenmaal hier zijn, komt alles van zelf terecht. Een lokaal is er alvast. En nu wordt verder met eene merkwaardige luchthartigheid over alle andere moeilijkheden heengestapt. De middelen om op verschillende graden de temperatuur constant te houden.... kunnen zeer eenvoudig zijn. Een comparateur is natuurlijk niet weg te cijferen, maar een laboratorium.... dit kan niet ernstig gemeend zijn. En het bezwaar waarnemingen op bepaalde, niet vooraf aan te geven oogenblikken te verrichten in een lokaal waar de observator niet dagelijks verkeert, in eene stad waar hij niet woont.... het wordt bejegend met de opmerking dat wij in onze qualiteit van leden der Akademie allen ons domicilie hebben in Amsterdam.

De kosten, ook die van een assistent, komen nauwelijks in aanmerking. Voor 't oogenblik zal de Minister wel bereid zijn het ontbrekende beschikbaar te stellen uit de ƒ 40.000 voor onvoorziene uitgaven van de Afdeeling Kunsten en Wetenschappen uitgetrokken. Indien de heer DONDERS er in slaagt, in Hoofdstuk V der Staatsbegrooting voor 1887, zoodanige post van ƒ 40.000 voor onvoorziene uitgaven van Kunsten en Wetenschappen te ontdekken zal gewis de volijverige referendaris van die afdeeling hem tot den grootsten dank verplicht zijn. En toch durf ik betwijfelen of deze den Minister zou willen voorstellen, daarvan iets af te staan voor het bewaren van voorwerpen waarvan het beheer bij het Departement van Waterstaat behoort.

Het is steeds hetzelfde inzicht: het bewaren, het bezitten hoofdzaak, het gebruiken bijzaak en de korte zin van

hetgeen de Heer DONDERS ons thans, in strijd met het advies van de door de Akademie zelve aangewezen deskundigen, aanraadt komt hierop neder: den Minister een voorstel te doen dat het Rijk verplicht tot uitgaven, — die uitgaven te doen strekken om de bewaring der Standaarden door de Akademie mogelijk te maken, — de bewaring te doen strekken om de Regeering aan te moedigen nog eens meer aan de Akademie advies te vragen.

Dit is averechtsch bestier, dat van het doel verwijdert. Zal de Akademie vertrouwen vinden bij de Regeering, dan moet deze er onvoorwaardelijk op kunnen rekenen dat onze adviezen niets anders bedoelen dan het Regeeringsbelang zelf, en dat begeerte naar eigen roem of zelfs de zorg voor bevestiging van eigen bestaan daaraan volstrekt vreemd gebleven zijn. Wat ware anders die roem meer dan ijdele schijn, die bevestiging meer dan een nietig kunstmiddel? Zwak, ja onhoudbaar ware de grondslag der Akademie wanneer die hierin moet gezocht worden dat de Akademie, zooals de Heer DONDERS verlangt: »*de* adviseur zij der Regeering". Immers de Regeering kan, in alle zaken van technischen aard, even goed advies verkrijgen door zich rechtstreeks te wenden tot deskundigen, gelijk zij herhaaldelijk doet. Strijdig met de eerste beginselen van wetenschappelijk onderzoek is het, wanneer men nog verder gaat en *de Akademie* onderzoekingen en waarnemingen wil laten verrichten, die zij zelve weer opdraagt aan eene Commissie, maar waarvoor zij zich toch aansprakelijk stelt. Hoe kan een lichaam van 50 leden de verantwoordelijkheid dragen voor waarnemingen, die ten hoogste door een vijftal leden zijn bijgewoond, en die meestal buiten den studiekring der 45 overigen vallen. En hoe kan men redelijkerwijs verlangen, dat hij, die dan het wetenschappelijk werk verricht, zich onder de voogdij plaatse van eene vergadering, die het werk niet kent, dat hij zich zal onderwerpen aan de bedenkelijke beproeving, de vrucht van ernstig onderzoek over te leveren aan somwijlen overijlde kritiek van onbevoegden, om het ten slotte bij meerderheid van stemmen te zien goed- of afkeuren?

Neen, de Akademie zoeke hare glorie niet in het bezit van voorwerpen, in hare betrekkingen tot de Regeering, in orakelen die zij meent te geven. Ze zij noch heiligdom, noch staatsorgaan, noch priesterschap, — maar eene ware *'Ακαδήμεια*, eene plaats waar ernstige mannen samenkomen om kennis te garen en te kweeken, de beoefening der wetenschap van den enkele, in broederlijke samenwerking, te bevrijden van eenzijdigheid en van al de gebreken die ons als menschen aankleven, in onderlinge waardeering opwekking te vinden tot nieuwen arbeid en in eendracht van streven den invloed, om in al wat de Nederlandsche wetenschap bevorderen kan ten goede te werken.

Die invloed moet niet berekend zijn op uiterlijk vertoon: hij kome des te meer aan den dag, naarmate men dieper tot den waren grond der dingen doordringt. Hij, die later de geschiedenis zal te schrijven hebben van de Nederlandsche wetenschap in onzen tijd, vinde telkens de Akademie terug als den oorsprong van hetgeen hij zal te roemen hebben. Hij zal kunnen vermelden hoe Nederlands deelgenootschap aan eene groote internationale onderneming, — de Europeesche graadmeting, — voor een deel in gevaar gebracht door den dood van den man, die zijne taak met vuur en talent had opgevat, voor een deel ontredderd achtergelaten door het mislukken van den arbeid van een ander, — door verstandigen raad van de Akademie is hersteld geworden en schitterende vrucht heeft gedragen. Hij zal kunnen getuigen hoe eene eerezuil voor Nederlands grootsten geest, den ontsterfelijken CHRISTIAAN HUYGENS, eene eerezuil, schatkamer tevens voor wetenschap en historie, elders gesticht, hier is voorbereid en ontworpen. Moge hij aan onze Akademie ook dezen roem kunnen geven, dat zij den moed heeft gehad, eigen fouten te erkennen en te breken met traditiën die niet proefhoudend bleken *).

---

*) Bij dit antwoord behoort een Bijschrift, hetwelk de schrijver niet voor openbaarmaking had bestemd. Het werd voor de leden der Akademie gedrukt en behelst het betoog van de onjuistheid der voorstelling, die de heer DONDERS gaf van de handelingen der Nederlandsche gedelegeerden in de Metercommissie.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

VERSLAGEN EN MEDEDEELINGEN

DER

KONINKLIJKE AKADEMIE

VAN

WETENSCHAPPEN.

Afdeeling NATUURKUNDE.

DERDE REEKS.

VIERDE DEEL.

AMSTERDAM,
JOHANNES MÜLLER.
1888.

GEDRUKT BIJ DE ROEVER KRÖBER-BAKELS

INHOUD

VAN HET

VIERDE DEEL

DER

DERDE REEKS.

PROCESSEN-VERBAAL

DER

GEWONE VERGADERINGEN

VERSLAGEN.

MEDEDEELINGEN.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE

op Vrijdag 29 April 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, TREUB, FORSTER, HOFFMANN, HOEK, VAN DER WAALS, RAUWENHOFF, MICHAËLIS, BOSSCHA, VAN DIESEN, BIERENS DE HAAN, VAN BEMMELEN, SCHOUTE, MAC GILLAVRY, FRANCHIMONT, BEIJERINCK, DE VRIES, STOKVIS, GUNNING, A. C. OUDEMANS JR., RIJKE, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, MULDER, VAN RIEMSDIJK, PLACE, HUBRECHT, FÜRBRINGER, KORTEWEG en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts het Correspondeerend Lid, de Heer VAN DER BURG.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. A. GROTHE, Secretaris van het historisch Genootschap te Utrecht, Maart 1887; 2°. BERTRAND, Secretaris der Académie d'Archéologie de Belgique te Antwerpen, 25 April 1887; 3°. C. LE PAIGE, Bibliothecaris der Société royale des Sciences te Luik, 26 April 1887; 4°. A. TIELEMANS, Bibliothecaris der Universiteit te Leuven, 27 April 1887; 5°. H. RIX, Bibliothecaris der royal Society te Londen, 25 April 1887; 6°. CL. R. MARKHAM, Secretaris der royal geographical Society te Londen, 21 April 1887; 7°. R. OWEN, Londen, 23 April 1887; 8°. den Directeur van het royal Observatory te Greenwich, 21 April 1887; 9°. W. E. HOYLE,

Bibliothecaris der royal physical Society te Edinburg, 27 April 1887; 10°. H. WHITE, Bibliothecaris der Cambridge philosophical Society te Cambridge, 27 April 1887; 11°. G. KIRCHHOFF, Berlijn, 27 April 1887; 12°. LUTHER, Directeur der kön. Universitäts-Sternwarte te Koningsbergen, 27 April 1887; 13°. H. KREUTZ, Directeur der Sternwarte te Kiel, 27 April 1887; 14°. BERTKAU, Secretaris van het naturhistorischer Verein der preussischen Rheinlande und Westfalens te Bonn, 23 April 1887; 15°. H. GYLDEN, Stockholm, 31 Maart 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 25 April 1887; 2°. het Ministerie van Marine te 's Gravenhage, 9 April 1887; 3°. A. KLUYVER, Secretaris van de Maatschappij der Nederlandsche Letterkunde te Leiden, 1 April 1887; 4°. GROENEVELDT, Batavia, 15 Maart 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt goedgekeurd, nadat, op verzoek van den Heer BOSSCHA, de volgende wijzigingen in de redactie gebracht zijn:

1°. Voor *Delft* moet gelezen worden den *Haag*; 2°. de Heer STAMKART keurde in de Polytechnische School niet de bewaarplaats goed voor Standaardmeter en -kilogram, maar wel de gelegenheid om meters van den 2^{en} rang te verifieeren; 3°. de door den Heer BOSSCHA gelezen memorie ging van hemzelven uit, en niet van de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram; 4°. de Voorzitter deed in de woorden tot inleiding der verdere behandeling van de meterzaak tevens uitkomen, dat er tusschen de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram en den Heer DONDERS in zooverre eene toenadering had plaats gevonden, als de laatste aan het einde van zijn advies een naschrift toevoegde, waarin hij verklaarde, het achttal voorstellen, door hem in de vergadering van 26 Februari 1887 gedaan, alle in te trekken en daar-

voor een ander voorstel van veel eenvoudiger strekking in de plaats stelde.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. kennisgevingen van de Heeren DONDERS, BEHRENS, SCHOLS, J. A. C. OUDEMANS en ZAAIJER, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen; 2°. een brief van Z. Exc. den Minister van Binnenlandsche Zaken (27 April 1887), inhoudende het bericht, dat Z. M. de benoemingen van de Heeren C. H. D. BUYS BALLOT en J. D. VAN DER WAALS, respectievelijk tot Voorzitter en Onder-Voorzitter voor het volgend Akademiejaar, heeft goedgekeurd; 3°. missive van Z. E. den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid (21 April 1887), het verzoek behelzend om het gevoelen der Afdeeling te vernemen omtrent een schrijven van den Hoogleeraar J. A. C. OUDEMANS te Utrecht, waarin wordt voorgesteld, 's Konings toestemming te vragen om het bij de Koninklijke Akademie van Wetenschappen berustend platina Standaardkilogram, met inachtneming der daarbij gebruikelijke vormen, te doen ontzegelen, en hem te vergunnen dit kilogram naar Utrecht over te brengen, om het met het door hem gebruikte glazen kilogram te vergelijken. De terugbrenging van het platinakilogram zou, indien de thans aanhangige verplaatsing der standaarden van maat en gewicht naar Delft haar beslag mocht krijgen, naar laatstgenoemde plaats kunnen geschieden. — Wordt, zonder discussie, besloten, den Minister te adviseeren, aan den wensch van den Heer OUDEMANS gevolg te geven; 4°. een opstel van den Heer Dr. VAN DER STOK te Batavia, correspondent der Afdeeling, »Over den invloed der maan op de beweging der declinatienaald te Batavia", aangeboden voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Commissie tot »onderzoek naar de mate, waarin water onder verschillende drukhoogte door zandmassa's van verschillende samenstelling en breedte stroomt", benoemd den 26sten April 1878, brengt, bij monde van den Heer VAN DIESEN, verslag uit, en komt tot het besluit, »dat, voor zoover de verzamelde gegevens dit kunnen uitmaken, het

bezwaar der doorkwelling de uitvoering van het plan van het wetsontwerp van 1877, strekkende tot droogmaking van de Zuiderzee, niet zou behoeven in den weg te staan."
Wordt besloten, het Verslag met de daarbij behoorende Aanteekeningen op te nemen in de 4⁰ werken der Akademie.

— De Commissie voor »de geologische kaart van Nederland", benoemd op den 29sten Mei 1886, brengt een door den Heer van Riemsdijk gesteld rapport uit, bij monde van den Heer van Bemmelen. Zij komt, na rijp beraad, tot de volgende conclusiën:

1. De geologische kaart van Staring, nog in vele opzichten bruikbaar, worde terstond onveranderd herdrukt en in den handel gebracht om in eene bestaande behoefte te voorzien.

2. Het maken van eene geheel nieuwe geognostisch-agronomische kaart, naar de eischen der tegenwoordige wetenschap, worde intusschen voorbereid. Met deze voorbereiding zullen op zijn minst 12 jaar gemoeid zijn.

3. De voorbereidende werkzaamheden zullen vereischen:

a. de oprichting van een geologisch bureau (te Leiden), waaraan verbonden worde een conservator, ter verzameling van al de gegevens, noodig voor de samenstelling van de nieuwe kaart;

b. de aanstelling van twee geologen en één agronoom, die met het onderzoek in 't veld behooren belast te worden;

c. de aanstelling van eene geologische Commissie [bestaande uit deskundige Hoogleeraren der Rijks-Universiteiten], waarvan het Hoofd te Leiden wone en met de leiding der werkzaamheden belast worde;

d. eene jaarlijksche uitgave van ten hoogste *f* 14.000, over welke som genoemde Commissie bij wijze van subsidie beschikke.

4. Voor de geologische opneming en de inteekening der grenslijnen bezige men de bladen der nu geheel afgewerkte topografische kaart, waarvan de schaal is 1 op 50.000.

5. Voor de definitieve geologische kaart, waarvan de publicatie onmiddellijk na afloop van het tijdvak van voor-

bereiding worde ter hand genomen, is eene grootere schaal dan van 1 op 50.000 verwerpelijk. Later — zoodra het onderzoek in 't veld tot zekere hoogte gevorderd is — kan worden beslist, op welke schaal de bladen der nieuwe kaart behooren te worden uitgegeven.

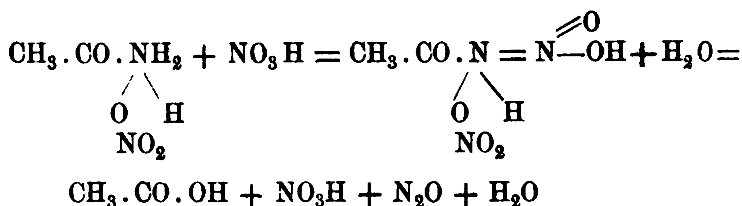
6. De oprichting van een blijvend geologisch bureau te Leiden wordt wenschelijk geacht, al ziet de Regeering van het vervaardigen eener nieuwe geologische kaart af, wegens de daaraan verbonden kosten of andere redenen.

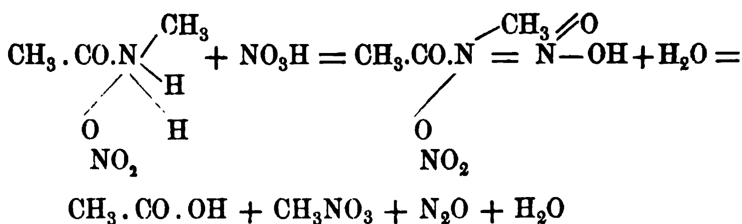
Wordt, op voorstel van den Heer VAN DER WAALS, besloten, het voorgedragen rapport met de conclusiën te doen drukken en aan de leden der Afdeeling zoo spoedig mogelijk rond te zenden, opdat de beraadslaging over een en ander plaats kunne hebben in de Mei-vergadering.

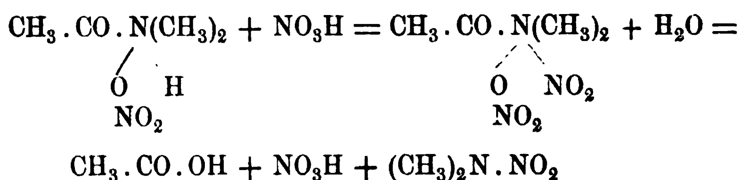
— De Heer DE VRIES houdt, naar aanleiding van onderzoekingen van den Heer Dr. J. RITZEMA BOS, eene door platen en voorwerpen opgehelderde voordracht over reup en kroefziekte, bij de Rogge, de Uije en andere kultuurplanten, veroorzaakt door het stengelaaltje (Tylenchus devastatrix). Op een paar desbetreffende vragen van den Heer TREUB, antwoordt de Heer DE VRIES: 1°. dat niet gebleken is dat de *wortels* der kultuurplanten eenig nadeel van het bezoek der aaltjes ondervinden; 2°. dat het wegtrekken van de aaltjes uit gestorven plantendeelen geen vaste regel is, en 3°. dat het uitstoelen van de Rogge slechts in zooverre aan de aaltjes moet worden toegeschreven, als zij den stengel verwoesten en daardoor aanleiding geven tot de ontwikkeling van knoppen, tot daartoe latent gebleven.

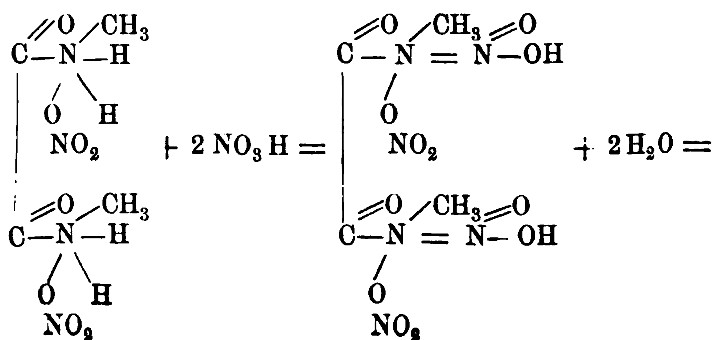
— De Heer FRANCHIMONT bespreekt in de eerste plaats de werking van watervrij salpeterzuur op amiden en alkylamiden. Deze werking, bijna vier jaar geleden ontdekt, werd sedert bij verschillende lichamen nagegaan en heeft aanleiding gegeven tot allerlei vragen, wier beantwoording tal van proefnemingen heeft vereischt. Daar vele amiden en alkylamiden met zuren verbindingen geven, heeft de werking, in die gevallen althans, niet op de vrije amiden, maar

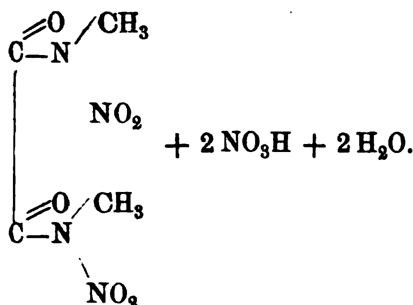
op hunne verbindingen met zuren plaats. Onder allerlei mogelijke vooronderstellingen omtrent het verloop der reactie, werd voor twee jaren ook opgenoemd deze: dat er onbestendige oxydiazoverbindingen ontstaan, waarvan alleen de ontledingsproducten gevonden worden. Dit kan in een bepaald geval b. v. door de volgende vergelijkingen uitgedrukt worden:











Het verschil in de wijze van uiteenvallen dezer oxydiazo-verbindingen zou dan afhangen van de in het amide voorkomende zuurrest.

Dat inderdaad de zuurrest een grooten invloed uitoefent op het verloop der reactie, blijkt ten duidelijkste wanneer men de verschillende gevallen, die door den Spreker en den Heer VAN ROMBURGH zijn bestudeerd, overziet. Hij geldt echter alleen voor de alkylamiden, althans de amiden, voor zoover zij onderzocht zijn, worden allen (één uitgezonderd, nl. het pikramide, volgens onuitgegeven waarneming van den Heer VAN ROMBURGH, en dit is niet geheel gelijk aan de amiden) door het salpeterzuur bij de gewone temperatuur ontleed, onder ontwikkeling van stikstofoxydule. De bij de methylamiden waargenomen gevallen zijn ten getale van vijf.

I. Zoowel het mono- als het dimethylamide blijven onveranderd; dit is het geval bij het benzoëzuur of juister nitrobenzoëzuur (VAN ROMBURGH).

II. Het monomethylamide geeft N_2O, CH_3NO_3 en het zuur + H_2O; het dimethylamide geeft nitrodimethylamine; dit is het geval bij azijnzuur, barnsteenzuur, dimethylmalonzuur enz. (FRANCHIMONT).

III. Het monomethylamide geeft eene nitroverbinding; het dimethylamide geeft nitrodimethylamine; dit is het geval bij phenylsulfonzuur (VAN ROMBURGH), bij ethylsulfonzuur (FRANCHIMONT en KLOBBIE), bij zwavelzuur (FRANCHIMONT) en vermoedelijk ook bij oxaalzuur.

IV. Het monomethylamide geeft eene nitroverbinding; het dimethylamide geeft dezelfde nitroverbinding, terwijl

eene groep methyl geoxydeerd wordt; dit is het geval bij pikrinezuur, bij di- en trinitrokresolen (VAN ROMBURGH).

V. Het monomethylamide wordt ontleed in N_2O enz.; het dimethylamide wordt niet aangegrepen; dit is het geval bij trichloorazijnzuur (FRANCHIMONT en KLOBBIE).

Ook de alkylgroep schijnt een invloed uit te oefenen; althans er is in enkele gevallen een onderscheid aangetoond tusschen het gedrag der methylamiden en dat der aethylamiden, b.v. bij de sulfonzuren, waar het dimethylamide nitrodimethylamine geeft, het diaethylamide een nitroderivaat van het monoaethylamide, onder oxydatie van eene aethylgroep.

Het schijnt dat het verloop der reactie samenhangt met den meer of minder ammoniakalen (basischen) aard van het amide; in andere woorden, met de grootere of geringere gemakkelijkheid, waarmede het amide verbindingen aangaat met zuren, en met de bestendigheid dier verbindingen. Op den ammoniakalen (basischen) aard van het amide hebben natuurlijk zoowel de zuurrest als het alkyl een invloed.

Tot de amiden behooren ook het ureum (amide van amidomierenzuur) en al zijne derivaten. Reeds vóór drie jaren heeft Spreker alle mogelijke methylderivaten van het ureum bereid en hunne verhouding, zoowel als die van het ureum zelf, tegenover watervrij salpeterzuur bij de gewone temperatuur nagegaan. Hierdoor werd aangetoond dat zij zich allen als amiden gedragen, en wel hoofdzakelijk zooals het acetamide en zijne methylderivaten, maar dat het amidomierenzuur en zijne methylderivaten, bij het vrijworden, tevens uiteenvallen in CO_2 en NH_3 of aminen.

Het kwam hem echter wenschelijk voor, een grooter aantal ureumderivaten te onderzoeken en wel meer bepaaldelijk ureïdozuren en ureïden, om te zien of deze lichamen, waarvan de laatstgenoemde gemengde amiden (nl. amiden met twee verschillende zuurresten) konden zijn, nog hetzelfde gedrag vertoonen met salpeterzuur als de amiden, het diacetamide enz. Met andere woorden om na te gaan of, bij de werking van salpeterzuur, eene verandering in het amid-

achtige karakter van het ureum, door invoering van zuurresten, kon worden aangetoond.

Als voorbeeld voor de ureïdozuren werd onder anderen het ureïdoazijnzuur (hydantoïnezuur) genomen; dit wordt door watervrij salpeterzuur bij de gewone temperatuur ontleed, onder ontwikkeling van CO_2 en N_2O.

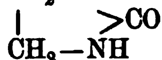
Als voorbeeld voor de ureïden werd gekozen het acetureïde (acetylureum). Ook dit wordt bij gelijke behandeling, onder ontwikkeling van CO_2 en N_2O, ontleed en wel geeft het 2 N_2O en 1 CO_2; waaruit dus volgt: dat de groep acetyl het ureum niet van zijn amidkarakter berooft; ware dit het geval, dan zou slechts 1 N_2O verkregen zijn.

Een tweede voorbeeld is het halve ureïde van het oxaalzuur: oxaluurzuur. Ook dit wordt door het salpeterzuur ontleed en, evenals vroeger voor het oxaminezuur werd gevonden, gaat hierbij ook de oxaalzuurrest grootendeels in in CO_2 en CO over.

Van meer belang nog schenen de inwendige ureïden. Hiervan werden onderzocht: 1°. die van éénbasische zuren, nl. het hydantoïne, bereid door den Heer Prof. MULDER, en de beide methylderivaten, die het methyl aan de koolstof gebonden hebben en bekend zijn onder de namen lactylureum en acetonylureum. Deze lichamen worden door watervrij salpeterzuur bij de gewone temperatuur niet ontleed. Of de beide eersten nitroderivaten leveren, met de nitrogroep aan de koolstof, is een vraag, waarop het antwoord binnen kort kan verwacht worden.

2°. Van inwendige ureïden van tweebasische zuren werden onderzocht die van het oxaalzuur, nl. het parabaanzuur en het dimethylparabaanzuur of cholestrophaan, verder die van het malonzuur, nl. het barbituurzuur en zijne beide methylderivaten, welke het methyl aan de koolstof gebonden bevatten, dus het isosuccinylureïde en het dimethylmalonureïde. Geen van deze lichamen wordt door het salpeterzuur bij de gewone temperatuur ontleed. Het barbituurzuur gaat slechts quantitatief in het bekende nitrobarbituurzuur over en dit wordt niet ontleed. Of het isosuccinylureïde ook een nitroderivaat levert is eene vraag, die binnen kort beantwoord zal worden.

Uit de kort vermelde resultaten, die uitvoeriger in het *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas* zullen beschreven worden, volgt nu dat, zoodra de rest van het ureum met andere atomen een gesloten keten of ring vormt, het amidkarakter dier rest volkomen is verdwenen, ten opzichte van het salpeterzuur, althans als in dien ring nog eene groep carbonyl voorkomt. Of deze bepaald noodig is, kan slechts met zekerheid uitgemaakt worden als eerst het onbekende lichaam CH₂—NH verkregen is, waartoe reeds pogingen

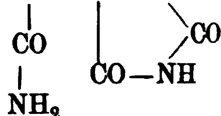


in 't werk gesteld zijn.

Zooveel is echter nu reeds voldoende vastgesteld, dat men in de werking van watervrij salpeterzuur bij de gewone temperatuur, een gemakkelijk middel heeft om de inwendige ureïden te herkennen, om hunne zuiverheid te beoordeelen en in sommige gevallen om ze te zuiveren.

De hoeveelheid, die er toe benoodigd is, is geringer dan die welke voor elementairanalyse en ander onderzoek vereischt wordt, nl. hoogstens een decigram, in sommige gevallen veel minder.

Van de overige onderzochte ureïden zij hier nog vermeld het allantoïne, dat ééne ureumrest ringvormig gebonden en ééne losse bevat, zooals de formule NH—CH—NH aan-



duidt. Het wordt dan ook door salpeterzuur slechts gedeeltelijk ontleed, vermoedelijk onder vorming van oxyhydantoïne.

Dit onderzoek wordt voortgezet met ureïden van onverzadigde zuren, om te zien of de gevonden reactie gebruikt kan worden bij meer gecompliceerde ureïden, zooals urinezuur, tot opheldering van de structuur.

— De Heer VAN BEMMELEN zegt het volgende:

Toen ik vroeger de uitkomsten mijner onderzoekingen omtrent de hydraten van SiO_2, SnO_2, MnO_2, BeO en MgO, aan de Akademie mededeelde, heb ik aangewezen dat de

drie eersten in colloïdalen toestand verkeeren en geene samenstelling bezitten, die aan eene chemische formule in eenvoudige verhouding beantwoordt. Geene temperatuur liet zich vinden, waarbij zij onder verlies van water in een bepaald hydraat overgaan, hetwelk binnen bepaalde grenzen van temperatuur standvastig is. Zij verliezen voortdurend water bij stijgende temperatuur. Ook vertoonen zij de eigenschap om uit oplossingen van zuren, bases, zouten, eene zekere hoeveelheid daarvan in hun hydraatwater te binden, welke hoeveelheid niet alleen van de stoffen zelve afhankelijk is, maar ook van de sterkte der oplossing en de temperatuur.

Het hydraat van het Berylloxyd kon uit hare kalische oplossing ook in eenen kristallijnen en tot 200° standvastigen toestand verkregen worden. Het beantwoordde dan aan de formule $BeO . H_2O$, en had geen absorbtievermogen voor opgeloste zouten.

Het bevreemdde mij daarom zeer, toen ik voor korten tijd in eene verhandeling van GRIMAUX (C. R. 98 p. 1437) de bewering ontmoette, dat het kiezelzuur, hetwelk uit Methylsilicaat door ontleding met water als eene gelei wordt afgescheiden, eerst de samenstelling van normaal kiezelzuur $Si(OH)^4 = SiO_2 . 2H_2O$ zou bezitten, en dan allengs zou veranderen en zich polymeriseeren onder verlies van watermoleculen. GRIMAUX geeft geene analysen ter bevestiging. Ik heb geheel volgens het voorschrift van GRIMAUX dit kiezelzuur bereid, en als eene zeer dunne gelei verkregen. Nadat deze stof door uitpersen droog was geworden, bedroeg de hoeveelheid water nog bijna 4 moleculen (SiO_2. 3.5 à $4H_2O$) en na lang staan aan de lucht nog bijna 2 moleculen. Zij onderscheidde zich van het kiezelzuur, uit de kalische oplossing door een zuur afgescheiden, alleen daardoor, dat zij na droging boven zwavelzuur niet weder zooveel water uit eene vochtige ruimte opnam als zij verloren had. In eene droge ruimte of bij 100° hield zij iets meer water terug dan het zooeven genoemde kiezelzuur, namelijk $\pm$ $^1/_3$ molecuul, tegen $\pm$ $^1/_4$ molecuul:

Ik heb haar nog vergeleken met het kiezelzuur uit chloor-

silicium door water bereid; evenzoo eene colloïdale stof. Geen onderscheid in karakter werd waargenomen.

Er is dus geene reden om aan te nemen dat het kiezelzuur, hetwelk zich uit methylsilicaat als eene gelei afscheidt, een geheel ander karakter zou bezitten, dan hetgeen uit de kalische oplossing, of uit chloorsilicium wordt verkregen.

Het scheidt zich evenzeer als een van de gewone chemische verbindingen geheel onderscheiden molecuul-complex met eene zeer groote hoeveelheid water af, welke na uitpersing en droogwording de hoeveelheid, welke aan de formule $SiO_2 . 2H_2O$ beantwoordt, ver overtreft. Het behoort geenszins tot de hydraten, die — nevens eene zekere standvastigheid binnen bepaalde temperatuurgrenzen — eene samenstelling bezitten, welke door eene chemische formule in eenvoudige verhouding kan uitgedrukt worden. Zulk een hydraat van kiezelzuur is nog niet ontdekt.

De aluinaarde daarentegen kan in beide toestanden verkregen worden. Uit de oplossing van een aluminiumzout wordt colloïdale aluinaarde van zeer verschillende samenstelling, naar gelang van de sterkte der oplossing en van de temperatuur, verkregen. Maar de aluinaarde, die uit de kalische oplossing door langzame inwerking van koolzuur wordt verkregen, is het werkelijke normale hydraat. $Al_2O_3 . 3H_2O$. Bonnsdorff heeft zulks reeds gevonden in 1832. Op deze waarneming is weinig acht geslagen. Ik heb het herhaalde malen bereid en niet alleen gevonden dat dit hydraat deze samenstelling bezit, maar bovendien dat het is mikrokristallijn, zeer weinig of niet hygroskopisch, standvastig tot 160°, en dat het geen absorbtievermogen bezit. Met eene waterige oplossing van K_2SO_4 geschud, onttrekt het daaraan niets. De colloïdale hydraten van aluinaarde daarentegen zijn niet standvastig, zijn hygroskopisch, en bezitten een absorbtievermogen; ik staafde dit laatste voor K_2SO_4.

Het scheen mij van belang om het nieuw ontdekte Germaniumoxyd uit dit oogpunt met bovengenoemde hydraten te vergelijken.

Het Germanium staat tusschen het silicium en het tin. Winkler vermeldt dat het oxyd, hetwelk uit $GeCl_4$ en

water ontstaat, wel hydratisch is, maar geene eenvoudige samenstelling vertoont. Het trof mij dat WINKLER in hetzelve, na droging boven zwavelzuur en bij 100°, eene hoeveelheid water vond, die ik berekend heb op ongeveer 0.2 Mol. — dezelfde hoeveelheid die ik in het kiezelzuur (uit de kalische oplossing afgescheiden) gevonden heb. Het is dus duidelijk, dat ook hier een colloïdaal hydraat gevormd is, en dat geene eenvoudige formule hier te wachten was. Uit WINKLER's opgave leid ik af, dat de stof tegenover alkaliën en alkalizouten een sterk absorbtievermogen bezit, evenals dit aan het zwavelgermanium in hooge mate toekomt.

Merkwaardig is, dat het germaniumoxyde in water oplosbaar is, en zich daaruit bij verdamping afzet.

Het was de vraag of dit oxyd geen hydraat kon wezen. Ik heb mij daarom eenig germaniumoxyd en -sulphuur verschaft. Eene kleine hoeveelheid zwavelgermanium van SCHUCHARDT zette ik om in zuiver germaniumoxyd en loste dit in water op. Uit deze (ongeveer 150 CC) oplossing in eene platinaschaal, had zich na eenige weken, bij gewone temperatuur, eene voor de analyse genoegzame hoeveelheid afgezet. Het hing zeer sterk aan het platina aan. Het vertoonde zich als mikroskopisch kleine kristalletjes, welker vorm zelfs bij sterke vergrooting niet te bepalen was, zooals ook WINKLER aangeeft. De analyse echter bewees dat het geen water bevatte, maar uit geheel anhydrisch GeO_2 bestond. 383 mGr., uit de waterige oplossing afgezet, werden tusschen papier uitgeperst; zij verloren noch in droge ruimte, noch bij 65°, noch bij 100° aan gewicht, en na gloeiing slechts 3 mGr. Het is niet hygroskopisch.

Daar het germaniumoxyde, dat door zwavelzuur uit water wordt afgescheiden, zwavelzuur terughoudt, scheen het niet onmogelijk, dat het in een sterk zwavelzuur evenals tinoxydhydraat zwavelzuur binden kon; maar eene proefneming bewees, dat zulks geenszins het geval was. Het zwavelzuur (ongeveer $H_2SO_4 + 4\,H_2O$) behield na schudding met 1 gram germaniumoxyd zijne sterkte volkomen.

Het germaniumoxyd lost dus niet alleen anhydrisch in

water op, maar zet zich daaruit ook kristallijn anhydrisch af. Het komt dus hierin overeen met het arseniumtrioxyd.

Aangezien het koolzuur vele metaaloxyden hydratisch neerslaat uit hunne alkalische oplossing, ware het mogelijk dat op die wijze een hydraat van GeO_2 te verkrijgen ware. De proefneming leerde, dat op die wijze wel een hydratisch germaniumoxyd wordt neergeslagen, maar colloïdaal. Onder den mikroskoop vertoonde het zich geheel amorph. Het was zeer weinig oplosbaar in water, en hield, zooals aan colloïdale stoffen eigen is, na ruime uitspoeling met water en uitpersing nog alkali terug. Het had na die bewerking de samenstelling:

luchtdroog.	$GeO_2 . {}^1/_5 Na_2O . 1.8 H_2O.$
in droge ruimte. . . .	$GeO_2 . {}^1/_5 Na_2O. 1.0 H_2O.$
bij 50°	onveranderd.
bij 100°	$GeO_2 . {}^1/_5 Na_2O. 0.4^8 H_2O.$

Boven 100° tot 140° ontleedt het zich zeer langzaam. Eerst bij 160° en daarboven wordt het overige water uitgedreven.

Uit deze samenstelling volgt dus ook dat het hydraat colloïdaal is, en aan geene verbinding in eenvoudige verbinding beantwoordt.

Of het germaniumoxyd een echt hydraat kan vormen, blijft alzoo de vraag. Voor het koolzuur en het kiezelzuur zijn de omstandigheden, onder welke het echte hydraat zich kan vormen, nog onbekend. Voor het germaniumoxyd, dat zoo dicht bij het kiezelzuur staat, zal het vermoedelijk niet ligt gelukken die omstandigheden op te sporen. De studie van de hydraten van het tinoxyd, waarvan het echte evenzeer nog niet bereid is, houdt mij bezig.

— De Heer VAN DER WAALS biedt ter plaatsing in de werken van de Akademie aan een opstel van den Heer JAN DE VRIES, leeraar aan de Hoogere Burgerschool te Kampen, »Over vlakke krommen der 4de orde, met twee dubbelpunten". Tot rapporteurs over dien arbeid worden door den Voorzitter aangewezen de Heeren SCHOUTE en BIERENS DE HAAN.

— Voor de boekerij worden aangeboden:

1. door den Heer FRANCHIMONT: de dissertatie van Dr. A. F. HOLLEMAN »Onderzoekingen over het zoogenaamde β. nitrocymol";

2. door den Heer VAN DER BURG: Das Leben in der Tropenzone, speziell im Indischen Archipel, bearbeitet von Dr. L. DIEMER, nach Dr. VAN DER BURG's »de geneesheer in Nederlandsch-Indië."

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de Vergadering gesloten.

OVER DEN INVLOED DER MAAN

OP DE

BEWEGING DER DECLINATIE-NAALD TE BATAVIA.

DOOR

J. P. VAN DER STOK.



§ 1. De waarnemingen, voor dit onderzoek gebruikt, zijn die, welke door BERGSMA gedurende zeven jaren te Batavia zijn verricht door middel van LAMONT's declinometer. In Deel III der *Observations* bladz. 187—192, vindt men de resultaten, die in 1878 omtrent den maansinvloed waren verkregen; sedert is dit onderzoek uitgebreid en de verkregen uitkomsten schijnen van zooveel belang te zijn voor de studie van het aardmagnetisme, dat eene publicatie hiervan wenschelijk is, alvorens die van de nieuwe, volledige reeks aardmagnetische waarnemingen, welke in 1882 aanvangt en alle drie elementen omvat, gereed zijn gekomen.

Ten onrechte toch is in de laatste jaren de studie van den maans-invloed op den achtergrond geschoven omdat de hier werkende krachten klein werden geacht en de verkregen resultaten derhalve óf weinig vertrouwbaar, óf van ondergeschikt belang. De afwijkingen echter door de maan veroorzaakt, zijn niet zoo klein als uit de totaalgemiddelde schijnt te blijken, vooral niet wanneer men de mate van juistheid in aanmerking neemt die door middel der gebruikte variatie-instrumenten bereikt kan worden. Deze nauw-

keurigheid toch mag alleen de grens bepalen van wat groot of klein is te noemen.

Te Batavia waar de storingen minder menigvuldig en ook geringer van intensiteit zijn dan op plaatsen van hoogere breedten het geval is, kan, zooals uit Tabel 267 van Deel III blijkt, reeds uit één jaar uurwaarnemingen de invloed van den maans-uurhoek met groote juistheid bepaald worden, terwijl deze zelfs reeds uit ééne maand duidelijk is af te leiden, mits deze maand goed gekozen worde. Reeds na betrekkelijk korten tijd kan derhalve een onderzoek naar de verschillende oorzaken ingesteld worden, die invloed uitoefenen op deze periodieke beweging gedurende een maansdag en zulk een onderzoek zal geene onzekerheid in de resultaten vertoonen. Anders is het gesteld met een onderzoek omtrent periodieken maansinvloed van langeren duur dan van één dag, als b. v. omtrent dien van maansleeftijd en maansafstand op de gemiddelde dagelijksche waarden.

Hier zullen zich in de uitkomsten groote onzekerheden voordoen, waarvan de oorzaak is dat, in dit geval, de maansinvloed wel als klein is te beschouwen ten opzichte van de gevoeligheid der variatie-instrumenten en van de veranderlijkheid van het element, terwijl bovendien het aantal perioden waaruit het gezochte verschijnsel moet berekend worden ongeveer dertig malen geringer is dan dat hetwelk voor het onderzoek der dagelijksche beweging beschikbaar is.

Indien niet eene al te groote nauwkeurigheid wordt vereischt, kan aangenomen worden dat, te Batavia, uit een honderdtal perioden deze dagelijksche beweging met voldoende juistheid is af te leiden. Gesteld dus dat de periodieke invloeden van langeren duur grootheden van dezelfde orde zijn als die van de dagelijksche periode, dan zouden nog 12 jaren observaties noodig zijn om tot eene zelfde nauwkeurigheid te geraken. Hierbij komt echter nog dat in den loop van een 30 tal dagen het element zelf aan veel grooter variaties is onderworpen, dan die welke gedurende het tijdsbestek van één dag voorkomen en dat ook de variatie-instrumenten wel gedurende 24 uur maar niet gedurende een groot aantal dagen onderling volkomen vergelijkbare

waarden leveren. Door vermindering van magnetisch moment en andere allen onregelmatig werkende oorzaken veranderen de magneten op den duur van stand ook zonder dat aardmagnetische oorzaken werkend optreden en het zijn dus de veel minder gevoelige absolute bepalingen, waardoor deze variatie-waarnemingen telkens weder tot absolute maat herleid worden, die hier de nauwkeurigheid der observaties bepalen. Hieruit moge blijken dat 12 jaren nog onvoldoende zullen zijn om, zelfs bij benadering, den gezochten periodieken invloed van langeren duur te bepalen en dat zeker een 30 tal jaren hiervoor nog ter nauwernood voldoende zal zijn.

Alleen de periodieke maansinvloed gedurende een maansdag kan dus hier ter sprake komen, alle overige onderzoekingen naar perioden van langeren duur moeten als voorbarig en daardoor geheel waardeloos beschouwd worden.

§ 2. In Tabel I, overgenomen uit Deel III der *Observations* vindt men de dagelijksche variatie der Declinatie-naald door de maan veroorzaakt: in de eerste plaats gemiddeld, in de tweede plaats voor de dagen van perigeum en apogeum, in de derde plaats voor de maanden gedurende welke de zonsdeclinatie noordelijk en zuidelijk is.

TABEL I.

MAANSINVLOED OP DE BEWEGING DER DECLINATIE-NAALD, GEDURENDE EEN MAANSDAG TE BATAVIA.

Aantal maansdagen.	Gemiddeld.	Perigeum.	Apogeum.	Zonsdeclinatie Noord.	Zonsdeclinatie Zuid.
	2255	289	293	1143	1112
Maansuren.					
0	— 0'.14	— 0'.18	— 0'.12	— 0'.07	— 0'.23
1	— 0.12	— 0.15	— 0.18	— 0.06	— 0.21
2	— 0.09	— 0.07	— 0.17	— 0.04	— 0.14
3	— 0.02	+ 0.03	— 0.12	— 0.04	— 0.04
4	+ 0.05	+ 0.09	+ 0.01	— 0.02	+ 0.10
5	+ 0.14	+ 0.17	+ 0.11	+ 0.02	+ 0.25
6	+ 0.16	+ 0.21	+ 0.17	+ 0.03	+ 0.29

Maansuren.	Gemiddeld.	Perigeum.	Apogeum.	Zonsdeclinatie Noord.	Zuid.
7	+ 0.15	+ 0.18	+ 0.23	+ 0.07	+ 0.25
8	+ 0.10	+ 0.12	+ 0.22	+ 0.08	+ 0.15
9	+ 0.04	+ 0.04	+ 0.17	+ 0.06	+ 0.06
10	— 0.03	— 0.06	+ 0.06	+ 0.04	— 0.08
11	— 0.06	— 0.11	— 0.02	+ 0.07	— 0.14
12	— 0.09	— 0.14	— 0.09	+ 0.05	— 0.21
13	— 0.09	— 0.12	— 0.10	+ 0.03	— 0.19
14	— 0.07	— 0.03	— 0.06	+ 0.03	— 0.14
15	— 0.02	+ 0.03	— 0.06	+ 0.03	— 0.05
16	+ 0.03	+ 0.09	— 0.02	+ 0.02	+ 0.05
17	+ 0.07	+ 0.12	+ 0.04	+ 0.02	+ 0.14
18	+ 0.08	+ 0.12	+ 0.04	+ 0.01	+ 0.17
19	+ 0.06	+ 0.07	+ 0.04	— 0.04	+ 0.16
20	+ 0.02	+ 0.03	0.00	— 0.05	+ 0.09
21	— 0.04	— 0.06	0.00	— 0.06	— 0.02
22	— 0.09	— 0.14	— 0.02	— 0.07	— 0.12
23	— 0.12	- 0.17	— 0.09	— 0.06	— 0.19

De uit deze getallen berekende Bessel'sche formulen vertoonen nog duidelijker dan de Tabel de eigenaardigheden der verschillende kolommen.

TABEL II.

Gemiddeld. .	0'.048 *sin.*(θ + 309°-48') + 0'.117 *sin.*(2 θ + 262°-32')
Apogeum . .	0.075 *sin.*(θ + 314 -27) + 0.130 *sin.*(2 θ + 234 -51)
Perigeum. . .	0.047 *sin.*(θ + 319 - 0) + 0.148 *sin.*(2 θ + 320 -50)
Zonsdecl. Noord.	0.065 *sin.*(θ + 289 -40) + 0.015 *sin.*(2 θ + 253 - 2)
Zonsdecl. Zuid.	0.043 *sin.*(θ + 341 -13) + 0.222 *sin.*(2 θ + 263 - 9)

Hieruit blijkt dat de dagelijksche beweging der magneetnaald onder den invloed der maan in twee perioden, eene enkele en eene dubbele te onderscheiden is, dat de dubbele ongeveer 3 malen grooter is dan de enkele en dat de grootste oostelijke afwijking voor de enkele periode ongeveer twee uren voor de bovenste culminatie wordt waargenomen en voor de dubbele periode met de tijdstippen der beide cul-

minatiën samenvalt, daar het verschil van $7^{0}.5$ niet meer dan een kwartier uurs verschil in tijd voorstelt. In de tweede plaats is het uit Tabel II duidelijk dat de dubbelperiodische beweging toeneemt als de maansafstand geringer wordt, de enkele echter in dat geval afneemt: hier volgt echter uit het feit dat de gemiddelde amplitude uit de formulen voor Perigeum en Apogeum berekend, grooter is dan die door de eerste formule gegeven, dat het aantal gebruikte maansdagen nog niet groot genoeg is om hieruit de wet der werking van den afstand met voldoende zekerheid te kunnen berekenen.

De beide laatste kolommen en formulen eindelijk zijn van het grootste belang; zij toonen aan dat de maansinvloed geheel en al afhangt van den zonnestand en dat derhalve gemiddelde waarden, waarbij daarop niet gelet wordt, eene zeer onjuiste voorstelling geven van het wezen der werking.

Als de zon in de Noordelijke teekens staat verdwijnt de dubbele periode bijna geheel en treedt alleen, maar dan ook met dubbele intensiteit, op als de Zonsdeclinatie zuidelijk is, terwijl de enkele periode in beide gevallen blijft bestaan, maar het kleinst wordt als de dubbele periode het grootst is.

Door alle maansdagen voor de tijden van Perigeum en Apogeum samen te nemen wordt dus de invloed van den maansafstand, wat betreft de dubbele periode, verzwakt; voor elk onderzoek van deze en andere oorzaken van verandering der dubbele periode moeten derhalve voortaan alleen de waarnemingen gedurende de maanden October tot Maart worden gebezigd, of, wat nog verkieslijker is, als de reeks waarnemingen lang genoeg is, moet elke maand afzonderlijk behandeld worden, wil men een juist overzicht verkrijgen van hetgeen werkelijk geschiedt.

Deze alles beheerschende invloed van den zonnestand op den maansinvloed doet terstond de wenschelijkheid van een onderzoek van de maansphasen op deze dagelijksche variatie op den voorgrond treden. In Deel III vindt men voor de vier maansphasen de dagelijksche beweging door de maan veroorzaakt; deze tabellen zijn echter hier niet opgenomen

omdat zij, na de ontdekking van J. A. Broun *) alle waarde verloren hebben.

§ 3. In den onregelmatigen vorm der vier krommen voor de maansphasen verkregen, vond nl. Broun aanleiding om te onderzoeken of niet de stand van de zon ten opzichte van den horizon, of niet de tijd van den dag hier een overwegenden invloed deed gelden. Het antwoord was niet twijfelachtig. Hij vond dat gedurende den nacht de dubbele periode veel kleiner was dan gedurende de daguren en daar nu eene rangschikking volgens maansuren en maansphasen onafscheidbaar verbonden is met eene rangschikking volgens dagtijden, is het niet meer dan natuurlijk dat b. v. voor Nieuwe Maan groote afwijkingen ten tijde der bovenste culminatie (dag) gevonden worden, die hun weerslag niet vinden, zooals bij eene dubbele periode het geval moest zijn, op het 12[de] maansuur (nacht), zoodat eene zeer onregelmatige kromme lijn ontstaat. Een onderzoek naar den invloed der phasen op de dagelijksche beweging der magneetnaald welke door de maan wordt veroorzaakt is dus vooralsnog niet mogelijk. Omgekeerd echter volgt hieruit dat een onderzoek naar den invloed der dagtijden ook niet noodzakelijk een zuiver resultaat zal opleveren omdat ook hier eene mogelijke complicatie met invloed van maansleeftijd op die variatie niet is buitengesloten. Slechts de grootste van de twee onafscheidbare inwerkingen zal duidelijk te voorschijn treden.

Bij maansinvloed op den barometerstand is de invloed der phasen grooter dan die van de dagtijden, bij de declinatie heeft het omgekeerde plaats. Uit het regelmatig beloop der krommen blijkt dat in elk geval de phasen-invloed door dien der dagtijden verre wordt overtroffen zoodat men met recht mag aannemen dat bij aardmagnetische krachten de invloed van den maansleeftijd gering is.

In Tabel III worden de afwijkingen samenvallende met den maansuurhoek gegeven voor vier verschillende dagtijden: daar de voorhanden zijnde tabellen de aflezingen op de

---

*) *Observations of magnetic declination made at Trevandrum. Volume I.* London 1874.

maansuren geven en dus de zonsuren in schuine richting door deze staten heenloopen, moesten deze vier dagtijden met vier verschillend gekleurde tinten worden onderstreept en daarna de staten voor elke kleur afzonderlijk opgeteld:

TABEL III.

MAANSINVLOED VOOR VIER VERSCHILLENDE DAG-TIJDEN.

		3 v.m.—9 v.m.		9 v.m.—3 n.m.		3 n.m.—9 n.m		9 n.m.—3 v.m.
		558		558		557		548
0	L.K.	— 0'.36	N.M.	— 0'.29	E.K.	+ 0'.02	V.M.	+ 0'.09
1		— 0.26		— 0.27		— 0.01		+ 0.04
2		— 0.17		— 0.32		+ 0.09		+ 0.04
3		— 0.07		— 0.19		+ 0.04		+ 0.09
4		0.00		— 0.07		+ 0.09		+ 0.14
5		+ 0.17		+ 0.06		+ 0.13		+ 0.22
6	V.M.	+ 0.18	L. K.	+ 0.10	N.M.	+ 0.04	E.K.	+ 0.17
7		+ 0.31		+ 0.19		— 0.09		+ 0.11
8		+ 0.22		+ 0.15		— 0.02		+ 0.12
9		+ 0.30		+ 0.03		— 0.16		+ 0.07
10		+ 0.03		— 0.08		— 0.14		+ 0.14
11		+ 0.22		— 0.18		— 0.22		+ 0.02
12	E.K.	+ 0.07	V.M.	— 0.19	L.K.	— 0.15	N.M.	— 0.02
13		+ 0.09		— 0.07		— 0.25		— 0.02
14		— 0.06		0.00		— 0.02		— 0.14
15		+ 0.06		+ 0.06		+ 0.01		— 0.17
16		+ 0.05		+ 0.17		+ 0.12		— 0.22
17		+ 0.04		+ 0.32		+ 0.09		— 0.14
18	N.M.	+ 0.07	E.K.	+ 0.28	V.M.	+ 0.19	L K.	— 0.19
19		— 0.02		+ 0.36		+ 0.04		— 0.14
20		— 0.12		+ 0.14		+ 0.13		— 0.09
21		— 0.17		+ 0.02		+ 0.03		— 0.06
22		— 0.29		— 0.07		+ 0.01		— 0.01
23		— 0.22		— 0.31		0.00		+ 0.04

Het was op deze wijze niet wel mogelijk meer dan vier dagtijden in rekening te brengen: de quaestie schijnt echter

van zoo groot belang dat de arbeid zeker de moeite loont. De berekende formulen zijn:

TABEL IV.

3 v. m.—9 v. m.	$0'.208 \; sin. \; (\theta + 298°) + 0'.122 \; sin. \; (2\,\theta + 259°)$
9 v. m.—3 n. m.	$0.115 \; sin. \; (\theta + 227) + 0.258 \; sin. \; (2\,\theta + 260)$
3 n. m.—9 n. m.	$0.100 \; sin. \; (\theta + 115) + 0.108 \; sin. \; (2\,\theta + 297)$
3 n. m.—3 v. m.	$0.158 \; sin. \; (\theta + 13) + 0.028 \; sin. \; (2\,\theta + 157)$

Er is hier blijkbaar nog eene correctie aan te brengen; de epoquen toch der enkele perioden verschillen onderling ongeveer 90 graden, hetgeen een bewijs is dat er eene storende enkelvoudige periode bestaat die, voor de verschillende dagtijden, telkens met een phasenverschil van 6 uren optreedt en die de amplituden der enkele periode veel grooter maakt dan zij in werkelijkheid zijn. De oorzaak hiervan moet de volgende zijn: voor de rangschikking volgens maansuren zijn te Batavia gebruikt de waarnemingen zoo als zij waren opgeteekend in schaaldeelen. Indien dus in deze observaties nog een invloed der maansphasen op den gemiddelden stand was verborgen, zoodanig dat b. v. de declinatie meer westelijk was bij Nieuwe dan bij Volle Maan, dan zou, zooals uit de voor dat doel in Tabel III bijgeschreven maansphasen duidelijk is, deze invloed verkeerdelijk als een dagelijksche gang van enkele periode merkbaar worden. Ware er een dubbel periodische invloed der phasen dan zou deze een onderling verschil der epoquen bij de dubbelperiodische formule van 180^0 veroorzaken: deze periode blijkt echter vrij van zulk een storenden invloed te zijn. Ten einde deze moeilijkheid te ontgaan zou het noodzakelijk zijn van den aanvang af, niet de waarnemingen zelve, maar de *verschillen* van deze met de 24 uur gemiddelden volgens de maanuren te rangschikken, in welk geval op afdoende wijze zoowel voor invloed van phasen als voor seculaire variatie gecorrigeerd zou zijn. Voor de nieuwe reeks van aardmagnetische waarnemingen is dit dan ook geschied door de deviaties (in de *Observations D* genoemd) volgens maansuren te rangschikken; waardoor tegelijkertijd twee bronnen van onnauwkeurigheid zijn vermeden.

In Deel VI. Appendix II heb ik eene methode aangegeven die veroorlooft, ten minste bij benadering, een dergelijken storenden invloed te elimineeren; past men deze toe, dan vindt men in plaats van de Tabel IV de volgende formulen:

TABEL IV*a*.

3 v.m.—9 v.m.	$0'.070 \sin. (\theta + 234°)$	+	$0'.122 \sin. (2\theta + 259°)$
9 v.m.—3 n.m.	$0.057 \sin. (\theta + 210)$	+	$0.258 \sin. (2\theta + 260)$
3 n.m.—9 n.m.	$0.040 \sin. (\theta + 247)$	+	$0.108 \sin. (2\theta + 297)$
9 n.m.—3 v.m.	$0.062 \sin. (\theta + 242)$	+	$0.028 \sin. (2\theta + 157)$

Hieruit blijkt derhalve dat de enkele periode weinig of niet afhangt van den tijd van den dag, maar dat de dubbele periode daarentegen in zoo sterke mate hiermede verandert, dat gedurende de nachturen de periode geheel verdwijnt, een feit dat door Broun niet gevonden is omdat diens onderzoekingen zich slechts tot twee dagtijden uitstrekken. Eene eenvoudige verhouding bij deze aangroeiing der functie van middernacht af tot aan den middag is niet te vinden; noch de hypothese eener gelijkmatige toeneming van 0 voor middernacht tot een maximum voor den middag, noch die eener verandering van 0 voor zons op- en ondergang tot eene grootste waarde voor den hoogsten zonnestand geeft eene met de feiten overeenstemmende uitkomst. Niet alleen voor een juist begrip van den feitelijken toestand maar niet minder voor later te stellen hypothesen omtrent den aard van het aardmagnetisme moet aan deze ontdekking van Broun een groot gewicht gehecht worden en het nader bepalen der functie volgens welke de maansinvloed met de uren van den dag verandert, moet zeker als een der gewichtigste opgaven voor groote observatoria beschouwd worden. Ten einde echter volledig de vraag te kunnen beantwoorden welke de afwijking zal zijn door de maan veroorzaakt als gegeven zijn: het maansuur, de maansleeftijd (of het uur van den dag), de maansdeclinatie, de zonsdeclinatie en de maansafstand zal het noodzakelijk zijn dat onderzoek uit te breiden niet alleen tot enkele dagtijden maar voor elk

uur afzonderlijk de maanswerking te berekenen. Zooals reeds werd opgemerkt zijn de gewone staten der rangschikking volgens maansuren hiertoe slecht geschikt. Bij de bewerking der nieuwe reeks zijn daarom, behalve de gewone staten, ook nog andere aangelegd; voor deze worden de afwijkingen *D.*; die in de *Observations* Vol. VI en VII nader zijn gedefinieerd en die gecorrigeerd zijn voor mogelijken invloed van maansphasen, voor seculaire variatie en voor dagelijkschen zonsinvloed, *voor elk bepaald zonsuur*, volgens den maansleeftijd gerangschikt; 't geen derhalve met eene rangschikking volgens maansuren overeenkomt. Voor observaties te 12 uur des middags gedaan wordt b. v. onder 0 uur de waarde van *D* ingeschreven op den datum van nieuwe maan, onder 12 uur de waarde voor den datum van volle maan enz. zoodat de 29 of 30 observaties gedurende een synodischen omloopstijd gedaan, aldus over de 24 uren van den maansdag verdeeld worden. Deze methode is door den schrijver het eerst toegepast op de magnetische waarnemingen te »den Helder" gedaan en veroorlooft het afzonderlijk houden van elk daguur; natuurlijk kan eerst na een 20 tal jaren voor elk uur afzonderlijk de maanswerking worden vastgesteld maar combinaties van 3 tot 3 uren zullen reeds na een 6 tal jaren mogelijk zijn en zijn zonder veel moeite uit de aangelegde staten af te leiden.

Ik stel mij voor binnen korten tijd op deze quaestie terug te komen en dan ook voor de beide andere elementen, de horizontale en vertikale componenten der kracht, waarvoor deze merkwaardige invloed der dagtijden nog niet is onderzocht, de uitkomsten van het onderzoek te kunnen samenstellen.

Hier moge alleen de opmerking eene plaats vinden dat uit Tabel IV blijkt dat geen invloed van temperatuur de oorzaak dezer werking kan zijn omdat, in dat geval, niet tusschen de tweede en vierde dagtijden, maar tusschen de eerste en tweede het grootste verschil zou gevonden zijn en omdat bezwaarlijk omstreeks zons op- en ondergang de amplitude van gelijke grootte zou kunnen zijn.

Bleek reeds uit Tabel II hoe weinig de berekende ge-

middelde variatie geschikt was eene voorstelling te geven van hetgeen werkelijk geschiedt, uit Tabel IV blijkt dit nog in veel sterker mate; want overeenkomstig deze Tabel zal voor elken maansleeftijd eene afzonderlijke kromme geldig zijn omdat voor iederen leeftijd een verschillend daguur met hetzelfde maansuur samenvalt, en deze zal volstrekt niet den vorm eener regelmatige sinusoïde aannemen.

De werkelijk voorkomende amplitude der dubbele beweging is, zooals boven werd aangetoond 0'.222, gemiddeld voor alle maanden van zuidelijke zonsdeclinatie, dus zeker aanmerkelijk grooter in December: gedurende de daguren is de beweging

$$\frac{0.258}{0.117} = 2.205$$

malen grooter dan de gemiddelde en te 12 uur stellig nog grooter zoodat op den middag gedurende de maand December als de maan nieuw is, afwijkingen zullen voorkomen die veel grooter zullen zijn dan

$$0.222 \times 2.205 = 0'.490.$$

Bedenken wij hierbij dat alle verhoudingen uit gemiddelden zijn berekend en dat voor individueele afwijkingen noodzakelijk groote slingeringen zullen voorkomen, dan blijkt hieruit ten duidelijkste dat amplituden, grooter dan een halve minuut en dus verschillen veel grooter dan eene minuut boogs door de maan veroorzaakt volstrekt niet tot de zeldzaamheden zullen behooren. De werkelijk voorkomende deviaties zijn dus, zooals in den aanvang werd opgemerkt, niet klein, maar van dezelfde orde als die door de zon veroorzaakt, en kon men voor zonnewerking beschutten dan zou reeds één dag duidelijk deze maansbeweging aantoonen.

§ 4. Eene quaestie welke zich hier terstond bij aansluit is die van den invloed der maansdeclinatie op dit verschijnsel van dagelijksche beweging. Ook deze vraag kan wederom niet geheel zuiver behandeld worden omdat hier evenzeer gemiddelden een onzuiver resultaat leveren.

De dubbele periode toch komt alleen voor gedurende de de maanden September tot Maart. Gedurende dien tijd valt echter eene groote zuidelijke maansdeclinatie noodzakelijk altijd samen met nieuwe maan en de noordelijkste maansdeclinatie met volle maan, zoodat ook hier feitelijk een invloed der phasen op de dagelijksche variatie mogelijk blijft. Uit het bovenstaande is echter gebleken dat, in elk geval, deze invloed niet groot kan zijn; neemt men dus dezen invloed als nul aan dan kan de Tabel V een beeld geven van den invloed der maansdeclinatie op het verschijnsel.

TABEL V.

Maansdeclinatie.	Aantal maansdagen.	
20°–28° Noord.	330	$0'.072 \sin.(\theta + 312°) + 0.071 \sin.(2\theta + 281°)$
12 –20 〃	385	$0.043 \sin.(\theta + 352) + 0.123 \sin.(2\theta + 259)$
4 –12 〃	272	$0.046 \sin.(\theta + 323) + 0.108 \sin.(2\theta + 260)$
4 Noord–4 Zuid.	258	$0.047 \sin.(\theta + 324) + 0.094 \sin.(2\theta + 248)$
4 –12 〃	269	$0.044 \sin.(\theta + 305) + 0.170 \sin.(2\theta + 257)$
12 –20 〃	393	$0.062 \sin.(\theta + 299) + 0.122 \sin.(2\theta + 265)$
20 –28 〃	313	$0.061 \sin.(\theta + 274) + 0.128 \sin.(2\theta + 263)$
0°–28 〃	1107	$0.052 \sin.(\theta + 296) + 0.133 \sin.(2\theta + 263)$
0°–28 〃	1113	$0.050 \sin.(\theta + 329) + 0.098 \sin.(2\theta + 262)$

Ook hier zijn wederom alle amplituden der dubbele periode de helft te klein omdat over 't geheele jaar is gemiddeld, terwijl alleen gedurende een half jaar de periode voorkomt. Het resultaat spreekt overigens duidelijker uit de Bataviasche observaties dan uit die van Bombay, Trevandrum en Melbourne, de eenige plaatsen waar dit onderzoek is ingesteld; de enkele periode verandert weinig of niet, de dubbele is grooter bij zuidelijke dan bij noordelijke maansdeclinatie en bereikt een maximum als de maansdeclinatie ongeveer gelijk is aan de breedte waarop Batavia gelegen is. Ook bij groote noordelijke maansdeclinatie wordt een maximum waargenomen, 't geen echter door de nieuwe serie waarnemingen bevestigd zal moeten worden alvorens het als bewezen feit kan aan-

genomen worden. Ook de tijd waarop de grootste afwijking voorkomt ondergaat eene geringe verandering bij de dubbele periode; deze tijden zijn voor de zuidelijke maansdeclinatie van 0, 8, 16 en 24 graden:

$$0^u—44^m,\ 0^u—27^m,\ 0^u—9^m \text{ en } 0^u—14^m$$

en voor de enkele periode:

$$19^u—42^m,\ 21^u—38^m,\ 22^u—6^m \text{ en } 23^u—45^m.$$

Hoe zuidelijker de maansdeclinatie des te meer naderen dus voor beide perioden de tijden der grootste afwijkingen tot de oogenblikken van doorgang door den meridiaan.

Ook hieruit volgt wederom dat de werkelijk voorkomende afwijkingen veel grooter kunnen zijn dan de gemiddelde; wij vinden toch, als de maansdeclinatie ongeveer acht graden Zuid bedraagt voor eene afwijking die in December op den middag zal voorkomen

$$\pm\ 0'.490 \times \frac{0'.170}{0'.117} = \pm\ 0'.710.$$

Houdt men hierbij in het oog dat de berekening dezer groote amplitude op gemiddelden steunt en dus volstrekt geen maximumwaarde voorstelt, dan is de vraag gewettigd of afwijkingen, welke tot nu als storingen werden beschouwd, d. i. als bewegingen van groote amplitude die niet aan bekende periodieke oorzaken gebonden zijn, maar op onregelmatige tijden voorkomen, niet, gedeeltelijk althans, aan groote maanswerkingen moeten toegeschreven worden. Dezelfde quaestie of de gevonden storingen nog in eenig verband staan tot de maansbeweging verkrijgt urgentie door een probleem van geheel anderen aard dat tot nu nog niet is opgelost *).

---

*) *Second Report of the Committee to the British Association in comparing and reducing magnetic observations,* 1886.

§ 5. Van St. Helena, Toronto, de Kaap en Hobarton nl. is door Generaal SABINE deze dagelijksche variatie door de maan veroorzaakt, berekend. Alle deze resultaten geven eenstemmig aan dat deze variaties *niet* als de overeenkomstige door de zon veroorzaakte variaties, met het aantal zonnevlekken in amplitude veranderen.

Evenmin vindt CHAMBERS in Bombay een spoor van verandering gedurende den zonnevlekken-cyclus. BROUN echter te Trevandrum vond eene zeer duidelijke verandering met de zonnevlekken en eveneens kan te Batavia een invloed van den toestand der zon geconstateerd worden, zij het dan ook in mindere mate dan te Trevandrum.

Ik heb, ten einde dezen invloed duidelijk te doen uitkomen de dubbele periode berekend voor telkens twee jaren en op deze variaties de BESSEL'sche formulen toegepast.

TABEL VI.

	Variatie maansdag.	Zonnevlekken.	Variatie zonnedag.	Aantal storingen.
Juli 1867–Juli 1869	0'.116 *sin.* $(2\theta + 260°)$	38.3	1'.45	103.6
„ 1868– „ 1870	0.121 *sin.* $(2\theta + 259)$	82.8	1.81	144.8
„ 1869– „ 1871	0.127 *sin.* $(2\theta + 261)$	119.0	2.04	151.9
„ 1872– „ 1874	0.107 *sin.* $(2\theta + 266)$	71.0	1.30	132.3
„ 1873– „ 1875	0.109 *sin.* $(2\theta + 281)$	41.6	1.08	121.4

Zooals uit dit overzicht blijkt komt het jaar waarin de zonnevlekken het menigvuldigst voorkomen ook overeen met dat waarin de amplitude der mogelijke variatie op een maansdag de grootste is, te gelijkertijd met de grootste dagelijksche beweging door de zon veroorzaakt en met de som der storingen, echter in veel mindere mate dan het geval is met deze beide laatste verschijnselen. Te Trevandrum is het verschil grooter; de verhouding der amplituden gedurende de jaren 1858—1862, toen de zonnevlekken een maximum vertoonden, en gedurende de jaren 1854—1857,

1863 en 1864, toen de zon zich in een tijdperk van rust bevond, is 1.25.

Dit verschil in uitkomsten kan alleen te wijten zijn aan verschillende wijzen van bewerking; inderdaad bestaat er zulk een verschil; bij alle berekeningen nl. van maansinvloed heeft SABINE, en op diens voetspoor CHAMBERS, de storingen, dat zijn de afwijkingen van de individueele waarnemingen van de maand-gemiddelden voor hetzelfde uur, als deze een aangenomen grens in grootte overtreffen, van de berekening uitgesloten.

Te Batavia en te Trevandrum hebben echter BERGSMA en BROUN de storingen voor dit onderzoek niet ter zijde gesteld, zoodat hierin het gevonden verschil moet gelegen zijn, en de storingen noodzakelijk afhankelijk moeten blijken van maansinvloed.

§ 6. Langs twee van elkander onafhankelijke wegen komen wij dus tot het a priori zeker niet te verwachten resultaat dat eene rangschikking der storingen volgens maansuren een zeker verband tusschen die storingen en de maansbeweging zal leeren kennen.

Noch door SABINE en BROUN, noch door CHAMBERS zijn echter de storingen afzonderlijk gepubliceerd, zoodat de hiervoor noodige berekeningen alleen voor Batavia konden verricht worden. De Tabel VII geeft het resultaat van de rangschikking volgens maansuren van alle afwijkingen grooter dan 1'.44, volgens de SABINE'sche methode berekend. De deviaties in de kolom die dagelijksche variatie tot hoofd heeft, zijn verkregen door het verschil van de sommen der storingen te deelen door het correspondeerend aantal malen en daarna de sommen der positieve en negatieve afwijkingen gelijk te maken door aftrekking van het verschil gedeeld door vier-en-twintig.

TABEL VII.

STORINGEN DER DECLINATIE, GERANGSCHIKT VOLGENS MAANSUREN.

Zonsdecl. Noord.				Zonsdeel. Zuid.			
	Som		Dagel.		Som		Dagel.
Aantal.	West.	Oost.	variatie.	Aantal.	West.	Oost.	variatie.
	+	—			+	—	
72	42′.5	94′.2	— 0′.48	108	39′.3	183′.0	— 1′.31
81	58 .2	93 .9	— 0.20	100	28 .3	176 .4	— 1 .46
71	50 .9	84 .5	— 0 .23	99	52 .9	142 .4	— 0.88
73	56 .1	92 .6	— 0 .23	109	97 .6	124 .0	— 0 .22
71	53 .6	85 .5	— 0 .21	116	145 .8	94 .7	+ 0 .46
74	63 .9	79 .8	+ 0 .03	132	210 .1	55 .1	+ 1 .20
78	72 .9	82 .6	+ 0 .12	126	216 .2	32 .5	+ 1 .48
82	87 .8	75 .4	+ 0 .39	127	209 .4	39 .9	+ 1 .35
74	78 .7	64 .3	+ 0 .43	116	174 .0	57 .9	+ 1 .02
79	72 .3	74 .4	+ 0 .21	100	109 .8	86 .1	+ 0 .26
75	53 .9	87 .5	— 0 .21	107	83 .4	128 .3	— 0 .40
70	59 .8	74 .4	+ 0 .03	114	61 .3	154 .4	— 0 .80
87	77 .8	88 .3	+ 0 .12	115	46 .5	177 .1	— 1 .12
88	71 .3	95 .5	— 0 .04	122	55 .3	175 .8	— 0 .97
74	60 .5	84 .2	— 0 .08	111	65 .9	154 .6	— 0 .78
91	89 .3	82 .9	+ 0 .31	88	70 .7	102 .1	— 0 .34
75	75 .5	72 .5	+ 0 .28	102	133 .8	70 .5	+ 0 .64
68	70 .7	64 .6	+ 0 .33	101	152 .3	52 .3	+ 1 .01
72	66 .9	80 .2	+ 0 .06	100	158 .1	51 .5	+ 1 .09
69	53 .6	80 .9	— 0 .16	102	154 .1	58 .8	+ 0 .95
70	61 .3	76 .2	+ 0 .03	103	135 .5	66 .9	+ 0 .69
69	51 .6	82 .6	— 0 .21	107	91 .8	119 .1	— 0 .24
66	53 .7	73 .9	— 0 .07	109	72 .2	147 .2	— 0 .67
73	50 .2	87 .8	— 0 .28	110	49 .2	168 .6	— 1 .07
1807	1533 .0	1958 .7		2624	2613 .5	2619 .2	

Voor dezen aldus verkregen dagelijkschen gang door de maan veroorzaakt zijn wederom de BESSEL'sche formulen berekend en daar de formulen bekend zijn berekend uit *alle* observaties, gestoorde en ongestoorde samen en tevens het aantal maansdagen, waaruit zij zijn afgeleid, is het gemakkelijk te berekenen hoe de formulen zouden geweest zijn indien de storingen, als bij de berekeningen van SABINE en CHAMBERS, van de rekening uitgesloten waren geweest.

TABEL VIII.

Zonsdeclinatie Noord.		Aantal maansdagen.
Alle Observaties	$0'.065 \sin. (\theta + 290°) + 0'.015 \sin. (2 \theta + 253)$	1143
Storingen alleen	$0.200 \sin. (\theta + 271\ ) + 0.170 \sin. (2 \theta + 264)$	75
Zonder storingen	0.052 0.004	
Zonsdeclinatie Zuid.		
Alle Observaties	$0'.043 \sin. (\theta + 341°) + 0'.222 \sin. (2 \theta + 263)$	1112
Storingen alleen	$0.200 \sin. (\theta + 310\ ) + 1.290 \sin. (2 \theta + 263)$	109
Zonder storingen	0.023 0.093	

De wijze waarop deze correctie voor storingen is toegepast wordt duidelijk door de volgende vergelijking

$$\frac{0'.222 \times 1112 - 1'.290 \times 109}{1112} = 0'.093.$$

Hieruit blijkt nu ten duidelijkste welk een grooten invloed de aanwezigheid der storingen in de berekening op het resultaat heeft gehad: dat derhalve de uitkomsten van Bombay en Trevandrum volstrekt onvergelijkbaar met elkander moeten zijn, en eveneens: dat hierin de oorzaak moet gelegen zijn van het feit dat te Trevandrum en Batavia wél, voor alle overige plaatsen geen verband is gevonden tusschen zonnevlekken en dagelijksche variatie door maansbeweging in het leven geroepen.

De vraag of dit verband al dan niet bestaat moet dus vervangen worden door de quaestie: moeten de storingen bij berekening van maansinvloed van de berekening worden buitengesloten, en dit probleem kan eerst opgelost worden

indien is uitgemaakt of de gevonden groote afwijkingen die als storingen werden beschouwd wel alle als zoodanig mogen worden aangemerkt en of niet vele dier afwijkingen groote, maar regelmatig terugkomende, normale bewegingen zijn door de maan veroorzaakt. Het zou toch niet onmogelijk zijn dat storingen niet veroorzaakt werden door min of meer plotseling aangrijpende krachten maar dat op zekere tijden het evenwicht der aardmagnetische krachten min of meer labiel werd; in dat geval zou eene kracht uitgaande van de maan, niet grooter dan gewoonlijk, eene buitengewoon groote afwijking te weeg kunnen brengen die geheel en al het karakter zou dragen van buitengewoon grooten maansinvloed. Reeds een veertigtal jaren geleden werd door Airy de meening geopperd dat vele storingen op deze wijze minder aan van buiten ingrijpende krachten dan aan ontstaan van labiel evenwicht binnen de aarde hun oorsprong te danken hadden. Ware dit echter het geval dan zou ook de gewone dagelijksche variatie door de zon veroorzaakt voor de storingen afzonderlijk buitengewoon groot moeten zijn, evenals hier werd gevonden voor de variaties gedurende een maansdag; uit de Tabel 264 in Deel III der *Observations* waar de dagelijksche variatie wordt gegeven na eliminatie der storingen blijkt echter dat deze hypothese niet den toets der feiten kan doorstaan.

Ook de Tabel VII geeft hier omtrent nog weinig licht. In de eerste plaats blijkt uit deze Tabel dat de positieve en negatieve storingen niet gelijkmatig over de maansuren zijn verbreid, maar dat op de uren waarop de maanskracht oostelijk van richting is, de oostelijke, als de maanskracht westelijk gericht is, de westelijke afwijkingen de overhand hebben. Deze werking laat zich dus het best verklaren door aan te nemen dat deze afwijkingen werkelijk in normale, maar groote maanswerkingen haar oorsprong hebben, en in het feit dat de aard der afwijkingen voor noordelijke en zuidelijke zonsdeclinatie volkomen overeenstemt met de dagelijksche variatie uit alle observaties berekend, vindt deze onderstelling grooten steun.

Bestond nu deze maansinvloed alleen, dan zouden deze

maansafwijkingen eenvoudig bij de overige storingen gevoegd zijn en men zou ook noodzakelijk voor de uren van grootste deviatie: 0, 6, 12 en 18 ook een grooter *aantal* afwijkingen moeten vinden benevens eene grootere totaalsom, zoodanig dat, na correctie voor den gevonden dagelijkschen gang, er voor elk maansuur een ongeveer gelijk getal en eene ongeveer gelijke som van positieve en negatieve storingen overbleef. Dit is echter niet het geval; indien men de gemiddelde dagelijksche variaties, zooals deze in de laatste kolom der Tabel VII is gegeven, vermenigvuldigt met het aantal malen en aftrekt van de sommen der storingen dan blijven de volgende sommen over:

TABEL IX.

Maans-uur.		Maans-uur.		Maans-uur.		Maans-uur.	
0	80'.8	6	62'.2	12	94'.8	18	100'.6
1	58.7	7	77.8	13	112.8	19	116.0
2	108.2	8	113.6	14	133.9	20	131.3
3	197.6	9	169.9	15	142.9	21	185.2
4	187.1	10	168.9	16	139.0	22	146.4
5	106.8	11	124.5	17	102.6	23	100.1
						Som.	2961.7

Hieruit blijkt dat er behalve een invloed der maansuren, die op de teekens der afwijkingen influenceert en die geheel overeenkomt met den gemiddelden maansinvloed, nog eene tweede werking bestaat, die niet op de teekens maar wel op het aantal en dus ook op de som der afwijkingen haar invloed doet gelden en welke eene sterke vierdubbele periode vertoont, met grootste afwijkingen op de uren 3, 9, 15 en 21. Hoe vreemd eene dergelijk sterk uitgedrukte vierdubbele periode ook moge schijnen, voorloopig moet zij als een feit worden aangenomen, dat misschien later eene natuurlijke verklaring zal vinden.

Ook hier is de periode alleen duidelijk gedurende de maanden van zuidelijke zonsdeclinatie. Bij deze feiten moet niet uit het oog worden verloren dat de storingen voorna-

melijk gedurende de daguren voorkomen (ruim 50 procent van 9 v. m.—3 n. m.) en dat derhalve eene rangschikking volgens maansuren die volgens maansleeftijd steeds met zich voert. Het zou dus kunnen zijn dat inderdaad bij de storingen normale afwijkingen op den maansuurhoek zijn opgenomen en dat bovendien de grootte en het aantal der storingen van den *maansleeftijd* afhankelijk waren. Deze opmerking was te meer noodzakelijk omdat in den laatsten tijd door Engelsche geleerden een verband werd gevonden tusschen maansleeftijd en storingen *); uit het bovenstaande volgt dat een dergelijk resultaat steeds omtrent de oorzaak in het onzekere zal laten, omdat het onmogelijk is te bepalen of maansuurhoek of maansleeftijd hier als onafhankelijk veranderlijke moet aangenomen worden. In elk geval blijft het onverklaarbaar waarom de beide maanswerkingen in Tabellen VII en IX aangetoond elkander zoo juist compenseeren, want indien men in de Tabel VII de totaalsommen neemt van oostelijke en westelijke storingen, zoo verdwijnt alle spoor van maansinvloed, zooals ook bij het aantal malen het geval is waar de positieve en negatieve niet gescheiden zijn.

Voor het onderzoek naar dagelijksche variatie door de maan veroorzaakt, blijft echter het in Tabel VII aangetoonde feit van kracht, welke ook de beteekenis zij die men aan den tweeden gevonden invloed van Tabel IX wil hechten; het feit blijft bestaan dat, onafhankelijk van alle verklaring, deze dagelijksche variatie veel grooter is als de storingen mede worden geteld dan wanneer zij afzonderlijk gehouden worden, en de vraag moet derhalve worden gesteld of de aangetoonde afhankelijkheid van de dagelijksche variatie door de maan veroorzaakt van zonsdeclinatie en dagtijden, ook van kracht blijft na eliminatie der storingen.

§ 7. De eerste vraag wordt in bevestigenden zin beantwoord door de Tabel VIII, waaruit blijkt dat, ook na weg-

---

*) *Second Report of the Committee on comparing and reducing magnetic observations*, page 13. Note VI.

lating der storingen, de dubbele periode nog overheerschend blijft, als de zonsdeclinatie zuidelijk is terwijl, omgekeerd, de enkele periode 't grootst is bij noordelijke zonsdeclinatie. Ook de invloed der dagtijden blijft, na correctie voor storingen van denzelfden aard maar vermindert sterk in intensiteit omdat het grootste gedeelte der storingen op de daguren voorkomt.

De Tabel X geeft de uitkomst der berekening van de dubbele periode alleen, omdat deze de belangrijkste is.

TABEL X.

	Aantal maansdagen.	Amplitude alle observ.	Aantal storingen Procentsgewijs.	Aantal maansdagen storingen.	Amplitude zonder storingen.
3 v. m.— 9 v. m.	558	0'.122	26.3	48	0'.048
9 v. m.—3 n. m.	558	0.258	50.3	93	0.118
3 n. m. - 9 n. m.	557	0.108	17.7	33	0.058
9 n. m.—3 v. m.	548	0.028	5.7	10	0.013
				184	

Daar 0'.843 de gemiddelde amplitude is uit alle 184 maansdagen der storingen afgeleid, werd de wijze van berekening van de amplituden der laatste kolom aldus:

$$\frac{0'.122 \times 558 - 0'.843 \times 48}{558} = 0'.048.$$

De eigenaardigheden der beweging door de maan veroorzaakt blijven dus dezelfde, ook na eliminatie der storingen, behalve de verandering met de zonnevlekken. Omgekeerd kan nu ook de vraag gesteld worden of de wetten, waaraan de storingen zelve zijn onderworpen, al dan niet dezelfde blijven na eliminatie van den maansinvloed. Volgens het hierboven aangevoerde toch is een deel der tot nu als storingen aangemerkte afwijkingen aan normalen maansinvloed te wijten en wordt dus ten onrechte gerekend tot de storingen te behooren.

§ 8. De waarnemingen zijn te Batavia nog niet lang

genoeg voortgezet om in alle bijzonderheden deze quaestie te onderzoeken, slechts één punt, maar een van groot belang en wel geschikt om aan te toonen dat de maanswerking bij alle problemen van het aardmagnetisme dient in rekening gebracht te worden, kan hier behandeld worden.

Uit Tabel VII blijkt, hetgeen ook voor andere tropische plaatsen is gevonden, dat de storingen der declinatie een scherp uitgesproken jaarlijksche variatie vertoonen; gedurende de maanden van zuidelijke zonsdeclinatie komen voor 2624 storingen tegen 1807 gedurende den overigen tijd van het jaar; in Tabel IX nu is aangetoond dat, als voor maansinvloed is gecorrigeerd, de som der overblijvende storingen bedraagt 2961.7 minuten boogs; past men dezelfde correctie toe op de sommen der storingen gedurende de maanden April tot September, dan vindt men voor die maanden de som 3123.5 minuten boogs. Hieruit volgt dus dat inderdaad hier de maan de oorzaak was van eene schijnbare jaarlijksche variatie, eene variatie die, om hare grootte, tot de minst betwijfelbare werd gerekend.

Het zal later, indien de volledige observaties der drie elementen volgens maansuren zijn gerangschikt en systematisch de uitkomsten met en zonder storingen zijn berekend, waarschijnlijk mogelijk zijn nader toe te lichten wat nu nog onduidelijk schijnt; in elk geval moge uit het hier aangetoonde blijken dat de maansinvloed niet altijd klein is maar onder gunstige omstandigheden zulk eene werking kan uitoefenen dat de studie daarvan niet gemist kan worden zonder aan het gevaar bloot te stellen van verkeerde interpretatie van vele verschijnselen.

De conclusiën waartoe dit onderzoek heeft geleid hebben echter vooral daarom groote waarde, omdat zij den weg hebben aangewezen tot het aanbrengen van verscheidene verbeteringen in de methode van onderzoek van maansinvloed, welke wel is waar den arbeid vermeerderen maar dan ook de kans om tot bepaalde uitkomsten te komen aanmerkelijk doen toenemen.

Deze verbeteringen in methode welke voor de nieuwe reeks reeds zijn toegepast zijn:

1°. Dat elke maand afzonderlijk moet gehouden worden bij de berekeningen, zooals reeds door BROUN is ingezien.

2°. Dat alle berekeningen moeten gegeven worden met en zonder toevoeging der storingen, eene quaestie die hier van meer belang blijkt, dan bij den dagelijkschen zonsinvloed.

3°. Dat vorens de rangschikking volgens maansuren over te gaan niet alleen eene correctie voor dagelijkschen gang moet worden toegepast maar ook voor seculaire variatie en mogelijken invloed der maansphasen op de gemiddelde waarden.

Het is een niet gering voordeel van de methode tot het berekenen der storingen, welke in Deel VII voor Batavia werd toegepast, dat de afwijkingen, aldaar in de Tabellen D in extenso afgedrukt en welke nog allen maansinvloed moeten insluiten, reeds voor beide invloeden gecorrigeerd zijn.

4°. Dat ook voor elk zonsuur afzonderlijk de maansinvloed moet berekend worden, eveneens met en zonder storingen.

Batavia, Februari 1887.

RAPPORT

VAN DE

COMMISSIE VOOR DE GEOLOGISCHE KAART VAN NEDERLAND.

De Commissie, door de Koninklijke Akademie van Wetenschappen, Afdeeling Natuurkunde, benoemd in hare zitting van 27 November 1886, ten einde verslag uit te brengen over den brief van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken van 26 Mei 1886, waarin het advies der Afdeeling wordt gevraagd over het uitgeven eener op het standpunt der tegenwoordige wetenschap verbeterde geologische kaart van Nederland, heeft de eer het volgende mede te deelen.

De Minister herinnert aan een schrijven der Afdeeling van 7 Februari 1874, dus ruim 13 jaren geleden, waarin gewezen wordt op de wenschelijkheid om van de geologische kaart van Staring, die destijds bijna was uitverkocht, eene nieuwe uitgaaf te bezorgen, op groote schaal en met zoodanige verbeteringen, als de sedert gemaakte vorderingen in de kennis der gronden noodzakelijk maken.

Z. E. nu wenscht deze zaak opnieuw in overweging te nemen en onderricht te worden over de volgende vragen:

1°. Waarin de aan te brengen verbeteringen behooren te bestaan.

2°. Aan wie de bewerking ware toe te vertrouwen en op welke wijze zij kan geschieden.

3°. Op welke schaal de nieuwe kaart moet vervaardigd worden, met het oog zoowel op de voorhanden topographische kaarten als op de aansluiting met de kaarten van naburige Rijken.

4°. Welke kosten aan de onderneming verbonden zijn, en

5°. Hoeveel tijd daarmede gemoeid is.

Ten slotte verlangt de Minister een kritiesch overzicht van de methode en de uitkomsten der bewerking van de geologische kaarten van Duitschland en België.

Onze Commissie meent al dadelijk van het gevoelen der Akademie, in 1874 uitgesproken, te moeten verschillen, omdat zij eene verbeterde uitgaaf van de bestaande, nu geheel uitverkochte kaart ongeraden acht.

De vorderingen der wetenschap, de veranderde inzichten ten opzichte eener aan alle eischen beantwoordende geologische kaart, het voorbeeld op dat gebied door de aangrenzende landen gegeven enz., zijn de redenen waarom de samenstelling van eene *geheel nieuwe* kaart door haar met aandrang wordt aanbevolen.

Intusschen zal eene langdurige periode van voorbereiding moeten voorafgaan, alvorens tot het drukken en uitgeven der nieuwe geologische kaart kan worden overgegaan.

Wordt hiertoe besloten, dan blijft Nederland gedurende vele jaren verstoken van eene in menig opzicht bruikbare kaart, zooals die van Staring nog is — hetgeen ons aanleiding geeft om voor te stellen: de oude kaart terstond te herdrukken en in den handel te brengen. Hiermede gaan niet veel kosten gepaard, omdat de steenen der verschillende bladen nog aanwezig zijn.

Wij bevelen dien maatregel aan in de vooronderstelling dat de Regeering, wanneer Zij daartoe overgaat, geenszins zal afzien van het uitgeven eener geheel nieuwe kaart, die wij noodzakelijk achten op de volgende gronden:

Vooreerst kan het wenschelijk zijn, dat de schaal gewijzigd worde.

De oude geologische kaart is 1 op 200,000, terwijl de 62 bladen der topographische kaart, die nu geheel afgewerkt is, vervaardigd zijn op de schaal van 1 op 50.000. De nieuwe geologische kaarten der aangrenzende landen zijn nog grooter: Pruisen 1 op 25.000, België zelfs 1 op 20.000. Doch die uitgebreide schaal wordt niet overal, zelfs niet in bergachtige streken noodig geacht. In Beieren b. v. worden de meeste bladen op de schaal 1 op 100.000 uitgegeven,

enkele op de schaal 1 op 50.000; in Zwitserland 1 op 100.000.

Staring zelf had, wat betreft het Hertogdom Limburg, de overtuiging, dat de schaal 1 op 200.000 te klein was. Dit blijkt uit § 15 van zijn »Overzigt van hetgeen er voor de geologie van Nederland verrigt is en nog te verrigten valt", zijnde een verslag dd. 20 October 1860 aan den toenmaligen Minister van Binnenlandsche Zaken en op diens last gedrukt. Hij verlangde voor dat geologisch zoo belangrijk gewest de schaal onzer topographische kaart 1 op 50.000.

In 1876, toen de Regeering ook deskundigen geraadpleegd had, werd de schaal 1 op 100.000 voorgesteld.

Het behoeft geen breedvoerig betoog, dat eene grootere schaal dan die onzer topographische kaart: 1 op 50.000, voor de beschrijving van Nederland's bodem geene aanbeveling verdient:

1⁰. Uit het oogpunt der kosten, daar de steenen van de topographische kaart alle voorhanden zijn en dus voor eene nieuwe geologische kaart wederom zouden kunnen dienen.

2⁰. Omdat het grootste gedeelte van ons vaderland, uit een geologisch oogpunt, eene betrekkelijk geringe verscheidenheid aanbiedt tegenover de sterk geaccidenteerde terreinen der naburen in het oosten en in het zuiden.

3⁰. Omdat het zeer moeilijk wezen zal ten opzichte van België en Pruisen eene bevredigende aansluiting van schaal te verkrijgen.

De geheele kaart van Nederland op de Pruisische schaal, zou 242, die op de Belgische schaal 377 bladen vereischen. Neemt men de schaal der topographische kaart tot grondslag en wil men voor de grensdistricten aansluiting van schaal zoeken, zoo komen 18 grensbladen dier kaart in aanmerking, waarvan eene dubbele uitgave op gewijzigde schaal zou moeten geschieden, ten oosten tweemaal (1 op 25.000), ten zuiden twee en een half maal grooter (1 op 20.000); dus ongeveer 80 nieuwe bladen, die aan de 62 bladen der bestaande topographische kaart waren toe te voegen.

Aan eene dergelijke uitbreiding valt niet te denken. Men bereikt daarmede toch geene doorloopende aansluiting, om-

dat de schalen der beide aangrenzende landen onderling verschillen, terwijl de kosten en de omslag, aan zoodanige onderneming verbonden, door niets zouden zijn gerechtvaardigd.

Naar onze meening zijn de bladen der bestaande topographische kaart als van zelf aangewezen voor de geologische opneming en het inteekenen der grenslijnen ten behoeve der nieuwe geologische kaart.

Wij wenschen echter vooralsnog in het midden te laten op welke schaal de nieuwe kaart ten slotte moet worden uitgegeven. Dit kan eerst beslist worden, wanneer het onderzoek in het veld en de daarmede verband houdende werkzaamheden tot op eene zekere hoogte gevorderd zijn.

Het zal dan blijken of de schaal van 1 op 50.000 voor de geheele kaart behouden moet worden, of alleen voor die grensdistricten, welke geologisch meer belangrijk en ingewikkeld zijn.

In de tweede plaats:

De kaart van Staring beantwoordt slechts ten deele aan hetgeen men tegenwoordig van eene geologische, tevens agronomische kaart verlangt. Zij geeft hoofdzakelijk een beeld der oppervlakten duidt de gesteldheid van den bodem, niet den betrekkelijken ouderdom der lagen en hare ligging ten opzichte van elkander aan. Er ontbreken profielen, d. w. z. verticale doorsneden van den bodem, waaruit met één oogopslag het onderling verband der verschillende lagen te zien is. Ook Staring heeft deze leemte erkend in § 16 van het reeds genoemde verslag, waar hij wijst op het zeer nuttig gebruik, dat hiertoe van eene menigte grondboringen en andere waarnemingen te maken is.

Elk blad der nieuwe kaart zal, ten behoeve van den ingenieur, agronoom enz., moeten voorzien zijn van graphische voorstellingen van ondiepe boringen, slechts tot enkele meters onder de oppervlakte voortgezet. Deze profielen moeten op den rand der kaart worden afgebeeld, terwijl in de kaart zelve verkorte opgaven met gekleurde letters en cijfers moeten voorkomen, die de plaats der boring en de opeenvolging der lagen uitdrukken. Deze doen aan het algemeen overzicht geen afbreuk en zijn van groot nut. Daaren-

boven zal het noodig zijn, op enkele bladen geologische doorsneden van meer omvang, wat betreft lengte en diepte, in kaart te brengen, ten einde het geologisch verband en de begrenzing der bodemlagen of formatiën tot klaarheid te brengen.

Het voorbeeld, door het buitenland gegeven, verdient zeer te worden nagevolgd. Als model zouden kunnen dienen de geognostisch-agronomische kaarten der omstreken van Berlijn en van Elzas-Lotharingen, die fraai zijn uitgevoerd en een groot aantal bijzonderheden bevatten, welke niet uitsluitend van wetenschappelijk, maar ook van praktisch belang zijn.

Eindelijk in de derde plaats:

Vele begrenzingslijnen der verschillende formatiën op de kaart van Staring zijn *onzeker*: een feit, ten deele te verklaren door het niet geheel gereed zijn der topographische kaart, ten tijde dat Staring daarop zijne aanteekeningen maakte, en andersdeels te wijten aan opvattingen, die op het tegenwoordige standpunt der wetenschap niet meer kunnen worden vastgehouden. De indeeling en de grenzen van het diluvium eischen noodwendig een hernieuwd onderzoek. Ook is het noodig, dat de determinatiën der versteeningen en gesteenten in de verzameling van Staring naar den tegenwoordigen stand der wetenschap worden herzien en verbeterd. Bovendien zijn de voorhanden voorwerpen grootendeels van de oppervlakkige lagen afkomstig, tot de studie waarvan Staring zich hoofdzakelijk bepaalde, en bij vele ontbreekt de nauwkeurige opgaaf der vindplaats. Het is dus ten hoogste wenschelijk en noodig, dat de verzameling rijkelijk worde uitgebreid en aangevuld.

Na de hierboven geleverde beschouwing is het niet twijfelachtig, dat eene geheel nieuwe kaart voor Nederland wenschelijk is.

Aan wie zal evenwel hare bewerking worden opgedragen en op welke wijze zal ze geschieden?

Het antwoord op deze tweeledige vraag werd door ons ernstig overwogen. Met de methode van bewerking, die wij

aanbevelen, houdt natuurlijk de keuze van personen, die wij daartoe geschikt achten, een noodzakelijk verband.

Het behoeft geene breedvoerige toelichting, dat men niet onmiddellijk zal kunnen overgaan tot het maken der geologische kaart. Er zal eene reeks van jaren moeten voorafgaan, waarin men zich onledig houdt met het rangschikken, verwerken en beschrijven van het voorhanden en nog te verzamelen materiaal. De verzameling van Staring ligt nog gedeeltelijk onbewerkt. Hetgeen na 1860 in Nederland is verricht en een nader inzicht geven kan omtrent de geologische en agronomische gesteldheid van onzen bodem, bijv. boringen, waarvan enkele tot groote diepte, doorsneden tengevolge van het aanleggen van spoorwegen of het graven van kanalen, een groot aantal versteeningen en gesteenten uit verschillende lagen opgedolven, verhandelingen van deskundigen hier te lande; dat alles zal moeten worden bijeengebracht en kritiesch bewerkt.

De plaats waar dat geschieden moet — de zetel van het geologisch onderzoek voor Nederland — zal, naar onze meening, *Leiden* moeten wezen, in welks geologisch museum de verzameling van Staring en zoovele andere voorwerpen, belangrijk voor de kennis van onzen bodem, worden bewaard.

Doch dat museum is te klein; daar kan geene centrale werkplaats voor de nieuwe geologische kaart worden ingericht. Men zal naar eene andere localiteit te Leiden moeten omzien, en een geschikt gebouw aankoopen of huren.

Om die nieuwe inrichting te onderhouden en daarin het omvangrijke materiaal, dat reeds aanwezig is en allengs zal verzameld worden, te ordenen en te beschrijven, dient een deskundige als conservator te worden aangesteld.

Behalve de werkzaamheid in het geologisch bureau te Leiden, heeft men in de periode van voorbereiding daarenboven het *onderzoek in 't veld*, het verzamelen van gegevens op het terrein zelf. Hiermede mogen een drietal deskundigen: twee geologen en één agronoom, belast worden. Wij stellen *twee* veldgeologen voor, omdat het te veel tijd zou vorderen, wanneer de arbeid op het terrein aan slechts één persoon werd opgedragen.

Deze nemen de geologische grenzen op, verzamelen alles wat voor de kennis der lagen van belang is: gronden, gesteenten, versteeningen enz., en zenden die bouwstoffen op naar het centrale bureau te Leiden. Zij brengen hunne bevindingen in kaart en lichten die door verhandelingen toe, welke door de Commissie of door het hoofd van het geologisch onderzoek worden nagezien. De wetenschappelijke mannen, die hetzij als leden van eene geologische Commissie (waarover straks), hetzij op andere wijze aan den arbeid hunne medewerking verleenen, zullen de petrographische, palaeontologische en agronomische onderzoekingen moeten uitvoeren, welke door de veldgeologen niet kunnen worden verricht. Al wat betrekking heeft op de nieuw uit te geven kaart, kan in het licht verschijnen als eene voortzetting van de in 1853/54 uitgegeven verhandelingen der vroegere geologische Commissie.

En heeft men eenmaal door dien arbeid een volledig overzicht en grondige kennis verkregen, dan is het oogenblik aangebroken om de hand te slaan aan het vervaardigen van de definitieve geologische kaart zelve, die door de leidende personen worde samengesteld en van lieverlede in den vorm van afzonderlijke bladen afgedrukt en uitgegeven.

De vraag is nu, wie zal de leiding van de geheele zaak op zich nemen, wie zal den door ons geschetsten geologischen dienst organiseeren en zijne werkzaamheid regelen?

Men kan een en ander opdragen:

1°. Aan één deskundige, die zelfstandig optreedt.

2°. Aan eene Commissie, waarvan elk lid daarenboven zijn afzonderlijken werkkring heeft.

3°. Aan één deskundige, die de hoofdleiding op zich neemt, maar door eene Commissie gesteund wordt, waarvan elk lid wederom zijn afzonderlijken werkkring heeft.

Wij gelooven niet, dat in Nederland een geleerde te vinden is, die het werk geheel alleen zou willen of kunnen ondernemen, omdat hij al de eigenschappen van een geoloog, agronoom enz. in zich zou moeten vereenigen. Ook dienen verschillende op geologisch gebied te verrichten onderzoekingen aan specialiteiten te worden toevertrouwd, want van de veldgeologen, die reeds met praktische onderzoekingen en

daarmede in verband staande werkzaamheden overladen zijn, kan men redelijkerwijze niet vergen, dat zij ook voor dien bijzonderen arbeid berekend zijn. Verschillende personen zullen zich dus in het studeervertrek met zuiver wetenschappelijk werk moeten bezig houden. Eene doelmatige verdeeling van arbeid is derhalve noodzakelijk, en het in 't leven roepen eener Commissie van deskundigen geeft den besten waarborg, dat langs dien weg goede uitkomsten worden verkregen. Want op de welwillende medewerking van geologen, die niet rechtstreeks aan de zaak verbonden zijn, meenen wij niet te veel te mogen rekenen.

Wij achten het daarenboven raadzaam, dat in eene dergelijke Commissie een der leden de leiding der werkzaamheden op zich neme. De ervaring toch heeft geleerd, dat het ontbreken van een hoofd tot onaangename verhoudingen leidt en de goede zaak meer vertraagt dan bevordert.

Wij meenen dus de sub N⁰. 3 genoemde regeling te moeten voorstellen, namelijk: één deskundige worde met de hoofdleiding belast, ter zijde gestaan door verschillende andere geleerden, met hem in Commissie vereenigd, die ieder in de door hunne studierichting aangewezen specialiteit onafhankelijk arbeiden. Het hoofd der Commissie belast zich met de administratieve en financiëele bemoeiingen, zoodat elke onnoodige omslag vermeden wordt.

Als leden van zoodanige Commissie bevelen wij inzonderheid aan de Hoogleeraren K. MARTIN, C. E. A. WICHMANN, F. J. P. VAN CALKER en, voor de leiding der agronomische onderzoekingen, J. M. VAN BEMMELEN. Als hoofd der Commissie komt o. i. in aanmerking de Hoogleeraar MARTIN te *Leiden*, waar het geologisch centraalbureau voor Nederland, naar ons voorstel, gevestigd worde.

Deze Commissie nu beschikt over een van Rijkswege verleend subsidie, benoemt het personeel, dat al de gegevens voor de geologische kaart verzamelen en ordenen zal, verdeelt en regelt hunne werkzaamheden, en controleert hunne bevindingen, zoo noodig, door persoonlijk onderzoek op het terrein.

Uit de eendrachtige samenwerking van al die werkkrachten, kan eene naar de eischen van den lateren tijd voldoende

kennis voortvloeien van Nederland's bodem en zijne wording, die ten slotte hare uitdrukking vindt in de nieuwe geologische kaart, waarvan de uitgaaf evenzoo door de Commissie bezorgd wordt.

Binnen hoeveel tijd zullen de voorbereidende werkzaamheden zijn afgeloopen en welke kosten zijn daaraan verbonden?

Deze vraag moeten wij nog ten slotte behandelen.

Op grond van het aantal bladen, dat ieder geoloog in 't veld per jaar zal kunnen afmaken, en met het oog op den meerderen arbeid, dien het onderzoek der grens-streken ten oosten en ten zuiden van ons vaderland, in verband tot de geologische gesteldheid van Pruisen en België, eischen zal, meenen wij de periode van voorbereiding niet korter te moeten aannemen, dan *twaalf* jaren.

De grenslijnen toch der formatiën af te bakenen, kost veel tijd, vooral in een land als Nederland, waar zoo weinig natuurlijke ontblootingen voor de opneming der profielen kunnen dienen.

De gelden die per jaar noodig zullen zijn, ramen wij als volgt:

Traktementen van den conservator en der drie onderzoekers in 't veld à *f* 1500 per hoofd, te zamen.	*f*	6000
Reis- en verblijfkosten van genoemde drie onderzoekers à *f* 5 per dag en per hoofd, over 300 dagen per jaar	»	4500 *)
Andere kosten op het terrein voor boringen, assistentie enz.	»	1200
Huur van een gebouw te Leiden ten behoeve der verzamelingen en andere kosten daaraan verbonden	»	1000
Voor het uitgeven van verhandelingen en beschrijvingen gemiddeld per jaar	»	1000
Dus te zamen	*f*	13700

*) Uit die som zouden ook de reis- en verblijfkosten der leden van de Commissie kunnen gevonden worden, want het is aan te nemen dat 300 dagen een maximum is, dat in de werkelijkheid niet zal worden bereikt.

Daarbij komt in het eerste jaar, als uitgaaf voor eens, de som van *f* 500 voor aankoop van de noodige boekwerken, kaarten enz.

Derhalve een bedrag van *f* 14000 (rond cijfer) dat jaarlijks aan de geologische Commissie zou moeten worden verstrekt, en waaruit al de kosten van het twaalfjarig geologisch onderzoek worden voldaan.

Aan het hoofd der Commissie moet, naar onze meening, opgedragen worden om jaarlijks aan den minister een verslag uit te brengen over de vorderingen der werkzaamheden, rekening en verantwoording van de besteede gelden af te leggen en nadere voorstellen te doen, wanneer deze voor den goeden gang der zaken noodig zijn.

Daarna zal de nieuwe geologische kaart in losse bladen of in afleveringen, die kleine groepen van bij elkander behoorende bladen omvatten — elk blad of elke aflevering vergezeld van de noodige uitlegging of toelichting, in den geest der »Erlaüterungen" bij de bladen van de Pruisische kaart — van Rijkswege door het topographisch bureau moeten worden uitgegeven. Deze uitgave kan dan zonder verdere vertraging plaats hebben.

Ziedaar nu in breede trekken de onderneming geschetst, die wij noodig achten tot verwezenlijking van het goede doel, dat de Regeering, blijkens haar schrijven van 26 Mei 1886, schijnt voor oogen te hebben.

Mocht Zij evenwel, onverhoopt, afgeschrikt worden door den duur en de kosten, die wij aan het tot stand komen van eene goede geologische kaart verbonden achten — zoodat voorloopig van de geheele zaak wordt afgezien — dan geven wij in overweging aan de Regeering voor te stellen: althans een deel van het door ons ontworpen programma te doen uitvoeren.

Wij bedoelen de inrichting eener geschikte localiteit, waarin al de verzamelingen en merkwaardigheden, die betrekking hebben op den bodem van Nederland, overgebracht en door een conservator worden gerangschikt, gecatalogiseerd en voor de publicatie voorbereid — dus het in 't le-

ven roepen van een permanent geologisch bureau, dat ook de vruchten van toekomstige nasporingen en onderzoekingen in zich opneemt en verwerkt.

Behalve eene bezoldiging voor den conservator en de kosten, verbonden aan het bezit en de inrichting van een doelmatig gebouw, zal nog eene som, ongeveer *f* 1000 per jaar, benoodigd zijn om in allerlei uitgaven te voorzien, b. v ten behoeve van kleine excursiën voor onderzoek in loco, aankoop van versteeningen, gesteenten, werktuigen en andere benoodigdheden.

Op deze wijze wordt een middelpunt verkregen, dat kan dienen, : zoowel als vraagbaak voor ingenieurs, landbouwers enz., die met de geologische gesteldheid van ons land te doen hebben, als voor het bijeenhouden en bewerken van alles, wat op geologisch gebied wordt verzameld. Veel materiaal en vele waarnemingen, die thans verloren gaan, zullen daardoor behouden blijven. Dat alles vormt dan zoovele bouwstoffen voor eene nieuwe geologische kaart, en zal hare uitvoering na verloop van tijd ongetwijfeld zeer bevorderen.

Wij eindigen ons verslag met de mededeeling van eenige bijzonderheden omtrent de nieuwe geologische kaarten van België en Pruisen.

In België zal de bekende kaart van Dumont, 1836/54, schaal 1 op 160.000, binnen weinige jaren vervangen zijn door eene nieuwe kaart op de groote schaal van 1 op 20.000, waarvan een klein gedeelte reeds is uitgegeven. Deze zeer fraaie kaart zal uit 430 bladen bestaan. Het reliëf wordt door niveaulijnen aangeduid (van 5 tot 5 M., op den rechteroever der Maas van 10 tot 10 M.); vast gesteente wordt daarop aangewezen door donkere arceering, de ondergrond verder nog door boorpunten, die door verschillende gekleurde kringen omgeven zijn. Elk blad der kaart gaat vergezeld van een vrij uitvoerigen »texte explicatif," waarin o. a. de graphische voorstelling der boringen, en voor ieder blad drie doorloopende profielen te vinden zijn. Verhandelingen van grooteren omvang, op de kaart betrekking hebbende,

verschijnen in de »Annales" en in het »Bulletin du Musée royal d'histoire naturelle de Belgique." De talrijke boringen worden deels op staanden voet door het opnemend personeel uitgevoerd, deels na voorafgaand overleg met den Directeur. De geheele onderneming is gecentraliseerd in het reeds genoemde »Musée royal" te Brussel, waar een »Service de la carte géologique de la Belgique" is ingericht met den Heer Ed. Dupont tot Directeur, bijgestaan door *drie* »conservateurs" en *elf* assistenten. Daarenboven bestaat er eene »Commission de contrôle de la carte géologique de la Belgique," uit vijf leden der Belgische Akademie van Wetenschappen samengesteld, onder voorzitterschap van den Heer J. S. Stas.

De »geologische Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten," waarvan de eerste bladen in 1870 verschenen zijn, is eveneens eene speciale kaart op de schaal van 1 op 25000, zijnde die der kaart van den generalen Staf. Het aantal bladen wordt op 575 geraamd. Het reliëf wordt door niveaulijnen van 5 tot 5 M. en tevens door arceering aangeduid. Sommige bladen (omstreken van Berlijn, 27 bladen, en de kaart van Elzas-Lotharingen, die zich bij de Pruisische aansluit) geven in het belang van den landbouw de geaardheid der oppervlakte door letters aan, en bovendien hare verandering tot omstreeks 6 M. diepte. Elk blad der kaart gaat van eene »Erlaüterung" vergezeld, die minder uitvoerig is dan de »texte explicatif" der Belgische bladen. Beschrijvingen, rapporten enz., die niet voor de »Erlaüterungen" geschikt zijn, vinden plaatsing in het »Jahrbuch." Omvangrijke verhandelingen met tal van afbeeldingen, die soms afzonderlijke atlassen vormen, verschijnen onder den titel: »Abhandlungen zur geologischen Karte von Preussen und den Thüringischen Staaten."

Ongeveer een derde der kaart is uitgegeven, daaronder enkele bladen in duplo, met en zonder bovengrond.

De organisatie der grootsche onderneming is van geheel anderen aard dan in België; zij is doorgaans gedecentraliseerd. Aan het hoofd staan Prof. Beyrich en Bergrath Hauchecorne. Deze zorgen voor de administratie en voor eene uniforme bewerking en redactie.

Door den geoloog, die de sectie in kaart gebracht heeft, wordt de laatste herziening uitgevoerd, en daarna wordt het blad onder zijn naam gepubliceerd. In België moeten drie of vier geologen aan één blad samenwerken, omdat één deskundige éène bepaalde formatie door het gansche land voor zijne rekening neemt.

Jaarlijks, bij gelegenheid der vergadering van de »Deutsche geologische Gesellschaft", heeft eene bijeenkomst der talrijke medewerkers plaats, waar de voltooide sectiën voorgelegd en besproken worden.

De verzamelingen, op de geologische kaart betrekking hebbende, zijn in het gebouw der Berg-Akademie te Berlijn gehuisvest. Aldaar bevinden zich ook het teekenbureau en het scheikundig laboratorium, het laatste onder de leiding van Prof. FINKENER.

Uit dit korte overzicht blijkt, hoe grondig het geologisch onderzoek in de naburige Rijken plaats vindt, hoe onbekrompen de daartoe noodige hulpmiddelen worden verstrekt, en welke schoone uitkomsten, in uitvoerige en doelmatige geologische kaarten neêrgelegd, het nog steeds voortdurend onderzoek oplevert.

Voor Nederland kan op minder weelderigen voet en met meer bescheiden hulpmiddelen hetzelfde doel bereikt worden. Maar voor de methoden van onderzoek en voor de uitvoering van het werk, verwijzen wij gaarne naar het voorbeeld, dat Pruisen en België geven.

Wanneer wij nu ten slotte onze voorstellen in 't kort samenvatten, dan komen zij hierop neder.

1°. De geologische kaart van STARING, die nog in vele opzichten bruikbaar is, worde terstond onveranderd herdrukt en in den handel gebracht, om in eene bestaande behoefte te voorzien.

2°. Het maken eener geheel nieuwe geognostisch-agronomische kaart, naar de eischen der tegenwoordige wetenschap, worde intusschen voorbereid. Hiertoe wordt een tijdsverloop van ten minste 12 jaren noodig geacht.

3°. De voorbereidende werkzaamheden zullen vereischen:

a. de oprichting van een geologisch bureau te Leiden, waaraan een conservator verbonden worde, ter verzameling van al de gegevens die voor het tot stand komen der nieuwe kaart noodig zijn;

b. de aanstelling van twee geologen en één agronoom, aan wie het onderzoek in 't veld worde opgedragen;

c. het in het leven roepen van eene geologische Commissie, waarvan het hoofd te Leiden woont en met de leiding der werkzaamheden worde belast, en

d. eene jaarlijksche uitgave van minstens *f* 14.000, over welke som genoemde Commissie bij wijze van subsidie beschikke.

4°. Voor de geologische opneming en de inteekening der grenslijnen worden de bladen gebezigd der nu geheel afgewerkte topographische kaart, waarvan de schaal is 1 op 50.000.

5°. Voor de definitieve geologische kaart, waarvan de publicatie onmiddellijk na afloop van het tijdvak van voorbereiding worde ter hand genomen, is eene grootere schaal dan 1 op 50.000 verwerpelijk. Het kan evenwel eerst later worden beslist, — nadat het onderzoek in 't veld tot op zekere hoogte gevorderd is — op welke schaal de bladen der nieuwe kaart moeten worden uitgegeven.

6°. De oprichting van een blijvend geologisch bureau te Leiden wordt wenschelijk geacht, al ziet de Regeering van het vervaardigen eener nieuwe geologische kaart, wegens de daaraan verbonden kosten of om andere redenen, af.

2 *April* 1887.

TH. H. BEHRENS, *Voorzitter.*
K. MARTIN.
G. VAN DIESEN.
J. M. VAN BEMMELEN.
A. D. VAN RIEMSDIJK, *Rapporteur.*

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 28 Mei 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, SCHOLS, BOSSCHA, RAUWENHOFF, WEBER, VAN DORP, STOKVIS, GRINWIS, J. A. C. OUDEMANS, RIJKE, SCHOUTE, MAC GILLAVRY, ZEEMAN, PLACE, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, FRANCHIMONT, MULDER, HOEK, FORSTER, HOFFMANN, BAEHR, ZAAIJER, SURINGAR, ENGELMANN, GUNNING, DONDERS, BIERENS DE HAAN, FÜRBRINGER, VAN DIESEN, TREUB, MARTIN, VAN RIEMSDIJK, VAN BEMMELEN, KORTEWEG, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, LORENTZ, BEIJERINCK en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris; van de letterkundige Afdeeling de Heeren CAMPBELL en BOOT; voorts het corresponderend lid: de Heer VAN DER BURG.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Wordt gelezen een schrijven van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (16 Mei 1887), behelzend dat Z. M. de Koning de benoeming tot leden der Akademie heeft goedgekeurd van de Heeren Prof. Dr. M. WEBER en Dr. W. A. VAN DORP. — Voorts de brieven dezer beide Heeren, waarin zij te kennen geven, het hun aangeboden lidmaatschap, onder dankzegging voor de hun te beurt gevallen onderscheiding, te aanvaarden.

Op verzoek van den Voorzitter, worden de Heeren WEBER

en VAN DORP de vergadering binnengeleid door de Heeren FORSTER en SCHOUTE, en nemen zij zitting, na door den Voorzitter te zijn verwelkomd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. de gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 12 Mei 1887; 2°. W. TONCKENS JZN., Bibliothecaris der koloniale Bibliotheek te Paramaribo, 30 Maart 1887; 3°. TH. LEFÈVRE, Secretaris der Société royale malacologique de Belgique te Brussel, 29 April 1887; 4°. J. FRAIPONT, Secretaris der Société géologique de Belgique te Luik, 20 Mei 1887; 5°. P. J. VAN BENEDEN, Leuven, 28 April 1887; 6°. P. WILLEMS, Leuven, 14 Mei 1887; 7°. A. GONDRY, Secretaris van het Willems-Fonds te Gent, 30 April 1887; 8°. M. BERTHELOT, Parijs, 1887; 9°. den Ministre de l'Instruction publique et des beaux-Arts te Parijs, 29 April 1887; 10°. CH. SCHEFER, Administrateur der Ecole spéciale des langues orientales vivantes te Parijs, 6 Mei 1887; 11°. E. DESHAYE, Secretaris van het Musée Guimet te Parijs, 7 Mei 1887; 12°. CROIZIER, Voorzitter der Société Académique Indo-Chinoise de France te Parijs, 9 Mei 1887; 13°. L. DELISLE, Directeur der Bibliothèque nationale te Parijs, 11 Mei 1887; 14°. den Secretaris der Société des Sciences physiques et naturelles te Bordeaux, 1887; 15°. A. DURIEUX, Secretaris der Société d'Emulation te Cambrai, 7 Mei 1887; 16°. den Secretaris der Académie de Législation te Toulouse, 11 Mei 1887; 17°. AILLOUD, Bibliothecaris der Académie des Sciences, belles-Lettres et Arts de Savoie te Chambéry, 13 Mei 1887; 18°. L. GASTÉ, Secretaris der Académie des Sciences, Arts et belles-Lettres te Caen, 24 Mei 1887; 19°. L. DESCHAMPS, Secretaris der Société des Antiquaires de la Morinie te St. Omer, 1887; 20°. den Bibliothecaris der royal medical et chirurgical Society te Londen, 29 April 1887; 21°. J. A. GODLEY, Secretary of State for India te Londen, 4 Mei 1887; 22°. SIR WILLIAM THOMSON, Glasgow, 2 Mei 1887; 23°. R. MC. LINTOCK, Bibliothecaris der literary and philosophical Society te Liverpool, 2 Mei 1887;

24°. D. Stur, Directeur der k. k. geologischen Reichsanstalt te Weenen, 19 Juli 1886; 25°. den Secretaris van het historischer Verein für Steiermark te Graz, 25 Mei 1887; 26°. A. Auwers, Secretaris der kön. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, 29 April 1887; 27°. H. Helmholtz, Berlijn, 1887; 28°. G. Limpricht, Bibliothecaris der schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 18 Mei 1887; 29°. Förstemann, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 8 Mei 1887; 30°. H. L. Fleischer, Leipzig, 8 Mei 1887; 31°. B. Windscheid, Leipzig, 16 Mei 1887; 32°. K. Bardeleben, Secretaris der medicinisch-naturwissenschaftliche Gesellschaft te Jena, 7 Mei 1887; 33°. O. Büchner, Secretaris der oberhessische Gesellschaft für Natur- und Heilkunde te Giessen, 5 Mei 1887; 34°. Schönwalder, Secretaris der oberlausitzische Gesellschaft der Wissenschaften te Görlitz, 26 Mei 1887; 35°. Schaarschmidt, Bibliothecaris der kön. Universitäts-Bibliothek te Bonn, 2 Mei 1887; 36°. Schaaffhausen, Secretaris van het Verein von Alterthumsfreunden te Bonn, 6 Mei 1887; 37°. Joh. Franck, Bonn, 2 Mei 1887; 38°. Pattenhausen, Secretaris van het Verein für Naturwissenschaften te Brunswijk, 13 Mei 1887; 39°. J. von Sachs, Würzburg, 7 Mei 1887; 40°. G. Euringer, Secretaris van het naturhistorischer Verein te Augsburg, 7 Mei 1887; 41°. W. Valentiner, Directeur der grossherzogl. Sternwarte te Karlsruhe, 8 Mei 1887; 42°. Laubmann, Directeur der kön. Hof- and Staatsbibliothek te München, 12 Mei 1887; 43°. W. Heyd, Bibliothecaris der kön. oeffentliche Bibliothek te Stuttgart, 9 Mei 1887; 44°. Barack, Bibliothecaris der kais. Universitäts- und Landesbibliothek te Straatsburg, 11 Mei 1887; 45°. Th. Nöldeke, Straatsburg, 8 Mei 1887; 46°. Schiaparelli, Secretaris der regia Lynceorum Academia te Rome, 22 Mei 1887; 47°. den Secretaris van het R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere te Milaan, 1887; 48°. E. Betti, Directeur der R. Scuola normale superiore te Pisa, 23 Mei 1887; 49°. den Directeur der Bibliothèque de l'Université royale te Lund, 29 April 1887; 50°. Bonola, Secretaris der Société khédiviale de Géographie te Cairo, 2 Mei 1887;

51°. R. Miranda, Rio de Janeiro, 14 April 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 5 Mei 1887; 2°. A. Auwers, Voorzitter der Commission für die Beobachtung des Venus-Durchgangs te Berlijn, April 1887; 3°. de Directie der Gesellschaft für bildende Kunst te Emden, 1 Februari 1887; 4°. den Secretaris der Académie royale des Sciences te Bologna, 15 Juni 1886; 5°. G. Storm, Secretaris der videnskabs-Selskabet te Christiania, 28 Februari 1887; 6°. E. Regel, Directeur der Jardin impérial botanique te St. Petersburg, 11 Augustus 1886; 7°. A. Grigorief, Secretaris der Société impériale russe de Géographie te St. Petersburg, 20 April 1887; 8°. W. Doberck, Directeur der Hong Kong Observatory te Hong Kong, 31 Maart 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. een brief van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid (13 Mei 1887) ter begeleiding van een Koninklijk Besluit, waarin machtiging verleend wordt, het Standaardkilogram, in bewaring bij de Akademie, met inachtneming der gebruikelijke voorschriften, te ontzegelen en aan den Heer Dr. J. A. C. Oudemans, Hoogleeraar te Utrecht en lid der Koninklijke Akademie van Wetenschappen, ter hand te stellen. De Secretaris deelt mede, dat deze handeling op den 27sten Mei, des namiddags te 3 uren, in tegenwoordigheid van den Heer Mr. J. C. de Marez Oyens, Administrateur der Afdeeling Handel en Nijverheid bij het Ministerie van dien naam, en van den Heer J. A. C. Oudemans, in het hôtel der Akademie heeft plaats gehad en dat van deze gebeurtenis zijn opgemaakt twee gelijkluidende Processen-Verbaal, waarvan er een ter beschikking werd gesteld van den Heer de Marez Oyens, en het andere werd neêrgelegd in het Archief der Akademie. Verder, dat het Standaardkilogram door den

Heer J. A. C. Oudemans naar Utrecht werd meêgenomen; 2°. een brief van den Heer Dr. Jan de Vries (13 Mei 1887), waarin hij verzoekt, dat hem zijne op 29 April aan de Afdeeling aangeboden wiskunstige verhandeling worde teruggegeven. Aan dit verzoek is voldaan; 3°. een brief van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid (7 Mei 1887), inhoudend het bericht, dat Z. E. een tweede mandaat, groot ƒ 1000.—, ten behoeve der Limnoria-Commissie op den Algemeenen Secretaris der Akademie heeft afgegeven, en verder, dat, met het beschikbaar stellen van deze som, het voor de Commissie toegestane subsidie is uitgeput. De Secretaris deelt mede, dat de ƒ 1000.— door hem ontvangen zijn; 4° een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken, ter begeleiding eener missive van Jhr. van Tets van Goudriaan, te Pera, aan Z. E. den Minister van Buitenlandsche Zaken, eenige mededeelingen behelzend omtrent de aardbevingen, die laatstelijk op Chios hebben plaats gehad. — Daar de Minister de stukken terugverlangt, zullen ze, hoewel van weinig belang, toch worden overgeschreven. De Vergadering besluit, den Minister dank te zeggen voor de toezending der bescheiden; 7°. een brief van den Minister van Binnenlandsche Zaken ter begeleiding van het Programme du VIe Congrès international d'Hygiène et de Démographie, qui aura lieu à Vienne du 26 Septembre jusqu'au 2 Octobre 1887; 8°. twee programma's van prijsvragen, uitgeschreven door de R. Accademia delle Scienze dell Istituto di Bologna.

— De beraadslagingen over het verslag der Commissie voor de Geologische Kaart van Nederland worden geopend.

De Voorzitter geeft eenige algemeene opmerkingen ten beste. Het verdient, meent hij, overweging, nu de Commissie de schaal van 1 op 50.000 heeft voorgesteld, in overeenstemming met de topografische kaarten, voor de grensprovinciën kaarten te maken welke aan die van België, waar de schaal is 1 op 20.000, en aan die van Duitschland, waar de schaal is 1 op 25.000 kunnen aansluiten. Verder komt het hem voor, dat in sommige streken in het oosten van ons land en in Limburg, diepere profielen gemaakt

zullen moeten worden dan elders. Eindelijk wenscht de Spreker, dat het vervaardigen van eene nieuwe kaart krachtiger op den voorgrond worde gesteld dan in het rapport het geval is, omdat het anders zou kunnen gebeuren, dat het uitgeven dier kaart naar eene verre toekomst verschoven werd, zoo de Minister aan den aandrang om de oude kaart van STARING te laten herdrukken, gehoor gaf.

De Heer VAN DIESEN doet opmerken, dat de schaal van 1 op 50000 in het rapport niet is voorgesteld, maar, zijnde die der topogr. kaart, hoofdzakelijk genoemd werd als grootste schaal, die in de plaats zou kunnen komen van die van 1 op 200000. Dat op de eene plaats diepere boringen dan op de andere zullen moeten plaats hebben, geeft hij toe. Hij drukt er eindelijk op dat de kaart van STARING, niettegenstaande daarop geene profielen voorkomen, toch groote verdiensten heeft, en dat een herdruk daarvan eene zaak is van publiek belang. Eene wijziging in de rangorde der door de Commissie voorgestelde conclusiën zou er toe kunnen leiden, het verlangen naar eene nieuwe kaart meer in het oog te doen springen.

Naar aanleiding van de vragen, door den Voorzitter gedaan, of de Akademie, bij het benoemen der Rijks-Commissie, niet gehoord zoude moeten worden, ontspint zich een debat tusschen de Heeren RAUWENHOFF, VAN DIESEN, SCHOLS, J. A. C. OUDEMANS, VAN RIEMSDIJK, STOKVIS en den Voorzitter. De Heer RAUWENHOFF meent nl. dat niet alleen aan den wensch des Voorzitters gehoor moet worden gegeven, maar dat de Akademie, zooals in België, ook op den gang van zaken invloed zou moeten oefenen. Dit denkbeeld echter wordt door alle andere sprekers op verschillende gronden bestreden. Sommigen meenen dat men den Minister vrijheid van handelen moet laten; anderen, dat eene akademische commissie allereerst uit de leden der Rijks-Commissie zoude moeten gekozen worden, wat aanleiding zou kunnen geven tot verwarring; weder anderen, dat de leden der Rijks-Commissie contrôle over elkander zullen oefenen. Nadat de Heer RAUWENHOFF verklaard heeft, dat hij alleenlijk de wenschelijkheid had uitgesproken, dat de Afdeeling nu en dan op de hoogte

gehouden zou worden van den arbeid der Rijks-Commissie, en de onderteekenaren van het rapport verklaard hadden, dat aan dit verlangen geene bezwaren in den weg stonden, werd besloten, in het adres aan den Minister niet over akademische contrôle of medewerking bij de benoemingen te gewagen.

Alsnu wordt overgegaan tot de behandeling van het zestal conclusiën, door de Commissie aan het einde van haar rapport voorgedragen.

Omtrent Art. 1 (herdrukken van de kaart van Staring) besluit men, dit met Art. 6 van plaats te doen verwisselen, om allen schijn te vermijden alsof de Afdeeling niet in de eerste plaats prijs stelde op de vervaardiging van eene *nieuwe* kaart.

Art. 2. Dit wordt, ten gevolge van het weglaten van Art. 1, eenigszins veranderd. De laatste zinsnede »Hiertoe wordt een tijdsverloop van ten minste 12 jaar noodig geacht" wordt naar het volgende artikel overgebracht.

Art. 3 De eerste alinea wordt aldus gewijzigd: »De voorbereidende werkzaamheden, hiertoe noodig, en die een tijdsverloop van ten minste 12 jaar zullen vorderen, vereischen:"

De subartikelen *a* en *b* worden onveranderd goedgekeurd, nadat besloten is, het op blz. 7 over de veldgeologen gezegde eenigermate te verzachten.

Bij subartikel *c* vraagt de Heer Mulder, waarom hier bepaaldelijk Leiden genoemd is. Utrecht zou even goed kunnen voldoen. In elk geval wenscht hij, dat geen naam van eenige stad in dit subartikel genoemd worde. Afstanden leggen in den tegenwoordigen tijd niet veel gewicht meer in de schaal.

De Heer Martin neemt het woord niet zonder eenige aarzeling, dewijl het in debat gebrachte incident zijdelings zijn persoon raakt. Hij plaatst zich echter geheel op zuiver wetenschappelijk standpunt, en verklaart dan, dat de Minister niet alleen een pertinent antwoord verwachtte op de vraag, aan wien de leiding der werkzaamheden zou moeten worden opgedragen, maar dat de aanwezigheid van de verzameling van Staring en van bouwstoffen ter vergelijking te Leiden, deze stad reeds tot het centrum der bezigheden stempelde. Het voorstel Mulder wordt niet ondersteund en komt dus niet in stemming.

Subartikel *d*. Het woord »minstens" zal worden geschrapt en eene zinsnede aan het subartikel worden toegevoegd, waaruit blijkt dat eene grootere som soms noodig zou kunnen wezen als diepere boringen noodig bleken.

Art. 4. De woorden »en de inteekening der grenslijnen" zullen vervallen.

Art. 5. Blijft, behoudens eene omzetting van woorden, onveranderd.

Art. 6 vervalt, doch daarvoor in de plaats komt het vroegere voorstel 1, doelende op het herdrukken van de geologische kaart van STARING.

De Heer ZEEMAN meent dien herdruk te moeten ontraden, omdat er sedert het verschijnen der kaart toch stellig vele veranderingen van hydrografischen aard hebben plaats gehad, en men deze, werd het voorstel aangenomen, voor wie weet hoevele jaren zou bestendigen. — De Heer VAN DIESEN hecht waarde aan den herdruk met het oog op de onveranderde gesteldheid van den vasten grond, en blijft er bij dat de kaart dikwerf ter raadpleging gewenscht wordt, maar in den handel niet meer te krijgen is.

De Voorzitter brengt de vraag in stemming of men den Minister adviseeren zal, de kaart van STARING te doen herdrukken of niet. Er zijn 37 leden tegenwoordig. Hiervan stemmen 17 leden vóór en 17 tegen; 3 leden blijven buiten stemming. Op aandrang van den Voorzitter laten 2 der 3 leden, die blanco briefjes inleverden, hun passief standpunt varen en stemmen zij, na nog eenige inlichting bekomen te hebben, vóór het herdrukken. Er wordt dus met 19 tegen 17 stemmen besloten, den Minister in dien zin te adviseeren.

Nadat de Heer VAN DE SANDE BAKHUYZEN er op gewezen heeft, dat het tijvak van 12 jaar, in het rapport genoemd, slechts een tijd van voorbereiding betreft, en het langer duren zal eer eene nieuwe geologische kaart het licht kan zien, wordt het op enkele plaatsen gewijzigde rapport, met de daarbij behoorende conclusiën, aangenomen.

De conclusiën van het rapport luiden dus als volgt:

1°. Het vervaardigen van eene geheel nieuwe geognostisch-

agronomische kaart, naar de eischen der tegenwoordige wetenschap, wordt dringend aanbevolen.

2°. De voorbereidende werkzaamheden, hiertoe noodig, en die een tijdsverloop van ten minste 12 jaar zullen vorderen, vereischen:

a. de oprichting van een geologisch bureau te Leiden, waaraan een conservator verbonden worde, ter verzameling van alle gegevens, die voor het tot stand komen der nieuwe kaart noodig zijn;

b. de aanstelling van twee geologen en één agronoom, aan wie het onderzoek in het veld worde opgedragen;

c. het in het leven roepen van eene geologische Commissie, waarvan het hoofd te Leiden woont en met de leiding der werkzaamheden worde belast, en

d. eene jaarlijksche uitgave van *f* 14000, behoudens eene mogelijke verhooging, indien op sommige plaatsen diepere boringen noodig mochten worden bevonden. Over de toegezegde som beschikke de Commissie bij wijze van subsidie.

3°. Voor de geologische opneming bezige men de bladen der nu geheel afgewerkte topografische kaart, waarvan de schaal is 1 op 50.000.

4°. Voor de definitieve geologische kaart, waarvan de publicatie onmiddellijk na den afloop van het tijdvak van voorbereiding worde ter hand genomen, is eene grootere schaal dan 1 op 50.000 verwerpelijk. Later, nadat het onderzoek in het veld tot op zekere hoogte gevorderd is, kan worden beslist, op welke schaal de bladen der nieuwe kaart behooren te worden uitgegeven.

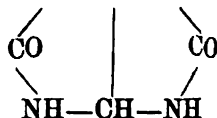
5°. De geologische kaart van STARING, nog in vele opzichten bruikbaar, worde, om aan eene bestaande behoefte te voorzien, terstond onveranderd herdrukt en in den handel gebracht.

— De Heer TREUB deelt eenige geschiedkundige bijzonderheden mede omtrent 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, en schetst de veranderingen en verbeteringen, welke dezer Inrichting in de laatst verloopen jaren, dank zij de zorgen

van wijlen den Heer SCHEFFER, en zoo ook ten gevolge zijner eigene bemoeiingen, gesteund door de welwillendheid van het Indisch Bestuur, ten goede zijn gekomen. Kaarten en fotografiën luisteren zijne voordracht op. Hij vestigt de aandacht vooral op het kort geleden in den tuin opgericht botanisch laboratorium, waar onderscheidene geleerden uit vreemde Staten maanden lang vertoefden om zich aan de oplossing van allerlei vraagstukken, den bouw en het leven der planten betreffend, te wijden, doch waar, met dit doel, tot heden geen Nederlander zich aanmeldde. Hij erkent, dat een bezoek aan het laboratorium te Buitenzorg niet zonder geldelijke opofferingen geschieden kan, en betreurt het, dat subsidiën voor wetenschappelijke reizen bij ons van Regeeringswege niet zoo gemakkelijk te verkrijgen zijn. Dies zal hij zijn best doen, een fonds te stichten, uit welks baten de voortzetting der studiën van jonge geleerden in den tuin te Buitenzorg minder kostbaar zoude kunnen worden gemaakt. Hij hoopt dat de leden der Afdeeling, te zijner tijd, hem in die pogingen zullen willen steunen.

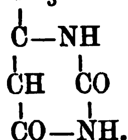
— De Heer FRANCHIMONT had, uit zijne in de vorige Vergadering kortelijk medegedeelde proefnemingen, het besluit getrokken dat, zoodra de rest van het ureum met andere atomen een gesloten keten of ring vormt, het amidkarakter dier rest volkomen is verdwenen, ten opzichte van het salpeterzuur, en er bij gevoegd: »althans als in dien ring nog eene groep carbonyl voorkomt". Hij meende dat het aethyleencarbamide uitsluitsel daaromtrent kon geven en dat dit nog niet bekend was; het is hem echter gebleken, dat dit lichaam reeds door FISCHER was verkregen.

De vraag kon echter nog op eene andere wijze opgelost worden en wel tegelijk met eene tweede vraag, nl. deze: of een lichaam, dat twee ureumresten bevat, welke ieder voor zich met de overige atomen een gesloten ring vormen, door werkelijk salpeterzuur bij de gewone temperatuur wordt ontleed. Hiertoe was noodig het acetyleenureum NH—CH—NH of



glycoluril. Het werd uit glyoxaal bereid en onder de aangegeven omstandigheden door salpeterzuur niet ontleed.

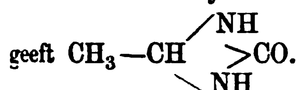
Een derde vraag was naar het gedrag van ureïden van onverzadigde zuren; om deze te beantwoorden werd gekozen het methyluracil



Het bleek dat dit lichaam niet ontleed wordt, maar eenvoudig in een nitroderivaat overgaat.

Het was dus nu voldoende vastgesteld dat ureïden, waarin de rest van het ureum met eene keten van twee of drie koolstofatomen een gesloten ring vormt, niet door salpeterzuur worden ontleed, onverschillig of de koolstofatomen met waterstof of met zuurstof verbonden of wel onverzadigd zijn.

Nu bleef nog de vraag over of een lichaam, waarin één koolstofatoom met de beide stikstofatomen van één molecuul ureum verbonden is, ook bestendig zou zijn tegen salpeterzuur. Als een zoodanig lichaam wordt gewoonlijk beschouwd het aethylideenureum, waaraan men dan deze formule geeft

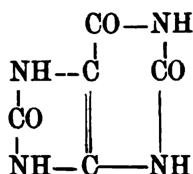


Dit lichaam wordt door salpeterzuur bij de gewone temperatuur heftig aangegrepen en onmiddellijk ontleed; er ontwikkelen zich koolzuurgas en stikstofoxydule in gelijke volumina, gemengd met eenig stikstof. Het is tot nog toe het eenige ureïde, onder al de onderzochte, waarbij eene oxydatie, gepaard met de vorming van salpeterigzuur, moeilijk of niet ontgaan kan worden.

De structuur van dit lichaam is echter onzeker en het is niet onmogelijk, dat het door de formule $CH_3—CH = N—CO—NH_2$ juister wordt uitgedrukt, vooral ook omdat het door koking met water alleen, geheel in aldehyde en ureum overgaat.

De werking van het salpeterzuur werd nu ook onderzocht op meer gecompliceerde ureïden, zooals urinezuur,

Zoowel het door den Heer Franchimont zelven bereide, als dat hetgeen hem bereidwillig door den Heer Prof. Mulder was verschaft en volkomen zuiver was, werd nagenoeg onmiddellijk door het werkelijke salpeterzuur bij de gewone temperatuur aangegrepen, en in korten tijd werd een gasmengsel ontwikkeld, bestaande uit één volumen koolzuurgas en bijna twee volumina stikstofoxydule, en overeenkomende met één molecuul ureum uit één molecuul urinezuur. Dit resultaat schijnt moeilijk overeen te brengen met de door Medicus opgestelde en door Fischer bevestigde formule:



voor het urinezuur.

Caffeïne, theobromine en xanthine schijnen ook ontleed te worden, maar uiterst moeilijk en langzaam, terwijl het urinezuur zeer gemakkelijk en snel ontleed wordt.

Het zou voorbarig zijn, nu reeds aan eene andere formule voor het urinezuur de voorkeur te geven, maar het waargenomen gedrag met salpeterzuur schijnt toch aan te duiden, dat de tegenwoordig algemeen aangenomene nog niet (onder alle omstandigheden) de juiste is, tenzij de bijzondere structuur van het urinezuur de oorzaak voor de afwijking mocht wezen. De Heer Franchimont zal trachten ook dit punt nog tot klaarheid te brengen.

— Voor de bibliotheek der Akademie worden aangeboden: door den Heer van Riemsdijk: Dr. J. Lorié. Contributions à la géologie des Pays-Bas. II en III; door den Heer Forster: Dr. D. Romeyn. Onderzoekingen over den invloed van alcohol op den mensch; door den Heer Bierens de Haan: Nieuw Archief der Wiskunde, Deel XIII, 2e Stuk; door den Heer Lorentz: Dr. Dojes. Over diffusie van vloeistoffen.

— Daar er verder niets te verhandelen is, wordt de vergadering gesloten.

NALEZINGEN

OP DEN

EERSTEN BUNDEL (1878) DER BOUWSTOFFEN N°. I—XVII VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

B. beteekent „Bouwstoffen N°." *A.* beteekent „Aanteekening."
N. beteekent „Nalezingen."

B. IV., blz. 39, reg. 23. 1707, *lees:* 1703.

» 39, » 25. 1680, » 1660.

B. V, § 3, blz. 46.

Zulk eene monographie is werkelijk verschenen:

Bijdragen tot eene geschiedenis van het geslacht »VAN KEULEN" als boekhandelaars, uitgevers, kaart- en instrumentmakers in Nederland; eene biblio-cartographische studie, door G. D. BOM H.Gz. In de gekroonde Lootsman. Amsterdam, H. G. BOM. 1885. [IV], 28, [4], 120, [1] blz. 4°.

Daaruit blijkt, dat de firmas gevoerd werden door de volgende personen.

JOHANNES VAN KEULEN. 1678—1704.

GERARD VAN KEULEN. . 1704—1726.

1726, 1727. LUDOWINA KONST, wed. GERARD VAN KEULEN en haar zoon JOHANNES.

JOHANNES VAN KEULEN.	1727—1755.
	1755. CATHARINA BUYS, wed. JOHANNES VAN KEULEN.
	1756—1757. GERARD HULST VAN KEULEN en CORNELIS BUYS VAN KEULEN.
JOHANNES VAN KEULEN en ZOONEN.	1757—1778. GERARD HULST VAN KEULEN en CORNELIS BUYS VAN KEULEN. 1778. GERARD HULST VAN KEULEN en SUZANNA MARIA COMMELIN, weduwe C. BUYS VAN KEULEN. 1778. GERARD HULST VAN KEULEN en JOHANNES VAN KEULEN.
GERARD HULST VAN KEULEN.	1779—1801, na 1788 met GERARD VAN KEULEN.
Weduwe GERARD HULST VAN KEULEN.	1801—1810. ANNA HENDRINA CALKOEN, weduwe GERARD HULST VAN KEULEN. 1810—1823. JOHANNES GERARD HULST VAN KEULEN VAN DE VELDE. 1823—1840. J. STAATS BOONEN. 1840—1863. JACOB SWART. 1863—1885. JACOB SWART JR.

B. V. § 13, blz. 51. A. 14, blz. 61. Het werk »de Stelkonstige Reeckening van den Regenboog. 1687 's Hage. 4⁰", is niet van CLAAS JANSZ. VOOGHT, maar van B. DE SPINOZA, zie Bouwstoffen N⁰. 24.

Men verhaalt dat LEIBNITZ het te vergeefs zocht, en meende, dat SPINOZA zelf de oplaag had verbrand. Onze beroemde bibliograaf FRED. MULLER vond een exemplaar in de Kon. Bibliotheek te 's Hage: en dit werd door de Professoren J. VAN VLOTEN en J. P. N. LAND afgedrukt in de »Opera B DE SPINOZA quotquot reperta sunt. 's Hage 1881, 1882. II Vol. 8⁰."

B. XIII. § 6, blz. 262, reg. 19. Van dit werk verscheen er later een derde druk bij BLAEU te Amsterdam met den-

zelfden titel, als in Aanteek. 9 beschreven is, en met hetzelfde aantal bladzijden. Alleen is de vignette hier eene Sphaera armillaria tusschen twee beelden, met het onderschrift »INDEFESSUS AGENDO". En daaronder

*) Amstelodami || Ex Typographia BLAVIANA. MDCLXXXIII ||. *Sumptibus societatis.*

N. B. IV, blz. 346, reg. 9. Op behoorlijke plaats is nog in te lasschen

1714. Amsterdam. 8⁰. 7. H. DESAGULIERS.

1737. Rotterdam. D. KRUYK. Gronden der Navigatie.

N. B. IV, blz. 346, reg. 25. 1832 *lees:* 1872.

N. B. IV, blz. 346, reg. 26. De gegeven datum 27 April 1696 is niet het geboortejaar, maar het sterfjaar van CLAAS JANSZ. VOOGHT.

Boekenlijst, blz. 374, reg. 24. Amsterdam 1676. 8⁰. *lees:* Amsterdam 1696. 8⁰.

NALEZINGEN

OP DE

BOUWSTOFFEN N°. XVIII—XXX VOOR DE GESCHIEDENIS

DER

WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

B. beteekent „Bouwstoffen N°." *A.* beteekent „Aanteekening".

B. XIX, § 13, blz. 25, reg. 22—24. Naar deze opgave uit het Album Academicum Lugduno-Batavum zoude CRUQUIUS één jaar jonger geweest zijn dan hij werkelijk was.

B. XX. § 3. Van deze drie boekjes, beschreven in § 1—3, is door de zorg van de Heeren BRILL te Leiden eene photographische reproductie verschenen in het jaar 1886, waarvan er slechts een 80tal afdrukken getrokken zijn.

B. XXI. § 5, blz. 60. Uit het privilegie, voorkomende in het werk van Noot 34, blijkt, dat CLAES HEYNDRICSZ GIETERMAKER vóór 17 Juli 1668 is overleden.

B XXV. § 11. A. 18. Van »the Haven-finding Art" bestaat ook eene uitgave van 1647: zie het volgende werk.

1. *Certaine* || ERRORS IN || NAVIGATION, || *Detected and Corrected* || *By Edw. Wright* || *with* || *Many additions that were* ||

not in the former edi- || *tions as appeareth* || *in the next* || *pages* || *Printed by Felix, Kingstō ad London.* 1610. 4°.

Deze titel is gegraveerd: daaronder eene wereldkaart in Mercatorsche projectie: op zijde en boven negen zeevaartkundige instrumenten.

Verso van den titel en volgende bladzijden bevatten: »Additions to this edition that were || *not in the former*" (19 in getal). Daarop weder dezelfde titel. Dan THE EPISTLE DEDICATORY, opdracht aan den Prins van Wales (17 bladz.): en daarop »THE PREFACE TO || THE READER" (24 bladz.) en »A TABLE SHEWING THE || CONTENTS OF THIS || Treatise" (6 blz.) alles ongepagineerd.

B—Ff. Blz. 1—472 het werk zelf in 40 Chapters, waarvan de 21 laatste bladzijden bevatten: »*An answere to Simon Stevin* || SIMON STEVIN his errors, in || *blaming me of error in my Tables* || *of Rombes.*"

In the Preface behandeld hij zijn twist met JODOCUS HONDIUS, die hem beschuldigde, dat hij uit Mercator en Hondius zelven gestolen had; en met SIMON STEVIN, die beweerde, dat er in zijne Tables of Rhumbs fouten van 2 ja van 12 minuten voorkwamen.

Met doorloopende signatuur Gg—Oo, maar nieuwe pagineering blz. 1—122, volgt de Treatise of the »*Art of Navigation*" met 4 blz. CONTENTS, ongepagineerd.

Dan Pp (16 bladz. ongepagineerd) bevat »An Addition touching *the varia-* || *tion of the Compasse.*"

2. Dezelfde gegraveerde titel als hiervoor, met het onderscheid slechts van drukker »London. || *Printed by* JOSEPH MOXON. || and sold at his Shop at the Atlas on Corn-hill. 1647. 4°."

Verso van den titel wit; Addition (20) 2 blz. Daarop »Epistle Dedicatory to the *Worshipfull* || Captain *Thomas Whatstone* || door den uitgever *Joseph Moxon*," waaruit blijkt dat dit de derde uitgaaf is, en dat EDWARD WRIGHT overleden was (2 blz.): THE PUBLISHER TO THE READER (3 blz.) 2 blz. wit. Alles signatuur A.

Nu komt het vorige terug: »The Preface to the || Reader" (16) blz. signatuur B, C. Alles ongepagineerd.

D—Hh. Blz. 1—274, het werk als voren.

Ii—Yy. Blz. 1—110, the whole Art of Navigation, als voren.

Aaa—Ccc. Blz. 1—20. »The || haven-finding Art || OR || *The way to find any* Haven *or place appoynted* || *at* Sea || ", de vertaling van het werk van SIMON STEVIN.

B. XXV. § 19. Hierbij moet nog gevoegd worden het volgende werk:

CVRRVS VELIFERI ILLVSTRISSIMI PRINCIPIS MAVRITII VOLITANTES DVABVS HORIS SCHEVERINA PETTEMVM AD QVATVORDECIM || MILLIARIA HOLLANDICA, QVAE SINGVLA IVSTAE HORAE ITER EXCEDUNT

Dit is de titel van een plaat, uit drie vellen bestaande, breed 124 cM. en hoog 68 cM. Links boven is een schild waarop men leest:

Ichnographia velà voli Currus Illustrissimi Principis Mauritij Principis Orangiae, Comitis in || *Nassau, Catzenellebogen, Vianen, Meurs, Marchionis Verae, Vlissingae, Gubernatoris & Capita-* || *nei Generalis &c. quo curru interdum utitur, quum secundum litis marinum expatiari lubet, in* || *quo sedentes viginti octo viri, duarum horarum spatio quatuor decim Hollandica Milliaria, vi-* || *delicet a Scheveringa Pettemum usque confecerunt, tanta velocitate, ut ab ys quod obvios habebant* || *agnosci nequirent: quemadmodum testari poterunt Imperatoris Legatis alyque Magnates Galli,* || *Angli, Dani & aly, qui eo vecti sunt, atque adeo ipse Arragonis Admirans Dn. Franciscus de* || *Mendosa, ordinum tum captivus: nec ullus equus quamtumvis celer, longe spatio cursu aequare* || *potuit, quod sane admiratione dignum est. Huius currus inventor Simon Stevinus.*

Rechts boven aan staat weder in een schild:

Le Chariot vollant du Tresillustre Prince Maurice Prince natif d'Orange. Conte de Nassau, Catze- || *nellebogen, Vianen, Meurs, Marquis de Vere, Vlissingen, Gouverneur & Capitaine General &c. duquel* || *Chariot il se sert aulcunefois pour aller le long du bord & plage de la Mer. et estant charge de* || 28. *personnes a faict en lespace de* 2 *heures* 14 *lieves, de Hollande*

de chemin, a scavoir de Scheveringe || jusques a Pettem, de telle vistesse qu'il estoit impossible que ceulx qui estoient dessus fussent recognues || par ceux qu'ils rencontrerent, comme pourront tesmoigner les Ambassadeurs de L'Empereur, & grands || Seigneurs de France, Angleterre, Dennemarck & autres qui ont este dessus & mesme l'Admirante Don || Francisco de Mendoza prisonnier, de sorte que nul Cheval pour Viste qu'il courrut, ne l'eut sceu longuement || suivre, chose digne de veoir ainsi que demonstre la figure. Le Sr Simon Stevin a esté l'inventeur.

Onderaan op de plaat ligt een steen, waarop gebeiteld is: HUNC SUUM MAXIMO ET || ILLVSTRISSIMO PRINCIPI MAVRITIO || NASSOVIO VELIVOLUM CURRUM ITA || DEPICTUM DICO SACROQVE IACOBUS || GEINIUS.

Een strook onder aan de plaat, bevat acht kolommen tekst, waarvan 2 latijn, 3 fransch, 3 hollandsch, en een figuur. De hollandsche tekst luidt aldus:

»Sijn Excell. Graef Maurits kunst-rijcke
WINDT-WAGENS."

Welcke wagens in de tijdt van twee uren, 14 *mijlen weeghs hebben gepasseert: || Daerinne saten eenighe van den Hollandschen Adel, mitsgaders noch andere uytheem- || sche groote Heeren, tot het getal van* 28 *Persoonen.*

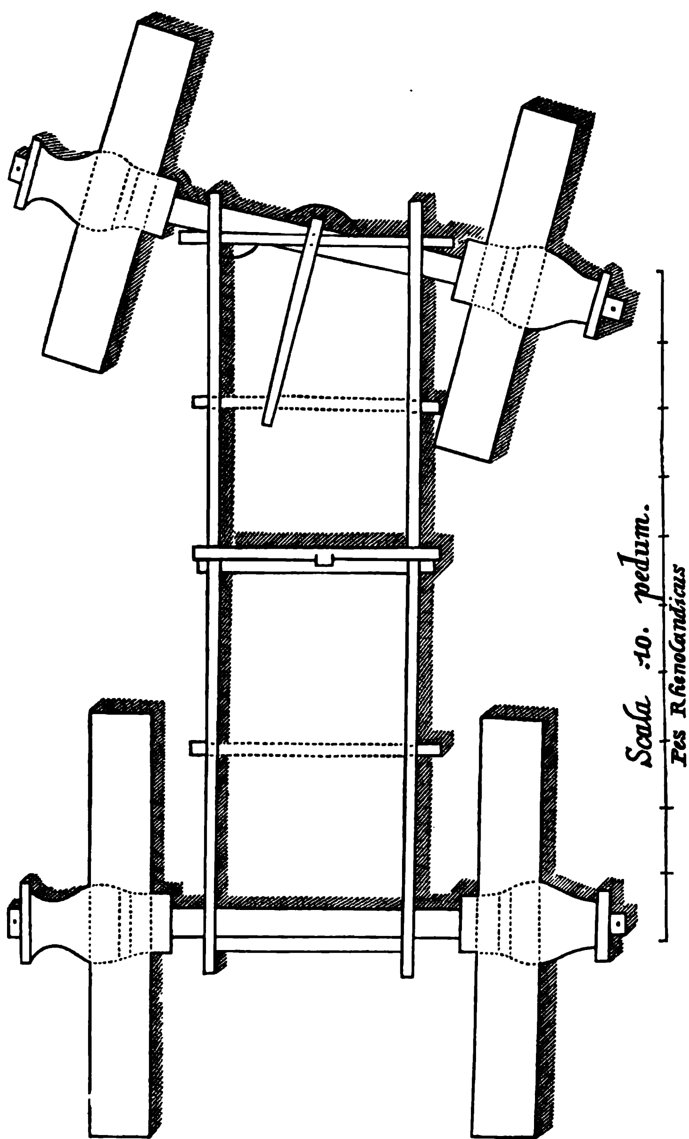
So ick van de Hollanders hare langduerige Voya- || gien, die sy by der Zee gedaen hebben, in verre || ghelegene en onbekende Landen, wilde verhalen, || daer en soude sich niemandt seer over verwonde- || ren; Maer begin ick eens te seggen van hun zey- || lende Wagens over Landt en Sandt, daer sal een || ieder als verbaest voor staen, en veele (die niets || en gelooven, dan wat sy selfs sien) sullen het maer || voor een praetjen houden, en geen geloof daer toe || voegen: Doch en kan d'ongeloovigheyt van on- || wetende Menschen, de aerdige en treffelijcke vonden der verstandighen || geensins tot niet maken; maer ter contrary maeckt, datse van de kloeckste || verstanden des te hooger geacht worden: den welcken ick deese Waegens || met een korte beschrijvinge derselver, toe-eygene en addressere. Welcke || Wagens ons billick stoffe geven daer wyders van te schrijven.

Aengaende de Wagen daer Sijn Excellentie in sat, en de

gestalte van dien, || denckt niet dat ick U die af teeckenen sal: dat heeft de vermaerde schilder || JAQUES DE GHEYN soo aerdigh verricht, dat sulcks (onder correctie) by nie- || mant en sal verbetert worden. Het sal my genoech zijn, UE. de reyse te || beschrijven die dese Wagen gedaen heeft, en voorts u de voornaemste Persoo- || nen die daer in saten, bekent te maken.

Daer is een Zee-dorp dicht by den Haghe, genaemt Schevelingen al- || waer dese Wagen gereet stondt op de Zeestrandt, verwachtende met een || Zuyd-ooste windt d'aenkomste van den weyt-vermaerden en Doorluchti- || ghen Graef Maurits van Nassou, dewelcke aldaer eyndelijck quam, verge- || selschapt met de Broeder van den Coningh van Denemarcken, en Graef || Hendrick van Nassouw, met noch eenighe andere Hoogduytsche Hee- || ren. Houdt het my ten goede, dat ick niet eerst voor al en noeme Monsieur || de Busenval, Ambassadeur van den Alder-Christelijcksten Coninck van || Vranckrijck, aen de Heere Staten van Hollandt, weet dat wy hier in Hol- || land schrijven, alwaer sijn Excellencie den voortocht heeft: maer om my || niet te moeyen met de saken van precedentie ofte preferentie (daer ick noyt || op gestudeert en hebbe) sal ick in mijn voornemen voort-varen. Aldaer || waren nevens eenighe Engelsche Heeren, oock den Admirante van Arragon, gevangen in den slach by Nieupoort, waer by licht af te meten is, hoe || redelijck en medeogent de H.H. Staten haere gevangenen tracteeren, in || somme, daer waeren op de Wintwagen in alles 28 Persoonen.

Sy verkooren tot dit werck een Zuyd-ooste wind, en traden op de Wagen || aen de strand, daer de Zee ons vant Coninckrijck Engeland is scheydende: || voor het Dorp Schevelingen, ongheveer een mijl weeghs van den Haege, of- || te 't Hof van Hollandt leggende; geseten zijnde, nam syn Excel. het Roer || in de hand, en vierden het zeyl: met soo dreef de wint de Wagen met sulc- || ken snelligheyt voort, dat het niet scheen te rollen, maer te vliegen, en naeuw- || licks hadmen het gesien, of dadelijck was het weer uyt het oogh. Ende in cor- || ten tijdt voor het oude Dorp Catwijck,


Scala .10. pedum.
Pes Rhenolandicus

alsoo genaemt van de Catti, ofte de || oude Hessische volckeren, van waer het schijnt wy onse afkomste moeten || gehadt hebben; en aldaer ligt ook het oude verdroncken Casteel, bij de Hol- || landers geheeten het Huys te Britten.

Korte daer aen quam hy tot Noordwijk, de geboorteplaetse der 2 beroem- || de Poëten onder de Geleerden bekent met de naem van Dousa, daer nae tot || Santvoort, van daer tot Wijck op Zee, ende soo voort tot Egmond in Zee || een Zee Dorp, alsoo genoemt van hun weyt-beroemde Landtsheeren, de || Graven van Egmondt. Eyndelick quam de Wagen aen de plaets het Honds- || bosch geheeten, alwaer de Zee sulcken geruys maeckte, dat het niet te gelo- || ven en waer, soo de ondervindinge daer van geen blijcken dede. Doch is || nu ter tijdt verlaten, en met een swaren vlacken Sanddijck de zee afge- || keert, tot behoudenisse van Hollandt. Aldaer ten eynde light het Dorp Pet- || ten, alwaer-men kleyne, doch seer delecate Muffeltjes vindt. Ende ter rech- || terhand dichterby, light de Syp, een Landt, de Zee ontweldight, en met || dijcken bewaert. Niet verre van daer volghen de Dorpen het Ooge, ende || Huysduynen. Tot Petten voornoemt daer bleef de wagen, haer loop vol- || eyndight hebbende, zijnde een Spatium van 14 Mijlen weegs, welcke wech || desen Landt-looper ofte Wint-wagen in twee uren afgelopen heeft. En 'ken || weet niet of een Roof-vogel naer sijn aes vliegende, snellicker soude konnen || voort schieten, als dese Waghen dede.

De Paerden, die te Post de Waegen volgen wilden, schooten te cort: de || Postillon des wints dreef den selven met sulcken gewelt voort, dat het 's men- || schen ooghe ontgingh. Een mael, tot kortswyl en om den Heeren een pots || te doen, stierden syn Excellentie de Wagen in zee, waer over vele sich dap- || per ontsetteden; maer subijt het roer gewent zijnde, quam de Wagen weer || op strandt, en vloot syn oude kours. Soo dat de toesienders op strand, en in- || sonderheyt die onverwacht dit doen saghen, kosten hun ooghen qualijck || geloof geven, soo vloogh de Waghen hun voor by.

Daer zijn ontallijcke veel Menschen die dit alles wat ick

int korte ver- || haelt hebbe, konnen betuygen: derhalven wilt niet meer een Leeser, maer || een beschouwer en kooper wesen van 't werck. Siet aen het Conterfeytsel || dat u den Schilder met sijn penceel, en Plaet-snijder met sijn graefyser heeft || gemaeckt, en siet eens of ghy de kunst kunt naspeuren, en Meester worden. || Neemt voor lief aen, 'tgene wy u presenteren, met alsoo goede affectie, als || wy wenschen dat het van u mach aengenomen worden, en vaert wel".

Daarnaast volgt nu de figuur in platten grond met het opschrift »Het Fondament der bovenghestelde seylende Waghens, van sijn vorstelicke Gn. || Graef Maurits van Nassauw, gheinventeert door || Symon Stevin."

Die platte grond staat tusschen vier bouwmeesters, en daaronder

»*Scala* 10 *pedum* || *Pes Rhenolandicus*",

terwijl onder aan de plaat

„Men vintse te coop tot Amstelredam by Claes Jansz. Visscher/ woonende in de Calverstraet/ in de Visscher/ 1652".

B. XXVIII, § 1. A. 8, blz. 362, reg. 6. Van deze plaat bestaan twee uitgave.

De eerste, berustende in de Bibliotheek van het Friesch Genootschap, is:

Een plaat in plano, bevattende twee vellen. Rechts en links zijn twee strooken met de standen van de aarde en de zon, waarbij het overeenkomstige stuk van den dierenriem, links voor de maanden September—Februarius, rechts voor die Martius—Augustus. Daarbinnen twee andere strooken, die voor iedere maand drie figuren geven, bestaande uit eene ellips en concentisch cirkeltje, denkelijk de aarde met de baan der maan.

De middenstrook is volgens de hoogte in tweeën gedeeld: de onderste helft is wit. De bovenste heeft tot titel op een gebogen lint:

VENTOS ET VARIUM COELI PRAEDIXERE MORUM || CURA SIT. *Virgil. Geor.* 1 || *DOMINICI J. BOTHNIA A. BURMANIA NOB FRIS.* || *Hypothesis et Methodus Nova* || *Ratiocinandi De More Coeli*

etc. || *Cum utile ad materiae cognitionem conducente Isagoge.* ||

Daaronder een stuk van den dierenriem met 3 zonnen in het teeken. Steenbok, Ram en Weegschaal, Kreeft, die hare stralen schieten naar de aarde, die in het middelpunt van den dierenriem staat; ter wederzijde twee onderscheidene maanbanen met hare vier schijngestalten. Onder den dierenriem staat »NEC FRUSTRA SIGNORUM OBITUS SPECULAMUR ET ORTUS"; boven de aarde »IPSE PATER STATUIT QUID MENSTRUA LUNA MONERET".

Op de andere, in mijn bezit, komen de beide dubbele zijstrooken voor, ook het lint met het opschrift en het stuk van den Dierenriem, maar daartusschen staat een hollandsche titel:

NIEUWE MANIER || En onderstellinge van Redeneeringe over het weêr. || Met eene korte aanwyzinge van uitlegginge ter zaake dienende || Opgestelt door den H.E.G. || D. J. BOTHNIA VAN BURMANIA.

Hier is de onderste helft niet wit gelaten; maar luidt dus:

»De twaalf Gesteltheden van de Aarde tot de Zonne, voor zooveel Maanden van het Jaar, wor- || den hier voorgestelt, en vermidts de schikking van het Werk zulks medebrengt hebben wy || dezelve, met haare Aanmerkingen, van den Herfst begonnen, gelyk hier neffens te zien is. ||

Nademaal de pooginge, vloedt des Luchts, en het Weêr voornamentlyk afhangt van de verscheide ge- || steltheit der Aarde tot de Zonne, en van de verscheide afwykingen haarer straalen van ons, zoo is het dat de || Zon in de maandt September, in, en omtrent den Evenaar verkeerende, en het Zuiden en Noorden even na || de Lucht of den Hemel gemeenlyk zeer twyfelachtig maakt; waar door wy somtydts warmte gevoelen, en || de partyen wederzyds aandringende, Regen, Donder, Westelyke en Zuidelyke winden tegen elkanderen || worstelen, in het Noorden dagelyks meer en meer ontsluipen. ||

Als de Zon nu in October in het Zuiden van den Evenaar, het lang verdachte Vaderlandt der Plasregenen, || is ingegaan, zoo verschaft zy, met haare nu al zeer Zuidelyke

straalen, aan ons Frieslandt, de Zuidelyke lucht, || met de daar in hangende waateren; en overzulks, de tegenstrydige party zich noch dikwils vertoonende, || veel regen; de Lucht dan in dezen en den voorgaanden tydt, op de gedachte wyze, gezuivert zynde, en het || Zuiden en Noorden als afgemat, zoo komen de Oostelyke winden, die voor eene natuurlyke pooginge gehou- || den worden (de hinderpaalen nu wechgenomen zynde) voor den dag, en ook de Noordelyke, door eenige || Noordelyke kracht, in deze hunne Gewesten, zoo lang de Lucht niet weder met dampen bezwangert is. ||

Totdat de zon in November meer naar het Zuiden afhellende, die winden en regen als Hemel en Aarde || vermoeijen, en ons dan een Oorzaak van eene uitneemende hoogte der wateren zyn. ||

Als nu in December de Zon, en met haar de Zuide winden als te schuil zynde, en, door de te vooren ge- || zuiverde Lucht, veel krachteloozer zyn, als voorheen, zoo worden by ons weinig dampen opgeheven; en || die meer naar het Zuiden worden opgetrokken, vallen als ontydig neder, eer ze tot ons konnen worden over- || gevoert; waar ons de Latynen de Zuidelyke volken, dezen en den volgenden tydt, den naam van *Hyems*, van een || Grieksch woordt afgeleidt dat *Regenen* betekent, gegeven hebben; gelyk de Spaanjaardts, Portugeezen, en ande- || re Zuidelyke Volken, die mede noch hedendaags den *regentydt*, en de *regenmaanden* noemen; de straalen van de || Zonne nu als verlamt zyn, zoo komen de Koude, 't Ys, Oostelyke en Noordelyke winden, in deze hunne || Gewesten, te voorschyn, en somtydts hun ongeschonden recht by ons, en verder naar het Zuiden oeffenen ||

Het zelve mag mede van de maandt Januarius gezegt worden. ||

In Februarius komen, met de Zonne, den Evenaar zeer naderende, de Zuidelyke kracht, Winden, en Warm- || te weder te voorschyn, en, wat verder noch voortgegaan zynde, wordt men Onweêr, Regen, Sneeuw, || tekenen van een reedts zeer strydige lucht, gewaar. ||

In de maandt Maart, de Zon weder op den Evenaar, of daar omtrent verkeerende, de Westelyke winden || met de

onzydige Zonne noch aanhoudende, en de lucht hier door als twyfelachtig zynde, zoo krygen ein- || delyk de Noordelyke kracht en winden, na veele worstelingen, de overhandt; en, de Lucht in deze, en in || de volgende maandt April noch niet genoegzaam gezuivert zynde, en de straalen van de Zonne uit het Noor- || den noch niet zeer bepaalt, als mede 't overwinnent Noorden, door zynen ouden bestryder, noch niet in rust || zynde, zoo zien wy de winden, eerst zeer in de buurschap van het Zuiden, naar het Noorden hellen. ||

Tot dat eindelyk in de maandt van May, de Lucht meer gezuivert zynde, de Noordelyke kracht en win- || den met de Zon vryer zyn. ||

Het zelve mag ook van de maandt Juny gezegt worden. ||

In July, de Lucht en Aarde, door het lang verblyf der Zonne by ons, verwarmt zynde, waar door da- || gelyks veele dampen opwaarts stygen, zoo wordt daar door de kracht en stantvastigheit van het Noorden || zeer vermindert, en dikwils gedwarsboomt. ||

Om de zelve reden geschiedt zulks menigmaal in Augustus, en overzulks zyn dan dikwils de winden Zuide- || lyk en Westelyk, wankelende, en, de dampen hoog opgerezen zynde, en lang dreigende, verwekken die || Warmte, Donder, Regen en Onweêr: de traagheidt met de zwaarte der plaagen als vergolde schijnende. ||

Ten tyden der Quartieren van de Maan, is 't gemeenlyk het meeste mooije weêr, en die kracht van het || Noorden meer onbelemmert als in de niewe of volle Maan; doch de tydtsgelegenheit komt hier zeer in || aanmerkinge. ||

Voor hoe verre nu, en waarom alle de voorsz. dingen zoo zyn, en veranderinge onderworpen, kan uit || myne *Verhandelinge* breeder gezien worden. ||

Te LEEUWARDEN, || Gedruckt by FRANCOIS HALMA, Landtschaps-Drukker der Ed: Mog: Heeren || Staten van Frieslandt, 1715.

KORTE LEVENSBERICHTEN

VOORKOMENDE IN DE

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS DER WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN N^{0}. I—XXX.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.



XXI. 6. Anhaltin (Christiaan Martinii).
XII. 2. Anthonisz (Adriaan).
XXX. 8. Beeckman (Isaac).
XXX. 11. Van Berlicom (Andreas).
XXI. 7. De Bie (Alexander).
XIX. 14. Bolstra (Melchior).
XXIII. 1. Bosch (Jacob).
XXVIII. 1. Bothnia a Burmannia (Douwe Justus).
XXI. 7. Brasser (Jacob R.).
XIX. 2. Buache (Philippe).
XXI. 3. Buingha (Johannes).
XXI. 7. Cardinael (Sybrandt Hansz.).
XXIII. 9. Cellarius (Andreas).
VIII. 2. }
XXIII. 4. } Van Ceulen (Ludolf).
XIV. 12. Clavius (Christophorus).
XXIII. 4. Cops (Adriaan Jacobus).
XIX. 13. Cruquius (Nicolaas Samuel).
I. 5. 10. }
XXIII. 4. } De Decker (Ezechiel).

LIJST VAN DE BOEKEN,

BESCHREVEN OF AANGEHAALD IN DE

BOUWSTOFFEN VOOR DE GESCHIEDENIS DER WIS- EN NATUURKUNDIGE WETENSCHAPPEN

IN DE NEDERLANDEN, N°. XVIII—XXX.

DOOR

D. BIERENS DE HAAN.

B.	A.	§	
XXVIII.	10.		*R. *Andala*, Dissert. Philos. Pentas. 1712. 4°.
XXI.	46.		**C. M. Anhaltin*, Gulden Schole van den grooten Zeevaert. 1658. 4°.
	47.		*C. M. Anhaltin*, Slot en Sleutel van de Navigation. 1659. 4°.
	48.		**C. M. Anhaltin*, Oprechte Ruytcaert van de groote Zeevaert. 1659. 4°.
	4.	1.	**C. M. Anhaltin*, Half slapende Aenspraecke. 1663. 4°.
	7.	2.	**C. M. Anhaltin*, Schoolboeck van de Wijnroeyeryen. 1663. 4°.
		6.	*C. M. Anhaltin*, Konstryck Handboeckjen.
XXIII.	17.		
XIX.		4.	*Augoyat*, Aperçu histor. sur les Fortifications. 1860—64.
XXIX.	1.		*Baillet*, La vie de Mr. des Cartes. 1691. 4°.
	2.		*Baillet*, id. op. abrégé. 1693. 12°.
XIX.		4.	*Bardin*, La Topographie par les plans reliefs. 1855.

B.	A.	§	
XXI.	51.		*_A. de Bie_, Encyclopaedia mathematica. 1647. folio.
XX.	4.	4.	_W. J. Blaeu_, Het licht der Zeevaert. 1618. folio.
	5.	5, 6, 7.	_W. J. Blaeu_, Seespieghel. 1651. folio.
	6.		* _W. J. Blaeu_, De groote Zeespiegel. 1655. folio.
XIX.	1.	5.	*_M. Bolstra_, Kaart der Merwede. 1740. folio.
	6.	9.	_M. Bolstra_, Kaart der Maas. 1742. folio.
	22.		*_M. Bolstra_, Inspectie der Dijken langs de Leck. 1744. folio.
	23.		*_M. Bolstra_, Hoognoodig onderzoek. bederf der Leck. 1749. folio.
	24.		*_M. Bolstra_, Middel om zanden en slikken te verdrijven. 1754. 8°.
	25.		*_M. Bolstra_, Oorzaken der afneming van het strand. 1755. 8°.
	26.		*_M. Bolstra_, Consideratien. 1745. folio.
	27.		*_M. Bolstra_, Nadere consideratien. 1749. folio.
	28.		*_M. Bolstra_, Kortbondig vertoog. 1755. fol.
XXVIII.	1.		*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Epistola ad R. Andala. 1713. 4°.
	2.		*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Dissertatio I. Theses. 4°.
	3.		*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Uittreksel, seste en Laetste Cap. 1716. 4°.
	4.		*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Summa thesium. 1721. 4°.
	5.		*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Kort Summier.
	6.		_D. J. Bothnia v. Burmania_, Oratio Exegatica. 1725. 4°.
	7.		_D. J. Bothnia v. Burmania_, Inleydinge tot de Uytlegginge. 1725. 4°.
	8.	1.	*_D. J. Bothnia v. Burmania_, Nieuwe manier en Onderstellinge. 1725. plano.
N. B. XXVIII.		§ 1.	(same as above)
N. B. XXVIII.		§ 1.	_D. J. Bothnia v. Burmania_, Hypothesis et Methodus Nova. 1725. plano.

B.	A.	§	
XXIX.	3.		**G. van Broekhuizen*, Leven van den Heer Descartes. 1700. 8°.
XIX.		2.	*Ph. Buache*, Essai de Geographie Physique. 1752. 4°.
		2.	*Ph. Buache*, Carte Physique du Canal de la Manche. 1752. folio.
		2.	*Ph. Buache*, Parallele des fleuves. 1753. 4°.
XXI.		4.	**J. Buinga*, Fondament van Italiaens Boekhouden. 1636. 8°.
		4.	**J. Buinga*, Corte Instructie. 1636. 8°.
		4.	**J. Buinga*, Diversche Formen. 1636. 8°.
	49^b.		**S. Hsz. Cardinael*, Hondert Geometrische Questien. 1612. 8°.
XXIII.	6.		*S. Hsz. Cardinael*, id. opus. 1620. 4°.
	6^b.		**S. Hsz. Cardinael*, Tractatus geometricus. 1617. 4°.
	2.		**S. Hsz. Cardinael*, Schoolboeken van de Arithmetica. 1644. 8°.
	2^a.		**S. Hsz. Cardinael*, Id. op. 1670. 8°.
	2^b.		**S. Hsz. Cavdinael*, Id. op. 1678. 8°.
	12.		*S. Hsz. Cardinael*, Over het Wijn-roeien.
XXX.	26.		*R. des Cartes*, Lettres inédites. Par E. de Budé. 1868. 8°.
	17.		*R. des Cartes*, Oeuvres. Par V. Cousin. 1824—1826. 8°.
XIX.	4.		*R. des Cartes*, Lettres. 1657—1667. 4°.
XXIII.	19.		*A. Cellarius*, Architectura Militaris. 1645. folio.
XIX.		11.	*F. W. Conrad*, Verhandeling. 1848. 4°.
XVIII.		2, 3.	**M. C. Creszfeldt*, Arithmetica. Reeckeninge op de Linien en Cijfferen. 1557. 8°.
XIX.	9.	12.	*N. Cruquius*, 't Hooge Heemraadschap van Delflandt. 1712. folio.
•	2.	6.	*N. Cruquius*, De Rivier de Merwede. 1729. plano.
	11.		**N. Cruquius*, Loop en Plaats der Planeten. 1729. 4°.

B.	A.	§	
XIX.	4.		**N.* *Cruquius*, Aenmerckingen over de Merwede. 1731. 4°.
	10.		**N.* *Cruquius*, Tables du Lever et Coucher du Soleil. 1731. 8°.
	8.		*N. Cruquius*, Copie uit de kaart der Goedereede. 1732. 4°.
	12.		**N.* *Cruquius*, Loop en Plaats en Distantie der Planeten. 1732. 4°.
	7.	10.	*N. Cruquius*, Het Eylandt West-Voorn of Goedereede. 1733. plano.
	5.		**N.* *Cruquius*, Destructive Remarques. 1735. folio.
	13.		**N.* *Cruquius*, Aurora en Vesper. 1735. 8°.
	14.		**N.* *Cruquius*, Tegenwoordige Miswyzing der Compassen. 1738. 8°.
	15.	15.	*N. Cruquius*, Afbeeldinge van Rijnlands Waterstaat. 1740. folio.
	17.		*N. Cruquius*, Kaart van de Haarlemmer Meer. 1745. folio.
	18.		*N. Cruquius*, Kaart van de Lek. 1764. folio.
	19.		*N. Cruquius*, Kaart van de Oude Maas. 1770. plano.
	20.		*N. Cruquius*, Kaart van de Nieuwe Maas. 1772. folio.
	3.	7, 8.	**N.* *Cruquius*, Rapport van Inspectie. folio.
	16.		*N. Cruquius*, Afbeeldinge van Rijnlands Waterstaat. folio.
	20.		*N. Cruquius*, De vier Ambachtspolder. folio.
XXIII.	6^{c}.		**J. Psz. Dou*, Tractaat eens mathematische Instruments. Amst. 1620. 8^{o}. *Zie verder *Sems.*
	15^{e}.		**C. F. Eversdijck*, Tractaet van de Wynroede. 1643. 4^{o}.
	15^{a}.		*C. F. Eversdijck*, Pacht-tafelen. 1649. 4^{o}.
	15.		**C. F. Eversdijck*, Tafelen van de Wannemate. 1655. 4^{o}.

B.	A.	§	
XXIII.	15^b.		*C. F. Eversdijck, Tafelen van Interest. 1663. 4^o.
	15^c.		*C. F. Eversdijck, Appendix der Interest-Tafelen. 1663. 4^o.
	15^d.		*C. F. Eversdijck, Paste-Boeck van den Broode. 1663. 4^o.
	20.		J. Faulhaber, Geometria et Mechanica. 1630. folio.
XXII.	9.		Gemma Frisius, Cosmographie. 1609. 4^o.
	9^a.		*Gemma Frisius, id. opus. 1539. folio.
XXIII.	18.		*Ad. Fritach, L'Architecture Militaire. 1657. folio.
	18^a.		Ad. Fritach, id. op. second livre. 1639. folio.
	18^b.		Ad. Fritach, id. op. trois. livre. 1639. folio.
XXI.	33.		*C. H. Gietermaker, 't vergulde Licht der Zee-vaert. 1660. 4°.
	40.		*C. H. Gietermaker, Wederlegginge van Pieter Karsseboom. 1661. 4°.
	41.		*C. H. Gietermaker, Arithmetica ofte Reken-konst. 1661. 8°.
	42.		*C. H. Gietermaker, id. op. IIe Deel. 1662, 1663. 8°.
	43.		*C. H. Gietermaker, Almanach 1662—1700. 1662. 4°.
	3.	1.	*C. H. Gietermaker, Den Amsterdamschen Geometrischen Brilmaecker. 1663. 4°.
		5.	*C. H. Gietermaker, Driehoeksreekening. 1665. 8°.
	44.		*C. H. Gietermaker, De drie Boecken van Onderwijs der Navigatie. 1666. 8°.
	45.		*C. H. Gietermaker, Aenhangh op Onderwijs der Navigatie. 1666. 8°.
	34.		*C. H. Gietermaker, 't Vergulde Licht der Zeevaart, door Fr. van der Huips. 1671. 4°.
	34^a.		*C. H. Gietermaker, Nieuwe konstige Tafelen. 1671. 16°.

B.	A.	§	
		5.	*C. H. Gietermaker*, 't Vergulde Licht der Zeevaart, door *D. Rembrantz. v. Nierop.* 1683. 4°.
	35.	5.	**C. H. Gietermaker*, id. op., door *J. Sikkena.* 1697. 4°.
	39ª.		**C. H. Gietermaker*, De Tafelen der Sinussen. 1702. 4°.
	39.		**C. H. Gietermaker*, 't Vergulde Licht der Zeevaart, door *F. van der Huips.* 1705. 4°.
	35.		**C. H. Gietermaker*, id. op., door *J. Sikkena.* 1707. 4°.
	36.		**C. H. Gietermaker*, id. op., door *C. P. Stuurman.* 1725. 4°.
	37.		**C. H. Gietermaker*, id. op. 1742. 4°.
	38.		**C. H. Gietermaker*, id. op. 1774. 4°.
		5.	**C. H. Gietermaker*, 't Vermaeck der Stuurluyden.
		5.	*C. H. Gietermaker*, 't Vergulden Lichts Vermeerdering.
		5.	*C. H. Gietermaker*, Tractaatje van 't Italiaens Boeckhouden.
	8.		**A. de Graaf*, De Nieuwe Ruytkaart. 1657. 4°.
	9.		**A. de Graaf*, De seven Boecken van de groote Zeevaert. 1658. folio.
	10.		**A. de Graaf*, De Starrekonst. 1659. 4°.
	11.		**A. de Graaf*, Redeneering wegens 't vinden van Oost en West. 1659. 4°.
	12.		**A. de Graaf*, Vier Boecken van de Driehoeksmeetinge. 1659. 4°.
	13.		**A. de Graaf*, Principia Arithmeticae. Rekenkonst. 1662. 8°.
	2.	1.	**A. de Graaf*, Ontleding van den Bril. 1663. 4°.
	17.		**A. de Graaf*, Beginselen van de Algebra of Stelkonst. 1672. 4°.

B. A. §

18. *A. de Graaf*, De geheele Mathesis of Wiskonst. 1676. 4°.

20. *A. de Graaf*, De kleine Schatkamer. 1680. 8°.

20[a]. *A. de Graaf*, Tabulae Sinuum. 1680. 8°.

22. *A. de Graaf*, Instructie van 't Italiaans Boeckhouden. 1688. folio.

23. *A. de Graaf*, id. opus. 1693. folio.

19. *A. de Graaf*, De geheele Mathesis of Wiskonst. 1694. 4°.

14. *A. de Graaf*, Wiskonstige Arithmetica. 1696. 8°

14[a]. *A. de Graaf*, Exemplaar-Boekje van de Arithmetica. 1696. 8°.

21. *A. de Graaf*, De kleine Schatkamer. 1703. 8°.

28. *A. de Graaf*, Inleiding tot de Wiskonst. 1706. 4°.

29. *A. de Graaf*, Analysis of Stelkonstige Ontknoping. 1706. 4°.

21[a]. *A. de Graaf*, De Tafelen der Sinuum. 1707. 8°.

21[b]. *A. de Graaf*, Tafel der voornaamste Zeeplaatsen. 1707. 8°.

30. *A. de Graaf*, De vervulling van de Geometria en Algebra. 1708. 4°.

4. *A. de Graaf*, Kleine schets van 't Boekhouden. 1711. 4°.

4. *A. de Graaf*, Proportie van de cirkelomtrek. 1714. 4°.

4. *A. de Graaf*, Memoriael van 't Boekhouden.

27. *A. de Graaf*, Instruction pour Livres en parties doubles. Par *P. F. Chicot.* 1718. folio.

32. *A. de Graaf*, Formulaire d'un Journal et Grand Livre. Par *P. F. Chicot.* 1718. folio.

B.	A.	§	
	31.		**A. de Graaf*, Kleine schets van 't Italiaansch Boekhouden. 1728. 8°.
	24.		**A. de Graaf*, Instructie van 't Italiaans Boekhouden, door *Chicot*. 1728. folio.
	15.		**A. de Graaf*, Exemplaarboekje van de Arithmetica, door *A. van Dam*. 1761. 8°.
	16.		**A. de Graaf*, Appendix op 't Exemplaarboekje, door *A. B. Strabbe*. 1761. 8°.
	25.		**A. de Graaf*, Instructie van 't Italiaans Boekhouden, door *Nic. Struyck*. 1796. folio.
	26.		**A. de Graaf*, Het Boekhouden gejournaliseerd, door *N. A. Vestieu*. 1806. folio.
XIX.	3.	7, 8.	**'s Gravesande*, Rapport. 1730. folio.
XXV.	19.	12.	**A. Hayen*, Een corte onderrichtinge. 1600. 4°.
XXIII.	16.		**Th. Hoen*, Natuerlycke Astrologye. 1659. 8°.
	23.		**J. Ph. Holwarda*, Friesche Sterre-konst. 1652. 8°.
XXV.	12.		**V. Hotman*, Last en Waerdigheyt eenes Ambassadeurs. 1646. 12°.
XXIII.	4.		**D. van Houcke*, Cijffer-boeck. 1676. 8°.
	21.		**J. Hudde*, Twee Brieven. 1659. 4°.
XXII.	7.		**R. Hues*, Tractaet der Globen. 1597. 4°.
	7^a.		**R. Hues*, Tractatus de Globis. 1617. 4°.
XXX.	29.		**Const. Huygens*, Ghebruik en Onghebruik van 't Orghel. 1660. 8°.
XXII.	5.		*B. Evertsz. Keteltas*, Het Ghebruyck der Naeld-vviisinge. 1609. 4°.
XXIII.	10.		*A. J. Kops*, Practyck der Stierluyden. 1659. 4°.
XXI.	57.		**C. J. Lastman*, Konst der Stuurluiden. 1675. 4°.
	57^a.		**C. J. Lastman*, Aenhangh op Konst der Stuurluiden. 1675. 4°.
	6.	2.	**C. van Leeuwen*, School-boeck der Wijnroeyeryen. 1663. 4°.
	1.	1.	**C. van Leeuwen*, Aenhangh genaemt den

B.	A.	§	
			Bril voor de Amsterdamsche belagchelicke Geometristen. 1663. 4°.
	5.	1.	**C. van Leeuwen*, Antwoordt tegen het Laster-Boeckje van K. H. Gietermaker. 1664. 4°.
XXII.	1.	1.	**J. H. Jarichs van der Ley*, Het Gulden Zeghel des grooten Zeevaerts. 1615. folio.
	10.	3.	**J. H. Jarichs van der Ley*, 't Gesicht des grooten Zeevaerts. 1619. folio.
	12.	4.	*J. H. Jarichs van der Ley*, Voyage van 't Experiment. 1620. folio.
XIX.		4.	*J. L. Licka*, in Zeitschrift. 1880.
XXIII.	11.		*J. van Loon*, Klaar Lichtende Noort-Star. 1661. folio.
XIX.	28.		**J. Lulofs*, Kortbondig Vertoog. 1756. folio.
	53^{a}.		**S. Marolois*, Fortification ou Architecture. 1615. folio.
	53^{b}.		**S. Marolois*, Opera Mathematica. 1617. folio.
XXI.	53.		**S. Marolois*, Fortificatie. Sterckte Bouwing. 1627. folio.
XXIII.	9.		**G. Melder*, Instructie van Fortificatie. 1664. 8°.
	9^{a}.		**G. Melder*, Appendix aan de Instructie. 1664. 8°.
	25.		**N. Mulerius*, Tabulae Frisicae Lunae-Solares. 1611. 4°.
XIX.	27.		**A. Mutsert*, Nadere consideratien. 1779. folio.
	13.		*W. Raets*, Practijcque der Wijnroede.
	13^{a}.		*W. Raets*, id. op. door *M. Coignet*.
XXV.	12^{a}.		**L. Reael*, Brief aan *J. a. Walbeeck*. 1646. 12°.
XXI.	50.		**D. Rembrantsz. van Nierop*, Nederduytsche Astronomia. 1658. 4°.
	56.		**D. Rembrantsz. van Nierop*, Mathematische Calculatie. 1659. 8°.
	56^{a}.		**D. Rembrantsz. van Nierop*, Wis-konstige Musyka. 1659. 8°.
	54.		**D. Rembrantsz. van Nierop*, Des Aerdrijcks Beweging en de Sonne stilstant. 1661. 4°.

B.	A.	§	
	55.		*D. Rembrantsz. van Nierop, Tijdt Beschrijving der Werelt. 1665. 8°.
	55^{a}.		*D. Rembrantsz. van Nierop, id. opus. 1675. 8°.
	50^{a}.		*D. Rembrantsz. van Nierop, Bijvoeghsel op de Nederd. Astronomia. 1677. 4°.
	56^{b}.		*D. Rembrantsz. van Nierop, Tweede Deel op de Wis-konstige Rekening. 1686. 4°.
XXII.	4^{a}.		*H. Reyersz, Jaep en Veer of Stuermans Praetjen. 1651. 4°.
		1.	*H. Reyersz, De vaste Grondt der Loflijcker Zeevaert. 1662. 4°.
	4^{b}.		*H. Reyersz, Stuermans Praetjen tusschen Jaep en Veer. 1667. 4°.
XVIII.		1.	A. Riese, Rechnung auff der Lynchen und Federn. 1527.
XXV.	20.		*R. Robbertsz, Breeder Verklaring. 1600. 4°.
XXIII.	14.		*R. de la Rose, Meet- en Pegel-Boeck. 1639. 8°.
		3.	J. van der Schuere Menenaer, Arithmetica. 1600. 8°.
		3^{a}.	*J. van der Schuere Menenaer, id. op. 1625. 8°.
		3^{b}.	*J. van der Schuere Menenaer, id. op. 1630. 8°.
		3^{c}.	*J. van der Schuere Menenaer, Kort onderricht over Italiaans Boekhouden. 1630. folio.
		3^{d}.	*J. van der Schuere Menenaer, Arithmetica. 1643. 8°.
		3^{e}.	*J. van der Schuere Menenaer, Kort onderricht in 't Boekhouden. 1643. 8°.
XXI.	6^{f}. 49^{a}.		*J. Sems & J. Psz. Dou, Gebruyck der Geometr. Instrumenten. 1600. 4°.
XXIII.	49^{b}. 6^{e}.		*J. Sems & J. Psz. Dou, Practijck des Lantmetens. 1600. 4°.
XXI.	49^{c}.		*J. Sems & J. Psz. Dou, Gebruyck der Geometr. Instrumenten. 1612. 8°.

B.	A.	§
XXIII.	6^{g}.	**J. Sems & J. Psz. Dou*, Gebrauch der geometr. Instrumenten. 1616. 4°.
	6^{a}.	**J. Sems & J. Psz. Dou*, Practijck des Landmetens. 1620. 8°.
	6^{b}.	**J. Sems & J. Psz. Dou*, Ghebruyck der geometr. Instrumenten. 1620. 8°.
	6^{d}.	**J. Sems & J. Psz. Dou*, Practijck des Landmetens en Ghebruyck der geometr. Instrumenten. 16 ? 8°.
XXIV.	1.	**B. de Spinosa*, Stelkonstige Reeckening van den Regenboog. 1687. 4°.
	2.	**B. de Spinosa*, Reeckening van konsten. 4°.
	7.	**B. de S[pinosa]*, De Nagelatene Schriften. 1678. 4°.
XXX.	1.	**J. J. Stampioen*, Nieuwe Tafelen der Polus-hooghte. 1618. 8°.
	2.	*J. J. Stampioen*, Planum coeleste.
	9.	**J. Stampioen de Jonge*, Solutie op de Quaestie. 1638.
	10.	*J. Stampioen de Jonge*, Questie aen de Batav. Ingenieurs. 1638.
	11.	*J. Stampioen de Jonge*, Openbaring der valsche Practycken. 1638. 4°.
	14.	**J. Stampioen de Jonge*, Wiskonstige ontbinding. 1638. plano.
	15.	*J. Stampioen de Jonge*, Problema Astronomicum & Geometricum. 1638.
	3.	**J. Stampioen de Jonge*, Algebra ofte Nieuwe Stel-Regel. 1639. 4°.
	18.	**J. Stampioen de Jonge*, Dagh-Vaerdbrief. 4°.
	19.	*J. Stampioen de Jonge*, Tweeden Dagh-Vaerdbrief. 4°.
	21.	*J. Stampioen de Jonge*, Derde Dagh-Vaerd brief. 4°.
	23.	**J. Stampioen de Jonge*, Wiskonstigh Ende Redenmatigh Bewijs. 1640. 4°.

B.	A.	§	
XXX.	24.		**J. Stampioen de Jonge*, Aenhangh op het Bewijs. 1640. 4°.
	25.		**J. Stampioen de Jonge*, Vervolgh op zijn Bewijs. 1640. 4°.
	27.		**J. Stampioen de Jonge*, Verclaringe over het Gevoelen. 1640. 4°.
	4.		*J. Stampioen de Jonge*, Kaert van Schielandt. 1660. folio.
	6.		* *W. J. Stampioen*, Ephemerides sive Annalis ofte Dagelyckx Journael. 1640. 4°.
XXV.	36.	25.	**H. Stevin*, Filosofisch Bedrijf. 1667. 4°.
	37.		**H. Stevin*, Plaetboec. 1668. 4°.
	2.	2.	**S. Stevin*, Tafelen van Interest. 1582. 8°.
	3.	3.	**S. Stevin*, Problematum Geometricorum Libri V. 1583. 4°.
	1^a.	1.	**S. Stevin*, De Thiende. 1585. 8°.
	4^a.	4.	*S. Stevin*, Dialectike. 1585. 8°.
	5.	5.	*S. Stevin*, Arithmetique. 1585. 8°.
	5^a.		*S. Stevin*, La Pratique d'Arithmetique. 1585. 8°.
	7.	6.	**S. Stevin*, De Beghinselen der weeghconst. 1586. 4°.
	7^a.		**S. Stevin*, De Weeghdaet. 1586. 4°
	7^b.		**S. Stevin*, De Beghinselen des Waterwichts. 1586. 4°.
		7.	*S. Stevin*, De motu coeli. 1589.
	9.	8.	*S. Stevin*, Vita Politica. 1590. 8°.
	13.	9.	*S. Stevin*, Appendice Algebraique. 1594. 8°.
	14.	10.	**S. Stevin*, Sterctebouwing. 1594. 4°.
	15.	11.	*S. Stevin*, Havenvinding. 1599. 4°.
	16.		*S. Stevin*, Limeneuretiky. 1599. 4°.
	17.		*S. Stevin*, Le Trouve-port. 1599. 4°.
	18.		*S. Stevin*, The Haven-Finding Art. Ed. *Ed. Wright*. 1599. 4°.
XXI.	52.		**S. Stevin*, Wiskonstige Gedachtenissen. 1608. folio.

B. A. §

XXV. 21, 22. 13. *S. *Stevin*, Hypomnemata Mathematica. 1608. folio.

23. 14. *S. *Stevin*, Mémoires Mathematiques. 1608. folio.

24. 15. S. *Stevin*, Vorstelijcke Bouckhouding. 1605. folio.

25. S. *Stevin*, Livre de compte de Prince. 1608. folio.

8. 7. *S. *Stevin*, Vita politica. 1611. 4°.

27. 17. *S. *Stevin*, Castrametatio. Legermeting. 1617. folio.

27ª. *S. *Stevin*, Nieuwe Manier van sterckte-bou. 1617. folio.

29, 30, 30ª. 18. *S. *Stevin*, La Castrametation. 1618. folio.

29ª, 30, 30ª. 18. *S. *Stevin*, Nouvelle Maniere de fortification. 1618. folio.

31. 19. S. *Stevin*, Festung-Bauung. 1618. 4°.

15ª. S. *Stevin*, Haven-vinding. 1621. 4°.

4. *S. *Stevin*, Dialectike. 1621. 8°.

31ª. S. *Stevin*, Festung-Bauung. 1623. 4°.

14ª. *S. *Stevin*, Sterckten-Bouwingh. 1624. 4°.

15ᵇ. S. *Stevin*, Havenvindingh. 1624. 4°.

6. S. *Stevin*, Arithmetique. 1625. 8°.

26. *S. *Stevin*, Bericht der Calculation. 1628. 8°.

26ª. S. *Stevin*, Tabulae sinuum tangentium. 1628. 8°.

32. S. *Stevin*, Wasser-Baw. 1631. 4°.

28. *S. *Stevin*, Castrametatio Legermeting. 1633. folio.

28ª. *S. *Stevin*, Nieuwe Manier van Sterctebou. 1633. folio.

33. 20. *S. *Stevin*, Oeuvres Mathematiques. 1634. folio.

6. S. *Stevin*, Vita Politica. 1646. 12°.

34, 21. *S, *Stevin*, Materiae Politicae. 1649. 4°.

B.	A:	§	
XXV.	34^a.		*S. *Stevin*, Verrechtingen van Domeine. 1650. 4°.
	18^a.		*S. Stevin*, The Haven Finding Art. 1657. 4°.
		24.	*S. Stevin*, Grondsteen van vaste regeering.
	10.		*S. Stevin*, Vita Politica. 1684. 4°.
	35.		*S. Stevin*, Verh. van politie, finance en architecture. 1686. 4°.
		17.	*S. Stevin*, Gemeene Regel.
		24.	*S. Stevin*, Grondsteen van vaste regeering. 1754.
XXVI.			*S. Stevin*, Spiegeling der Singconst.
XXVII.			*S. Stevin*, Van de Molens.
N. B. XXV.		19.	*S. Stevin*, Currus Veliferi Princ. Mauritii. 1652. in plano.
XXII.		2.	*A. de Veen*, Gebulte Pascaert.
XIX.	26.		**C. Velzen*. Consideratien. 1745. folio.
			**C. Velzen*, Nadere consideratien. 1749. folio.
XXIII.		3.	**H. Waningen*, Tresoor van 't Italiaens Boeckhouden. 1629. folio.
			H. Waningen, 't Recht Gebruyck van 't Italiaens Boeckhouden. 1672. 4°.
XXX.	7.		**A. W. Waessenaer*, Tafelen op Winninghe. 1650. 12°.
	8.		**J. Waessenaer*, Arithmetische Practijck. 1620. 8°.
	12.		*J. Waessenaer*, Questien. plano.
	13.		*J. Waessenaer*, Aenmerckingen op den Nieuwen Stel-Regel. 1639. 4°.
	20.		*J. Waessenaer*, Antwoord op den Dagvaerd brief. 4°.
	22.		*J. Waessenaer*, Tijtraeminge. plano.
	28.		**J. Waessenaer*, Den onwissen Wisconstenaer. 1640. 4°.
XXIV.	5.		**J. de Witt*, Elementa Curvarum Linearum. 1659. 4°.
	6.		**J. de Witt*, Waerdije van Lijfrenten. 1671, in folio.

B.	A.	§	
XXIV.	6a.		*J. *de Witt*, id. op. Feestgave. 1879. folio.
XIX.	3.	7, 8.	*J. *Wittichius*, Rapport. folio.
		2.	*W. Wolkenhauer*, Zur Geschichte der Tiefen Messungen. 1879.
XX.	1.	1.	Dit is de Caerte van der Zee. 1541. 8°.
	2.	2.	Dit is de Caerte van de Suyd-Zee. 1541. 8°.
	3.	3.	Dit is die ordinancie. 1541. 8°.
N. B. XX.	3.		Reproductie der drie voorgaande werken. 1884.
XXIV.	6b.		Corte onderrichtinge. 1597. 4°.
	6c.		Aenhangh tot de onderrichtinge. 1597. 4°.
	6e.		Feestgave. 1879. folio.

NASCHRIFT

OP DE IN DEEL III BLZ. 140 EN VERVOLGENS

GEGEVENE *MEDEDEELING* BETREFFENDE VERIFICATIE VAN KILOGRAMMEN,

DOOR

J. A. C. OUDEMANS.

Op den arbeid, waarvan in de het voorgaande Deel, bepaaldelijk blz. 140—192, verslag is gegeven, berust eene onzekerheid. Bij gebrek aan het platina Standaardkilogram, dat verzegeld in bewaring was bij de Kon. Akademie van Wetenschappen, had ik, zie blz. 149, bij mijne wegingen gebruik gemaakt van het met kwik gevuld glazen kilogram, genaamd G_2, dat door de Commissie STAMKART, LOBATTO, OUDEMANS, in 1856 met het platina Standaardkilogram vergeleken was.

Hoewel nu aangenomen mag worden, dat »omtrent de onveranderlijkheid, althans omtrent het onveranderd gewicht van dit kilogram wel geen redelijke twijfel zijn kan", was het toch wenschelijk dat het geheele onderzoek besloten werd met eene herhaalde vergelijking er van met het platina Standaardkilogram; immers mijn arbeid, die veel tijd gekost had, zou zijne waarde geheel verliezen, indien na eenige jaren bleek, dat het glazen kilogram G_2 niet meer evenveel van het platina kilogram verschilde als in 1856. Deze weging herhaalde malen te Amsterdam te moeten uitvoeren, had voor mij te veel bezwaren in; maar toen nu eenmaal de Natuurkundige Afdeeling zich in de laatste Aprilvergadering vereenigd had met het advies der akademische Commissie van Standaardmeter en -kilogram, omtrent het aan de Afdeeling door den Minister van Binnenlandsche Zaken,

op verzoek van zijn ambtgenoot van Waterstaat, Handel en Nijverheid, in handen gestelde voorstel van de Rijks-Commissie, belast met het overbrengen uit Parijs van de nieuwe standaardmeters, van welk voorstel een onderdeel was, de standaarden van maat en gewicht over te brengen naar de Polytechnische school te Delft, deed ik, na uiteenzetting der daartoe leidende overwegingen, aan laatstgenoemden Minister het voorstel »'s Konings toestemming te verzoeken om het bij de Kon. Akademie van Wetenschappen in bewaring zijnd platina Standaardkilogram te ontzegelen, met in achtneming der vormen, omschreven in Art. 2 van het Kon. Besluit van 16 November 1871, N°. 20, en mij verder te vergunnen daarmede het gebruikte glazen kilogram te vergelijken". Maar ik voegde er bij: »Deze vergelijking wenschte ik, zoo eenigszins mogelijk, bepaaldelijk te doen in de opzettelijk ingerichte weegkamer van het Physisch kabinet te Utrecht; de groote balans van den Heer OLLAND, aldaar aanwezig, waarmede ook al mijne verificaties zijn geschied, is, zoowel wat wijze van opstellen (op eene tafel, die, midden in eene kamer, op geïsoleerde fundamenten rust), als wat nauwkeurigheid aangaat, te verkiezen boven de balans van BECKER, bij de Kon. Akademie van Wetenschappen aanwezig, en het vereischt geen betoog, dat in den tegenwoordigen tijd het transport van Amsterdam naar Utrecht en terug, waarvoor ik mij overigens verantwoordelijk stel, geen bezwaar hoegenaamd uitmaakt, terwijl de vergelijking der genoemde gewichten, die op verschillende dagen dient herhaald te worden, in mijne woonplaats zelve uitgevoerd, geene reis- en verblijfkosten veroorzaakt. Indien de thans aanhangige overplaatsing der standaarden van maat en gewicht naar Delft haar beslag mocht krijgen, zou de terugbrenging naar laatstgenoemde plaats kunnen geschieden".

Nadat het door den Minister hieromtrent bij de Afdeeling ingewonnen advies gunstig geluid had, had ingevolge machtiging van den Minister van Waterstaat enz. de ontzegeling van het kilogram plaats op den 27sten Mei jl. door den Heer DE MAREZ OYENS, daartoe door den Minister van Waterstaat aangewezen, tegenover den Secretaris der Natuur-

kundige Afdeeling en mijzelf, als Commissie ad hoc door den Voorzitter benoemd. Van de ontzegeling en het ongeschonden bevinden van het platina Standaardkilogram werd proces-verbaal opgemaakt.

Toen nu dit kilogram door mij naar Utrecht was overgebracht, ontving ik van mijn ambtgenoot Buys Ballot ook de vergunning, de wegingen op het Physisch Kabinet te vervolgen. Ik had mij voorgesteld, tien vergelijkingen van het glazen kilogram G_2 met het platina Standaardkilogram, dat wij voortaan weder P zullen noemen (zie blz. 184), te verrichten, ten einde omtrent het verschil nu de noodige zekerheid te verkrijgen.

Al dadelijk wachtte mij een langwijlige voorloopige arbeid. Voor het verrichten van dergelijke wegingen, als waarvan hier sprake is, heeft men namelijk goed geverifieerde gewichtjes noodig om de verschillen, die twee gewichten in de lucht met elkander schijnen te bezitten, en die gewoonlijk nog geen 100 milligrammen bedragen, nauwkeurig te bepalen. Maar het voor Indië bestemd stel milligramgewichten, dat ik vroeger geheel geverifieerd had, en dat ik voor dat doel gebruikte, was verzonden, en daar er op het Physisch Kabinet geen geverifieerd stel voorhanden was, en ook de Heer Olland een dergelijk stel niet bezat, schafte ik mij een nieuw stel gewoon, d. w. z. niet met de uiterste zorg geverifieerd, maar toch geijkt stel aluminium-milligramgewicht aan, en verifieerde dit met alle zorg. Ten einde niet weder geheel van het kilogram te behoeven af te dalen, nam ik het standaard-gram van den Heer Olland, dat naar zijne verzekering zeer nauwkeurig was, tot grondslag aan. Het stel moest te samen één gram wegen, en bestond uit de 12 gewone stukken, d. w. z. 500, 200, 100, 50, 20, 10, 10, 5, 2, 2 en 1 milligram. Het gewicht in milligrammen was op elk stuk in cijfers gestempeld. Ter aanduiding der gewichtstukjes zelve heb ik deze cijfers tusschen haakjes gebruikt, en een van de dubbel aanwezige stukken, nl. dat, hetwelk ik voorzien had van een ingestempeld lijntje onder het cijfer, door een accent onderscheiden.

Het bleek al spoedig, dat, als het standaardgram van

den Heer OLLAND goed was, al de milligramgewichten bij elk ander 3 tot 4 milligram te zwaar waren, zoodat voor de vergelijking van het geheele stel tegen het genoemde standaardgram, dat wij vooronderstellen juist te zijn, en dus 1000 zullen noemen, de beide stukken (2)' en (1) van het stel moesten afgenomen worden. Voor de weging werd de essaaibalans van het Physisch Kabinet te Utrecht aangewend, waarvan 1 deeltje overeen kwam ongeveer met 0,13 mgr. De schaal van deze balans had haar nulpunt in het midden, maar om geene negatieve aflezingen te verkrijgen, had ik er eene zorgvuldig bewerkte papieren verdeeling over gehangen, waar zich het nulpunt aan het rechteruiteinde bevond. Bij elke weging werd 4 maal omgelegd, werden dus 5 stel aflezingen gedaan, en voor elk stel vijf uiterste standen der naald waargenomen, dus in het geheel 25. Is de m. f. van elke aflezing van een uitersten stand der naald $= m$, dan is de m. f. van het resultaat van zulk eene weging $= \frac{5}{24} m$.

Bij gebrek aan een standaardmilligram nam ik het stukje van het stel (1), als eenheid aan. Dit werd ook uitsluitend gebruikt om de gevoeligheid der balans te bepalen. Stellen wij kortheidshalve:

$$(200) + (100) + (100)' + (50) + (20) + (10) + (10)' + (5) + (2) = a$$
$$(50) + (20) + (10) + (10' + (5) + (2) + (2)' = b$$
$$(5) + (2) + (2)' + (1)' = c,$$

dan geven de wegingen:

14 Juni	(500) + a	= 1000 + 0,438 (1),	
15 »		= 1000 + 0,446 (1),	
gemiddeld:	(500) + a	= 1000 + 0,442 (1),	
	(500) — a	1,348 (1);	

hieruit

$$(500) = 500 + 0,895\,(1),$$
$$a = 500 - 0,453\,(1).$$

Verder :

$$\begin{aligned}
(200) &= (100) + (100)' - 0{,}305\ (1),\\
(200) &= (100) + b - 0{,}146\ (1),\\
(200) &= (100)' + b - 0{,}201\ (1),\\
(100)' &= (100) + 0{,}053\ (1),\\
(100) &= b + 0{,}096\ (1),\\
(100)' &= b + 0{,}155\ (1),
\end{aligned}$$

waaruit

$$\begin{aligned}
(200) &= 2\,b - 0{,}048\ (1),\\
(100)' &= b + 0{,}1545\ (1),\\
(100) &= b + 0{,}0995\ (1).
\end{aligned}$$

Nog verder

$$\begin{aligned}
(20) &= (10) + (10)' + 0{,}346\ (1),\\
(20) &= (10) + c - 0{,}082\ (1),\\
(20) &= (10)' + c - 0{,}022\ (1),\\
(10)' &= (10) - 0{,}055\ (1),\\
(10) &= c - 0{,}371\ (1),\\
(10)' &= c - 0{,}428\ (1),
\end{aligned}$$

waaruit

$$\begin{aligned}
(20) &= 2\,c - 0{,}4515\ (1),\\
(10)' &= c - 0{,}4275\ (1),\\
(10) &= c - 0{,}37075\ (1).
\end{aligned}$$

Eindelijk :

14 Juni . . . . . . $(2)' - (2) = -\ 0{,}047\ (1)$

15 » . . . . . . $= -\ 0{,}058\ (1)$

$$\begin{aligned}
(2) &= 1{,}960\ (1)\\
(2)' &= 1{,}906\ (1)\\
(5) - (2) - (2)' - (1) &= -\ 0{,}165\ (1)
\end{aligned}$$

waaruit

$$\begin{aligned}
(5) &= 4{,}701\ (1)\\
(2) &= 1{,}9594\ (1)\\
(2)' &= 1{,}9066\ (1).
\end{aligned}$$

Hierbij tellende

$$(1) = 1,0000\ (1)$$

hebben wij

$$c = 9,5670\ (1).$$

Door substitutie verkrijgen wij verder (10), (10)', (20), *b*, daarna (100), (100)', (200), *a*, en eindelijk (500) in (1) uitgedrukt, hierdoor de vergelijking

$$456,9409\ (1) = 500$$
$$(1) = 1,09423325 \text{ mgr.}$$

en ten slotte:

(500) =	500,979 mgr.	(10) =	10,063 mgr.
(200) =	200,493 »	(10)' =	10,001 »
(100) =	100,382 »	(5) =	5,144 »
(100)' =	100,442 »	(2) =	2,144 »
(50) =	50,392 »	(2)' =	2,086 »
(20) =	20,443 »	(1) =	1,094 »

Het geheele stel = 1003,663 mgr.

Bij de herleiding dezer verificatie is geene herleiding tot het luchtledige toegepast. Daar aluminium lichter dan koper is, zouden deze getallen dus nog iets, nl. 1,000311 maal grooter moeten zijn. Maar daar de wegingen ook in de lucht plaats hadden, is de fout niet grooter dan wanneer geelkoperen milligramgewichten gebruikt waren, en dus onmerkbaar *).

Door de overtollige en de herhaalde wegingen hebben wij gelegenheid, de m. fout van elke weging te berekenen, wij vinden daarvoor

$$m' = \sqrt{\frac{133,40}{18-9}} = 3,85 \text{ d. i.} = 0,00385 \text{ mgr.},$$

*) Ik merk hier nog op, dat bij al de wegingen ook van 1885 en 1886 evenzoo verwaarloosd is het verlies in de lucht van de kleine gewichtjes Δ_1, Δ_2 enz. en Δg.

dus nog iets minder dan vroeger, zie blz. 165. Is deze waarde $= \frac{5}{24} m$, dan zou $m = 0{,}0185$ mgr. $= 0{,}14$ deeltje zijn.

De zes kleinste der hier vermelde gewichten hebben nu en dan bij de wegingen dienst gedaan.

Eene proef voor de onderstelling, dat het standaardgram van den Heer OLLAND goed was, werd door de weging der kleine gewichtjes Δg en Δ_5 opgeleverd. Ik vond nl.:

22 Juni $\Delta g = (50) + (10) + (5) - 24{,}200$ kd.
$\Delta g + (1) = (50) + (10) + (5) + 6{,}512$ kd.
} dus 1 kd. $= 0{,}03563$ mgr.

11 Aug. $\Delta_5 + (10) = (100) - 4{,}078$ kd.
$\Delta g + \Delta_5 = (100) + (50) + (5) + 28{,}267$ kd.

12 Aug. $\Delta g = (50) + (10) + (2) + (2)' + 1{,}521$ kd., en 1 kd. $= 0{,}035895$
$\Delta_5 + (10) = (100) - 4{,}0345$ kd., en 1 kd. $= 0{,}035795$
$\Delta g + \Delta_5 = (100) + (50) + (2) + (2)' - 2{,}495$ kd. en 1 kd. $= 0{,}035606$.

Voor 11 Augustus aannemende 1 kd. $= 0{,}035708$, afgeleid uit de bepalingen van 22 Juni en 12 Augustus, doch de eerste der bepalingen van den laatsten dag slechts het halve gewicht toekennende, omdat het milligram ((1) = 1,094 mgr.) toen niet op *beide* schalen gelegd is, vinden wij:

	Δg.	Δ_5.	$\Delta g + \Delta_5$.
1ste bepaling:	64,737	(90,1739)	(154,9088)
2de »	64,739	90,1753	154,9152
Aangenomen:	64,738	90,1753	154,9152
Vroeger gevonden, zie blz. 165:	64,742	90,1815	154,9235
dus nu meer:	0,004,	0,0062,	0,0083,

of

$$\frac{1}{16000}, \quad \frac{1}{14500}, \quad \frac{1}{18700}.$$

De laatste breuk aannemende, zou er dus een verschil van 0,05 mgr. bestaan, tusschen dit gram en hetgeen ik vroeger, krachtens de verificatie van het voor Indië bestemde stel gewichten, voor een gram moest houden; eene grootheid waarvoor moeielijk is in te staan, daar die verificatie hoofdzakelijk met de minder gevoelige groote balans moest geschieden.

Hadde ik het voornemen gehad, acht in plaats van tien vergelijkingen van G_2 met P te verrichten, dan zou ik na die acht vergelijkingen het onderzoek als gesloten geëindigd hebben. Maar onverwacht toonden de 9[de] en 10[de] vergelijking eene vermindering in gewicht van G_2 aan, die mij noopte de reeks vergelijkingen nog niet te sluiten. Zonderling genoeg bleef die vermindering nog eenigen tijd, hoewel langzaam, aanhouden, en daar ik niet met de wegingen wilde ophouden, voordat de vermindering tot staan gekomen was, duurde het tot in Augustus, eer ik tot sluiting der wegingen kon overgaan. De vochtigheidstoestand der lucht is blijkens de aflezingen van den psychrometer den 22[sten] Juni niet zoo sterk veranderd, dat de vermindering van gewicht van G_2 aan grootere droogte en derhalve aan een verdampen eener laag vocht op de oppervlakte moet toegeschreven worden, en de eenige aannemelijke gissing, die ik omtrent het verschijnsel, nl. het plotselinge afnemen van het gewicht van G_2 van 22 op 23 Juni maken kan is deze, dat ik wellicht, zonder daarvan aanteekening te houden, den 22[sten] Juni na de wegingen het kilogram G_2 met een schoonen doek eens afgeveegd en daardoor wellicht eene aanhangende vochtlaag verwijderd heb. Zie hier de resultaten der wegingen, zijnde elk resultaat eigenlijk, evenals vroeger, zie blz. 182, het midden van 2 volledige wegingen.

1887.	G_2—P in milligrammen.	T droog (beide gecorrigeerd)	T nat (beide gecorrigeerd)	Betrekkelijke vochtigheid der lucht.	Corr. van barom. voor vocht.
17 Juni 1u,4	6,29	19°,71	17,375	0,79	— 5,035
18 » 2 ,7	6,12	20 ,06	17,82	0,79	— 5,21
20 » 9 ,5	6,14	19 ,915	17,135	0,74	— 4,86
» » 4 ,5	5,99	20 ,575	17,81	0,74	— 4,85

1887.	G_2—P in milligrammen.	T droog	T nat	Betrekkelijke vochtigheid der lucht.	Corr. van barom. voor vocht.
		beide gecorrigeerd.			
21 Juni 10u,1	6,10	19°,11	16,28	0,74	— 4,55
» » 3 ,5	6,20	19 ,80	16,375	0,69	— 4,47
22 » 2 ,3	6,21	18 ,89	15,61	0,69	— 4,24
» » 7 ,3	6,01	18 ,91	16,03	0,73	— 4,46
23 » 10 ,2	5,66	18 ,16	15,71	0,75	— 4,45
» » 6 ,7	5,62	19 ,20	16,63	0,75	— 4,73
24 » 11 ,6	5,60	18 ,30	16,035	0,78	— 4,61
25 » 4 ,5	5,62	19 ,25	17,16	0,80	— 5,02
27 » 1 ,5	5,57	18 ,82	16,48	0,78	— 4,74
30 » 4 ,1	5,55	18 ,55	16,56	0,805	— 4,84
2 Juli 6 ,2	5,57	20 ,73	18,66	0,82	— 5,57
19 » 4 ,0	(5,49)5,54	20 ,10	(18,54)	(0,85)	
1 Aug. 3 ,9	(5,46)5,52	22 ,32	(20,90)	(0,88)	
8 » 4 ,4	5,56	21 ,42	19,00	0,78	— 5,62
10 » 4 ,5	(5,52)5,60	20 ,45	(19,52)	(0,91)	

Er is blijkbaar geen verband te zien tusschen de variaties in het gevonden gewichtsverschil en den vochtigheidstoestand der lucht in de weegkamer.

Wij zien in alle geval, dat wij minder krijgen dan 7,01 mgr., dat naar de wegingen van 1856 voor het verschil G_2—P was aangenomen. Het midden der eerste 8 resultaten is:

17—22 Juni . . . . 6,13 mgr..

Het midden der elf volgende,

23 Juni—10 Augustus. . . . 5,58 mgr..

Omtrent 12 Juli, 1 en 10 Augustus moet ik opmerken, dat het verschil tusschen natten en droogen thermometer toen minder was dan gewoonlijk. Het is mij den 10den Augustus gebleken, dat het neteldoeksch lapje, dat om den bol van den vochtigen thermometer gebonden was, en in een bakje met water, onmiddellijk onder dien bol, afhing, het water niet goed meer opzoog, zooals vroeger, zoodat het thans noodig was, den bol van dezen thermometer vóór

de aflezing onder te dompelen, en eenigen tijd later pas af te lezen. Ook was de hoogere vochtigheidstoestand der lucht, zooals die tusschen haakjes aangegeven is, geheel in strijd met de werkelijkheid, daar de maanden Juli en Augustus zich eerder door droogte dan door vochtigheid kenbaar maakten. Ik heb dus bij de herleiding het verschil der beide thermometers, voor deze dagen, = 2,5 mM. aangenomen, en daarnaar de resultaten der wegingen veranderd.

Er bestaat nu ongelukkig eene onzekerheid, hoeveel de wegingen van 1885 en '86, waarbij G_2—P = 7,01 mgr. was aangenomen, verbeterd moeten worden. Volgens ons eerste resultaat zou het zijn met — 0,88, volgens het tweede met — 1,43 mgr. Doch deze onzekerheid was op te lossen, doordien het verguldkoperen Standaardkilogram N°. 5, van het Physisch Kabinet te Utrecht, ter beschikking was. Wij hebben op blz. 184 gezien, dat drie volkomen met elkander overeenstemmende wegingen voor dit kilogram gegeven hebben

N°. 5 — P = — 1,14 mgr.

terwijl ik nu gevonden heb:

27 Juni	— 2,68 mgr.
30 »	— 2,795 »
2 Juli	— 2,74 »
11 Aug. . . .	— 2,89 »
Gemiddeld. . .	— 2,78 mgr.

Gevende een verschil van — 1,64 mgr., dus nog iets meer dan het grootste der bovenstaande getallen.

Eene bevestiging ontving dit getal door het Standaardkilogram S den Munt, dat zie blz. 191, den 11den en 13den November 1886 gevonden was 15,57 te zwaar te zijn, terwijl bij de weging van 11 November G_2, bij die van 13 November N°. 5 tot vergelijking gediend had. De gelijkheid der op die beide dagen verkregene uitkomsten bewijst dat G_2 toen even zwaar woog als in April. Op aanzoek van ons

1887.	G_2—P in milligrammen.	T droog (beide gecorrigeerd)	T nat (beide gecorrigeerd)	Betrekkelijke vochtigheid der lucht.	Corr. van barom. voor vocht.
21 Juni 10ᵘ,1	6,10	19⁰,11	16,28	0,74	— 4,55
» » 3 ,5	6,20	19 ,80	16,375	0,69	— 4,47
22 » 2 ,3	6,21	18 ,89	15,61	0,69	— 4,24
» » 7 ,3	6,01	18 ,91	16,03	0,73	— 4,46
23 » 10 ,2	5,66	18 ,16	15,71	0,75	— 4,45
» » 6 ,7	5,62	19 ,20	16,63	0,75	— 4,73
24 » 11 ,6	5,60	18 ,30	16,035	0,78	— 4,61
25 » 4 ,5	5,62	19 ,25	17,16	0,80	— 5,02
27 » 1 ,5	5,57	18 ,82	16,48	0,78	— 4,74
30 » 4 ,1	5,55	18 ,55	16,56	0,805	— 4,84
2 Juli 6 ,2	5,57	20 ,73	18,66	0,82	— 5,57
19 » 4 ,0	(5,49)5,54	20 ,10	(18,54)	(0,85)	
1 Aug. 3 ,9	(5,46)5,52	22 ,32	(20,90)	(0,88)	
8 » 4 ,4	5,56	21 ,42	19,00	0,78	— 5,62
10 » 4 ,5	(5,52)5,60	20 ,45	(19,52)	(0,91)	

Er is blijkbaar geen verband te zien tusschen de variaties in het gevonden gewichtsverschil en den vochtigheidstoestand der lucht in de weegkamer.

Wij zien in alle geval, dat wij minder krijgen dan 7,01 mgr., dat naar de wegingen van 1856 voor het verschil G_2—P was aangenomen. Het midden der eerste 8 resultaten is:

17—22 Juni . . . . 6,13 mgr..

Het midden der elf volgende,

23 Juni—10 Augustus. . . . 5,58 mgr..

Omtrent 12 Juli, 1 en 10 Augustus moet ik opmerken, dat het verschil tusschen natten en droogen thermometer toen minder was dan gewoonlijk. Het is mij den 10den Augustus gebleken, dat het neteldoeksch lapje, dat om den bol van den vochtigen thermometer gebonden was, en in een bakje met water, onmiddellijk onder dien bol, afhing, het water niet goed meer opzoog, zooals vroeger, zoodat het thans noodig was, den bol van dezen thermometer vóór

v. SWINDEN	(thans)	= P	+ 0,19	mgr.	= A	+ 0,54	m
FORTIN	(»)	= P	+ 152,36	»	= A	+ 152,71	»
L_1	(»)	= P	— 13,66	»	= A	— 13,31	»
L_2	(»)	= P	+ 51,47	»	= A	+ 54,82	»
L_3	(»)	= P	— 40,32	»	= A	— 39,97	»
B	(»)	= P	+ 0,05	»	= A	+ 0,40	»
Slaper	(»)	= P	+ 40,78	»	= A	+ 41,13	»
Contraslaper	(»)	= P	+ 47,06	»	= A	+ 47,41	»
DELEUIL	(»)	= P	+ 573,83	»	= A	+ 574,18	»
Kilogr.K.N.I.	(»)	= P	+ 77,43	»	= A	+ 77,78	»

Het woordje (thans) wil zeggen: na de hydrostatische be paling van het volumen.

Bij de 4 laatste, die niet met G_2, maar met N⁰. 5 verge leken waren, is in plaats van de vermindering 1,59, 1,6 toegepast, daar dit resultaat rechtstreeks door N⁰. 5 wa gevonden.

Merkwaardig zijn de geringe verschillen, voor het kilo gram van VAN SWINDEN en het kilogram B gevonden. Beid zijn koperen onverniste gewichten.

Utrecht, 12 Augustus 1887.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 25 Juni 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, VAN DER WAALS, BOSSCHA, VAN DIESEN, MICHAËLIS, RAUWENHOFF, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, WEBER, ZAAIJER, HOFFMANN, FORSTER, TREUB, MARTIN, MULDER, PLACE, FRANCHIMONT, VAN DORP, RIJKE, ZEEMAN, MAC GILLAVRY, STOKVIS, HOEK, SCHOLS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, VAN BEMMELEN, GUNNING, VAN RIEMSDIJK, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Met kennisgeving afwezig de Heeren GRINWIS, HUBRECHT, J. A. C. OUDEMANS en A. C. OUDEMANS JR.

— Het Proces-Verbaal wordt gelezen en behoudens eenige verbeteringen, aan te brengen in het door den Heer VAN DIESEN gesprokene, goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. BOSSCHA, Secretaris der Hollandsche Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem, 18 Juni 1887; 2°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teylers Stichting te Haarlem, 22 Juni 1887; 3°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 20 Juni 1887; 4°. den Minister van Oorlog te Parijs, 16 Mei

1887; 5⁰. den Bibliothecaris der Université te Bordeaux 23 Mei 1887; 6⁰. A. Vivien, Bibliothecaris der Académi nationale des Sciences, Lettres et Arts te Bordeaux, 29 Me 1887; 7⁰. A. Défossé, Secretaris der Société Dunkerquois pour l'encouragement des Sciences te Duinkerken, 30 Me 1887; 8⁰. P. L. Sclater, Secretaris der zoological Societ te Londen, 19 Mei 1887; 9⁰. Ehrenberg, Secretaris va de historische Gesellschaft te Posen, 4 Mei 1887; 10⁰ A. Gruber, Secretaris der naturforschende Gesellschaft t Freiburg i/B, 9 Juni 1887; 11⁰. Conwentz, Secretaris de naturforschendo Gesellschaft te Danzig, 10 Juni 1887 12⁰. Buchenau, Secretaris van het naturwissenschaftliche Verein te Bremen, 1887; 13⁰. den Secretaris der Sociét de Physique et d'Histoire naturelle te Genève, 1887; 14⁰ J. B. de Rossi, Rome, 25 Mei 1887; 15⁰. L. Cremona Bibliothecaris der Società Italiana delle Scienze te Rome 29 Mei 1887; 16⁰. G. Birio, Secretaris van het R. Isti tuto di Scienze, Lettere ed Arti te Venetië, 26 Mei 1887 17⁰. D. Chilovi, Directeur der Biblioteca nazionale central te Florence, 3 Juni 1887; 18⁰. F. Malmberg, Directeu van het nautisk-meteorologiska Byran te Stockholm, 25 Mei 1887; 19⁰. H. Gylden, Stockholm, 26 Juni 1887; 20⁰ K. Lindeman, Secretaris der kais. Gesellschaft der Natur forscher te Moskau, 25 Mei 1887; 21⁰. den Directeur va het meteorological Office te Calcutta, 13 Mei 1887; 22⁰ M. Pera, Onder-Directeur van het Observatorio meteorolo gico central te Mexico, 14 April 1887; 23⁰. den Secreta ris der Sociedad cientifica Argentina te Buenos-Aires, 1 Mei 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken va de navolgenden:

1⁰. den Minister van Buitenlandsche Zaken te 's Graven hage, 3 Juni 1887; 2⁰. Chillemi Patané, Voorzitter de Accademia di Scienze, Lettere ed Arti te Catania, 21 Me 1887; 3⁰. den Directeur van het Musée public te Moscou 18 Juni 1887; 4⁰. E. C. Pickering, Directeur van het Har vard College Observatory te Cambridge, 23 Mei 1887

waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. het bericht van het overlijden van het rustend lid der Akademie, wijlen Jhr. J. R. T. Ortt, op 16 Juni ll. Aan de nagedachtenis van den overledene wordt hulde gebracht door den Voorzitter, en tevens besloten Mevr. de douair. Ortt de deelneming der Afdeeling met het door haar geleden smartelijk verlies te betuigen; 2°. een brief van Z. E. den Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken (3 Juni 1887), het verzoek behelzend om een onderzoek in te stellen omtrent de vraag, of de bliksemafleiders op het Rijks-Museum te Amsterdam doelmatig zijn geplaatst en ingericht. Op verlangen van den Voorzitter, werd dit schrijven onmiddellijk ter kennis gebracht eener Commissie van 3 leden: de Heeren Bosscha, van der Waals en Lorentz, met verzoek, de Afdeeling, zoo mogelijk reeds in hare Juni-Vergadering, te dienen van voorlichting en raad. De Commissie verklaart met hare taak gereed te zijn, waarna de Heer Bosscha het rapport leest, door hem gesteld, en 't welk de Commissie zich voorstelt dat tot antwoord op 's Ministers vragen zou kunnen strekken. In dit rapport wordt hulde gebracht aan de medewerking van de Heeren Directeur van het Rijks-Museum en Architect der Rijks-Museumgebouwen, en voorts de uitkomst van het door de Commissie ingesteld plaatselijk onderzoek medegedeeld. Zij meent dat het geheel der inrichting voor bliksemafleiding reeds den indruk van eene doeltreffende beveiliging geeft, en werd in die opvatting versterkt, toen zij, van één der torens het uitgestrekte samenstel der ijzeren kappen en afleiders overziende, het gebouw als onder eene goed geleidende, met de aarde geleidend verbondene kooi geplaatst zag, hetgeen het meest afdoende stelsel ter bescherming tegen brandgevaar oplevert.

Toch meende de Commissie, dat de voorzichtigheid gebood, nog eenige, nader door haar aangeduide, uitbreiding aan de bliksemafleiding te moeten voorstellen.

Het rapport geeft tot geene discussie aanleiding en wordt

goedgekeurd. Het zal den Minister, als antwoord op Z.E's. vragen, ten spoedigste in afschrift worden toegezonden; 3°. eene missive van denzelfden Minister (18 Juni 1887), ter begeleiding van een request van den Heer HUGO SURINGAR, uitgever te Leeuwarden, waarin deze, onder zekere voorwaarden, zijne medewerking tot het herdrukken van STARINGS geologische kaart wenscht te verleenen. Beide stukken werden in handen gesteld van de Commissie voor de geologische kaart van Nederland, welke echter bij monde van den Heer VAN DIESEN verklaart, nog niet den tijd te hebben kunnen vinden om over de aangelegenheid van gedachte te wisselen, weshalve zij verlof vraagt en verkrijgt om haar oordeel over het voorstel van den Heer SURINGAR later aan de Afdeeling mede te deelen.

— De Heer MULDER biedt voor de *Verslagen en Mededeelingen* twee opstellen aan, nl. 1°. Over urethanen en eenige afgeleiden, en 2°. Over de structuur van paracyaan en cyamelid.

— De Heer MARTIN legt der Afdeeling geognostische kaarten voor van de eilanden Curaçao, Aruba en Bonaire, door hem in West-Indië vervaardigd.

Spreker wijst in de eerste plaats op het gebrekkige der topographische kaarten dezer eilanden, die de nauwkeurige afbakening der formatie-grenzen zeer bemoeilijkten, vooral bij den korten duur der reis. Voor Bonaire en Aruba ontbrak zelfs eene vertrouwbare opgave der astronomische ligging, terwijl de graadindeeling van Curaçao, zooals die op de nieuwste kaart voorkomt, ook nog nadere bevestiging harer vertrouwbaarheid wenschelijk maakt. Het reliëf is op alle kaarten onvoldoende voorgesteld. Spreker was in staat, den topographischen grondslag in menig opzicht te verbeteren, vooral ook door de hulp van den ingenieur F. A. A. SIMONS, die langen tijd op Bonaire verblijf hield en belangrijke geographische gegevens verstrekte. Door den Spreker zelven werden hoogtemetingen gedaan, die als grondslag voor de constructie der profielen hebben gediend.

De oudste formatie op de eilanden wordt door groenschiefers en amphibolieten vertegenwoordigd, hoewel deze slechts in geringe uitgestrektheid op Aruba voor den dag komen en hunne aanwezigheid op de eilanden Curaçao en Bonaire niet is kunnen bewezen worden. Vermoedelijk zijn hier deze oudste sedimenten, die spreker tot de archaeïesche formatie rekent, door de diabasen, welke zich laagvormig over de schieferformatie hebben uitgebreid, geheel overdekt geworden. Diabasen vormen het hoogste gebergte van Aruba en dragen tot den opbouw van het binnenland van Oost- en West-Curaçao in zeer belangrijke mate bij. Ook in het noordelijk Bonaire wordt dat eruptiefgesteente aangetroffen; hier echter meestal slechts op de kruinen van lage heuvels, terwijl het voor het overige door cretaceïsche sedimenten is overdekt geworden.

Na de diabasen zijn quartsdiorieten geërumpeerd, wier voorkomen echter op Aruba beperkt is. Aan de samenstelling van dit eiland hebben voornamelijk de quartsdiorieten deel. Eindelijk worden kleine massa's van diorietporfieren op Aruba, zoowel binnen het gebied der diabasen als binnen dat der diorieten, aangetroffen, die als de jongste eruptiefgesteenten van dat eiland te beschouwen zijn. Op Curaçao komen genoemde porfieren slechts op een enkele plek in de nabijheid van den noordwesthoek voor, terwijl zij op Bonaire geheel ontbreken. Daarentegen is op laatstgenoemd eiland glimmerporfieriet aanwezig, dat hier de hoogste bergen vormt, en buitendien komen in den omtrek daarvan glimmertufgesteenten voor, vermoedelijk tot de glimmerporfieten behoorende.

Cretaceïsche sedimenten vormen een groot deel der oppervlakte van Curaçao, zooals Spreker reeds vroeger gelegenheid had der Afdeeling mede te deelen (Zitting van 27 Maart 1886), en ook op Bonaire zijn dezelfde kiezelschiefers en zandsteenen van het krijttijdvak ontwikkeld; hun aanwezigheid op Aruba kan nog niet met zekerheid aangetoond worden. Vermoedelijk zijn hier de cretaceïsche sedimenten grootendeels of geheel door de erosie der zee vernield en wel in een jongst verloopen tijd.

In het quartaire tijdvak waren namelijk de eilanden bijna geheel met water bedekt, zooals daaruit blijkt, dat quartaire koraalkalken nu tot op eene hoogte van meer dan 200 meters worden gevonden. Alle drie de eilanden vormden in de quartaire periode atollen, doch liepen, zoo te zeggen, bij de daarop volgende opheffing geheel of gedeeltelijk leeg; slechts de binnenwateren, die met de zee in gemeenschap staan, bleven als overblijfsels der vroegere zeebedekking bestaan. Over deze eigenaardige vorming van meeren had spreker ook reeds vroeger gelegenheid hier ter plaatse uitvoeriger te berichten. De koraalkalken zijn op alle drie de eilanden over eene groote oppervlakte, meestal in de nabijheid der tegenwoordige kust, te vinden.

Bij de opheffing vormden zich bijzonder scherpe strandlijnen. De opheffing duurt nog steeds voort, en een gordel van koraalkalken en schelpbanken is pas uit de zee verrezen.

Spreker wees ten slotte op de analogie, die de drie eilanden in haar geologischen bouw zoowel met de Cordillere van de tegenoverliggende kust van Zuid-Amerika, als met de Cordillere der groote Antillen vertoonen.

— De Heer Franchimont bespreekt, naar aanleiding zijner onderzoekingen omtrent de werking van salpeterzuur bij de gewone temperatuur op organische lichamen, eenige voorbeelden van den invloed, dien zoogenoemde negatieve elementen en atoomgroepen uitoefenen op de eigenschappen der verbindingen.

Hij herinnert er met eenige voorbeelden aan, *hoe* de eigenschappen van eenvoudige verbindingen gewijzigd worden door het invoeren van negatieve elementen en atoomgroepen. Sommige dier wijzigingen worden door verschillende groepen teweeggebracht in denzelfden zin, maar met verschillende intensiteit; andere hangen geheel van den aard van het ingevoerde element af; weer andere van de bindingswijze der elementen, terwijl natuurlijk meer dier invloeden zich tegelijk ook kunnen doen gelden. Door in eenvoudige gevallen die wijzigingen onderling te vergelijken, zou men wellicht kunnen komen tot eene relatieve schat-

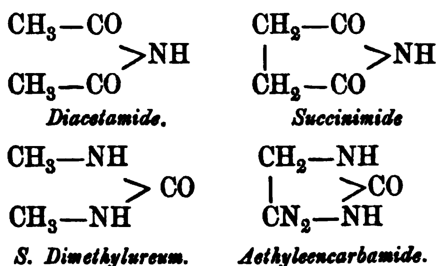
ting van den invloed, door verschillende atoomgroepen en bindingswijzen geoefend. Zoo krijgen soms de aan koolstof gebonden waterstofatomen, onder den invloed van negatieve atoomgroepen, de eigenschap om direct door metalen vervangen te kunnen worden, zelfs die om op hydroxyden te werken, zóó dat er water geboren wordt en de waterstof door metaal wordt gesubstitueerd. Maar ook krijgen diezelfde, aan koolstof gebonden, waterstofatomen soms, door dezelfde negatieve groepen, de in zekeren zin tegenovergestelde eigenschap om gemakkelijker door negatieve groepen vervangen te worden. Voorbeelden hiervan zijn in den laatsten tijd door spreker in vrij groot aantal waargenomen, n.l. van de vervangbaarheid van waterstof door de nitrogroep, bij de werking van werkelijk salpeterzuur bij de gewone temperatuur. Nu eens is het gevormde lichaam onbestendig, dan eens bestendig onder de gewone omstandigheden.

Terwijl methaan door salpeterzuur bij de gewone temperatuur geene verandering ondergaat en azijnzuur evenmin, wordt malonzuur dadelijk aangegrepen; hetzelfde kan men zeggen van aethaan, propionzuur en isobarnsteenzuur. In beide gevallen, malonzuur en isobarnsteenzuur, ontstaat een onbestendig nitroderivaat, dat dadelijk uiteenvalt en verder omgezet wordt; hetzelfde geldt voor andere monosubstitutieproducten van malonzuur, zooals vroeger is medegedeeld. Vergelijkt men dit met hetgeen bij acetylazijnaether en ketonen gebeurt, dan schijnt de groep carbonyl dien invloed te oefenen en wordt deze verminderd door de gelijktijdig aanwezige groep hydroxyl. Eéne carboxylgroep is niet voldoende, twee wel, en deze moeten zich aan hetzelfde koolstofatoom bevinden. Verder van elkaar geplaatst, werkt hun invloed niet op voldoende wijze, want barnsteenzuur b. v. wordt niet veranderd. Of de rol van de groep CO door andere sterk negatieve groepen vervuld worden kan, schijnt nog onzeker, stellig niet door minder negatieve, zooals CH_3 en NH_2, want isoboterzuur, glycocoll enz. worden onder de genoemde omstandigheden niet aangegrepen.

Doch ook aan de aan stikstof gebonden waterstof, die op zichzelve reeds door metalen vervangbaar is, kan de eigen-

schap worden medegedeeld om op salpeterzuur te werken. Terwijl ammoniak en aminen der vetreeks het salpeterzuur niet ontleden, doen de amiden dit wel; hier is dus weer de invloed van de zuurstof of van de groep CO merkbaar; ook hier ontstaan nu eens bestendige, dan weer onbestendige verbindingen. Dit hangt af van hetgeen er verder in het molecuul voorkomt; op vijf verschillende gevallen van werking van salpeterzuur op alkylamiden werd reeds vroeger gewezen. Hier is de invloed van éénе carbonylgroep ook voldoende. Men zou nu wellicht meenen, dat twee dier groepen elkaâr zouden versterken, zoodat de reactie dan nog gemakkelijker plaats vond, doch dit schijnt het geval niet te zijn. Diacetamide schijnt moeilijker te worden aangegrepen dan acetamide; komt hier nog bij dat de groep NH met de overige atomen een gesloten ring vormt, dan houdt de ontleding geheel op; succinimide b. v. wordt door salpeterzuur onder de gewone omstandigheden niet ontleed. Of het aantal atomen hier ook invloed oefent, zal later worden onderzocht.

Het ureum behoort ook tot de amiden en wordt als zoodanig door het salpeterzuur bij de gewone temperatuur ontleed. Deze eigenschap hebben, zooals vroeger werd aangetoond, alle ureumderivaten, behalve die waarin de rest van het ureum met andere elementen een gesloten ring vormt; deze worden niet ontleed. De groep NH echter, die er in voorkomt, is, evenals de groep CO, een negatieve groep en beide zijn in vele opzichten met elkander vergelijkbaar. Men ontmoet hier dan ook iets dergelijks als zooeven voor diacetamide en succinimide vermeld werd:



Het symmetrische dimethylureum b. v. wordt minder ge-

makkelijk door salpeterzuur aangegrepen dan het ureum zelf (en monoaethylureum), terwijl het aethyleencarbamide, waarin de gesloten ring voorhanden is, in 't geheel niet ontleed wordt.

Men heeft hier tevens een voorbeeld van den invloed, dien de negatieve groep NH op de aan koolstof gebonden waterstofatomen oefent, en het blijkt zelfs dat deze invloed grooter is dan die van de groep CO. Aethylideenureum, aangenomen dat het de formule $CH_3{-}CH\begin{array}{l}\diagup NH\\ \diagdown NH\end{array}\!\!>CO$ heeft, wordt, evenals isobarnsteenzuur $CH_3{-}CH\begin{array}{l}\diagup COOH\\ \diagdown COOH\end{array}$, onmiddellijk door salpeterzuur ontleed, onder vorming van eene nitrokoolwaterstof. Er heeft nitreering plaats gehad, maar het product is onbestendig onder de gewone omstandigheden. Isosuccinylureïde daarentegen geeft een bestendig nitroderivaat, evenals lactylureum en malonylureum. Maar terwijl succinimide niet wordt veranderd door salpeterzuur, geeft aethyleencarbamide (evenals glycoluril) een dinitroderivaat, waarin de nitrogroepen zich naar alle analogie in de groep aethyleen bevinden.

Uit de opgegeven voorbeelden, wier aantal met vele andere, die in de litteratuur voorhanden zijn, vermeerderd kan worden, blijkt niet alleen de groote invloed, dien de bindingswijze der atomen oefent, maar ook, dat de wijziging in eigenschappen, welke een lichaam door het inbrengen van zoogenoemde negatieve atoomgroepen ondergaat, niet alleen verminderen, maar zelfs in eene tegenovergestelde kan overgaan, door het aantal dier negatieve atoomgroepen te vermeerderen of door op eene andere wijze (b. v. het wegnemen van waterstof) het positieve karakter van het lichaam te verlagen.

— De Heer Forster deelt de uitkomst mede van onderzoekingen, onder zijne leiding door Dr. C. B. Tilanus Jr., in het laboratorium voor hygiëne genomen over de bacteriën, waardoor het lichten van visch (in casu gerookte

bokking) veroorzaakt wordt. De belangrijkste bijzonderheden, uit dit onderzoek voortgevloeid, waren:

1°. dat de bedoelde bacteriën niet zonder keukenzout kunnen leven;

2°. dat zij, zuiver gekweekt, binnen 1 à 2 minuten door gedistilleerd water vervormd en gedood worden;

3°. dat zij door hun eigen licht kunnen worden gefotografeerd;

4°. dat zij reeds bij de gewone kamertemperatuur groeien en zich vermenigvuldigen, doch dat eene temperatuur van 30° C. het lichten doet ophouden en eene warmte van 35°—37° ze doodt;

5°. dat zij, afgekoeld bij de temperatuur van smeltend ijs, blijven lichten en leven niet alleen, maar voortgaan met groeien en zich te vermenigvuldigen.

— De Heer van Bemmelen deelt het volgende mede:

De Heer C. Hensgen, assistent aan het anorganisch scheikundig Laboratorium der Universiteit te Leiden, heeft zich met de vraag bezig gehouden, op welke wijze chloor, zoutzuur en zwavelzuur, onafhankelijk van het tot dusver gebezigde materiaal, uit het in de natuur voorkomende mengsel van chloruren en sulfaten zouden kunnen afgescheiden worden.

De beantwoording dier vraag is thans van groot gewicht voor de chemische industrie, om de twee volgende redenen:

1°. om de overwinning, die het zoogenoemde ammoniaksodaproces van Solvay sedert de laatste jaren op het Leblanc-sodaproces behaald heeft;

2°. om den grooten voorraad der »Abraum» zouten in de Stassfurter lagen, uit welke tot nog toe noch zoutzuur, noch zwavelzuur bereid konde worden.

Als de Leblanc'sche sodabereiding niet meer gevolgd, maar door die van Solvay verdrongen wordt, dan zoude het zoutzuur, thans een product van afval, in prijs moeten stijgen. Het chloor van het keukenzout gaat, naar Solvay's methode, verloren als waardeloos chloorcalcium.

Thans wordt uit de »Abraum» zouten veel alkalisulfaat

gewonnen, door dubbele omzetting van het chloorkalium en van het chloornatrium met de gips en de zwavelzure magnesia. Wordt vervolgens uit dat alkalisulfaat met kool en kalk alkalicarbonaat bereid, zoo zijn de andere producten der genoemde omzetting, het chloorcalcium en het chloormagnesium, technisch waardeloos en worden in de rivieren weggeworpen. Ook dit chloor gaat verloren.

Mocht het dus in het groot gelukken: 1° uit chloormagnesium en chloorcalcium het chloor vrij te maken, of zoutzuur te bereiden langs goedkooperen weg dan volgens de tot hiertoe bekende methoden; 2° uit de in STASSFURT gewonnen alkalisulfaten het zwavelzuur af te scheiden, — dan zouden het chloor en het zwavelzuur der »Abraum» zouten behouden zijn. Tevens zou dat zwavelzuur veel zuiverder dan thans het geval is, verkregen worden (vrij van arsenicum enz.).

Wel is eene gansche reeks van nieuwe methoden voorgeslagen om uit chloormagnesium chloor of zoutzuur vrij te maken, maar in de toepassing zijn zij ongeschikt gebleken.

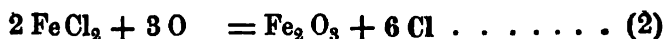
De Heer HENSGEN is indachtig geworden, dat het ijzer wellicht met het magnesium in eene oplossing van $MgCl_2$ zou kunnen omruilen, al wordt daarbij geene warmte gewonnen, omdat het water eene neiging heeft zich met $MgCl_2$ om te zetten. Werkelijk heeft hij bevonden, dat deze reactie in dien zin glad verloopt:



$$MgCl_2\,Aq. + H_2O + Fe = FeCl_2\,Aq. + MgO + H_2 \quad (1)$$

De werking begint reeds beneden 100°. Twee phasen zijn te onderscheiden. Eerst is de waterstofontwikkeling sterk, vervolgens houdt zij allengs op; als het meeste water verdampt is, treedt zij weder sterker op. Dit laat zich daaruit verklaren, dat magnesiumoxychloruur gevormd wordt, hetwelk eene hoogere temperatuur voor de inwerking van het ijzer vereischt

Het gevormde $FeCl_2$ laat nu verder eene gladverloopende vrijwording van *chloor* toe, door de inwerking der zuurstof op het drooggeworden residu bij gloeihitte, of wel eene vorming van *zoutzuur* door de inwerking van waterdamp.



$$2\,FeCl_2 + 3\,O \quad = Fe_2O_3 + 6\,Cl \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (2)$$



$$3\,FeCl_2 + 4\,H_2O = Fe_3O_4 + 4\,HCl + H_2 \;.\;.\;.\; (3)$$

Het tevens gevormde ijzeroxyde of ijzeroxyduloxyde kan met de waterstof, die in het proces (1) verkregen wordt, — zooveel noodig aangevuld door kooloxyde en zoogenaamd watergas — weder herleid worden tot ijzer. Daardoor wordt de noodige kringloop van werkingen verkregen.

De mogelijkheid, om op zoo goedkoope wijze uit de in STASSFURT afvallende chloruren *zoutzuur* te bereiden zonder het gebruik van zwavelzuur, laat nu verder toe om, met behulp van dat zoutzuur, uit de natuurlijke sulfaten het *zwavelzuur* te winnen. De Heer HENSGEN heeft zulks vroeger (in 1876) voor het glauberzout aangetoond. Bij genoegzamen toevoer van zoutzuur vallen de chloruren volledig uit, en het zwavelzuur komt in oplossing. Dit behoeft dan slechts ingedampt te worden. De Heer HENSGEN heeft thans nog gevonden, dat ook uit eene oplossing van kaliumsulfaat al het chloruur wordt neêrgeslagen, en dat bij eene magnesiumsulfaatoplossing in de neêrgeslagen kristalmassa slechts weinig zwavelzuur aan te wijzen is. Dit laatste is zeer gewichtig met het oog op de dubbelsulfaten van STASSFURT als bronnen van zwavelzuurbereiding.

In hoeverre de beschrevene reactiën in het groot toepasselijk zijn, moet later blijken.

— Voor de Bibliotheek der Akademie worden aangeboden:
Door den Heer MARTIN: »Beiträge zur Geologie von Niederländisch Westindiën und angrenzende Gebiete", enthaltend Arbeiten von KLOOS, LORIÉ und SCHEPMAN; en door den Heer WEBER een exemplaar der dissertatie van Dr. J. T. OUDEMANS: Bijdrage tot de kennis der Thysanura en Collembola.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

RAPPORT

OVER DE PLAATSING EN INRICHTING DER BLIKSEM-AFLEIDERS

OP HET

RIJKS-MUSEUM VAN SCHILDERIJEN TE AMSTERDAM.

De Minister van Staat, Minister van Binnenlandsche Zaken verzocht, bij missive van 3 Juni 1887, N°. 972, deze Afdeeling een onderzoek in te stellen omtrent de vraag, of de bliksemafleiders op het Rijks-Museum te Amsterdam doelmatig zijn geplaatst en ingericht, en de uitkomsten van dat onderzoek aan zijne Excellentie mede te deelen. De Voorzitter dezer Afdeeling belastte ons met dit onderzoek en gaf den wensch te kennen ons advies in de Vergadering van heden te ontvangen.

Wij hebben ons aanstonds gewend tot den Directeur van het Rijks-Museum en den Architekt der Rijks-Museumgebouwen en mochten van genoemde Heeren, tot het verkrijgen van gewenschte inlichtingen, de meest welwillende medewerking ondervinden. De Heer Cuypers stelde tot onze beschikking eene teekening van twee platte gronden van het Rijks-Museum en schetsteekeningen van voor- zij- en achtergevels; op deze teekeningen is de plaatsing der vangstangen, dakgeleidingen en putten aangeduid; zij waren vergezeld van eene schriftelijke toelichting en van een monster van den geleidingskabel. De Heer Cuypers verstrekte ons verder al de inlichtingen die wij verlangden, en verschafte ons de gelegenheid op het dak van een der zuidelijke torens de inrichting der vangstangen en op een der zolders de ge-

leidende verbinding van twee ijzeren daken, waar die door eene muur waren gescheiden, in oogenschouw te nemen. Ook de inrichting der grondleiding werd ons getoond, tot welk doel een der putten was opgegraven en geopend.

Wij vernamen van den Heer CUYPERS, dat hij bij den aanleg den raad had ingewonnen van den bekenden schrijver over dit onderwerp, den Heer MELSENS, lid der Belgische Akademie van Wetenschappen.

Uit een en ander is ons gebleken dat de kapspanten, gordingen en nokken der gezamenlijke daken van het Rijks-Museum een uitgestrekt, uit het oogpunt der electrische geleiding samenhangend raamwerk vormen, hetwelk het geheele gebouw overdekt. Over de nokken der daken, langs den omtrek der torenplatten, bevinden zich bovendien overal doorloopende metaalversieringen, — ijzer met zink bekleed, — die met de ijzeren kappen in goed geleidend verband staan. Waar, door tusschenmuren of, — zooals op de torens, — door ongelijke hoogteligging het natuurlijk verband der ijzeren daken is verbroken, is eene doorgaande geleiding verzekerd door het aanbrengen van kabels van verzinkt ijzerdraad, welke door aanschroeving en soldeering naar den eisch de onderscheidene deelen electrisch verbinden.

Acht afleiders vormen het verband van deze metaalmassa met de grondgeleidingen in even zoovele putten. De afleiders bestaan uit kabels van vijf koorden, elk van 3 roodkoperen draden en gewikkeld om een zoogenaamd gegalvaniseerd ijzeren middendraad. De middellijn van elk der koperdraden bedraagt ongeveer twee millimeter, zoodat de gezamenlijke koperdoorsnede op ongeveer 47 mM^2 kan gesteld worden. De boveneinden zijn verbonden aan vangstangen, eindigende in een koperen kroon van zes armen met platina spitsen, naar het stelsel van den Heer MELSENS. De ondereinden der kabels zijn door loswikkeling der koorden gesplitst en gedompeld in het grondwater, dat zich verzamelt in met hout bekleede en met houtskool gevulde putten.

De afleiders zijn aangebracht op de daarvoor als van zelven aangewezen plaatsen, te weten: aan de torens boven

welker toppen zich de vangstangen verheffen en aan welker voet zich de putten bevinden.

In deze algemeene trekken geeft het geheel der inrichting voor bliksemafleiding reeds den indruk van eene doeltreffende beveiliging. Die indruk wordt nog versterkt, wanneer men van een der torens het uitgestrekte samenstel der ijzeren kappen overziet, waardoor, in verband met de afleiders, het gebouw als onder een goed geleidende, met de aarde geleidend verbondene kooi geplaatst schijnt, wat, zooals bekend is, het meest afdoende stelsel van bescherming tegen bliksemgevaar oplevert.

De Heer architekt maakt in zijne schriftelijke toelichting de opmerking, dat op de nokken der beide zijvleugels en der beide vleugels tusschen de bibliotheek en de directeurswoning, nog vangstangen zouden geplaatst kunnen worden, waardoor zich de beschermende kegeloppervlakte, onder eene helling van 45 graden met den horizon, over alle deelen van het gebouw zou uitstrekken. Ofschoon wij aan den bekenden regel omtrent de beveiligde ruimte geenszins eene volstrekte zekerheid durven toekennen, komt ons de opmerking aangaande wenschelijke plaatsing van vangstangen op de zijvleugels gegrond voor. Wij meenen zelfs dat deze vangstangen door afzonderlijke kabels met afzonderlijke grondgeleidingen in verband gebracht moeten worden. Het geleidend verband van de ijzeren kappen met de aarde zal hierdoor nog beter verzekerd en de gelegenheid gegeven worden deze afleiders, behalve door de vangstangen, nog op een lager gelegen punt rechtstreeks met de ijzeren kappen te verbinden.

Wegens de grootere hoogte der middentorens aan den achtergevel schijnt ons het aanbrengen van vangstaven en afleiders op de vleugels tusschen de bibliotheek en de directeurswoning minder noodig. Veel doelmatiger komt het ons voor, de bibliotheek en de directeurswoning zelven door afzonderlijke afleiders te beschermen. De zuidwaarts vooruitgeschovene plaatsing en de meer brandbare inhoud van deze vrij hooge gebouwen maken zelfs, naar wij meenen, het aanbrengen dezer afleidingen ontontbeerlijk.

Wat de inrichting der afleiders betreft, wij hechten weinig waarde aan het denkbeeld, door den Heer Melsens vooropgesteld, om door vermenigvuldiging van uitstroomingspunten ook aan dezelfde vangstang, de stille ontlading van voorbijdrijvende onweerswolken te bevorderen. De wel is waar massieve, maar toch dunne platinaspitsen, die bij deze inrichting worden aangetroffen, zouden wij zelfs bij buskruitmagazijnen of fabrieken, op welker daken zich buskruitpoeder kan bevinden, onvoorwaardelijk afkeuren, omdat afgesmolten en weggeslingerde gloeiende metaaldroppels hier gevaarlijk zijn. Op een der torens van het Rijks-Museum is werkelijk reeds een der spitsen door een bliksemslag afgesmolten geworden. Op de dakbekleeding van het Rijks-Museumgebouw evenwel kan zelfs een gloeiende droppel platina geen brandgevaar doen ontstaan, weshalve wij tegen de inrichting der spitsen geene bedenking hebben te maken. Daarentegen meenen wij de aangebrachte grondgeleidingen niet te kunnen goedkeuren. De weêrstand toch, die de grondgeleiding oplevert, kan geschat worden omgekeerd evenredig te zijn met het oppervlak, hetwelk met den vochtigen grond of het water in aanraking is; koperen aardplaten zijn daarom verre te verkiezen boven betrekkelijk dunne koperdraden, terwijl het houtskool der putten, niet of nauwelijks in aanraking met deze draden, uit het oogpunt der geleiding slechts een zeer ondergeschikte rol zal kunnen vervullen.

Om deze redenen meenen wij in de bliksemafleiding der Rijks-Museumgebouwen de volgende bijvoegingen te moeten voorstellen.

Twee volledige afleiders, — vangstangen, geleiders en grondgeleidingen, — op het midden der zijvleugels te plaatsen.

Een volledigen afleider aan te brengen aan den achtergevel der bibliotheek, in dier voege dat de vangstang op het hoogste punt van den achtergevel worde geplaatst.

De drie genoemde afleiders rechtstreeks te verbinden met het laagste punt der ijzeren kappen waar zij langs gaan.

De directeurswoning van eene volledige afleiding te voorzien. Al de grondleidingen te voorzien van koperen aard-

platen van ongeveer dezelfde afmetingen als eene door de as gaande doorsnede der puttonnen, en de losgewikkelde draden der kabel aan deze platen vast te soldeeren.

Afgescheiden van de vraag des Ministers, heeft de Commissie nog overwogen, wat er zou kunnen gedaan worden om een periodiek onderzoek van de deugdelijkheid der afleiding zeker en gemakkelijk te maken. De geringe tijdruimte heeft haar evenwel niet veroorloofd, hieromtrent hare denkbeelden zoover te bepalen, als noodig is tot het doen van een voorstel. Zij behoudt zich voor, dit punt nader te overwegen en beperkt zich thans tot de beantwoording van hetgeen door de Regeering aan de Afdeeling gevraagd werd.

J. BOSSCHA.
J. D. VAN DER WAALS.
H. A. LORENTZ.

OVER URETHAAN EN EENIGE AFGELEIDEN.

DOOR

E. MULDER.

Bij inwerking van broomcyaan op natriumaethylaat ontstaat een product, dat in alkohol opgelost werd ontleed met potassa *). De studie dezer laatste reactie vereischte de kennis betreffende de verhouding van urethaan tegenover potassa in alkoholische oplossing en wel *bij gewone temperatuur*. Reeds was deze reactie eenigermate nagegaan door Arth †), die urethaan met potassa in alkoholische oplossing gedurende een half uur met staanden afkoeler *verhitte*, waarbij zich naar dezen scheikundige *kaliumisocyanaat* (in glanzende en harde plaatjes) afzet, de vorming waarvan door de volgende vergelijking zou zijn voor te stellen:



$$NH_2—CO—OC_2H_5 + KOH = NK=CO + C_2H_5—OH + H_2O \;.\; (A),$$

welke vergelijking evenwel de som van eenige reacties meer of min teruggeeft.

Zooals bekend heeft Drechsel §) van zijn kant kaliumisocyanaat verkregen door verhitten van kalium*carbamaat*, welke reactie hare uitdrukking vindt in de vergelijking:



$$NH_2—CO—OK = NK = CO + H_2O \quad (B)$$

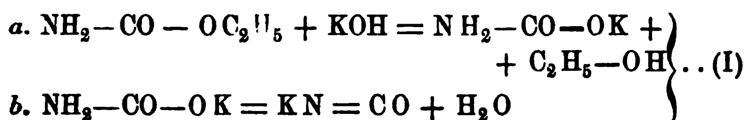
*) *Recueil* V. 105.

†) *Bull. soc. chim. de Paris* 41, 334; *Compt. rend.* T. 102, p. 977.

§) *J. f. pr. Ch. N. F.* Bd. 16, 197.

Maar BASAROFF *) had een dergelijke reactie reeds vroeger verwezenlijkt en wel met *ammoniumcarbamaat*, ook door verhitten, waarbij evenwel het ontstane ammoniumisocyanaat $N.NH_4.CO$ wordt omgezet in ureum.

Uit de twee vergelijkingen A en B volgt, dat urethaan met potassa in alkoholische oplossing (bij verhitten) zou kunnen geven aanvankelijk kalium*carbamaat* en vervolgens kalium*isocyanaat* naar de vergelijkingen:



$$\left.\begin{array}{l} a.\ NH_2-CO-OC_2H_5 + KOH = NH_2-CO-OK + \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + C_2H_5-OH \\ b.\ NH_2-CO-OK = KN=CO + H_2O \end{array}\right\} \ldots (I)$$

Daar alles wat de carbaminezure verbindingen betreft geacht kan worden van groot belang te zijn, zoowel uit een zuiver scheikundig oogpunt als scheikundig physiologisch, heeft men getracht deze reactie met eenige zorg na te gaan. Om de verhouding te leeren kennen van urethaan tegenover potassa in alkoholische oplossing bij gewone temperatuur, werden urethaan en potassa genomen in een hoeveelheid van nagenoeg gelijke moleculair-gewichten. Zoo werd in een proef b.v. een oplossing van 4 gr. urethaan in 8 c c. abs. alkohol vermengd met die van 2,535 gr. potassa (evenwel een weinig water bevattende) in 26 c.c. alkohol (de laatste oplossing na filtratie door glaswol) in een glazenbuis, die werd toegesmolten. Het duurt in den regel eenige uren alvorens de reactie zeer merkbaar is aangevangen, en eenige dagen voordat zij is geëindigd. De krystallen die zich afzetten vertoonen aanvankelijk geen duidelijken vorm, maar nemen langzamerhand in omvang toe, en vormen dan ten deele betrekkelijk groote prisma's met schoonen glans (men had het kaliumisocyanaat nog nimmer in krystallen van zulke afmetingen gezien). De krystallijne massa werd gewasschen met alkohol en daarna geplaatst onder een exsiccator.

I. Een hoeveelheid van 1,0317 gr. stof (opzettelijk niet

*) *J. C. pr. Ch. N. F.* Bd. 1, 285.

omgekrystalliseerd) gaf 0,5831 gr. kooldioxyde en 0,0425 gr. water.

II. Van een andere bereiding gaf 0,4026 gr. stof aan stikstof 55 c.c. bij 5,7° en 771,75 mm. bar. (gecorr.).

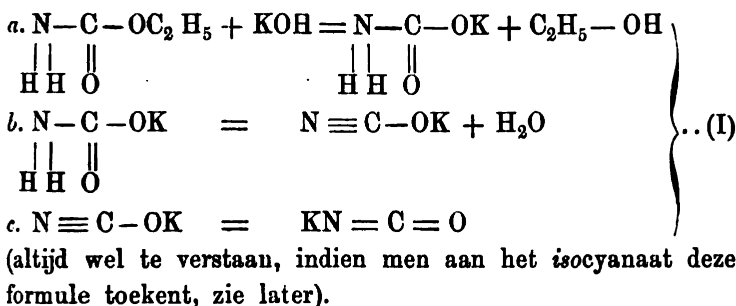
Berekend op 100 gew.-d. der verbinding komt dit overeen met:

	I.	II.	KNCO eischt:	NH_2—CO—OK vordert:
koolstof . .	15,4	—	14,8	12,0
waterstof .	0,4	—	0,0	2,0
stikstof . .	—	16,9	17,3	14,1.

De krystallen behouden hun glans onder den exsiccator, en men mag dus aannemen, dat onder deze omstandigheden de samenstelling onveranderd blijft. De verbinding is onoplosbaar in alkohol, en kenmerkte zich ook door andere eigenschappen als te zijn kaliumisocyanaat. Zoo werd een kleine hoeveelheid er van gedaan op een horologieglas, alzoo ook eenig kaliumisocyanaat, beiden geplaatst in de vochtige lucht, en vervloeiden zij te gelijker tijd.

Zooals reeds werd opgemerkt, niets doet veronderstellen, dat de oorspronkelijke stof zich zou ontleden onder den exsiccator, want de krystallen behouden den glans; bijgevolg zal er niet aanvankelijk ontstaan kaliumcarbamaat, dat door verlies van water onder den exsiccateur wordt omgezet in kaliumisocyanaat. Evenmin heeft men den krystalvorm zien veranderen in de toegesmolten buis (uit de methode ter bereiding van kaliumcarbamaat van Drechsel volgt, dat dit lichaam genoegzaam onoplosbaar is in alkohol). Maar men zou in ieder geval kunnen veronderstellen, dat aanvankelijk gevormd kaliumcarbamaat onmiddelijk werd omgezet in kaliumisocyanaat onder uittreden van water; tot een zoodanige veronderstelling bestaat evenwel vooralsnog geen aanleiding. Ook zou dan moeten worden aangenomen, dat door Drechsel kaliumisocyanaat is geanalyseerd en geen kaliumcarbamaat. Met betrekking tot de analyse van dit laatste zout of dat van sodium, worde medegedeeld, dat deze scheikundige uitging van een onbepaalde hoeveelheid, en na ontleding bepaalde door titreeren de gezamentlijke hoeveelheid potasch

(of soda) en ammoniak en na uitdrijven van den ammoniak, de hoeveelheid potasch (of soda) en niet meer, geen elementair-analyse noch stikstofbepaling werd verricht, zoodat de verbinding ook wel kaliumisocyanaat zou kunnen geweest zijn of ammonium-kaliumcarbonaat ($NH_4O—CO—OK$). Laat men er echter bijvoegen, dat Drechsel meent te hebben waargenomen, dat een oplossing van het betreffende natriumzout zich verhoudt tegenover calciumchloride als die van calciumcarbamaat; ook meent deze scheikundige dezelfde reactie te hebben waargenomen met kaliumcarbamaat. En zooals bekend, worden kalium- en natriumisocyanaat in waterige oplossing *langzamer* ontleed (en hetzelfde geldt met betrekking tot calciumisocyanaat) in carbonaten, dan de carbamaten dezer metalen. Later hoopt men op dit punt terug te komen. Er is ook niet alleen sprake van de al of niet vorming van potassiumcarbamaat, maar tevens van de vorming van *normaal*cyanaat, dat zich omzet in *iso*cyanaat, en naar de volgende vergelijkingen zou kunnen geschieden:



$$\left.\begin{array}{l} a.\ \underset{H\,H\,O}{N—C—OC_2H_5} + KOH = \underset{H\,H\,O}{N—C—OK} + C_2H_5—OH \\ b.\ \underset{H\,H\,O}{N—C—OK} = N \equiv C—OK + H_2O \\ c.\ N \equiv C—OK = KN = C = O \end{array}\right\} \ldots (I)$$

(altijd wel te verstaan, indien men aan het *iso*cyanaat deze formule toekent, zie later).

Eenige jaren geleden *) gaf men zich betrekkelijk veel moeite, om kalium*normaal*cyanaat te doen kennen, maar deze arbeid bleef zonder eenige bepaalde uitkomst. Later meende men dit doel wellicht te kunnen bereiken door verzeepen van *normaal*cyaanzuuraethyl met potassa in alkoholische oplossing bij gewone temperatuur (zie later), maar, zooals men deed opmerken, was het noodig, aanvankelijk een studie te maken der inwerking van potassa op urethaan. Wat aan-

*) *Recueil des Trav. Chim. d. Pays-Bas.* I. 63.

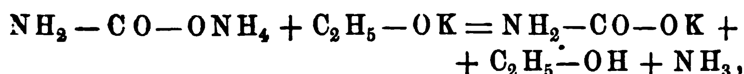
gaat de vergelijkingen onder (I), zoo moet worden gezegd, dat deze de bekende feiten niet genoegzaam teruggeven, want kaliumcarbamaat is niet aangetroffen bij de reactie, en een aannemen der vorming van *normaal*kaliumcyanaat is niet meer dan een veronderstelling, en dus evenzoo een omgezet worden van dit in het overeenkomstige *iso*cyanaat. Men zal dan ook later andere vergelijkingen geven, maar wenschte vooraf eenige proeven mede te deelen betrekking hebbende op kaliumcarbamaat en de verhouding van urethaan tegenover ammoniak. Zooals bekend is ammoniumcarbamaat een vrij standvastige verbinding in een gesloten vat bij gewone temperatuur; en deze eigenschap gaf aanleiding, om op urethaan in alkoholische oplossing ammoniak te laten inwerken in een toegesmolten buis bij gewone temperatuur. Men zal zich herinneren, dat ter omzetting in ureum *) bij ongeveer 180° wordt verwarmd, en wordt aangenomen, dat dan de rest OC_2H_5 door NH_2 wordt verplaatst (zie hierover later). In onze proef ontstond geen afzetsel, en bijgevolg werd geen ammoniumcarbamaat gevormd (in abs. alkohol genoegzaam onoplosbaar). Na ongeveer een maand te hebben gestaan, werd de oplossing geplaatst onder een exsiccator; er bleef alleen urethaan terug, dat alzoo onaangetast was gebleven. Evenmin werd ammoniumcarbamaat gevormd met alkohol van 84 p.c. (noch ontstond ammonium*iso*cyanaat, tevens genoegzaam onoplosbaar in alkohol).

Kaliumcarbamaat. Het onderwerp dat ons bezighoudt maakte het noodig, om deze verbinding eenigzins te leeren kennen. Ter bereiding van dit zout laat Drechsel †) ammoniakgas gaan door een oplossing van kaliumaethylaat en daarna kooldioxyde. Er wordt dan naar dezen scheikundige aanvankelijk een vlokkige stof afgezet die weldra krystalliseert in korrels en lange naalden, en deze stof zou dan zijn kaliumcarbamaat. De reactie zou aldus kunnen worden teruggegeven:

---

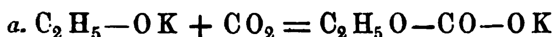
*) Beilstein, *Handb. Org. Ch.* S. 993 (Zweite Aufl.).

†) L. c. p. 128.

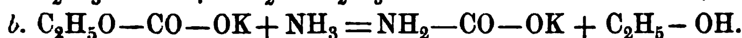


$$NH_2-CO-ONH_4 + C_2H_5-OK = NH_2-CO-OK + C_2H_5-OH + NH_3,$$

maar ook volgens deze vergelijkingen:



$$a.\ C_2H_5-OK + CO_2 = C_2H_5O-CO-OK$$



$$b.\ C_2H_5O-CO-OK + NH_3 = NH_2-CO-OK + C_2H_5-OH.$$

Drechsel maakt geen gebruik van potassa, daar hierdoor een vloeibaar product zou worden afgezet, terwijl naar dezen scheikundige kaliumcarbamaat een vervloeibaar lichaam is. De volgende proeven schijnen daarmede niet in te stemmen. Men liet namelijk dan eens potassa, dan weder kaliumaethylaat inwerken op ammoniumcarbamaat, in den regel gemaakt naar de welbekende methode van Basaroff *). Als inleidende proef nam men 0,5 gr. zout met 30 c.c. abs. alkohol op een oplossing van 0,3 gr. potassium en 4 c.c. alkohol, alles in een buis, die daarna werd toegesmolten. Aangezien het ammoniumcarbamaat omgeven werd door de verbinding ontstaan en de werking daardoor werd gestaakt, voegde men er 30 c.c. alkohol aan toe. Door van tijd van tijd te schudden, had de inwerking in voldoende mate plaats en werd het geheel in een *geleiachtige massa* omgezet, na eenige dagen overgaande in een krystallijn poeder (later zal blijken, dat dit geen kaliumcarbamaat is). Ter contrôle ging men thans uit van ruw ammoniumcarbamaat (dus niet verhit met alkohol). Tot dit doeleinde werden 40 c.c. alkohol verzadigd met ammoniakgas, daarna werd verdund met 80 c.c. alkohol, en vervolgens verzadigd met kooldioxyde. Een vierde gedeelte ongeveer dezer massa werd in een buis gedaan met een oplossing van 0,5 gr. potassium in 6 c.c. alkohol (berekend op ongeveer 1 gr. ammoniumcarbamaat) en de buis daarna toegesmolten; ook de inhoud hiervan werd veranderd in een geleiachtige massa. In een volgende proef werd uitgegaan van potassa en overigens op gelijke wijze te werk gegaan. Ook thans werd het geheel een geleiachtige massa, maar na eenige dagen omgezet in een krystallijn

*) *J. C. pr. Ch. N. F.* Bd. I. 285.

poeder, gelijk het geval was in de vorige proeven. Wederom werd nu uitgegaan van ammoniumcarbamaat naar BASAROFF, en bij 0,5 gr. van het zout met 30 c.c. alkohol een oplossing gedaan van 0,36 gr. potassa in 7 c.c. alkohol. Het geheel werd geleiachtig om na eenige dagen in een krystallijn poeder over te gaan, dat zoowel door middel eener elementair-analyse als een stikstofbepaling naar DUMAS, alsmede door verschillende reacties, zich deed kennen als te zijn *hydrokaliumcarbonaat.* Met alkohol van 84 p.c. werkende onder overigens dezelfde omstandigheden, werd geen geleiachtige massa gevormd, maar zetten zich weldra tamelijk goed gevormde krystallen af, die evenmin stikstof bevatten en zich eveneens kenmerkten als te zijn hydrokaliumcarbonaat, blijkbaar evenzoo ontstaan volgens de vergelijking:



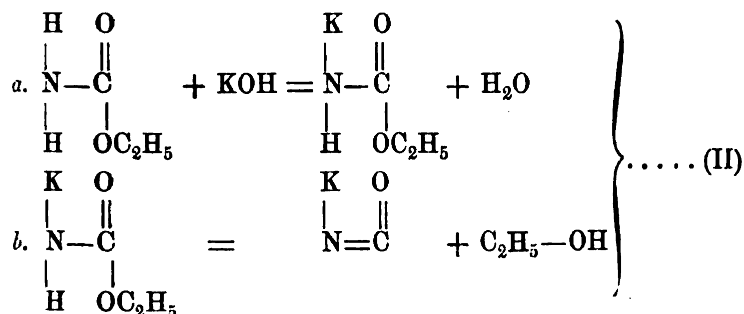
$$NH_2{-}CO{-}OK + H_2O = HO{-}CO{-}OK + NH_3.$$

Als laatste poging tot het bekomen van kaliumcarbamaat in een ter analyse geschikten vorm, evenwel met wijziging der methode van DRECHSEL, werd uitgegaan van alkohol verzadigd met ammoniak, ten einde gemelde ontleding te ontgaan, en bij 66 c.c. hiervan gevoegd 1 gr. ammoniumcarbamaat (gemaakt volgens BASAROFF) en een oplossing van 0,5 gr. kalium in 8 c.c. alkohol. Zooals te wachten was, ging de reactie uiterst langzaam. en zelfs na eenige weken bleef de ontstane verbinding, blijkbaar kaliumcarbamaat, volhouden in den geleiachtigen toestand, reden waarom werd afgezien van het doen eener analyse.

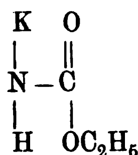
Uit het medegedeelde volgt duidelijk, dat ingeval kaliumcarbamaat mocht ontstaan bij de reactie van potassa of kaliumaethylaat en urethaan in alkoholische oplossing, dit zich al zeer spoedig zou kenmerken door den geleiachtigen toestand en de omzetting daarna in kaliumhydrocarbonaat, dat men evenmin heeft aangetroffen. Ook de neiging van carbamaat om water te verliezen en daarbij over te gaan in kaliumisocyanaat, namelijk bij gewone temperatuur, is niet aanwezig; integendeel bestaat er een neiging tot opname van

eenig water en ter ontleding in meer gemelden zin (veronderstelt dat er geen vrije ammoniak aanwezig is in genoegzame hoeveelheid om deze reactie te verhinderen).

Over de vorming van kalium-carbaminezuur aethyl. Het mag dan wel beschouwd worden als genoegzaam bewezen, dat bij inwerking van potasch op urethaan in alkoholische oplossing, geen kaliumcarbamaat ontstaat, en de vergelijkingen vroeger onder I (zie p. 129) medegedeeld, kunnen dus niet worden beschouwd als de waarheid genoegzaam uit te drukken. Veel keuze blijft er niet over, en wel schijnt de volgende verklaringswijze zich te doen gelden:

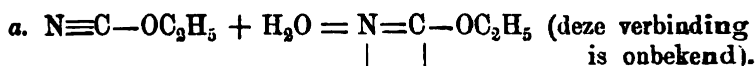


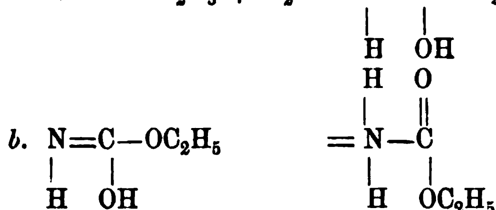
Zooals bekend geeft kaliumisocyanaat geen additie-product met alkohol, waaruit reeds volgt met eenige waarschijnlijkheid, dat de verbinding:



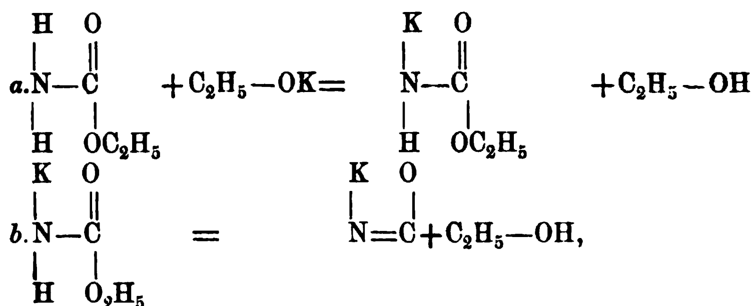
nog al kans zal hebben om ontleed te worden bij gewone temperatuur in kaliumisocyanaat KN = CO en alkohol C_2H_5—OH. Daarentegen verbindt zich vrij *iso*cyaanzuur, gelijk men weet, gemakkelijk met alkohol. Het ontstaan van urethaan door *normaal* aethylcyanaat en water is niet in strijd met deze wijze van opvatten, want deze reactie kan aldus worden teruggegeven: *)

*) Zie de volgende Verhandeling.





Indien potassa in alkoholische oplossing met urethaan geeft de gemelde verbinding KHN—CO—OC_2H_5, dan zal deze laatste zich des te eerder vormen met *kaliumaethylaat*, waardoor een verzeepen van den rest OC_2H_5 nog moeielijker zal geschieden; en de reacties zullen die zijn uitgedrukt door de volgende vergelijkingen:



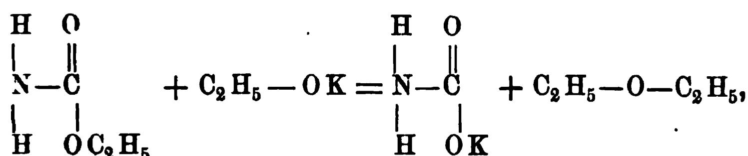
welke reacties wel zijn van een eenvoudige natuur, maar daarom van niet minder belang.

Voegt men bij een oplossing van kaliumaethylaat een alkoholische oplossing van urethaan (in dezelfde verhouding als in de voorgaande proeven met potassa) in een buis, daarna digtgesmolten, dan vangt weldra aan een lichaam te krystalliseeren in fijne naalden, na verloop van eenigen tijd overgaande in tamelijk groote prisma's (met potassa ontstaan krystallen met gewijzigden vorm). Het product werd gewasschen met alkohol en geanalyseerd.

Een hoeveelheid van 1,0738 gr. leverde op 0,5838 gr. kooldioxyde en 0,0216 gr. water. Berekend op 100 gew.-d. heeft men:

		NK=CO vordert:
koolstof.	14,8	14,8
waterstof	0,2	0,0.

Men had hierbij zuiveren alkohol gebruikt. Deze proef is dus wel beslissend, in zooverre als hieruit opnieuw ten duidelijkste blijkt, dat kaliumcarbamaat niet optreedt als tusschenproduct, in welk geval deze reactie zou moeten geschieden:



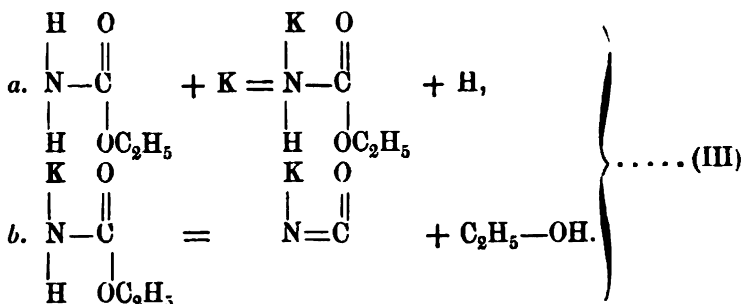
welke reactie wel bezwaarlijk zou zijn in overeenstemming te brengen met de bekende feiten.

De vraag rees thans of de vorming zou kunnen bewezen worden van dit lichaam, waaraan men den naam kan geven van potassium-carbaminezuur aethyl (potassium-aethylurethaan, potassium-amidomierenzuur aethyl). Ter inleiding liet men aethyliodide C_2H_5J inwerken op een mengsel van urethaan en potassa in alkoholische oplossing. In geval van vorming der zoo even genoemde verbinding, zou deze met aethyliodide kunnen geven een lichaam der formule C_2H_5—HN—CO—OC_2H_5 of aethylcarbaminezuur aethyl, maar dit heeft niet plaats. Laat men potassium inwerken op urethaan in gesmolten toestand, dan doet zich een sterke inwerking voor en vorming dientengevolge van gekleurde produkten in een dusdanige mate, dat deze wel niet kan leiden tot het gewenschte doel. Lost men evenwel het urethaan op in aether, dan geschiedt de inwerking van het potassium zeer langzaam, indien wordt uitgegaan van 1,77 gr. potassium op 4 gr. urethaan (dus in een verhouding uitgedrukt door K en NH_2—CO—OC_2H_5) en 60 c.c. abs. aether. Waterstof komt vrij, en weldra vangt een kleurloos lichaam aan met te worden afgezet. De reactie, gedaan in een groote reageerbuis (voorzien van een afleidingsbuisje, voor de waterstof, in kwik gedompeld) houdt eenige dagen aan alvorens te zijn geeindigd, terwijl er niets overblijft van het aangewende potassium. Het product werd eerst gewasschen met abs. aether en daarna met alkohol.

Een hoeveelheid van 1,1561 gr. dezer stof gaf 0,621 gr. kooldioxyde en 0,0181 gr. water, dat op 100 gew.-d. berekend overeenkomt met:

		KN=CO verlangt:
koolstof.	14,6	14,8
waterstof	0,1	0,0

De reactie betreffende de inwerking van potassium op urethaan laat zich alzoo teruggeven:



De hoeveelheid gevormd kaliumisocyanaat is genoegzaam in overeenstemming met deze wijze van beschouwen. Uit het medegedeelde volgt, dat de verbinding $KHN-CO-OC_2H_5$ namelijk onbestendig is, maar weldra wordt ontleed in kaium-isocyanaat en alkohol.

Over natrium-carbaminezuur aethyl. Uit de betrekkelijke onstandvastigheid van het kalium-carbaminezuuraethyl behoeft nog niet te volgen, dat de overeenkomstige natriumverbinding evenzeer weinig bestendig is. Integendeel zal er kans bestaan, dat het natrium-carbaminezuur aethyl genoegzaam standvastig zal zijn ter analyse, omdat dat van het potassium (zie vroeger) betrekkelijk langzaam kalium-isocyanaat afzet in alkoholische oplossing, en de natrium-verbinding waarschijnlijk standvastiger is dan die van het potassium.

Gevoegd bij urethaan in aetherische oplossing vormt natrium een sneeuwwit lichaam, dat, na wasschen met absoluten aether, bleek *zeer oplocbaar te zijn in alkohol*, waaruit reeds met genoegzame zekerheid volgt, dat deze verbinding zal zijn natrium-carbaminezuur aethyl. Dit volgt nog dui-

delijker uit de eigenschap dezer oplossing om, na eenigen tijd te hebben gestaan, natriumisocyanaat af te zetten (zie later). Ook stemt de hoeveelheid van het product voldoende overeen met de theorie. De verbinding wordt ontleed bij gewone temperatuur maar langzaam; ook is het zeer hygroscopisch, eigenschappen, die de analyse dezer stof niet weinig bemoeielijken. Na wasschen met abs. aether op een filtrum, werd het geheel geplaatst onder een exsiccator en den volgenden dag geanalyseerd. Voegen we er aan toe, dat de verbinding werd gemaakt in een groote buis, geplaatst in een molglas met eenig kwik, welke buis was omgeven met een andere buis omgekeerd, zoodat de geheele toestel van glas was.

I. Een hoeveelheid van 0,8301 gr. stof gaf 89,75 c.c. stikstof bij 10,8^0 en 752,3 mm. bar. (corr.).

II. Van een andere bereiding gaf 0,6102 gr. stof aan stikstof 63 c c. bij 10,1^0 en 760,12 mm. bar. (corr.), overeenkomende op 100 gew.-d. met:

	. I.	II.	$NaHN-CO-OC_2H_5$ vordert:	$NaN=CO$ verlangt:
stikstof. .	12,7	12,4	12,6	21,6.

Men was wel zoo voorzichtig om de stof niet vooraf tot poeder te wrijven, maar dit te doen in den mortier bij het vermengen met de chromaten (lood- en kaliumchromaat), met 't oog op gemelde eigenschap van zich te dissocieeren. Bij vermenging kan noodwendig dissociatie intreden, maar hierdoor zou alleen eenige alkohol kunnen verloren gaan, dat geen invloed zou uitoefenen op de stikstofbepaling. Maar op de bepaling van koolstof zal deze ontleding van invloed kunnen zijn, en zooals bleek bij analyse tamelijk merkbaar, zoodat het maximum aan koolstof niet meer bedroeg dan 29,1 p.c. 5,3 p.c. waterstof (de theorie vordert 32,4 koolstof en 5,4 waterstof). Bij verhitten der stof in een droogen luchtstroom verloor 3,5638 gr. aan alkohol 1,3543 gr. (er werd verhit tot 200^0, maar tot nabij 100^0 vervluchtigt zich verreweg de grootste hoeveelheid), overeenkomende met 37,8 p.c. alkohol, terwijl de theorie eischt 41,4 p.c., dat vrij wel

overeenstemt, al moet men veronderstellen dat er een secundaire reactie intreedt; wel te verstaan, indien gemeld verschil niet aan dissociatie is toe te schrijven der stof vóór de proef (de materialen aangewend waren scheikundig zuiver).

De alkoholische oplossing van natrium-carbaminezuur aethyl zet bij gewone temperatuur een krystallijne stof af. Een hoeveelheid van 0,5502 gr. gaf 0,3614 gr. koolcdioxyde en 0,0192 gr. water. Berekend op 100 gew.-d. stemt dit overeen met:

		NaN=CO vordert:
koolstof.	17,9	18,4
waterstof	0,3	0,0.

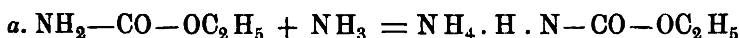
Dit zout treedt op als een krystallijn tamelijk volumineus poeder, oplosbaar in water, onoplosbaar in alkohol en aether. Het is natriumisocyanaat, tot nog toe zeer weinig bekend, en ontstaan, zooals gezegd, door ontleding van natrium-carbaminezuur aethyl. De alkoholische oplossing van dit laatste lichaam wordt niet gemakkelijk neêrgeslagen door toevoeging van aether. Geplaatst onder een exsiccator, ontstaat aanvankelijk een siropige massa, die na vast worden nog een weinig natrium-carbaminezuur aethyl bevat (zie later over een zeer gevoelige reactie dezer stof), waaruit volgt, dat dit lichaam betrekkelijk nog al standvastig is. Tevens wordt dit carbamaat gevormd door soda en urethaan in alkoholische oplossing in moleculaire verhouding bij elkander gedaan, en tevens door natriumaethylaat, zoodat men bij werken met urethaan dit carbamaat nog al eens zal kunnen ontmoeten.

Men wenschte toch nog een poging te doen ter afzondering van potassium-carbaminezuur aethyl KHN—CO - OC_2H_5, daarvan uitgaande, dat de inwerking van potassa en kaliumaethylaat op urethaan in alkoholische oplossing zeer langzaam geschiedt. Een mengsel van kaliumaethylaat en urethaan in gelijk aantal moleculen, werd na een dag te hebben gestaan, gefiltreerd ter verwijdering van een kleine hoeveelheid kaliumisocyanaat, en bij het filtraat aether gedaan in groote hoeveelheid ten einde kalium-carbaminezuur aethyl neêr te slaan. Dit laatste geschiedde evenwel niet, maar langzamerhand

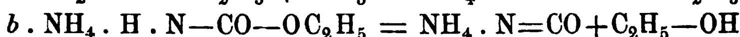
werd natriumisocyanaat afgezet, waaruit volgt, dat gemeld carbamaat zeer oplosbaar is in een mengsel van alkohol en aether, zooals het geval is met het carbamaat van natrium.

Ioodaethyl en natrium-carbaminezuur aethyl. Deze lichamen reageeren niet bij gewone temperatuur in geval aethyliodide in aether is opgelost, een verschijnsel dat niets bevreemdens heeft, indien met let op de neiging van dit carbamaat ter vorming van natriumisocyanaat.

Ammoniak tegenover urethaan. In alkoholische oplossing verhit ontstaat ureum *), zooals bekend. Uit het vroeger medegedeelde volgt, dat deze reactie zou kunnen geschieden naar de volgende vergelijkingen:



$$a.\ NH_2-CO-OC_2H_5 + NH_3 = NH_4.H.N-CO-OC_2H_5$$



$$b.\ NH_4.H.N-CO-OC_2H_5 = NH_4.N=CO + C_2H_5-OH$$



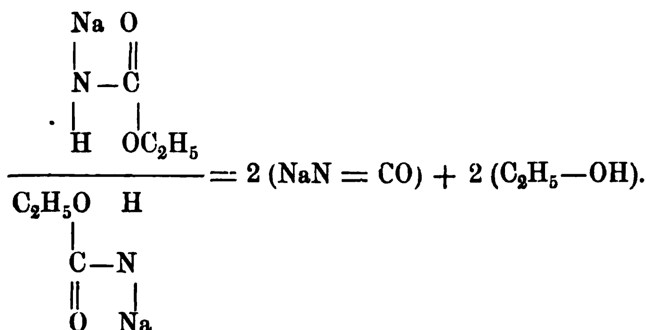
$$c.\ NH_4.N = CO \quad = NH_2-CO-NH_2.$$

Eenige theoretische beschouwingen. Tot nog toe was aangenomen, dat natrium-carbaminezuur aethyl (en dat van potassium) aldus wordt ontleed:



$$NaHN-CO-OC_2H_5 = NaN = CO + C_2H_5-OH,$$

of anders gezegd, dat de ontleding is een intramoleculaire; maar ook twee moleculen zouden ontledend op elkander kunnen werken:



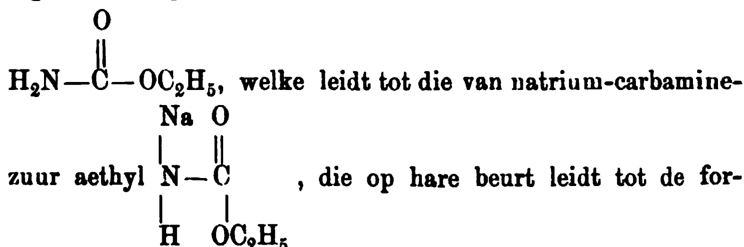
$$= 2\,(NaN = CO) + 2\,(C_2H_5-OH).$$

Een studie der ontledingsnelheid zou wellicht in staat

*) Zie deze Verhandeling p. 132.

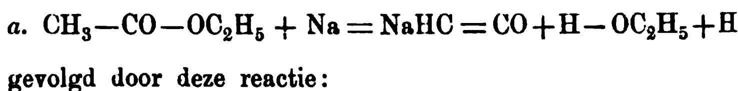
zijn, om dit vraagstuk eenigermate op te lossen. Men hoopt in deze richting nader proeven te nemen.

Het ontstaan van een *iso*cyanaat, b.v. bij ontleding van natrium-carbaminezuur aethyl, is een nieuw argument voor de aanname der formule $HN = CO$ van het cyaanzuur in vrijen staat bekend, het zoogenoemde *iso*cyaanzuur. De scheikundigen toch zijn het eens omtrent de formule voor urethaan



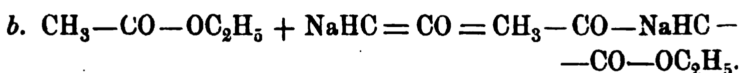
$H_2N - \overset{\overset{O}{\|}}{C} - OC_2H_5$, welke leidt tot die van natrium-carbaminezuur aethyl $\underset{\underset{H}{|}}{\overset{\overset{Na}{|}}{N}} - \underset{\underset{OC_2H_5}{|}}{\overset{\overset{O}{\|}}{C}}$, die op hare beurt leidt tot de formule van isocyaanzuur $\overset{\overset{H}{|}}{N} - \overset{\overset{O}{\|}}{C}$ (altijd verondersteld, dat geen isomerificatie intreedt).

Het is niet onwaarschijnlijk, dat er eenig verband bestaat tusschen de wijze van vorming en ontleiding b.v. van natrium-carbaminezuur aethyl en de vorming van lichamen waartoe b.v. behoort het acetylazijnzuur aethyl:



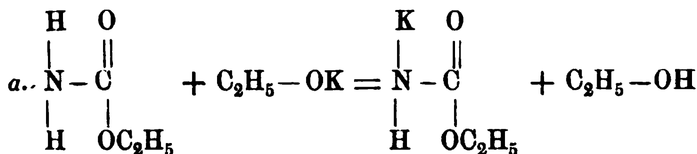
a. $CH_3 - CO - OC_2H_5 + Na = NaHC = CO + H - OC_2H_5 + H$

gevolgd door deze reactie:



b. $CH_3 - CO - OC_2H_5 + NaHC = CO = CH_3 - CO - NaHC -$
$- CO - OC_2H_5$.

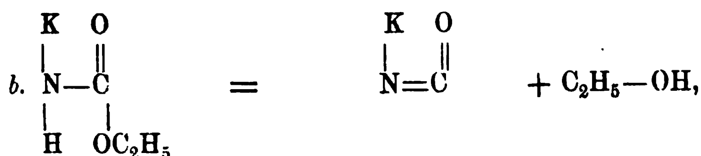
Urethaan met potassa in gelijke moleculaire hoeveelheid in bijzijn van alkohol en water. Kaliumaethylaat en urethaan werken op elkander in naar de volgende vergelijkingen *):



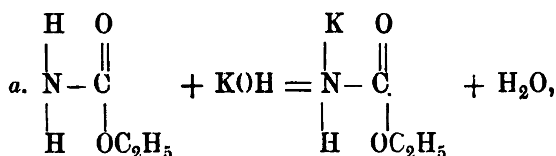
$$a. \underset{\underset{H}{|}}{\overset{\overset{H}{|}}{N}} - \underset{\underset{OC_2H_5}{|}}{\overset{\overset{O}{\|}}{C}} + C_2H_5 - OK = \underset{\underset{H}{|}}{\overset{\overset{K}{|}}{N}} - \underset{\underset{OC_2H_5}{|}}{\overset{\overset{O}{\|}}{C}} + C_2H_5 - OH$$

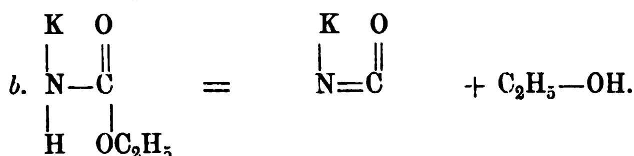
---

*) Zie deze Verhandeling, p. 136.

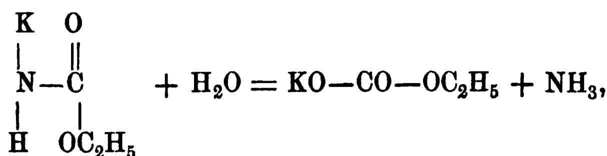


en potassa met urethaan alzoo:





Hieruit volgt derhalve, dat een molecule water kan aanwezig zijn, zonder op de reactie merkbaar storend in te werken; maar nog meer water kan voorhanden zijn, daar de reactie met potassa en gewonen abs. alkohol nagenoeg even goed gaat. Indien evenwel het water in een betrekkelijk groote hoeveelheid aanwezig is, dan ontstaat kalinmcarbonaat KO—CO—OK. De vorming van dit zout wordt voorafgegaan door deze reactie:

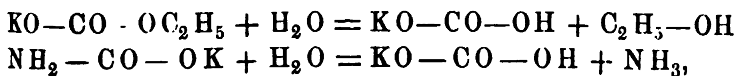


of door de volgende:



$$NH_2—CO—OC_2H_5 + KOH = NH_2—CO—OK + C_2H_5—OH.$$

Kaliumaethylcarbonaat en kaliumcarbamaat kunnen door water ontleed worden op de volgende wijze:



$$KO—CO—OC_2H_5 + H_2O = KO—CO—OH + C_2H_5—OH$$
$$NH_2—CO—OK + H_2O = KO—CO—OH + NH_3,$$

er ontstaat dus kaliumhydrocarbonaat.

Het kan zijn, dat er urethaan onaangetast is, in welk geval er een zekere hoeveelheid potassa K O H beschikbaar is (daar deze stoffen in de verhouding der mol.-gew. zijn genomen); men heeft alsdan:



$$KO{-}CO{-}OH + KOH = KO{-}CO{-}OK + H_2O,$$

ook kan de volgende reactie intreden:



$$KO{-}CO{-}OC_2H_5 + KOH = KO{-}CO{-}OK + C_2H_5{-}OH.$$

Is er hetrekkelijk veel water aanwezig, dan kan deze reactie plaats hebben:



$$KN = CO + H_2O = NH_2{-}CO{-}OK \text{ (zie later).}$$

Een mengsel van urethaan, potassa, alkohol en water zou dan onder zekere omstandigheden aanleiding kunnen geven tot een ontstaan der volgende verbindingen: $KHN{-}CO{-}OC_2H_5$; $KN{=}CO$; $KO{-}CO{-}OC_2H_5$; $KO{-}CO{-}OH$; $NH_2{-}CO{-}OK$; NH_3 en $KO{-}CO{-}OK$. In deze richting zijn de volgende proeven genomen.

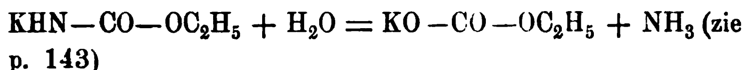
Ten einde onder bekende omstandigheden te kunnen werken, werd potassium opgelost in alkohol en deze oplossing vermengd met urethaan opgelost in alkohol, en wel 3,5 gr. potassium op 48 c.c. alkohol van 90 (vol.) p.c. en 8 gr. urethaan in 16 c.c. van dezen alkohol. De verhouding in gewicht dezer stoffen was derhalve die, uitgedrukt door $NH_2{-}CO{-}OC_2H_5$, $C_2H_5{-}OK$ (of het potassium als KOH) en 4,7 H_2O. Na eenige dagen rust waren krystallen afgezet en wel ongeveer 1,6 gr., dus betrekkelijk weinig. Van dit lichaam werd een stikstofbepaling gedaan, waaruit bleek, ook in verband met zekere eigenschappen, dat het is kalium*iso*cyanaat. Alkohol van 85 p.c. gaf onder overigens dezelfde omstandigheden, 1,3 gr. van dit zout en alkohol van 80 p.c. niet meer dan 0,27 gr. (dus evenzoo afkomstig van 8 gr. urethaan), en daarenboven een vloeibaar product als gevolg der vorming van kaliumcarbonaat $KO{-}CO{-}OK$.

Alkohol van 84 p.c. gaf met urethaan en *potassa* onder overigens gelijke omstandigheden, een vloeibaar afzetsel met krystallen.

Kaliumisocyanaat geeft met alkohol van 84 p.c. bij gewone temperatuur overigens onder omstandigheden als bij bovengemelde proeven, geen vloeibaar afzetsel, wel het geval bij verhitten (in een toegesmolten buis) tot 110^0, als gevolg van deze reacties:

a. $KN = OC + H_2O = NH_2{-}CO{-}OK$
b. $NH_2{-}CO{-}OK + H_2O = HO{-}CO{-}OK + NH_3$
c. $2(HO{-}CO{-}OK) = KO{-}CO{-}OK + CO_2 + H_2O$.

Zelfs alkohol van 80 p.c. geeft bij gewone temperatuur geen vloeibaar afzetsel, waaruit volgt, dat het kaliumcarbamaat in bovengemelde proeven geen ontledingsproduct zal zijn van kaliumisocyanaat (ontstaan door urethaan en potassa). Hieruit zou men kunnen besluiten, dat kaliumcarbonaat wellicht aldus ontstaat:


$KHN{-}CO{-}OC_2H_5 + H_2O = KO{-}CO{-}OC_2H_5 + NH_3$ (zie p. 143)

of dat aanvankelijk wordt gevormd kaliumcarbamaat:


$NH_2{-}CO{-}OC_2H_5 + KOH = NH_2{-}CO{-}OK + C_2H_5{-}OH$,

welke twee lichamen kaliumhydrocarbonaat en kaliumcarbonaat kunnen geven (zie vroeger). De moederloog van het produkt der inwerking van urethaan en potassa, geeft geen kalium-aethylcarbonaat, zelfs niet met abs. alkohol, dat trouwens duidelijk is.

De reactie gaat langzaam vooral in tegenwoordigheid van veel water. Kaliumcarbamaat vormt zeer gemakkelijk kaliumhydrocarbamaat *), en dit carbamaat is een volumineuse stof, waarvan niets werd waargenomen (noch van kalium-hydrocarbonaat), zoodat hierin aanleiding schijnt te bestaan om te mogen veronderstellen, dat als produkt eener secondaire reactie optreedt kalium-aethylcarbonaat $KO{-}CO{-}OC_2H_5$. Men zou dan te maken hebben met de verbindingen $KHN{-}CO{-}OC_2H_5$, $KN = CO$, $KO{-}CO{-}OC_2H_5$, $KO{-}CO{-}OK$ en NH_3.

---

*) Zie deze verhandeling, p. 132.

Over de werking van urethaan op het dierlijk organisme. Gemelde uitkomsten schijnen niet zonder eenig belang te zijn met 't oog op de physiologische werking van urethaan. Er volgt toch met genoegzame zekerheid uit, dat in een oplossing die alkalisch is door tegenwoordigheid van potassa of soda, en waarschijnlijk ook van hunne koolzure verbindingen, geen neiging bestaat tot een verzeepen (vorming van $NH_2—CO—OH$ en alkohol $C_2H_5—OH$), maar wel ter vorming van kalium- of natrium-carbaminezuur aethyl $\left.\begin{matrix}K\\Na\end{matrix}\right\}HN—CO—OC_2H_5$, welke verbinding ongeveer zal werken op het dierlijk lichaam als kalium- of natrium-isocyanaat. Ook zal men hebben de werking, behalve wellicht van het isocyanaat, van ammoniak en nog andere secondaire produkten (zie vroeger).

Over kwik-carbaminezuur aethyl. Er werden alkoholische oplossingen gemaakt (alkohol van 84 p.c.) van urethaan, potassa en sublimaat in een liter bevattende in gram.:

$$\frac{1}{10}\,(NH_2—CO—OC_2H_5) = 8{,}884 \text{ gr.}$$

$$\frac{2}{10}\,KOH = 11{,}2 \text{ »}$$

$$\frac{1}{10}\,HgCl_2 = 13{,}527 \text{ »}$$

Vermengt men één vol. dezer oplossing van urethaan met een half vol. van die van sublimaat en een half vol. der oplossing van potassa, dus deze stoffen in de verhouding in moleculen uitgedrukt door 2 : 1 : 2, dan ontstaat een geleiachtige massa, die werd gewasschen op het filtrum met alkohol van 84 p.c. ter verwijdering van chloorkalium. Men wassche niet tot al het chloorkalium is verwijderd, want in dat geval wordt het product te veel ontleed om daarvan met eenig goed gevolg een analyse te kunnen doen; men late er derhalve eenig chloorkalium in terug, en drooge het in een gedeeltelijk luchtledig. De verkregen massa doet zich voor als een harde massa, evenwel tamelijk

gemakkelijk fijn te wrijven tot een poeder dat een weinig is gekleurd.

Een hoeveelheid van 1,2005 gr. gaf 0,5095 gr. kooldioxyde en 0,2048 gr. water;

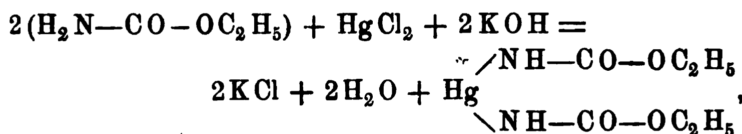
1,1161 gr. gaf 42 c.c. stikstof bij 11,5° en 754,67 mm. bar. (gecorr.);

1,4585 gr. leverde op 0,9802 gr. kwik (bij verhitten met kalk).

Op 100 gew.-d. komt dit overeen met:

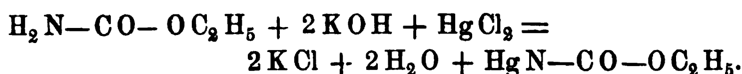
		$HgN—CO—OC_2H_5$ eischt:	$(HN—CO—OC_2H_5)_2Hg$ eischt:
koolstof	11,6	12,5	19,1
waterstof	1,9	1,7	3,2
stikstof.	4,4	4,9	7,4
kwik.	67,2	69,7	53,2.

Zooals gezegd, het product bevat eenig chloorkalium. Niet onwaarschijnlijk is de verbinding een weinig ontleed, ook kan bij het fijnwrijven wat ontleed worden. In water zwelt de massa op, om andermaal een geleiachtig lichaam te vormen; maar lost dan niet volkomen op, dat wel het geval is met het product in verschen staat (waterige oplossingen van urethaan, sublimaat en potassa, in eenzelfde verhouding genomen, geven geen afzetsel). Te oordeelen naar de verhouding, waarin urethaan, sublimaat en potassa zijn aangewend, zou een verbinding kunnen ontstaan zijn van de formule:



$$2(H_2N—CO-OC_2H_5) + HgCl_2 + 2KOH = 2KCl + 2H_2O + Hg\begin{matrix}/NH—CO—OC_2H_5 \\ \backslash NH—CO—OC_2H_5\end{matrix},$$

maar naar de analyse ontstaat een lichaam der volgende formule:



$$H_2N—CO-OC_2H_5 + 2KOH + HgCl_2 = 2KCl + 2H_2O + HgN—CO—OC_2H_5.$$

Van dit lichaam zal een nadere studie worden gemaakt.

Urethaan in tegenwoordigheid van kwikoxyde en potassa in alkoholische oplossing. Kwikoxyde schijnt niet te reageeren

op urethaan in waterige of alkoholische oplossing. Wordt evenwel een alkoholische oplossing van potassa gevoegd bij die van sublimaat in de moleculaire verhouding van 2 : 1, zoo zet zich een meer of min geelgekleurd lichaam af; voegt men thans urethaan toe (in alkoholische oplossing) en wel in de verhouding van 2 mol., dan ontstaat een genoegzaam kleurloos product. Hieruit zou men kunnen besluiten, dat de potassa, die met alkohol ten deele zal geven potassiumaethylaat, met sublimaat vormt kwikaethylaat, met urethaan de genoemde verbinding opleverende. Werkt men met waterige oplossingen op gelijke wijze, dan blijft het kwikoxyde onaangetast (daarentegen blijft alles in oplossing, indien de waterige oplossingen bij elkander worden gedaan in de volgorde: urethaan, potassa, sublimaat, of in deze: urethaan, sublimaat en potassa).

Urethaan in bijzijn van sublimaat en potassa in overmaat. Worden waterige oplossingen van de vroeger medegedeelde concentratie bij elkander gevoegd in de verhouding in moleculen uitgedrukt door 2 : 1 : 2, dan wordt niets afgezet; maar voegt men thans op nieuw bij van de potassa-oplossing, zoodat de verhouding wordt die van 2 : 1 : 4, dan ontstaat na eenige dagen een geleiachtige doorschijnende massa. Onder deze omstandigheden heeft niet onwaarschijnlijk verzeeping plaats en vorming van $(Hg(HN-CO-OK)_2$ of) $HgN-CO-OK$.

Reacties op urethaan. JACQUEMIN *) heeft reacties gegeven voor urethaan $NH_2-CO-OC_2H_5$ in *waterige* oplossing en potassa in groote overmaat met sublimaat gevende een kleurloos neêrslag en met zilvernitraat een steenrood afzetsel, dat weldra zwart wordt (welke reactie genoegzaam overeenstemt met de reactie vroeger door ons †) gegeven voor ureum $NH_2-CO-NH_2$). Het is evenwel beter om uit te gaan van alkoholische oplossingen (van 84 p. c.) §).

---

*) *Bull. soc. Chem. de Paris*, T. 46, p. 306; *Compt. rend.* 103, 205.

†) Zie b. v. *Handb. d. Org. Chem.* v. BEILSTEIN. S. 1028 (Zweite Aufl.).

§) Alkohol van 84 p c. houdt het chlorkalium in oplossing, onder meergemelde omstandigheden werkende met sublimaat.

Over zilver-carbaminezuur aethyl. Men ging eveneens uit van een alkoholische oplossing van zilvernitraat, bevattende $\frac{1}{10} NO_3Ag = 16{,}955$ gr. in een liter (alkohol van 84 p. c.). Gelijke maten der oplossing van urethaan en zilvernitraat vormen met die van potassa een neêrslag, dat aanvankelijk een *gele* kleur bezit, weldra overgaande in een steenroode, om na eenige dagen zeer donker van kleur te worden *). In waterige oplossing verandert de kleur bijna onmiddellijk en gaat over in zwart, waarom het is aan te bevelen alkoholische oplossingen te nemen (abs. alkohol is nog beter). Zilvernitraat is een zeer gevoelige reactie op (natrium- en) potassium-carbaminezuur aethyl, dat ontstaat uitgaande van alkoholische oplossingen van urethaan en potassa, en waarschijnlijk ook uitgaande van waterige oplossingen. Natriumcarbaminezuur aethyl geeft in alkoholische oplossing of vasten staat met gemelde oplossing van zilvernitraat een geel neêrslag, dat steenrood wordt en ten slotte donkerrood na betrekkelijk geruimen tijd. De reactie kan de volgende zijn b. v. voor het kalium-carbaminezuur aethyl:

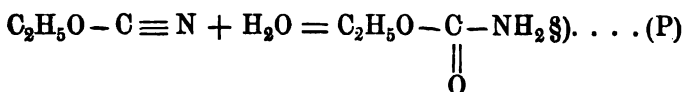
$$K{-}HN{-}CO{-}OC_2H_5 + NO_3Ag = NO_3K + AgHN{-}CO{-}OC_2H_5,$$

echter aldus ontleed wordende:

$$2(AgHN{-}CO{-}OC_2H_5) + H_2O = Ag_2O + 2(NH_2{-}CO{-}OC_2H_5).$$

De vorming van $Ag_2N{-}CO{-}C_2H_5$ zou ook kunnen geschieden.

Over additie-produkten met normaal cyaanzuur aethyl. Men heeft een voorbeeld van additie in de vorming van urethaan door n. cyanuurzuur aethyl en water †):



$$C_2H_5O - C \equiv N + H_2O = C_2H_5O - \underset{\underset{O}{\parallel}}{C} - NH_2 \text{ §)} \ldots \text{(P)}$$

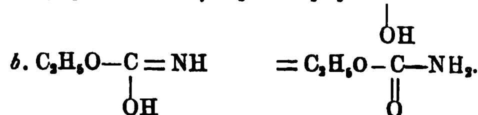
*) Na wasschen met abs. alkohol en plaatsen onder een exsiccator, bevatte een product 2,2 p.c. koolstof en 0,4 p.c. waterstof.

†) Zie *Recueil* T. I. 219.

§) Aldus te ontleden:



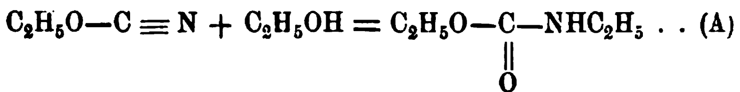
$$a.\ C_2H_5O - C \equiv N + H_2O = C_2H_5O - \underset{\underset{OH}{|}}{C} = NH$$



$$b.\ C_2H_5O - \underset{\underset{OH}{|}}{C} = NH \quad = C_2H_5O - \underset{\underset{O}{\parallel}}{C} - NH_2.$$

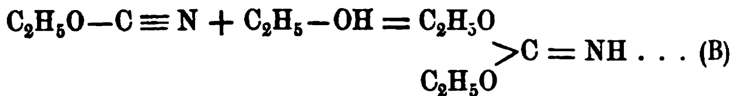
De analysen gedaan van het product der reactie van broomcyaan en natriumaethylaat C_2H_5ONa maken het vrij waarschijnlijk, dat daarin aanwezig is een verbinding ontstaan door n. cyaanzuur aethyl met alkohol, uit te drukken door de formule *) $NCOC_2H_5$, C_2H_6O, welke verbinding echter weinig standvastig is, en reeds bij gewone temperatuur (geplaatst onder een exsiccator) wordt ontleed onder loslaten van alkohol.

Verondersteld dat dit lichaam in werkelijkheid bestaat en een atomistische verbinding is, dan zou de betrekkelijke structuur kunnen zijn:



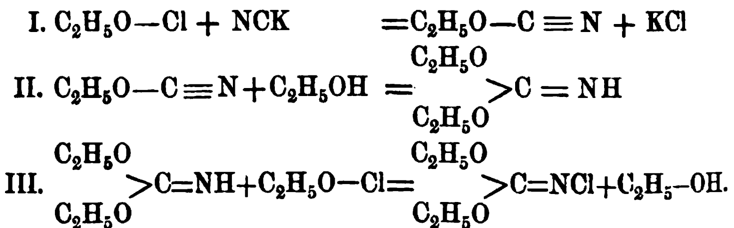
$$C_2H_5O-C\equiv N + C_2H_5OH = C_2H_5O-\underset{\underset{O}{\|}}{C}-NHC_2H_5 \quad . \; . \; (A)$$

of



$$C_2H_5O-C\equiv N + C_2H_5-OH = {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}\!\!>C = NH \quad . \; . \; . \; (B)$$

Sandmeyer †) laat de laatste reactie optreden in de vergelijkingen betrekking hebbende op de inwerking van chloor op een alkoholisch-waterige oplossing van soda en cyaankalium (NCK), naar dezen scheikundige op de volgende wijze voor te stellen:

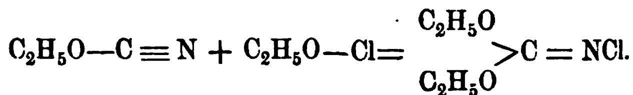


$$\text{I. } C_2H_5O-Cl + NCK = C_2H_5O-C\equiv N + KCl$$

$$\text{II. } C_2H_5O-C\equiv N + C_2H_5OH = {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}\!\!>C = NH$$

$$\text{III. } {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}\!\!>C{=}NH + C_2H_5O-Cl = {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}\!\!>C{=}NCl + C_2H_5-OH.$$

Maar uit de vergelijkingen II en III kan de volgende worden afgeleid:



$$C_2H_5O-C\equiv N + C_2H_5O-Cl = {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}\!\!>C = NCl.$$

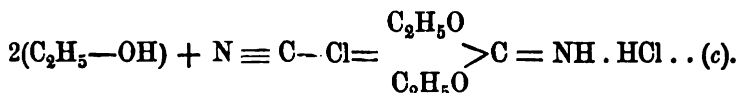
---

*) l. c. T. I. 209, 210; T. II. p. 132.

†) *Berl. Ber.* Jahrg. 19. S. 862.

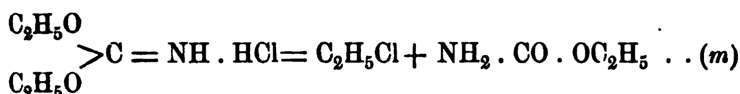
Dat beteekent in woorden, dat de resulteerende verbinding, het *chloorimido*koolzuuraethyl, is te beschouwen als *een additieproduct van normaalcyaanzuur aethyl en aethylhypochloriet.* Men treft hier een nieuwe toepassing aan van de reactie gegeven door CARIUS, maar aldus gewijzigd, dat SANDMEYER gebruik heeft gemaakt van een *ester* van het *onderchlorigzuur*, in ieder geval als een gewichtige wijziging te beschouwen.

Bij inwerking van chloorcyaan op alkohol (in bijzijn van een zekere hoeveelheid water) zou naar SANDMEYER *) ontstaan de zoutzure verbinding van *imido*koolzuur aethyl volgens de vergelijking:



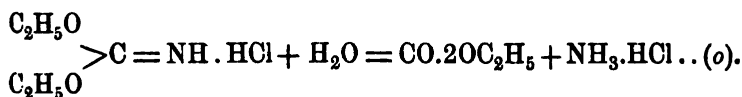
$$2(C_2H_5—OH) + N \equiv C—Cl = {C_2H_5O \atop C_2H_5O}>C = NH \, . \, HCl \, . \, . \, (c).$$

Genoemde scheikundige maakte een studie dezer verbinding, verkregen door herleiding van *chloorimido*koolzuur aethyl, dat aldus zou kunnen ontleed worden:



$${C_2H_5O \atop C_2H_5O}>C = NH \, . \, HCl = C_2H_5Cl + NH_2 \, . \, CO \, . \, OC_2H_5 \, . \, . \, (m)$$

en in tegenwoordigheid van water op de volgende wijze:



$${C_2H_5O \atop C_2H_5O}>C = NH \, . \, HCl + H_2O = CO.2OC_2H_5 + NH_3.HCl \, . \, . \, (o).$$

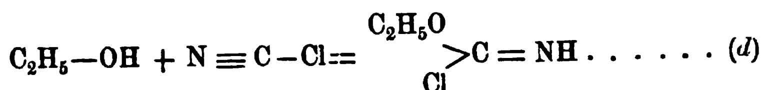
Deze reacties zouden, altijd volgens dezen scheikundige, een verklaring kunnen geven van de vorming van aethylchloride C_2H_5Cl, urethaan $NH_2.CO.OC_2H_5$, aethylcarbonaat $CO.2OC_2H_5$ en chloorammonium $NH_3.HCl$ in de reactie van chloorcyaan op alkohol in bijzijn van een weinig water; en bij gevolg evenzoo bij inwerking van broomcyaan op alkohol, waarmede men zich bezighield †).

---

*) l. c. S. 862.

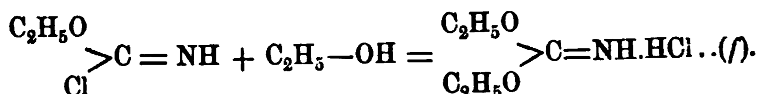
†) Zie *Recueil.* T. V. p. 65.

Laten we in de eerste plaats opmerken, dat vergelijking (*c*) de volgende twee reacties in zich sluit:



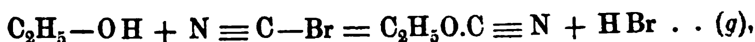
$$C_2H_5{-}OH + N \equiv C{-}Cl = \begin{matrix} C_2H_5O \\ Cl \end{matrix}\!\!>C = NH \;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (d)$$

en de volgende:



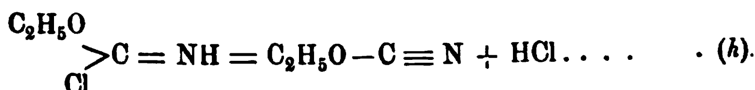
$$\begin{matrix} C_2H_5O \\ Cl \end{matrix}\!\!>C = NH + C_2H_5{-}OH = \begin{matrix} C_2H_5O \\ C_2H_5O \end{matrix}\!\!>C{=}NH.HCl\;.\;.(f).$$

Als primaire reactie werd van onze zijde gegeven *):



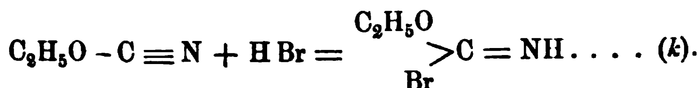
$$C_2H_5{-}OH + N \equiv C{-}Br = C_2H_5O.C \equiv N + HBr \;.\;.\; (g),$$

die als zamenvalt met vergelijking (*d*), want men heeft:



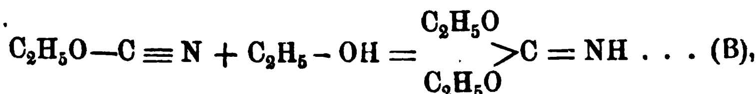
$$\begin{matrix} C_2H_5O \\ Cl \end{matrix}\!\!>C = NH = C_2H_5O{-}C \equiv N + HCl \;.\;.\;.\;.\;.\; (h).$$

Verondersteld dat broomwaterstof een additie-product vormt met normaalcyaanzuur aethyl, dan ontstaat bijgevolg:



$$C_2H_5O - C \equiv N + HBr = \begin{matrix} C_2H_5O \\ Br \end{matrix}\!\!>C = NH \;.\;.\;.\;.\; (k).$$

Vergelijking (*f*) valt ook zamen met de volgende:



$$C_2H_5O{-}C \equiv N + C_2H_5 - OH = \begin{matrix} C_2H_5O \\ C_2H_5O \end{matrix}\!\!>C = NH \;.\;.\;.\; (B),$$

terwijl het *imido*koolzuur aethyl zich kan vereenigen met het broomwaterstof gemaakt naar vergelijking (*g*), al (*k*) of niet geaddeerd aan normaalcyaanzuur aethyl.

Zooals blijkt, komt men terug op vergelijking (B), die, ten minste voor 't oogenblik, moeielijk kan worden aanvaard (zie vroeger). Ook was tot dusverre door de scheikun-

---

*) *Recueil* T. V. p. 65.

digen geen melding gemaakt van de vorming van *kooldioxyde* in de reactie van broomcyaan op alkohol (die niet minder goed plaats heeft met zuiveren alkohol), het ontstaan waarvan wel deze vergelijking vordert:



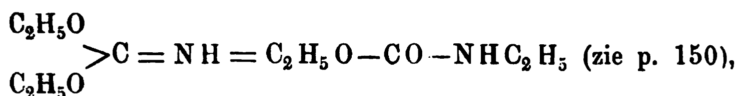
$$N \equiv C-Br + 2\,H_2O = CO_2 + NH_3 . HBr \quad . \; . \; . \; (p).$$

Het water stamt af van de reactie:



$$C_2H_5-OH + HBr = C_2H_5Br + H_2O \quad . \; . \; . \; . \; (q).$$

Er volgt uit (zie *q*), dat dit water slechts ten deele beschikbaar zal zijn voor reactie (*o*). Merken we op, dat deze vergelijking (namelijk *o*) overbodig is tot het geven eener verklaring der vorming van broomammonium, uitgedrukt door (*p*), (terwijl het ontstaan van koolzuur aethyl nog niet genoegzaam is nagegaan). In overeenstemming met het voorgaande is wat het experiment leert, namelijk dat broomcyaan door water zelfs bij 80° vrij langzaam wordt ontleed, de temperatuur genomen om broomcyaan met alkohol te ontleden. Ook schijnt het *imido*koolzuur aethyl bij 80° niet te kunnen bestaan naar hetgeen Sandmeyer dienaangaande mededeelt. In vrijen toestand ontstaat blijkbaar:



$$\begin{matrix} C_2H_5O \\ C_2H_5O \end{matrix}\!\!>C = NH = C_2H_5O-CO-NHC_2H_5 \text{ (zie p. 150)},$$

welke verbinding tot nog toe niet is aangetroffen in het product der reactie van broomcyaan op alkohol, en evenmin in hetgeen ontstaat bij inwerking van broomcyaan op natrium aethylaat (in alkoholische oplossing en verhitten op een waterbad bij ongeveer 90°—100°).

In verbinding met broomwaterstof, ontstaan bij inwerking van broomcyaan en alkohol, kan *imido*koolzuur aethyl ontleed worden naar vergelijking (*m*) en door water ten deele naar (*o*). Maar zooals gezegd, het broomwaterstof werkt in ieder geval gedeeltelijk in op alkohol onder vorming van water (*q*), en het water op zijn beurt op broomcyaan NCBr (zie hierboven). De vorming van aethylbromide

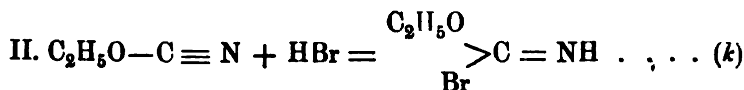
C_2H_5Br en urethaan $NH_2.CO.OC_2H_5$ is op zeer eenvoudige wijze te verklaren door de vergelijkingen (*g*), (*q*) en (P), zonder tusschenkomst van het *imido*koolzuur aethyl (waarvan de vorming voor 't oogenblik alleen van theoretische beteekenis zou zijn); en zooals men deed opmerken, de vorming van koolzuuraethyl is nog nader aan te duiden. Ook heeft men betrekkelijk standvastige verbindingen aangetroffen onder de stoffen ontstaan bij inwerking van broomcyaan op alkohol, die geen verband schijnen te bezitten met *imido*koolzuur aethyl.

Maar welke ook de uitkomst moge zijn van latere waarnemingen, de eerste reactie zal wel deze zijn:

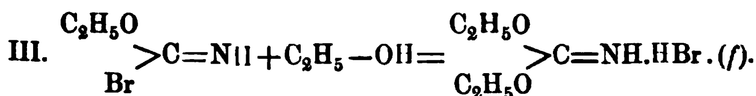


$$\text{I. } C_2H_5{-}OH + N{\equiv}C{-}Br = C_2H_5O{-}C{\equiv}N + HBr \,..\, (g),$$

en in de veronderstelling, dat *imido*koolzuur aethyl mocht ontstaan, moet vergelijking (*c*) toch altijd worden ontleed (zie (*g*), (*k*) en (*f*)) en wel alzoo:



$$\text{II. } C_2H_5O{-}C{\equiv}N + HBr = {}^{C_2H_5O}_{Br}{>}C = NH \;.\;.\;.\;.\; (k)$$



$$\text{III. } {}^{C_2H_5O}_{Br}{>}C{=}NH + C_2H_5{-}OH = {}^{C_2H_5O}_{C_2H_5O}{>}C{=}NH.HBr \,.\, (f).$$

Het medegedeelde moge aanleiding geven tot deze gevolgtrekkingen:

1. Urethaan geeft met potassa in alkoholische oplossing *bij gewone temperatuur* een schoone krystallisatie van *kalium-isocyanaat* en zoo ook met kaliumaethylaat *).

2. Onder deze omstandigheden ontstaat kaliumisocyanaat zonder dat eerst kaliumcarbamaat wordt gevormd †).

3. Kalium geeft met urethaan in aetherische oplossing (abs. aether) waterstof (alkohol) en kaliumisocyanaat §).

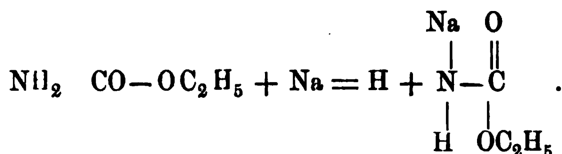
---

*) Zie deze verhandeling p. 129.

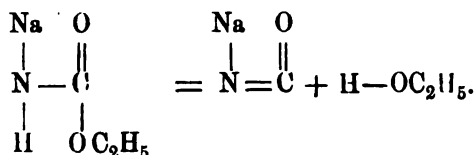
†) l. c. p. 134.

§) l. c. p. 135.

4. Natrium *) geeft met urethaan in aetherische oplossing een kleurloos lichaam, waarvan de samenstelling beantwoordt aan de formule:

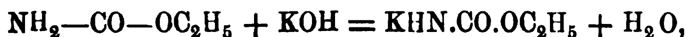


Dit lichaam, *natriumcarbaminezuur aethyl*, is onoplosbaar in aether (abs.), zeer oplosbaar in abs alkohol, maar langzaam wordt hieruit natrium*iso*cyanaat afgezet, als gevolg dezer reactie:



Natrium*iso*cyanaat treedt op als een krystallijne volumineuse massa, zeer oplosbaar in water, onoplosbaar in abs. alkohol en aether †).

5. Met potassa §) ontstaat zonder twijfel aanvankelijk kaliumcarbaminezuur aethyl $KHN.CO.OC_2H_5$:



$$NH_2—CO—OC_2H_5 + KOH = KHN.CO.OC_2H_5 + H_2O,$$

en zoo ook met kaliumaethylaat:



$$NH_2—CO—OC_2H_5 + C_2H_5—OK = KHN.CO.OC_2H_5 + C_2H_5—OH,$$

zich op overeenkomstige wijze ontledende:



$$KHN—CO—OC_2H_5 = KN = CO + H—OC_2H_5.$$

Soda en natriumaethylaat (de soda ook in alkoholische oplossing) verhouden zich op dezelfde wijze.

---

*) l. c. p. 138.
†) l. c. p. 140.
§) l. c. p. 135.

6. Met potassa (of soda) in alkoholische oplossing in bijzijn van betrekkelijk veel water, en waarschijnlijk ook in waterige oplossing, schijnt urethaan als product der eerste reactie te vormen $KHN—CO—OC_2H_5$, kaliumaethylcarbomaat. Lettende op de bekende feiten schijnt te moeten worden aangenomen, dat als product eener secondaire reactie niet optreedt kaliumisocyanaat, maar gemelde verbinding aldus wordt ontleed:



$$KHN-CO-OC_2H_5 + H_2O = KO-CO-OC_2H_5 + NH_3,$$

terwijl het kaliumkoolzuur aethyl wordt omgezet in KO—CO—OK. Opmerkingswaardig vooral is, dat urethaan *weinig* neiging schijnt te bezitten om zich te verzeepen *); tevens van belang met 't oog op de werking van urethaan op het organisme †), die genoegzame overeenstemming zal bezitten met die van isocyaanzuur of van een *iso*cyanaat dat wellicht ontstaat.

7. De wijze waarop urethaan zich verhoudt in aetherische oplossing tegenover natrium (en kalium) en tegenover een alkoholische oplossing van soda en natriumaethylaat (of kalium en kaliumaethylaat), zoowel als de vorming van natrium (of kalium-) *iso*cyanaat, zijn even zoovele argumenten voor de formule HN = CO voor het *iso*cyaanzuur §).

8. Ammoniumcarbamaat (gemaakt naar de methode van Basaroff) geeft met potassa in alkoholische oplossing en kaliumaethylaat (en zoo ook met alkohol daarenboven verzadigd met ammoniakgas) een geleiachtig en zeer volumineux lichaam, dat een sterke neiging vertoont in tegenwoordigheid van een weinig water om zich om te zetten in kaliumhydrocarbonaat HO—CO—OK. Blijkbaar is dit lichaam *kaliumcarbamaat* **) NH_2—CO—OK, dat men trouwens onder deze omstandigheden niet in een ter analyse geschikten vorm heeft kunnen bekomen.

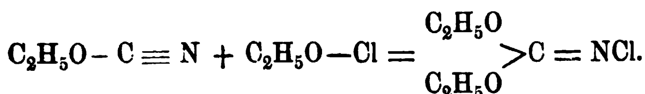
9. Alkoholische oplossingen van urethaan, sublimaat en po-

*) l. c. p. 143.
†) l. c. p. 146.
§) l. c. p. 142.
**) l. c. p. 132.

tassa in een verhouding in moleculen uitgedrukt door 2 : 1 : 2 vormen een (geleiachtig) neêrslag van een verbinding naar de analyse van de formule $HgN-CO-OC_2H_5$, een harde massa vormende, die met water opzwelt *).

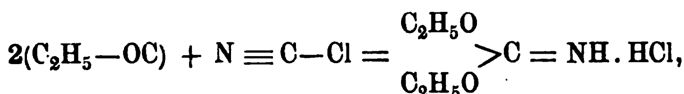
10. Het is aan te bevelen om de reacties gegeven door JACQUEMIN voor urethaan met sublimaat of zilvernitraat en potassa (in groote overmaat) te doen met alkoholische oplossingen, en wel die van sublimaat met alkohol van 84 p.c. en die van zilvernitraat met abs. alkohol en de concentraties ter plaatse medegedeeld †).

11. Het *chloorimido*koolzuur aethyl van SANDMEYER, verkregen door reactie van chloor op een alkoholisch-waterige oplossing van soda en cyaankalium (NCK), is te beschouwen als gevormd te zijn door directe additie van n. cyaanzuur aethyl en aethylhypochloriet §):



$$C_2H_5O-C\equiv N + C_2H_5O-Cl = \begin{matrix} C_2H_5O \\ C_2H_5O \end{matrix}\!\!>\!C = NCl.$$

12. De veronderstelling van SANDMEYER, dat in de reactie van chloorcyaan op alkohol ontstaat zoutzure *imido*koolzuur aethyl naar de vergelijking:



$$2(C_2H_5-OC) + N\equiv C-Cl = \begin{matrix} C_2H_5O \\ C_2H_5O \end{matrix}\!\!>\!C = NH.HCl,$$

schijnt niet in overeenstemming te zijn met de uitkomsten **) der onderzoekingen betreffende de inwerking van broomcyaan op alkohol.

Utrecht, 25 Juni 1887.

---

*) l. c. p. 146.
†) l. c. p. 148.
§) l. c. p. 149.
**) l. c. p. 154.

OVER DE STRUCTUUR

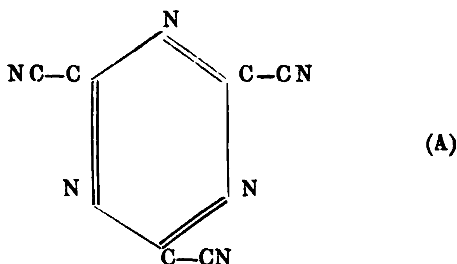
VAN

PARACYAAN EN CYAMELID,

DOOR

E. MULDER.

Paracyaan. Als moleculair-formule van paracyaan werd in het *Recueil* *) gegeven de formule $N_6 C_6$ en als structuur-formule:



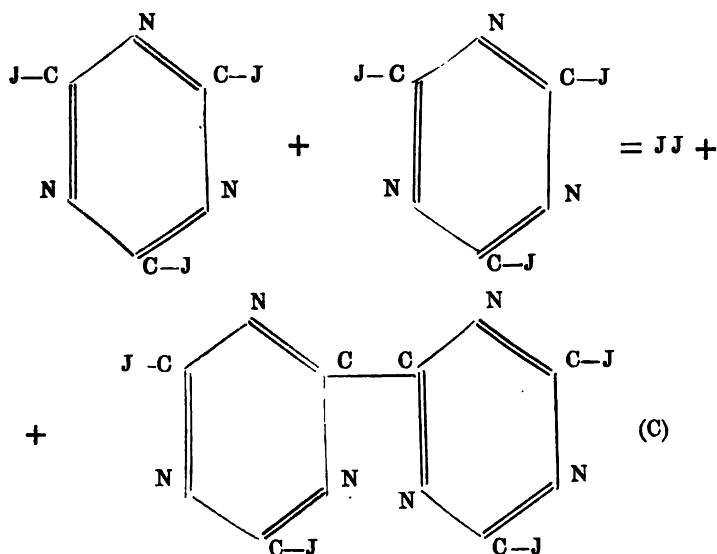
De structuur zou bij gevolg overeenkomstig die zijn van gepolymeriseerd chloor- en broomcyaan. Tot grondslag werd aangenomen de overeenkomst die bestaat tusschen den rest Cl en Br met den rest NC en de overeenkomst in synthese der verbindingen der resten Cl en Br met den rest NC en hare polymeren.

Klason †) had aanvankelijk de formule N_3C_3 voorgesteld,

*) T. V. p. 92, 95 (Avril 1886).

†) *Ber. d. Deutsch. Chem. Ges.* Jahrg. 18. S. 496.

maar eenige maanden later *) sloot deze scheikundige zich aan bij de opvatting in het *Recueil* en nam tot *moleculair*-formule N_6C_6. Men zou hierop de aandacht niet vestigen, ware het niet, dat KLASON een argument gaf voor deze moleculair-formule, die zou kunnen leiden tot een andere structuur-formule. Bij *verhitten* van de verbinding $N_3C_3 . 3J$ ontstaat naar KLASON (gewoon) paracyaan. Men had aanvankelijk verondersteld, dat dit lichaam isomeer zou wezen met gewoon paracyaan, maar naar een latere mededeeling †) van dezen scheikundige, schijnt wel genoegzaam vast te staan, dat het hier geldt het gewone paracyaan. Hieraan nu geeft KLASON, zooals gezegd, de structuur-formule N_6C_6, en schrijft deze aldus $N_3C_3 \equiv C_3N_3$. Maar het kan duidelijk zijn, dat de eerste reactie van het polymere ioodcyaan bij verhitten deze zal zijn:

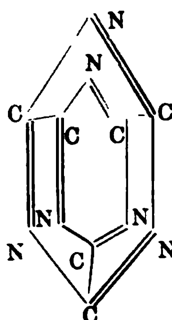


Een tweede en derde dergelijke reactie zou in het molecule (C) kunnen plaats hebben, zoodat de volgende verbinding ontstaat (samengesteld uit twee *op elkander* geplaatste ketens, een nieuwe wijze van polymerisatie voorstellende):

---

*) *J. f. pr. Ch. N. F.* 34. S. 158 (Juin 1886).

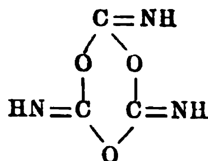
†) l. c. Bd. 34. S. 158.



(B)

Neemt men als structuur-formule van gewoon paracyaan aan (A), dan zou een dusdanig lichaam alleen kunnen afgeleid worden van een lichaam B (of van andere meer samengestelde verbindingen ontstaan als gevolg der reactie van een derde molecule $N_3 C_3 . 3 J$ op lichaam C), door *verbreken* van een keten, maar in dit geval zou gemelde synthese van gewoon paracyaan niet kunnen leiden tot formule (A). Men hecht nog al waarde aan dit onderwerp, dat niet onwaarschijnlijk nauw verwant is met dat betreffende de structuur van koolstof *) (in vasten staat).

Cyamelid. Behoort tot die stoffen, welke zich tot nog toe onttrokken aan iedere bespiegeling betreffende de structuur, ongerekend wat daaromtrent voorloopig is gezegd door KLASON †), volgens welken scheikundige cyamelid zou kunnen zijn isocyanuurzuur 3OC.3NH. Lettende op de eigenschap van cyamelid, om tegelijkertijd isocyaanzuur en cyanuurzuur te doen ontstaan en op andere reacties, zou men kunnen veronderstellen, dat cyamelid is te beschouwen als een additieproduct van normaalcyanuurzuur en isocyaanzuur: 3NC.3OH en 3(OC.NH) of 3(NC.OH). Maar het is gemakkelijk in te zien, dat vele andere isomeren kunnen bestaan, b. v. de volgende:



*) Zie *Recueil* T. V, p. 93.

†) *J. f. pr. Ch. N. F.* Bd. 33. S. 116.

De betrekkelijke snelheid waarmede isocyaanzuur zich polymeriseert tot cyamelid, maakt wellicht met het zoo even aangevoerde, deze structuur-formule tamelijk aanbevelenswaardig. Een lichaam van dergelijke structuur zou in ieder geval tegelijkertijd isocyaanzuur OCNH en cyanuurzuur 3NC.3OH (of 3OC.3NH) kunnen doen ontstaan.

Utrecht, 25 Juni 1887.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE

op Zaterdag 24 September 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, WEBER, TREUB, RAUWENHOFF, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, DONDERS, SCHOLS, VAN DIESEN, MARTIN, BEHRENS, PLACE, FORSTER, ENGELMANN, ZEEMAN, FRANCHIMONT, VAN DORP, PEKELHARING, MULDER, A. C. OUDEMANS JR., HOFFMANN, LORENTZ, DIBBITS, BOSSCHA, KORTEWEG, SURINGAR, ZAAIJER, BIERENS DE HAAN, SCHOUTE, HUBRECHT, DE VRIES, STOKVIS, GUNNING, VAN DE SANDE BAKHUYZEN en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:
1°. G. F. WESTERMAN, Directeur van het koninklijk zoölogisch Genootschap »Natura Artis Magistra" te Amsterdam, 18 Juli en 27 Augustus 1887; 2°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 25 Juni 1887; 3°. H. G. VAN DE SANDE BAKHUYZEN, Directeur van de Sterrewacht te Leiden, Juli 1887; 4°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 5 Juli 1887; 5°. G. J. W. BREMER, Secretaris van het Bataafsch Genootschap der proefondervindelijke Wijsbegeerte te Rotterdam, 11 Juli 1887; 6°. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris

der Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1887; 7°. de gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 11 Augustus 1887; 8°. VAN DER STOK, Directeur van het magnetisch meteorologisch Observatorium te Batavia, 29 Juni 1887; 9°. L. PAUW, Secretaris der Vereeniging tot Bevordering der geneeskundige Wetenschappen te Batavia, 17 Juli 1887; 10°. W. BURCK, Adjunct-Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg, 9 Augustus 1887; 11°. W. TONCKENS JR., President der koloniale Bibliotheek te Paramaribo, 21 Juli 1887; 12°. D. STUR, Directeur der k. k. geologische Reichsanstalt te Weenen, 13 Juli 1887; 13°. H. BRUNS, Bibliothecaris der astronomische Gesellschaft te Leipzig, 31 Juli 1887; 14°. M. UHLE, Bibliothecaris van het Verein für Erdkunde te Dresden, 5 Juli 1887; 15°. R. CLAUSIUS, Bonn, 20 Augustus 1887; 16°. C. GEGENBAUR, Heidelberg, 30 Juli 1887; 17°. J. E. A. MARTIN, Secretaris van het Verein für Thüringische Geschichte und Altertumskunde te Jena, 6 Juli 1887; 18°. F. IMHOOF BLUMER, Winterthür, 29 Augustus 1887; 19°. E. FERGOLA, Secretaris der Accademia delle Scienze fisiche e matematische te Napels, 7 Juli 1887; 20°. J. M. LATINO-COELHO, Secretaris der Académie royale des Sciences te Lissabon, 6 Mei 1887; 21°. J. MULLER, Secretaris der Société royale des Antiquaires du Nord te Kopenhagen, 1 Augustus 1887; 22°. E. REGEL, Directeur van den Jardin impérial de Botanique te St. Petersburg, 12 Juni 1887; 23°. H. WILD, Directeur van het Observatoire physique central te St. Petersburg, 12 Juli 1887; 24°. M. PEREZ, Onder-Directeur van het Observatorio meteorologica central te Mexico, 20 Juli 1887; 25°. J. J. FLETCHER, Bibliothecaris der Linnean Society of N. S. W. te Sydney, 13 Juli 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 1, 25 Juli, 17 Augustus en 23 September 1887; 2°. T. PLACE, Rector Magnificus der Universiteit te Amsterdam, 19 September 1887; 3°. den Commissaris des Konings

in de provincie Friesland te Leeuwarden, 12 Juli 1887; 4°. L. LALLEMAND, Parijs, 4 Juli 1887;

waarop het gewone besluit van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de boekerij.

— De Voorzitter heet de Vergadering welkom bij het begin van den nieuwen academischen cursus, en brengt het heugelijk feit in herinnering, dat de Akademie niet alleen door geene verliezen onder hare leden in den vacantietijd getroffen werd, maar zelfs het voorrecht genoot twee dier leden te behouden, waarvan het eene: de Hoogleeraar PEKELHARING, van eene wetenschappelijke zending naar Nederlandsch-Indië gelukkig wederkeerde, terwijl het andere: de Hoogleeraar VAN 'T HOFF, voor een beroep naar het buitenland bedankte. Hij wenscht den Heer PEKELHARING geluk met de wel geslaagde pogingen om licht te verspreiden over het netelige vraagstuk, welks oplossing hem werd toevertrouwd, en stelt het op hoogen prijs dat de Heer VAN 'T HOFF voor zijne leerlingen en voor de wetenschap in Nederland behouden mocht blijven.

Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. een brief van Mevr. de douairière ORTT, ter begeleiding van een photographisch portret van wijlen haar echtgenoot, Jhr. J. R. T. ORTT, lid der Akademie. De dank der Afdeeling werd der geefster bereids door den Secretaris overgebracht; 2°. eene missive van Z.E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (10 Aug. 1887), waarin Z.E. zich aanbeveelt voor de mededeeling van de aanwijzingen tot het verrichten van een periodiek onderzoek naar de deugdelijkheid der bliksemafleiders op 's Rijks Museum van schilderijen, toegezegd in het Rapport der Afdeeling van 29 Juni 1887; zij zal in handen worden gesteld van de Commissie, vroeger met het onderzoek naar het isolement van 's Rijks Museum van schilderijen belast; 3°. eene missive van den Minister van Binnenlandsche Zaken (30 Aug. 1887), inhoudende het verzoek om bericht en raad aangaande een gemeenschappelijk schrijven van de hoogleeraren in de botanie aan de drie Rijks-Universiteiten en den Directeur van 's Lands Plantentuin te Buitenzorg

waarin zij den steun der Regeering verzoeken, ter bevordering van het bezoek van jeugdige Nederlandsche botanisten aan het wetenschappelijk station voor kruidkundigen te Buitenzorg. In geval van een gunstig advies, verklaart de Minister zich bereid, mede te werken, dat voor het beoogde doel jaarlijks eene Rijks-subsidie van *f* 700.— ter beschikking der Afdeeling worde gesteld en aan haar worde uitbetaald, onder voorwaarde, dat de Afdeeling het beheer over het door Dr. Treub bijeengebrachte Buitenzorgfonds op zich neme, en den Minister een voorstel doe, hoe dit beheer geregeld kan worden. De Secretaris leest den brief, als bijlage aan 's Ministers schrijven toegevoegd, voor. De Afdeeling, die de mededeelingen van Dr. Treub over het botanisch station te Buitenzorg reeds in eene vorige vergadering met belangstelling aangehoord, en de wording dezer Instelling levendig had toegejuicht, machtigt haar Bestuur, de maatregelen te beramen en uit te voeren, noodig om de stichting van een Buitenzorgfonds te verzekeren, en den Minister de gevraagde inlichtingen te verschaffen; 4°. eene bijdrage van den Heer J. de Vries, leeraar aan de H. B. S. te Kampen, ter opneming in de werken der Akademie, getiteld: »Over quadrupel-involuties op algemeene biquadratische lijnen". Zij wordt om voorlichting in handen gesteld der Heeren Schoute en Bierens de Haan; 5°. eene verhandeling van den Heer Dr. J. D. R. Scheffer te Veendam, ter opneming in de werken der Akademie, getiteld: »Onderzoekingen over de diffusie van eenige anorganische en organische verbindingen". In handen gesteld van de Heeren van Bemmelen en Dibbits.

— De Commissie voor de geologische kaart van Nederland brengt rapport uit over een adres, aan Z.E. den Minister van Staat en van Binnenlandsche Zaken gericht door den Heer Hugo Suringar, uitgever te Leeuwarden. Het betrof de aanvrage om de ondersteuning der Regeering, ten einde een geologisch gekleurden gemeente-atlas het licht te doen zien, en dat wel in de plaats van den onveranderden herdruk der geologische kaart van Dr. Staring,

door de Afdeeling Natuurkunde der Koninklijke Akademie van Wetenschappen in hare vergadering van 28 Mei 1887 aanbevolen. Het advies der Commissie luidt ongunstig en zal den Minister als antwoord op ZExc's brief van 16 Juni 1887 worden medegedeeld.

— De Heer DONDERS leest een gedeelte zijner repliek op het »Antwoord van J. BOSSCHA op het advies van den Heer F. C. DONDERS", den 2den April 1887 in de Afdeeling voorgedragen, en betrekking hebbend op de zaak van Standaardmeter en -kilogram. Hij wenscht voornamelijk in het licht te stellen, dat het oordeel van den Heer BOSSCHA over sommige handelingen van het voormalig Koninklijk Nederlandsch Instituut en van wijlen den Heer STAMKART onrechtvaardig was, en beide te zuiveren van den blaam en de beschuldigingen, door den Heer BOSSCHA in zijn »Antwoord" over hen uitgesproken.

De Heer BOSSCHA verklaart, dat hij, hoewel daartoe bevoegd, geene repliek op het door den Heer DONDERS gesprokene leveren zal, daar het hem voorkomt, dat verdere discussiën over de onderwerpelijke zaak veilig gestaakt kunnen worden. Hij ontkent echter eenigen blaam of eenige beschuldiging op het Koninklijk Nederlandsch Instituut of een zijner leden te hebben geworpen of daarover te hebben uitgesproken, maar enkel te hebben gewezen op den nadeeligen invloed, dien ongunstige omstandigheden op wetenschappelijke onderzoekingen hebben kunnen, en de onjuistheid der gevolgtrekkingen, die daarvan het gevolg kan zijn.

— De Heer TREUB meent in den geest der natuuronderzoekers in Nederlandsch-Indië te handelen, door de Heeren PEKELHARING en WINKLER ook uit hun naam geluk te wenschen met den gunstigen uitslag hunner onderzoekingen over de beri-beri ziekte, en verheugt er zich in, dat de Nederlandsche Regeering hen tot dat onderzoek uitnoodigde, daar het te voorzien was, dat andere natiën ons, zoo wij lijdend waren blijven toezien, het werk uit de handen zouden genomen hebben. Thans werd een belangrijk en

netelig vraagstuk door onze eigene landslieden tot klaarheid gebracht.

— De Heer Buys Ballot spreekt »Over de energie der golvingen, die door verschillende vlammen worden uitgestraald", naar aanleiding o. a. van proeven, te dien opzichte door den Heer W. H. Julius genomen in het physisch laboratorium der Utrechtsche hoogeschool.

— De Heer Schols biedt, uit naam van het lid der Akademie van den Berg, voor de Verslagen en Mededeelingen diens verhandeling aan, getiteld: »Over de graphische oplossing van een stelsel lineaire vergelijkingen".

De Heer Korteweg biedt voor dezelfde werken aan een opstel, getiteld: »Een en ander over Constantijn Huyghens als beminnaar der Natuurwetenschappen en zijne betrekking tot Descartes".

— Voor de bibliotheek worden ter beschikking gesteld, door den Heer Schols: Waterbouwkunde, door Henket, Schols en Telders, 3e deel, 3e ged., 2e Afl. en 4e deel, 2e ged., 2e Afl.; door den Heer Bierens de Haan: Register naar eene wetenschappelijke verdeeling, op de werken van het wiskundig Genootschap: Een onvermoeide arbeid komt alles te boven. en: Quelques inédites de René Descartes et de Chr. Huyghens par D. Bierens de Haan; door den Heer Hubrecht: Dr. G. C. J. Vosmaer, Porifera (Sponzen), bewerkt voor Dr. H. G. Bronn's Klassen und Orduungen des Thierreichs; door den Heer Donders: Onderzoekingen, gedaan in het physiologisch Laboratorium der Utrechtsche Hoogeschool. Derde Reeks, X, 2e Stuk, en Festsitzung der ophthalmologischen Gesellschaft in der Aula der Heidelberger Universität am 9 August 1886.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de vergadering.

RAPPORT

DER COMMISSIE VOOR DE GEOLOGISCHE KAART

OP EEN ADRES

VAN DEN HEER HUGO SURINGAR AAN DEN MINISTER VAN BINNENLANDSCHE ZAKEN.

De Commissie voor de geologische kaart van Nederland kan zich geenszins vereenigen met het verzoek van den Heer H. SURINGAR, uitgever te Leeuwarden, aan Zijne Excellentie den Minister van Binnenlandsche Zaken, om ter vervanging van een herdruk der geologische kaart van STARING, voor een uitgave van den atlas van J. KUIJPER, met geologisch gekleurde gemeente-kaartjes, van 's Rijkswege een subsidie te erlangen, en wel op de volgende gronden.

1°. De geldelijke opoffering voor de Regeering zoude bij de verleening van een dergelijk subsidie grooter wezen dan bij eventueelen herdruk der kaart van STARING. De Heer SURINGAR toch vraagt eene ondersteuning van *f* 2700, waarvoor hij 30 exemplaren van den geologisch gedrukten gemeente-atlas ter beschikking van de Regeering zou stellen. Daarentegen zou de herdruk van de kaart van STARING, voor zooverre de Commissie dit kan beoordeelen, niet meer dan *f* 3000 behoeven te kosten, en zou de Staat hierdoor in het bezit van 200 exemplaren komen, die, tegen den vroegeren prijs van *f* 20 verkocht wordende, ongeveer *f* 4000 zouden opleveren.

2°. Het publiek zal met de uitgave der geologisch gekleurde gemeente-kaartjes niet gebaat worden. De koopprijs

van den gemeente-atlas zal *f* 90, die van de kaart van STARING slechts *f* 20 bedragen.

3°. De uitgave van den gemeente-atlas, zooals die is voorgesteld, kan geen paedagogisch nut opleveren, omdat de geologisch gekleurde gemeente-kaartjes niet het overzicht geven, hetwelk door de kaart van STARING wordt verkregen. Ook bestaan nevens de laatste reeds geologische schoolkaarten: zoowel van het geheele land als van de provinciën, welke in de behoefte van het onderwijs ruimschoots voorzien.

4°. Aan de belangen van den landbouw, die de Heer SURINGAR wellicht op het oog heeft gehad, kan pas worden te gemoet gekomen door de bewerking te zijner tijd van de definitieve geologische kaart, zooals die (met profielen, cijfers en letters voorzien) door de Commissie werd voorgesteld. Wij moeten buitendien met nadruk er op wijzen, dat alle onzekerheden der kaart van STARING, wanneer die zonder herziening in den gemeente-atlas worden overgenomen, door de grootere schaal der gemeente-kaartjes zouden vergroot worden, hetgeen alleszins onraadzaam moet worden geacht. Wegneming der onzekerheden en aanvulling van het gewenschte détail zouden de uitgave der geologische gemeentekaartjes ongetwijfeld zoo lang vertragen, dat de Commissie ondertusschen met allen arbeid voor de definietive kaart gereed was gekomen.

5°. Voor de werkzaamheden der Commissie voor de geologische kaart, kunnen de gemeente-kaartjes al mochten die geologisch gekleurd wezen) niet den minsten dienst bewijzen.

De Commissie meent dus der Akademie te moeten ontraden, het verzoek van den Heer SURINGAR bij Zijne Excellentie den Minister van Binnenlandsche Zaken te ondersteunen.

TH. H. BEHRENS.
K. MARTIN, *verslaggever.*
VAN DIESEN.
J. M. VAN BEMMELEN.

REPLIEK

OP HET

ANTWOORD VAN DEN HEER BOSSCHA

DOOR

F. C. DONDERS *).

In de Vergadering der Afdeeling van 29 Januari 1887 kwamen de stukken ter tafel, waaruit bleek, dat de Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid het voornemen had, een Koninklijk Besluit uit te lokken, waarbij meter N⁰. 19 tot wettigen standaard werd verklaard en de Polytechnische School als bewaarplaats der Standaarden werd aangewezen.

Op de Vergadering van Februari daaraanvolgende bracht de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram verslag uit over de in hare handen gestelde stukken en stelde voor, den Minister van Binnenlandsche Zaken te berichten, dat de Afdeeling »geen vrijheid vond, bezwaar te maken tegen de »voorstellen, door den Minister van Waterstaat, Handel en »Nijverheid aanbevolen." Mijn advies, in dezelfde vergadering uitgebracht, had de tegengestelde strekking.

De Afdeeling besloot, de beide stukken, het verslag der Commissie en mijn advies, voor de leden te doen drukken en in de volgende Vergadering daarover te beraadslagen.

Op deze nu, gehouden den 4den April, las de Heer BOSSCHA een antwoord voor, dat ten doel had, de gronden, waarop mijn advies berustte, te bestrijden. Bij het hooren

---

*) Vergelijk de stukken in *Verslagen en Mededeelingen*. III. 3. 1887.

van het met klem uitgesproken betoog gevoelde ik, dat aan een afdoende weêrlegging voor de vuist niet te denken viel, en dat, tegenover de onjuiste voorstellingen, waarvan het overvloeide, alléén een commentarius perpetuus (mijne kritiek naast den herdrukten tekst) de waarheid tot haar recht kon brengen. Mijn repliek was dan ook niet veel meer dan een verklaring, die door het *Handelsblad* (dd. 4 April 1887) nog het best is weêrgegeven. Uitstel vroeg ik niet, omdat mij alreeds gebleken was, dat de Vergadering daartoe slechts noode zou zijn overgegaan. Ik meende bovendien, na het door mij uitgebracht advies, de beslissing veilig aan de Vergadering te kunnen overlaten.

Intusschen werd het voorstel der Commissie, het zij dan met eene kleine meerderheid, aangenomen. Maar ik mag mij daarom niet van repliek ontslagen rekenen, uit eerbied alreeds voor de waarheid, waaraan is te kort gedaan, maar bovendien om op te komen tegen den blaam, in het antwoord van den Heer Bosscha, én op de Eerste Klasse van het Kon. Ned. Instituut én op de Afdeeling voor Natuurkunde, in het bijzonder op den Heer Stamkart, geworpen. Ik zal mij bepalen tot punten, die den lezer nog wel zullen voor den geest staan, en den commentair, tot het leveren waarvan ik op de Vergadering verlof vroeg en verkreeg, wanneer aanleiding daartoe zich mocht opdoen, zonder tusschenkomst der Afdeeling aan die leden doen toekomen, op wier belangstelling ik mag rekenen en op wier oordeel ik prijs stel.

I.

Uit mijn advies leidt de Heer Bosscha drie punten van beschuldiging af:

1. Schending van het Koninklijk Besluit van 15 Mei 1870;
2. Het wegvoeren van den kolonialen meter N°. 27;
3. Het Koninklijk Besluit van 21 Februari 1883, houdende de benoeming van een Commissie van drie Hoogleeraren der Polytechnische School tot het vervaardigen van kopieën van meter N°. 19.

De Heer BOSSCHA moge recht hebben, dat het overbrengen der meters naar Delft op zich zelf weinig of niets beteekent, het krijgt beteekenis in het licht der feiten, die gevolgd zijn. Eene korte recapitulatie, noodig ook tot verbetering, op menig punt, der door den Heer BOSSCHA gegeven voorstelling, moge het bewijzen.

Reeds in den conceptbrief aan den Minister, November 1880, waarbij toestemming werd gevraagd, om een der meters in Delft achter te laten, schemerde door, wat in de bedoeling van den steller lag. Toch droeg de Voorzitter aan dezelfde leden der Rijkscommissie, maar uitdrukkelijk als leden der Academie, daarmede een beroep doende op hunne loyauteit, als zoodanig, het mandaat op, om de afdeeling verder voor te lichten omtrent de voorstellen, die de Minister van haar tegemoet zag. Maar het van hen verlangde rapport bleef uit, twee jaren lang, trots officiëel en officieus rappel, en toen de Voorzitter door het overlijden van den Heer STAMKART en het bedanken van den Heer BOSSCHA zich genoodzaakt zag, het mandaat aan de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram over te dragen (Januari 1883), maakte de Heer BOSSCHA, Voorzitter dezer Commissie, de reserve: »dat het hem als lid der »Rijkscommissie, met het overbrengen der meters belast, vrij »zou staan, de belangen, welke hem in zake den Meter door »den Minister worden toevertrouwd, boven de ware of ver»meende belangen der Akademie te handhaven."

Nu achtte het Bestuur den tijd gekomen, om zelf voorstellen te ontwerpen, doch wenschte, alvorens ze in de Vergadering te brengen, nog een poging te doen, om met de Commissie tot een vergelijk te komen. En op een bijeenkomst, te dien einde belegd, betoogde de Heer BOSSCHA, dat men zich voor het oogenblik bepalen kon tot het maken van kopieën van den te Delft aanwezigen meter, en dat die taak gevoegelijk zou kunnen worden opgedragen aan de Heeren BOSSCHA, SCHOLS en SNIJDERS, allen te Delft woonachtig.

Op grond van overwegingen, in mijn advies (V. en M. 3, III, 304) vermeld, liet het Bestuur zich verleiden, daaraan zijne adhaesie te schenken, en noodigde de Voorzitter de Commissie uit, een daartoe strekkend voorstel aan de Afdeeling te

richten. Het voorstel komt in, geteekend BOSSCHA, President, VAN RIEMSDIJK, Secretaris, en men mag aannemen, dat de Afdeeling zich er mede zou hebben vereenigd. Maar zie, de Minister is haar voorgekomen, en — afschrift van een Koninklijk Besluit, waarbij de Commissie reeds is benoemd, bestaande uit dezelfde personen, belast met dezelfde taak, ligt ter tafel. De Heer BOSSCHA had op de bijeenkomst verzwegen, dat het voorstel reeds door hem aan den Minister gedaan was, — aan de Afdeeling de wel wat bescheiden rol overlatende, om zijn reeds gegeven advies den Minister nog eens als het hare in te zenden.

Dat was een slag in het aangezicht van het Bestuur, dien ik had kunnen en moeten voorkomen. Dáárom — niet om het besluit, als zoodanig, zooals de Heer BOSSCHA schijnt te meenen — stelde ik mij niet verder benoembaar als Voorzitter. *)

In het licht der bovenstaande feiten wordt het terughouden van den meter toch wel iets anders dan een beuzeling, zooals de Heer BOSSCHA het geliefde te noemen.

Zooveel over het eerste en derde punt van beschuldiging.

Tot het formuleeren van het tweede lag in mijn advies hoegenaamd geen reden. Ik had het opvragen van meter 27 slechts even aangeroerd en enkel om te zeggen, dat ik daarin aanleiding had gevonden, om bij de Commissie opnieuw

*) De Heer BOSSCHA merkt op, dat ik enkel om redenen van gezondheid reeds het vorige jaar had willen aftreden. Hij verzwijgt, maar de notulen verraden het, dat ik, in verband daarmede, wees op de ste men, die mij onthouden werden. Tot dusverre had ik slechts herbenoeming met algemeene stemmen gekend: die mij nu afvielen waren geen onverschilligen, maar tegenstanders. En een President heeft behoefte aan de welwillendheid van al de leden, dan vooral, wanneer hij, bij 't klimmen der jaren, niet altijd even wakker is. Reeds een paar malen had ik daarvan de ervaring opgedaan. Maar toen, in weerwil van mijn besliste weigering, één maand later nieuwe herbenoeming volgde en de tegenstand zich meer schuil hield, mocht ik geen weerstand bieden. Toch gevoelde ik, dat mijn Praesidium niet meer van langen duur zou zijn: het nu gebeurde was meer dan voldoende, om mijn besluit onherroepelijk te maken

Ik heb mij deze toelichting veroorloofd, omdat de Heer BOSSCHA mijne verzekering in twijfel trok, — op reeds hoogen leeftijd eene voor mij geheel nieuwe ervaring.

met ernst aan te dringen op de voorstellen, die nog altijd waren uitgebleven. Maar de Heer BOSSCHA behandelt uitvoerig de geschiedenis van den kolonialen meter, blijkbaar om gelegenheid te vinden, een blaam te werpen op het werk der Afdeeling en in het bijzonder op dat van den Heer STAMKART.

Vooraf een woord, om de door den Heer BOSSCHA gewraakte houding van het Bestuur in dezen te rechtvaardigen.

Van de twee meters, uit Parijs overgebracht, was, zooals men weet, één bestemd voor Koloniën. De Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid had de Afdeeling aangeschreven, dat de beide meters door haar zouden worden in bewaring genomen, den voor Koloniën bestemde, »totdat »de Minister van Koloniën deswege een beslissing zou heb»ben genomen."

Zooals gezegd, kwam slechts één meter, en wel meter 27, in handen der Afdeeling. N^{0}. 19 bleef te Delft. Van den Minister van Koloniën werd intusschen niets vernomen. Maar twee jaren later richtte de Heer J. A. C. OUDEMANS zich tot den Secretaris der Afdeeling met het verzoek, meter 27, op het Trippenhuis in bewaring, te Utrecht te zijner beschikking te stellen: hij wenschte den normaalmeter van REPSOLD, bij de basismeting op Java door hem gebezigd, daarmede te vergelijken. En — niet de Heer OUDEMANS, maar de Heer BOSSCHA verwondert zich, dat het Bestuur niet onmiddellijk bereid is, aan dat verzoek gevolg te geven! Luidde dan niet de aanschrijving, dat het Bestuur een beslissing van den Minister van Koloniën had af te wachten? — Doch bovendien behoorde het zich nog nader te vergewissen, of niet even goed meter 19 voor Koloniën kon worden bestemd.

»Het is goed voor de Akademie", zegt de Heer BOSSCHA, »hier te doen uitkomen, dat buiten het Bestuur »niemand in de Afdeeling zich destijds warm maakte voor »het denkbeeld, meter N^{0}. 27 hier te behouden, en dat met »14 tegen éene stem besloten werd, den Minister de mach»tiging te verzoeken tot het afgeven van den meter".

Hierop eene kleine terechtwijzing!

Wie te veel bewijst, zegt men, bewijst niets. Maar de

Heer BOSSCHA doet meer: hij bewijst het tegendeel. Hij vergeet, dat de drie leden van het Bestuur ter Vergadering aanwezig waren en dat dus minstens twee daarvan tot het besluit hebben medegewerkt. En ook het derde lid zal wel niet anders gestemd hebben; want — er was geen reden hoegenaamd, om zich tegen het voorstel te verzetten. Het gold, namelijk, (de gedrukte notulen — Buitengewone Vergadering van 30 December 1882, blz. 337 — wijzen het uit) een bemiddelend voorstel van den Heer VAN DIESEN, dat de strekking had, »om den Minister een schrijven te »richten, waarin hem werd voorgesteld, *één der beide meters*" (niet *den* meter, dat is meter 27, zooals de Heer BOSSCHA schrijft) ter beschikking van den Heer OUDEMANS te stellen: »in de Januari-Vergadering zou dan kunnen beslist wor»den, *welke der beide meters* naar Utrecht zou worden afge»zonden". Hiertegen kantten zich natuurlijk noch het Bestuur noch de leden.

Ware het niet goed geweest voor de Afdeeling, wat beter ingelicht te zijn omtrent de betrouwbaarheid der voorstellingen van den Heer BOSSCHA?

Het van de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram verlangde rapport bracht het Bestuur tot de overtuiging, dat een poging, om meter 19 voor Koloniën te doen bestemmen, geen kans van slagen had, en het meende daarom zonder verwijl aan de nu gevolgde ministeriëele aanschrijving te moeten gehoorzamen. Maar de Afdeeling — kwam bedrogen uit. Toen zij er in berustte, dat meter 19 in Delft zou achterblijven en, op aandrang van den Heer BOSSCHA, daartoe de machtiging vroeg van den Minister, verkeerde zij in de meening, dat de meters 19 en 27 in allen deele gelijk stonden. Eerst later gaf de Rijkscommissie te kennen, dat alléén meter 19 bij lage temperatuur met den mètre des Archives vergeleken was en daarom door haar voor Standaard was bestemd.

Ziedaar het zuivere relaas der feiten. Op welken grond beweert dan de Heer BOSSCHA, »dat het Bestuur al het »mogelijke heeft gedaan, om de inwilliging van het verzoek »des Heeren OUDEMANS te verhinderen". »De Heer DONDERS"

»zegt hij erkent het zelf en nog doet het hem leed, dat »het niet gelukt is".

Alles fictie, louter fictie!

En nu het vonnis, door den Heer BOSSCHA over het werk der Akademie en dat van den Heer STAMKART geveld.

Er zal bewezen worden, dat het Trippenhuis de meest ongeschikte plaats is voor waarneming.

Een Commissie, bestaande uit de Heeren COHEN STUART, MATTHES en STAMKART, is belast met de vergelijking van den normaalmeter (behoorende bij den voor de basismeting in Java bestemden toestel van REPSOLD) met den platinastandaard van 1839, in het Trippenhuis aanwezig. De uitkomsten van dit onderzoek zijn medegedeeld in de zitting van 27 Juni 1868. De Heer OUDEMANS controleert ze in Indië door vergelijking van den normaalmeter met den glazen meter: een der meters, door den Heer STAMKART (in vereeniging met den Heer J. A. C. OUDEMANS) vroeger in het Trippenhuis met den platina meter vergeleken. En, — ongehoord! hij vindt een verschil van niet minder dan 72 microns: »een bedrag, 3maal grooter", zegt de Heer BOSSCHA »dan hetgeen men nog duidelijk met het bloote oog »kan waarnemen"....

Maar zie, een bladzijde verder deelt hij ons mede, hoe de Heer VAN HEES in 1880 vond, dat de Heer STAMKART zich bij de berekening had vergist in de temperatuur. Waarom dan, zoo vraag ik, het verschil eerst zoo breed uitgemeten als waarnemingsfout? Moest de indruk achterblijven, dat het Trippenhuis de schuld draagt? Zoo schrijft men geen historie.

Maar er volgt meer. Op het vragen van opheldering door den Heer OUDEMANS zou de Heer STAMKART geantwoord hebben: »De slechte verlichting van de lokalen in »het Trippenhuis kan wel de oorzaak zijn van het ver»schil." En de Heer BOSSCHA besluit: »Men moet inder»daad wel overtuigd geweest zijn, onder geheel onvoldoende »omstandigheden te hebben gewerkt, wanneer men een ver»schil van een veertiende millimeter, een verschil grooter »dan men bij de verificatie van standaarden van den twee»den en derden rang bij den ijk zal toelaten, toeschrijft

»aan deze reden." Maar wie kan gelooven, dat STAMKART iets dergelijks gedacht en geschreven heeft? De Heer OUDEMANS *) verklaart, vast overtuigd te zijn: »dass eine »mangelhafte Beleuchtung der Striche auf dem Platinme- »ter, die nur einzelne Microns Breite haben, unmöglich »eine Differenz von 72 Microns erklären kann." En zou STAMKART dan die ongerijmdheid hebben geloofd? Nog minder denkbaar wordt het, wanneer, zooals de Heer OUDEMANS ons mededeelt, STAMKART zelf, bij de vergelijking van den meterstaaf met den glazen meter van het Trippenhuis en met den zoogenaamden meter van VAN SWINDEN, uitkomsten heeft verkregen, die nauwelijks van de zijne afwijken.

Klaarblijkelijk is hier verwarring in het spel. De uitkomsten der drie waarnemers liepen nog al uiteen en de middelbare fouten waren betrekkelijk groot. En hiervan zoekt STAMKART de reden dáárin (Proces-Verbaal van de Vergadering op 27 Juni 1868, blz. 3): »dat de verdeelstrepen op den platinameter »niet zuiver genoeg zijn; dat de verlichting niet altijd even »voldoende was en wellicht andere oorzaken." Dit moet hem hebben voor den geest gestaan, toen hij in zijn schrijven aan den Heer OUDEMANS van den invloed der slechte verlichting sprak. De Heer OUDEMANS brenge den brief te berde en ik houd mij overtuigd, dat van verwarring blijken zal. Bij het groot verschil der uitkomsten van den platina meter met die van den glazen meter en van den meter van VAN SWINDEN, had STAMKART wel reeds aan een fout in de berekening gedacht, en opnieuw geeft hij daarvan blijk in zijn antwoord aan den Secretaris, bij de officiëele aanmaning van den Heer J. A. C. OUDEMANS, door het Bestuur in zijne handen gesteld. Ten slotte is het STAMKART zelf, die uitlokte, dat de waarnemingen der Commissie door den Heer VAN HEES werden overgerekend, waarbij de vergissing aan het licht kwam.

En dat alles belette den Heer BOSSCHA niet, zooals wij zagen, te schrijven; »Men moet inderdaad wel overtuigd »geweest zijn, onder geheel onvoldoende omstandigheden te

---

*) *Die Triangulation von Java.* Erste Abtheilung. S. 64. Batavia. 1875.

»hebben gewerkt, wanneer men een verschil van $^1/_{14}$ millimeter, een verschil grooter dan men bij de verificatie van »Standaarden van den tweeden en derden rang voor den »ijk zal toelaten, toeschrijft aan gebrekkige verlichting."

En daarmede is dan het vonnis over het Trippenhuis geveld!

Maar nog ben ik niet ten einde.

»Wat ik hier verhaal," zoo verklaart de Heer Bosscha, »is openbaar; het staat te lezen in het eerste gedeelte van »het verslag over de triangulatie van Java, door den Heer »Oudemans samengesteld, door het Rijk uitgegeven, een »blijvend werk, dat gelezen zal worden door ieder, die de »literatuur der geodesie wil kennen. De Heer Oudemans »mocht de onzekerheid omtrent den grondslag van zijnen »arbeid, die vele jaren van inspanning en tonnen gouds »had gekost, niet verzwijgen, en het was zijn recht aan te »toonen, wie daarvoor de verantwoordelijkheid te dragen had."

Schijnt het niet, alsof èn 's Lands financiën èn de wetenschap in gevaar waren? Men kan gerust zijn. De Heer Oudemans wenschte wel eenige opheldering ten aanzien der onmogelijke uitkomsten van de vergelijking met den platina meter; maar, zooals hij zegt, bestond toch »die grösste »Wahrscheinlichkeit, dass die drei auf indirectem Wege »erhaltenen" (met twee glazen meters in Java en Amsterdam en met den meter van van Swinden te Amsterdam) »mit einander nahezu übereinstimmenden Resultate richtig »sind." En werkelijk de resultaten van den platina meter zouden hem niet verder hebben gebracht. Hij had bovendien, zooals hij ons mededeelt, uitzicht, zijnen normaalmeter weldra met den platina-iridium meter, die uit Parijs zou worden overgebracht, te kunnen vergelijken en dan moest hem de vergelijking met den platina meter vrij onverschillig zijn.

De geschiedenis, waarvan de Heer Bosscha zoo grooten ophef maakt, komt dus neêr op een vergissing in de temperatuur bij de berekening.

Ziedaar de feitelijke toedracht!

Volgens den Heer Bosscha zou ik geen kritiek dulden. Inderdaad, met een kritiek, als waarvan wij hier getuigen zijn,

ga ik niet mede. Is het noodig te herhalen, dat de waarnemingen op het Trippenhuis hiermede niets gemeen hebben?

Verviel het *tweede* punt van beschuldiging, een *vierde* had de Heer BOSSCHA kunnen opnemen: ik bedoel het verborgen houden van het aan den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid gegeven advies, om meter 19 tot Standaard te verheffen en de Standaarden in de Polytechnische School ter bewaring te geven.

Als President der Commissie voor Standaardmeter en -kilogram had de Heer BOSSCHA (zie advies V. en M. 3, III, 305) aan de Afdeeling geschreven: »Wanneer de Commissie »hare werkzaamheden heeft ten einde gebracht, zal het tijd»stip daar zijn, om over de wijze van bewaren van den nieuwen »Standaard voorstellen te doen". Dat scheen regelmatig. De Afdeeling kon dus de voorstellen van *hare* Commissie te gemoet zien, als dat tijdstip zou zijn aangebroken. Intusschen, toen het Trippenhuis, in zijn geheel, ter beschikking der Akademie kwam, meende het Bestuur, onder de door den Minister van Binnenlandsche Zaken verlangde voorstellen tot verbouwen, alvast ook zoodanige te moeten opnemen, als voor de richtige bewaring en het gebruik der Standaarden zouden gevorderd worden, en de Minister van Binnenlandsche Zaken schonk daaraan zijne goedkeuring. Maar zie, weinige maanden later, leert de afdeeling uit stukken, door den Minister van Binnenlandsche Zaken in hare handen gesteld, het advies kennen van den Heer BOSSCHA en — de gezindheid van den Minister van Waterstaat, Handel en Nijverheid, om het te volgen. Nu beweert wel de Heer BOSSCHA (antwoord V. en M. 3, III, 430), dat de Afdeeling gewaarschuwd was: geraadpleegd, namelijk, door het Bestuur omtrent de verbouwing, in verband met de bewaring der Standaards in het Trippenhuis, zou de Commissie voor Standaardmeter en -kilogram (de Heer BOSSCHA was het die sprak) hebben te kennen gegeven, dat bij de Regeering voorstellen in overweging waren, om de Standaarden naar elders »over te brengen". Ware het aldus, het zou geen waarschuwing, maar slechts een opmerking geweest zijn, toevallig door het Bestuur uitgelokt. Maar, volgens de aanteekeningen van den Secretaris

der Afdeeling, gold die opmerking niet de nieuwe Standaarden, maar verschillende oude, nog in het Trippenhuis aanwezig, die men gaarne bereid was ten behoeve van het IJkwezen af te staan, — en ten aanzien van welke alléén van »overbrengen" kon sprake zijn. De waarheid is, dat het Bestuur zoowel als de leden der Afdeeling, bij het kenbaar worden van des Ministers voornemen, hoogelijk waren verrast, in dubbele mate, toen al verder bleek, dat de inrichting voor de bewaring der Standaarden, waaromtrent de Minister van Binnenlandsche Zaken met de Afdeeling was overeengekomen, op onverklaarbare wijze uit het begrootingsplan verdwenen was. Zeker lag het niet in de bedoeling van den Heer Bosscha, de Afdeeling gelegenheid te geven, zich te laten hooren, vóór het Koninklijk Besluit was uitgevaardigd.

Ook in hetgeen verder gevolgd is, heeft de Heer Bosscha gehandeld als een bekwaam veldheer, die in stilte de middelen beraamt en ten uitvoer legt, die hem de overwinning moeten verzekeren, weifelende bondgenooten daarvan getuige maakt en de beslissing uitlokt, zoodra de kansen der tegenpartij zich ten goede schijnen te keeren. En de methode heeft doel getroffen. Op ons gebied is ze echter wel aan eenige bedenking onderhevig. Het standpunt is hier een geheel ander. De veldheer ontvangt zijn taak en heeft die te volvoeren als een hem opgedragen last — niet te beoordeelen. Wij kiezen onze taak en zijn dan ook voor die keuze verantwoordelijk. En kent hij geen ander doel dan te overwinnen, het onze is te overtuigen: wij plegen onze plannen openhartig bloot te leggen, voeren de gronden aan, waarop ze berusten, verdedigen ze tegen de gemaakte bedenkingen en ontsnappen zoodoende aan het gevaar van te groot zelfvertrouwen, terwijl wij in den uitslag den toetsteen vinden der deugdelijkheid en rechtmatigheid van ons streven.

II.

Het bovenstaande moest strekken tot staving der bezwaren, die ik tegen de handelingen van den Heer Bosscha in het

midden bracht. Van meer gewicht is het nog, ten toetse te brengen wat hij aanvoerde tegen mijn betoog: dat het onttrekken der Standaarden aan onze Afdeeling zou zijn een onrecht, haar aangedaan, en een handeling, in strijd met hoogere belangen.

Om het recht der Akademie te vindiceeren, beriep ik mij op de diensten, 75 jaren lang in deze door Instituut en Akademie bewezen. Uit zulke diensten, zoo beweerde ik, worden traditioneele rechten geboren, waarop alleen inbreuk mag worden gemaakt, wanneer belangen van overwegenden aard het eischen. »Rechten"! — zoo sprak de Heer BOSSCHA, »de Akademie heeft geen ander recht als nuttig te zijn". Dat klinkt als een groot woord, geschikt misschien om indruk te maken, maar, wel beschouwd, opgaande in begripsverwarring. Nuttig te zijn, immers, heet plicht, niet recht, en het is om dien plicht te kunnen vervullen, dat men zijn rechten moet handhaven. Maar de diensten ook, waarop ik die rechten grondde, werden door den Heer BOSSCHA ontkend: wat Instituut en Akademie gedaan hebben, zou niet waard zijn dat men er zich op verheft. Boven gold zijne kritiek de Akademie en den Heer STAMKART: wij hebben gezien met welk gevolg. Hier is zij tegen het Instituut gericht en lijdt schipbreuk op de jammerlijkste wijze. Men oordeele:

Het geldt, in de eerste plaats, *de eerste tienjarige verificatie* van de Standaarden van den tweeden rang, in 1829 door de Instituut-Commissie in het Trippenhuis bewerkstelligd. Zijne kennis daaromtrent ontleent de Heer BOSSCHA aan het driejaarlijksch Verslag over 1837/1839 van de Eerste Klasse van het Instituut (afgedrukt in D. VIII der nieuwe verhandelingen).

Van deze verificatie is in de gedrukte stukken niets anders te vinden dan de verzekering, » dat de Standaarden niet waren »veranderd en er dus geen zwarigheid bestond ze terug te »zenden, ten einde wederom gedurende 10 jaren als Stan»daarden van den 2en rang te worden gebruikt". Nu zou, volgens den Heer BOSSCHA, in 1837 de adviseur LIPKENS tot de wetenschap gekomen zijn, » dat de Standaarden van »den tweeden rang bij het Ministerie van Binnenlandsche

»Zaken, bij de Provinciale Staten en bij 's Rijks Munt geen »vertrouwen gedoogen". LIPKENS zou daarom aan de Regeering hebben voorgesteld, de Standaarden op nieuw te vergelijken en daartoe de Standaarden van den 1en rang, bij het Instituut berustende, te ontzegelen. En de Heer BOSSCHA deelt ons mede, dat daarop een Koninklijk Besluit is gevolgd, buiten medewerking van het Instituut genomen, en bepalende »dat de verificaties", zoo drukt hij zich uit, »door het »Instituut verricht, *zouden worden overgedaan*". Nu zou, altijd volgens den Heer BOSSCHA, het vervolg van het genoemde verslag een eigenaardig licht op dit voorval werpen in deze woorden: »*bij art.* 2 *van 's Konings Besluit de eerste »Klasse wordende uitgenoodigd, om twee of meer leden uit haar »midden te committeeren, ten einde* desverkiezende *bij het be»doelde onderzoek tegenwoordig te zijn, is dezelve daardoor »eeniger mate in die werkzaamheden betrokken geworden en in »de verplichting gebracht van het voorgevallene verslag te »doen*". En de Heer BOSSCHA gaat voort: »Dit was inder»daad geen aangename taak: want de 1e klasse was nu in »de noodzakelijkheid gebracht zelve te verklaren, dat de »door haar vroeger beproefde Standaards van den 2en rang »te veel verschilden van de Standaards des Nederlandschen »ponds, om als zoodanig te blijven gelden".

Schijnt dit alles niet uiterst compromettant voor het Instituut?

Gelukkig is het onwaar van het begin tot het einde.

Vangen wij aan met het einde. De Heer BOSSCHA „zou zooveel mogelijk woordelijk aanhalen": 't was zeker, om den lezer in staat te stellen, zelfstandig te oordeelen. Maar zie, hij schrijft éene zinsnede over en laat eene tweede weg, die zou belet hebben aan de eerste een valsche verklaring te geven. Op die eerste boven cursief gedrukte volgt, namelijk, in het verslag: »*Zij zal echter den lezer niet ver»moeien met een breede ontwikkeling van hetgeen een onafge»broken arbeid van tien volle dagen heeft opgeleverd*". Men ziet: er is geen sprake van een onaangename taak: met de woorden — *in de verplichting gebracht* — heeft de verslaggever geen ander doel, dan zich te verontschuldigen bij den

lezer, die ondersteld wordt in het onderwerp weinig belang te stellen.

Maar ook al wat voorafging is dwaling en misverstand.

De Heer BOSSCHA las enkel het boven aangehaald verslag der werkzaamheden van de Eerste Klasse, dat zeer kort (de verslaggever wilde, zooals wij zagen, zijne hoorders niet vermoeien) en op vele punten onnauwkeurig is, en las bovendien met vooroordeel.

De stukken van het archief leeren het volgende:

Bij Koninklijk Besluit van 27 Mei 1837, n°. 82, wordt de Heer LIPKENS (adviseur in Schei- en Werktuigkunde *bij het Departement van Binnenlandsche Zaken*) belast »met het »jaarlijks verificeeren en doen justeeren van eenige Standaarden *van den derden rang*". Daarbij zou worden gebruik gemaakt van den Standaard van den tweeden rang, *berustende bij genoemd Departement*. Doch terwijl reeds acht jaren verstreken waren, sedert die Standaard (bij de tienjaarlijksche verificatie van 1829) met dien van het Instituut was vergeleken, wenschte, zoo scheen het, de Heer LIPKENS voor dien Standaard »met een nieuwen zeer nauwkeurigen weegtoestel, dien hij had doen vervaardigen", de vergelijking nog wel eens te herhalen, en werd, op zijn verzoek, bij Koninklijk Besluit van 27 November 1837, n°. 66, machtiging verleend tot ontzegeling *). Daarbij werden, met den adviseur LIPKENS, de Heeren UYLENBROEK en LOBATTO aangewezen, om die verificatie te volbrengen; de leden van het Instituut, met de ontzegeling belast, zouden, desverkiezende, daarbij tegenwoordig zijn. Maar de ontzegeling had niet op den bepaalden dag plaats; want LIPKENS was intusschen te rade geworden nog andere

---

*) Onlangs is mij gebleken, dat het verzoek van den Heer LIPKENS niet den Standaard gold van den tweeden rang, berustende bij het Departement, maar — een stel gewichten, dat hij, te gelijk met den »nauw»keurigen weegtoestel", van den Instrumentmaker BECKER, destijds te Groningen, had ontvangen. Waarschijnlijk ten gevolge van besprekingen aan het Departement heeft het stel gewichten van BECKER in het Koninklijk Besluit voor den genoemden Standaard plaats gemaakt. Het denkbeeld, dezen te onderzoeken, was niet eens bij LIPKENS opgekomen.

Zoover kan fantasie onder den invloed van vooroordeel het brengen!

kilogrammen te verifiëeren, en de Commissie van het Instituut meende, dat een nieuw Koninklijk Besluit daartoe moest machtigen. En nu volgde, bij Koninklijk Besluit van 1 Januari 1838, n°. 41, een ampliatie, waarbij bepaald werd, dat de prototype ook zou mogen worden gebruikt tot verificatie van »het kilogram van VAN SWINDEN, thans in het bezit »van den Heer MOLL, en dat van AENEAE, berustende bij het »Departement, en voorts van zoodanige andere kilogrammen, »als welke de door de Eerste Klasse van het Instituut be»noemde Commissie mocht goedvinden in hare tegenwoordig»heid te doen onderzoeken"; voorts, dat de Heer MOLL zou worden uitgenoodigd, de Commissie met raad en daad bij te staan, terwijl het (nu meer belangrijke) werk zou geschieden ten overstaan eener Commissie van het Instituut.

Die ampliatie had dus niets minder ten doel dan de onderlinge vergelijking ook der drie door VAN SWINDEN en AENEAE uit Parijs medegebrachte kilogrammen.

Wat had daartoe aanleiding gegeven?

Reeds in 1831 had de Hoogleeraar MOLL, leerling en vriend van VAN SWINDEN (ook zijn biograaf), door aankoop in het bezit gekomen van diens kilogram, een aantal kilogrammen van bekenden oorsprong daarmede vergeleken, zich bedienende van een zeer gevoelige balans van ROBINSON, en daarbij gevonden, dat alle, sommige zelfs belangrijk, zwaarder waren dan het kilogram van VAN SWINDEN, en hij had daarbij de vrees uitgesproken, »dat de vergelijking der authen»tieke kilogrammen van het Instituut en van AENEAE tot »nieuwe onzekerheden zou voeren" (Bijdragen tot de Natuurkundige Wetenschappen, D. VI, 1831). MOLL en LIPKENS, beide leden van het Instituut, zagen elkander op het Trippenhuis: en neemt men in aanmerking, dat het kilogram, waarover MOLL beschikking had, zou worden vergeleken, en dat, op verzoek van LIPKENS, MOLL ook aan de Commissie verbonden werd, dan wordt het waarschijnlijk, dat het denkbeeld tot die vergelijking van MOLL was uitgegaan. Intusschen mocht hij den arbeid niet mede volbrengen. Hij stierf den 16 Januari 1838. Maar wat hij had voorzien, bleek juist te zijn: de Standaard van AENEAE

werd 5, al de andere werden $46^1/_2$ tot 64 milligrammen (die van DELEUIL, door POELMAN uit Parijs medegebracht, $50^1/_2$) zwaarder bevonden dan het kilogram van het Instituut *). Als gevolg van deze verontrustende resultaten, zooals de Heer OUDEMANS ze noemt, besloot de Regeering, na het advies van het Instituut te hebben ingewonnen †), (Koninklijk Besluit van 10 Augustus 1858) de Heeren LIPKENS, UIJLENBROEK en LOBATTO te committeeren tot het doen vervaardigen en overbrengen van nieuwe Standaarden uit Parijs, waarvan, zoo mogelijk, één kilogram en één meter van platina.

Ziedaar de gewichtige uitkomst van het werk, door een Commissie, bestaande uit twee leden van het Instituut met den Heer LOBATTO, ten overstaan eener Commissie van Instituutsleden, in het Trippenhuis volbracht, — van het werk, dat, volgens den Heer BOSSCHA, had moeten dienen, om de tienjaarlijksche verificatie der Standaarden van den tweeden rang door het Instituut »over te doen", en dat de schande van het Instituut zou hebben aan het licht gebracht. Welk eene tegenstelling! En dat heet historie, historische kritiek wellicht!

Voldaan met zijne kritiek, besluit de Heer BOSSCHA: »Dit »schrikt den Heer DONDERS niet af te zeggen...." Neen!

*) In zijn onlangs uitgegeven stuk (Verslagen en mededeelingen der afdeeling Natuurkunde. D. III. 1887. blz. 202) getuigt de Heer OUDEMANS van dit onderzoek, dat het »met de grootste zorgvuldigheid is uitgevoerd." Hij heeft ook gelegenheid gehad, de aanteekeningen van LOBATTO en UIJLENBROEK in te zien, die nu, door zijne zorg geordend, in het Archief der afdeeling berusten. De waarschijnlijke fout van elke gemiddelde van 6 wegingen bedroeg slechts ± 0.24. mgr.

†) Volgens den Heer OUDEMANS raadpleegde de Minister eerst het college van Raden en Generaalmeesteren der Munt en daarna de 1e klasse van het Kon. Ned. Instituut. Die voorstelling is niet juist. Genoemd college heeft, nadat het kilogram van DELEUIL zooveel zwaarder was gevonden, door tusschenkomst van den Heer LIPKENS, verzocht zijn gevoelen te mogen openbaren, waarin de Minister heeft toegestemd (zie Missive van den Minister, 30 April 1838 n°. 197, 2e afdeeling, en van Raden en Generaalmeesteren van 7 Mei 1838, n°. $\frac{593}{233}$): geraadpleegd is alléén het Instituut.

Die kritiek schrikt den Heer DONDERS niet af te zeggen en te herhalen: »met voldoening mogen wij op de bemoeiin»gen van het Koninklijk Nederlandsch Instituut, gevolgd »door die der Koninklijke Akademie over dit tijdvak van »meer dan zestig jaren terugzien". En zij weêrhoudt hem niet, »de vergelijkingen met de Standaarden in het belang »der wetenschap voor de Akademie te vindiceeren en te »eischen, dat daarop het licht schijne der Akademie". Een feit is het, en een feit van groote beteekenis, dat de Akademie de beste krachten van Nederland aan zich weet te verbinden. Maar wat is gebleken »van de feiten, wier onverbiddelijke logica", volgens den Heer BOSSCHA, met die verzekering spotten zou!

Omtrent de tienjaarlijksche verificatie van 1829 heb ik verder niets gevonden buiten het Rapport, waaruit de bovenaangehaalde woorden zijn overgenomen. Maar het feit, dat GERRIT MOLL tot de leden der Commissie behoorde, heeft beteekenis. Wie kennis maakt met zijne boven geciteerde Verhandeling, zal niet gelooven, dat die verificatie zoo oppervlakkig geschiedde als het Rapport kon doen vermoeden. Blijkbaar is de schrandere geleerde, na de bij die verificatie opgedane ervaring, terstond aan het werk getogen: zijn verhandeling verscheen in 1831. MOLL was niet alleen een schrander, maar ook een zeer betrouwbaar en omzichtig man. Voor den twijfel, dien hij uitsprak omtrent de gelijkheid der »authentieke" Kilogrammen van VAN SWINDEN, van AENEAE en van het Instituut, alle te gelijk uit Parijs overgebracht, heeft hij zeker zijne gronden gehad. Zou de uitdrukking in het Verslag der Commissie van 1829, »dat de »Standaarden van den tweeden rang niet veranderd waren", ook kunnen beteekenen, dat ze onderling voldoende overeenkwamen, maar van dat van het Instituut verschilden? In de door MOLL nagelaten papieren had men wellicht de aanteekeningen kunnen vinden over de verificatie, die ik in het Archief van het Instituut te vergeefs heb gezocht.

De Heer BOSSCHA schijnt het Instituut ook de eer niet te gunnen van zijne rapporten, in zake de invoering van het

metrieke stelsel, op verzoek der Regeering uitgebracht. Volgens hem zou de Instituutscommissie van 1809, waarvan ook VAN SWINDEN en AENEAE leden waren, niets anders hebben te doen gehad dan het rapport over te nemen, dat deze laatsten acht jaren te voren hadden opgesteld.

Ik had reden te vermoeden, dat dit bezijden de waarheid was, en ik bedroog mij niet. De Heer BOSSCHA heeft zich bepaald tot het lezen der voorrede van de *Volmaakte maten en gewichten* van VAN SWINDEN en zijn kennis aangevuld met voorstellingen, door vooroordeel ingeblazen. Reeds vroeger, bij het schrijven mijner memorie, had ik de verslagen van het Instituut gelezen en heb thans mij ook de moeite gegeven, de voordracht te raadplegen van het uitvoerend Bewind aan de Eerste Kamer van het vertegenwoordigend lichaam*), benevens het concept dier voordracht, door den Agent der internationale oeconomie opgemaakt, met de daarbij behoorende rapporten van VAN SWINDEN (12 Februari 1800) en van AENEAE (26 Februari 1800)†), alle in het Archief van genoemden Regent op 's Rijks-Archief in originali aanwezig. Daarbij is mij gebleken, dat in de uitvoerige voordracht van den Agent het advies van VAN SWINDEN (zelf lid van het uitvoerend bewind) gevolgd en het concept der voordracht naar een nota van aanmerkingen van VAN SWINDEN nader gewijzigd is, zoodat die voordracht inderdaad, in hoofdzaak, het werk mag heeten van VAN SWINDEN. Maar tevens heb ik mij kunnen overtuigen, dat niet alles, zooals de Heer BOSSCHA stoutweg beweerde, maar *niets hoegenaamd* dááruit is overgenomen in het verslag der Instituutscommissie van 1809. En bevreemden kan dit niet; want geheel andere zaken zijn het, die in beide behandeld worden. Van het uitvoerend bewind verlangde de Kamer aanwijzing, *welke* onveranderlijke grootheid moest worden voorgesteld, ter voldoening aan Art. 59 van de algemeene beginsels der Staats-

*) Zie Besluiten der Eerste Kamer van het vertegenwoordigend Lichaam des Bataafschen Volks, 4 Mei 1801.

†) Niet een advies van VAN SWINDEN en AENEAE, zooals de Heer BOSSCHA onderstelde, maar twee afzonderlijke adviezen.

regeling, dat uitdrukkelijk beval: »de maten en gewichten »worden door de gantsche republiek, zoo spoedig doenlijk, »naar eene *zekere* onveranderlijke grootheid, tiendeelig gelijk »gemaakt". En het antwoord bepaalt zich tot een beknopte geschiedenis van het Fransche stelsel en een betoog van zijne superioriteit. Wat bij de *invoering* zou zijn in acht te nemen, zou nader worden onderzocht en »ter »bekwamer tijde ter sanctie en om kracht van wet te erlangen worden aangeboden". Maar zoover kwam het, zooals wij weten, niet. Het Rapport daarentegen van het Instituut, van 20 Juli 1809, liep juist over de *invoering* van het stelsel, dat nu bij de Wet alreeds was voorgeschreven, en nam die vraag zeer breed op, beginnende met een eerste Rapport van 78 bladzijden, in folio, met bijlagen, enkel betreffende de lengtematen, een schoon uitgewerkt en doorwrocht stuk, zooals de Regeering het noemde. Droeg VAN SWINDEN, zooals te vermoeden is, daartoe het meest bij, het was als lid der Instituutscommissie, die voorts de Heeren AENEAE, VAN BEECK CALKOEN, FOCKER, KRAIJENHOFF, PAATS VAN TROOSTWIJK, VROLIK en VAN DEN ENDE tot hare leden telde.

Het latere Rapport van 17 December 1814, dat aan de conceptwet van 10 Juni 1816, strekkende tot aanneming van een eenvoudig stelsel van maten en gewichten, ten gronde lag *), gaat de Heer BOSSCHA met stilzwijgen voorbij. Ik wil er alleen van zeggen, dat het een hoogst delicate zaak was, in die dagen na de Fransche overheersching, de aanneming van het *Fransche* stelsel te bepleiten, en dat het Instituut zich daarvan op de meest behoedzame wijze kweet, door subsidiair ook te onderzoeken, welke andere wegen nog zouden kunnen worden ingeslagen, bijaldien de Regeering tegen de invoering van het Fransche stelsel overwegende bezwaren had, — overigens verwijzende naar het Rapport van 1809, als, mutatis mutandis, alles bevattende, wat bij de invoering zou behooren te worden in acht genomen.

---

*) Vergelijk mijn advies, V. en M. 3, III, 295.

Genoeg om te doen zien, hoe de Heer BOSSCHA zich ook in deze zaak aan het Instituut vergrepen heeft.

Met zaken van minder beteekenis ging het niet anders. Zoo zou, volgens den Heer BOSSCHA, de Akademie niet gehoord zijn over de Wet der maten en gewichten van 1869: hij heeft dit gezegd en herhaald, om mijn beweren te logenstraffen, dat Akademie en Instituut tot dusverre over alle gewichtige punten, de materie betreffende, geraadpleegd waren. Maar hij vergist zich alweder. Toen de Minister THORBECKE tot de regeling wenschte over te gaan, verlangde hij voorlichting van het Instituut omtrent de bepaling der Standaarden, het éénige punt, zooals de genoemde Minister begreep, waarover de wetenschap hier had te oordeelen, en die voorlichting werd op afdoende wijze verstrekt in een merkwaardig verslag, dat aan de bepaling in het ontwerp HEEMSKERK (Zitting 1867—1868) is ten gronde gelegd, zooals blijkt uit de memorie van toelichting, waarin een extract van het door het Instituut geleverd betoog is opgenomen. Het verslag toonde aan, dat de mètre des Archives, als zoodanig (niet als het quotum van een meridiaan der aarde), de *grondslag*, *le point de départ*, zooals de internationale commissie op gelijke gronden later vaststelde, behoorde te zijn van den Standaardmeter. Maar het ontwerp FOCK, dat tot Wet werd verheven, heeft een verandering, zeker geen verbetering, ondergaan: het schrijft in Art. 2 voor, dat onze standaarden *kopieën* zullen zijn van die der genoemde Archives. En — nu weet de Heer BOSSCHA te verhalen, dat de Akademie daarover *niet* gehoord is.

Ik meen hiermede genoeg gedaan te hebben, om de verdiensten van Instituut en Akademie, en daarmede hunne traditioneele rechten in deze, te handhaven.

Zijn er nu hoogere belangen, die konden nopen ze ten offer te brengen?

Het tegengestelde is waar. Wat in mijn advies daaromtrent gezegd is, heeft geen weerlegging gevonden. 't Is het belang der wetenschap en tevens Staatsbelang, dat de Akademie geroepen zij, de mannen aan te wijzen, die dit werk hebben te volbrengen, en, niet minder, dat zij ten

hunnen behoeve over een gelegenheid hebbe te beschikken, waarin zij, onafhankelijk van een Directeur, lid of niet lid der Akademie, naar hunne conveniëntie kunnen werkzaam zijn.

En te bereiken is dat niet, tenzij de standaarden berusten bij de Akademie. Om dien eisch belachelijk te maken, zegt en herhaalt de Heer Bosscha, dat ik het bezit als hoofdzaak, het gebruik als bijzaak beschouwd: geen lid der Akademie is dwaas genoeg, om aan het bezit, om het bezit, eenige waarde te hechten. En de Heer Bosscha weet zeer goed, dat het mij alleen te doen is, om den invloed der Akademie op de werkzaamheden te verzekeren. Dit is de beteekenis van mijn »*beati possidentes*". Zijn de Standaarden naar de Polytechnische school overgebracht, men kan zich overtuigd houden, dat persoonlijke invloed zich zal doen gelden, waar staatsbelang vordert, dat de Akademie gehoord worde, en wat van dergelijken invloed te wachten is, zal aan het licht treden, wanneer ik in het derde deel van mijn repliek onze internationale verhouding tot de meterzaak zal hebben blootgelegd.

Het mocht als een gelukkige omstandigheid gelden, dat, juist toen de toeleg zichtbaar werd om de Standaards weg te voeren, het Trippenhuis geheel ter beschikking kwam van de Akademie. Liet de inrichting voor bewaring en gebruik hier tot dus verre te wenschen over, zelfs de Heer Bosscha ontkent niet, dat thans daarin op de voorgestelde wijze naar eisch zou worden voorzien. Maar nu veroorlooft hij zich weder te gispen en te bespotten wat hij de luchthartigheid noemt, waarmede ik over alle moeielijkheden heenstap. Hij vergeet daarbij, dat zijne diatribe niet mij alleen, maar zoovelen treft, als de Standaarden in het Trippenhuis wenschten te behouden, dat is genoegzaam de helft zijner medeleden, — te beginnen met de leden zoowel van het nieuwe als van het oude Bestuur, zonder uitzondering, de meesten physici of physiologen, die toch weten wat tot nauwkeurig meten en wegen noodig is en met licht en warmte hebben leeren omgaan. Maar, tegenover die spotternij, werd hem, van meer dan eene zijde, ernstig onder het oog gebracht, dat hij zich ten aanzien der daaraan

verbonden bezwaren aan overdrijving schuldig maakte. En die overdrijving geldt niet slechts de moeielijkheden bij de inrichting en bij den arbeid, maar ook de daaraan verbonden uitgaven: men bedenke, dat het physisch Instituut der Polytechnische school ook niet aan het eind zijner eischen zijn zou, wanneer de prototypen dáár tot wetenschappelijk onderzoek zouden moeten worden aangewend.

En wie zal durven beweren, terwijl alvast de oude en de nieuwe Onder-Voorzitter zich voor het behoud der Standaarden te Amsterdam verklaarden, dat, onder de daar woonachtige leden niet zoodanige zouden te vinden zijn, die voor de werkzaamheden in het Trippenhuis hunne talenten en hunnen tijd veil hebben? Er is geen reden om aan te nemen, dat zich meer Commissieleden zouden te verplaatsen hebben, wanneer de werkzaamheden te Amsterdam, dan wanneer zij te Delft te volbrengen zijn. En zeker is het niet onverschillig, dat de leden, die de Vergadering der Akademie bijwonen, daar ten allen tijde in het werk kunnen worden betrokken.

Wat ik voorstond was het belang der wetenschap en Staatsbelang tevens. Maar was het ongepast daaraan te herinneren, terwijl de afdeeling bezig was, haar verband tot de Regeering los te maken, dat zij na de opheffing van het Instituut haar ontstaan te danken had aan de erkenning der Regeering, dat zij nut trok uit hare adviezen? Of zou het waken voor het bestaan der Akademie niet zijn staatsbelang? Dan zou ik niet langer wenschen tot hare leden geteld te worden.

De Heer Bosscha besluit het tweede deel van zijn antwoord met eene glansrijke peroratie over de roeping eener Akademie. Jammer alleen, dat zij hem werd ingegeven door den waan, dat in strijd daarmede zou gedacht of gehandeld zijn.

III.

In mijn advies heb ik de verheffing van meter N°. 19

tot Standaard genoemd *ontijdig* *). De redenen daarvoor heb ik duidelijk blootgelegd. Maar door het antwoord van den Heer BOSSCHA, wien het vooral te doen is, om zijne houding in de internationale Commissie te rechtvaardigen, kon men het spoor bijster raken, en zie ik mij genoopt, de zaak nog eens kort en duidelijk bloot te leggen.

Wat was het doel der *internationale* Commissie?

Geen ander dan, in 't belang vooral der Europesche graadmeting, de grootst mogelijke uniformiteit te verkrijgen der Standaarden in alle landen. Om dit doel te bereiken, had de Commissie besloten, en wel met algemeene stemmen, waaronder die van de Heeren STAMKART en BOSSCHA: dat van den mètre des Archives, zijnde een eindmaat, een voldoend aantal kopieën, als streepmaat, zouden worden vervaardigd en onderling vergeleken, waarvan dan één, *in plaats van* den mètre des Archives, tot *internationale* prototype zou worden verheven, tot welken de aequaties van al de overigen zouden worden teruggebracht, en dat deze, als zoovele *identische nationale* prototypen, aan de verschillende staten, ingevolge hunne aanvraag, zouden worden toebedeeld †).

Ook Nederland had twee dergelijke meters te wachten. Maar onze Regeering heeft, zooals men weet, hare betrekking tot de internationale Commissie afgebroken. Zij heeft ook geen gebruik gemaakt van een overgangsbepaling der conventie, waarbij aan de Staten, die daaraan geen deel mochten nemen, toch het recht op de aangevraagde nationale proto-

*) Later, in een naschrift, trok ik de voorstellen in, die daarmede in verband stonden. Door sommigen is dit opgevat, als hadde de grond, waarop ik de verheffing ontijdig noemde, voor mij opgehouden te bestaan. Dat is een dwaling. Het intrekken der genoemde voorstellen geschiedde alléén, omdat het Bestuur der Afdeeling de vraag betreffende de bewaarplaats der Standaarden, eenmaal aan de orde gesteld, wenschte beslist te zien. En om redenen, in het naschrift vermeld, meende ik aan dien wensch te kunnen gehoor geven. Maar mijne bedenking bleef van kracht, en persoonlijk wenschte ik niets liever dan den status quo te zien bestendigd.

†) Streepmaten acht men verkieslijk voor Standaarden. De grootere moeielijkheid en de mindere nauwkeurigheid der vergelijking van een streepmaat met een eindmaat heeft doen besluiten als nieuwe internationale prototype een streepmaat aan te nemen.

typen werd verzekerd. Zij heeft goed gevonden, zich tot de Fransche Regeering te wenden met het verzoek, te worden toegelaten, om, in het Conservatoire des Arts et des Métiers, kopieën te doen vervaardigen van den Mètre des Archives: en zoo kwamen wij in 't bezit van de platinum-iridium meters N⁰. 19 en 27. Deze zijn dus kopieën op eigen hand, geen *nationale* prototypen, vergeleken met den mètre *international*, gelijk, krachtens het besluit der internationale Commissie, in het belang der uniformiteit worden gevorderd.

Intusschen zullen aan de overige staten de nationale prototypen weldra worden afgeleverd. Ze zullen deze tot standaard verheffen, de aequatie opnemende met den *internationalen prototype.* En nu stelt de Ned. Regeering zich voor, een zijner meters tot wettigen Standaard te verklaren en in het Koninklijk Besluit de aequatie op te nemen met den *Mètre des Archives.* Er laat zich geen omstandigheid denken, die daartoe nopen kon, en het was dus geraden te wachten, tot Meter 19 met de internationale prototype zou zijn vergeleken. 't Is onregelmatig, een Meter tot Standaard te verheffen, dragende de aequatie met den Mètre des Archives, terwijl andere Staten gereed staan, de aequatie met den internationalen prototype op te nemen. 't Heeft geen houding naar vergelijking met dien prototype te moeten zoeken voor een Meter, die men reeds tot Standaard verheven heeft.

Daarom heb ik het besluit daartoe genoemd *ontijdig.*

Maar de Heer Bosscha spreekt en handelt, alsof aansluiting aan den internationalen prototype overbodig ware. Onze Meters, zegt hij, zijn van gelijken rang als deze. Alsof dat de vraag ware! Evenals alle andere kopieën van den Mètre des Archives, zijn zij ondergeschikt aan den Meter, die tot internationalen prototype zal worden verheven, en om als nationale prototype te kunnen gelden, moeten zij met dien Meter vergeleken zijn (vergelijk het besluit der internationale Commissie, V. en M. 3, IV, bl. 191).

Men begrijpt, dat uit een praktisch oogpunt, voor het IJkwezen, die vergelijking overbodig is. Daarvoor zou zelfs de platina meter, onze tegenwoordige Standaard, alleszins

voldoende zijn. Maar voor de geodesie wordt de aansluiting gevorderd. Wij vragen niet, welken graad van nauwkeurigheid deze verlangt: zeker is het, dat zij een constante fout, afhankelijk van een te constateeren verschil, groot of klein, tusschen den gebezigden Meter en den internationalen prototype, niet kan toelaten. En zou het niet louter toeval zijn, als de vergelijking onzer meters met den internationalen prototype tot een volkomen gelijk resultaat leidde als die met den Mètre des Archives? De Heer BOSSCHA beroept zich op de gunstige voorwaarden, de zorgvuldige waarnemingen en de kleine waarschijnlijke fout van de einduitkomst der vergelijkingen. Dit alles zal ook wel kunnen gezegd worden van de vergelijkingen van den prototype international; maar ze zullen, onder andere omstandigheden, door andere waarnemers zijn verricht. Zal men dan recht hebben, beide voor gelijk te houden? Ik beroep mij op het verslag van den Heer BOSSCHA zelf: »la commission internationale du mètre et la conférence diplomatique du mètre", waarin blz. 204 geleerd wordt, wat trouwens algemeen is erkend, dat de waarschijnlijke fout een zeer bedriegelijke maatstaf is voor den graad van nauwkeurigheid der uitkomsten. Men zou zich niet hebben te verwonderen, wanneer mocht blijken, dat het bedoelde verschil één of meer microns bedraagt. Maar, groot of klein: wat te constateeren is, behoort te worden geëlimineerd.

De Fransche Regeering denkt er niet anders over. Zij stond het verzoek der Nederlandsche Regeering, om kopieën te vervaardigen van den Métre des Archives, gereedelijk toe. En aan hulp en steun zou het onzer Commissie in het Conservatoire niet ontbreken. Maar bij overgifte der meters wenschte de commissaris der Fransche Regeering, de Ex-Minister DUMAS, in het Proces-Verbaal een zinsnede te zien opgenomen, waarin de Nederlandsche Regeering zich verbond, de nieuwe Nederlandsche meters te laten vergelijken met den Mètre international en aan dezen ondergeschikt te maken. Onze Commissie remonstreerde, en de Commissaris wijzigde daarop de zinsnede tot twee malen toe, zich, ten slotte, tevreden stellende met er in op te nemen, dat aan

onze Regeering het recht zou verblijven, om die vergelijking te doen bewerkstelligen. Blijkbaar wilde de Fransche Regeering enkel constateeren, dat zij, wel is waar, het verzoek der Nederlandsche Regeering, om op eigen verantwoordelijkheid kopieën te vervaardigen van den mètre des Archives, hoffelijk als altijd, had ingewilligd; maar dat zij onze Regeering niet had voorgespiegeld, en ook niet medeplichtig wilde schijnen aan de meening, dat op die wijze nationale prototypen zouden zijn verkregen. En dit werd ook met de laatste redactie voldoende bereikt. De Heer Bosscha wil in de houding van den Commissaris een poging zien, »om Mogendheden, die niet tot de conventie waren toege»treden, aan het gezag van het Comité te onderwerpen." Hij kan zich verzekerd houden, dat de Fransche Regeering zich daarover niet bekommert *).

Ik leg hiermede de pen neder. De lezer, die mij met aandacht gevolgd heeft, zal over de waarde der gronden en de betrouwbaarheid der feiten, door mijn tegenstander in het midden gebracht, kunnen oordeelen. Hij zal de vraag kunnen beantwoorden, of het Bestuur bij de leden der Afdeeling den steun gevonden heeft, waarop het aanspraak had. Bestond er appèl op de uitspraak eener Jury, ik geloof, dat ik mijn pleidooi zou gewonnen hebben. Nu dat niet bestaat, blijft mij niets over dan te berusten in het vonnis, dat wel niet zal uitblijven. Doch mijn werk acht ik daarom niet verloren.

---

*) Het antwoord van den Heer Bosscha, zooals het voor de leden werd afgedrukt, heeft een bijschrift, waarin hij de onjuistheid tracht te betoogen der voorstelling, door mij gegeven van de handelingen der Nederlandsche gedelegeerden in de metercommissie. Dat bijschrift werd niet opgenomen in de *Verslagen en Mededeelingen* (zie Deel III. 3. blz. 449). Ik heb daarom gemeend het laatste gedeelte mijner voor de leden gedrukte repliek, dat daartoe hoofdzakelijk betrekking heeft, ook te moeten terughouden.

Mijne bedoeling was geweest, dat de stukken alléén voor de leden zouden zijn gedrukt, en zoo was, indien ik mij niet vergis, die van den Heer Bosscha.

Ik heb naar mijn beste vermogen de waarheid tot haar recht gebracht *) en, naar ik vertrouw, daarmede hare zege voorbereid. Wat ik schreef, wordt niet wijd en zijd verspreid: het blijft bewaard in den boezem der Akademie; maar ik heb vertrouwen, dat het te eenigen tijd zijne vruchten zal dragen. Dat vertrouwen steunde mij bij den weinig verkwikkelijken arbeid.

---

*) Over STAMKART had ik gaarne iets meer gezegd. Wáár hij heeft gearbeid, overal, niet het minst op het veld der Metrologie, heeft hij sporen nagelaten van zijn vindingrijk vernuft. In mijn kort woord, als Voorzitter, bij het bericht van zijn overlijden gesproken, heb ik daarop reeds gewezen. Zal niemand zich geroepen achten, in een levensschets zijn verdiensten te huldigen? — STAMKART had maar één gebrek. Hij bezat nog jeugdigen ijver en belangstelling, toen jeugdige kracht reeds begon te falen. 't Is een gebrek, — 't worde niet vergeten, — dat op eerbied aanspraak heeft.

OVER DE GRAPHISCHE OPLOSSING

VAN EEN

STELSEL LINEAIRE VERGELIJKINGEN,

DOOR

F. J. VAN DEN BERG.



Op verschillende wijzen kan een willekeurig stelsel van n lineaire vergelijkingen met n onbekenden x_1, x_2, x_3, enz., x_n, zooals:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + \text{enz.} + a_n x_n = A,$$
$$b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \text{enz.} + b_n x_n = B,$$
$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + \text{enz.} + c_n x_n = C,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + \text{enz.} + k_n x_n = K,$$

door constructie opgelost worden.

Trekt men bijv. door een zelfden oorsprong O en in een zelfde plat vlak in willekeurige rigtingen n assen OA, OB, OC, enz., OK; zet men op de eerste van deze assen OA de $n+1$ coëfficiënten (a_1, a_2, a_3, enz., a_n, A) der eerste vergelijking, ieder van den oorsprong af, uit; en handelt men evenzoo op ieder der verdere assen in verband met de gelijknamige vergelijking; dan kan ieder der n assen als eene coëfficiënten-schaal van de overeenkomstige vergelijking dienen. En het kost dan weinig moeite, eene soortgelijke meetkundige voorstelling te verkrijgen voor ieder der vergelijkingen ontstaande door onverschillig welke der n onbekenden tusschen twee willekeurige van de gegeven

vergelijkingen te elimineren, en zoodoende, deze bewerking zooveel noodig herhalende en de algebraïsche eliminatie-methode dus als het ware op den voet volgende, tot oplossing der gegeven vergelijkingen te geraken. Als uitkomst der eliminatie bijv. van de laatste onbekende x_n tusschen de eerste en de laatste vergelijking kan geschreven worden:

$$\left(a_1 - \frac{a_n}{k_n} k_1\right) x_1 + \left(a_2 - \frac{a_n}{k_n} k_2\right) x_2 + \left(a_3 - \frac{a_n}{k_n} k_3\right) x_3 + \text{enz.} +$$

$$+ \left(a_{n-1} - \frac{a_n}{k_n} k_{n-1}\right) x_{n-1} = A - \frac{a_n}{k_n} K;$$

en de eenvoudige opmerking, dat hierin de coëfficiënten blijkbaar niet anders zijn dan de abscissen op de as OA afgesneden door de lijnen, die uit de n door (a_1, k_1), (a_2, k_2), (a_3, k_3), enz., (a_{n-1}, k_{n-1}), (A, K) als regtlijnige coördinaten ten opzigte der beide assen OA en OK bepaalde punten evenwijdig aan de uit O naar het punt (a_n, k_n) loopende lijn getrokken worden, is voldoende om door deze evenwijdige lijnen op de as OA zelve en met denzelfden oorsprong O de coëfficiënten-schaal van de zoo even geschreven resulterende der vergelijkingen in a en in k te voorschijn te brengen. Dit zoo zijnde, is het duidelijk dat eene herhaling van dezelfde bewerking op de schalen-paren (OB, OK), (OC, OK), enz., (OI, OK) in plaats van op (OA, OK), op de assen OB, OC, enz., OI de schalen oplevert voor de vergelijkingen ontstaande door dezelfde onbekende x_n van zoo even te elimineren tusschen de laatste en achtervolgens de tweede, de derde, enz., de voorlaatste der gegeven vergelijkingen; en dat langs dien weg ook in meetkundigen zin, met gelijktijdige eliminatie van de as OK, het stelsel der n gegeven vergelijkingen met n onbekenden x_1 tot x_n teruggebragt is tot een stelsel van $n-1$ resulterende vergelijkingen met $n-1$ onbekenden x_1 tot x_{n-1}. Op dit laatste stelsel kan nu, bijv. door eliminatie weder van diens laatste onbekende x_{n-1} tusschen diens laatste of $(n-1)^e$ vergelijking en ieder der voorgaanden afzonderlijk, dat wil zeggen door gelijktijdige eliminatie

van de as OI, dezelfde herleiding worden toegepast, waardoor slechts $n-2$ nieuwe schalen en wel op de assen OA, OB, OC, enz., OH overblijven, behoorende bij de $n-2$ nieuwe resulterende vergelijkingen met de $n-2$ onbekenden x_1 tot x_{n-2}. Zoo voortgaande, en daardoor tevens in het geheel niet meer eliminatiën verrigtende of, wat hetzelfde zegt, stelsels evenwijdige lijnen trekkende dan voor de bepaling van de eerste onbekende x_1 vereischt wordt, komt men ten slotte, en wel op de eerste as OA, op eene enkele schaal van den eenvoudigen vorm (a'_1, A') neder wier beide termen alzoo moeten dienen om deze onbekende uit de eindvergelijking $a'_1 x_1 = A'$ op te lossen, waartoe men óf a'_1 en A' in lengte-eenheden kan opmeten en het eerste van deze getallen op het tweede deelen, óf a'_1 op A' zoo dikwijls mogelijk kan uitpassen, de rest weder op a'_1, enz., om langs dien weg de verhouding $x_1 = \frac{A'}{a'_1}$ in den vorm eener kettingbreuk te ontwikkelen. Wat betreft de overige onbekenden, voor ieder daarvan zou men, daar van den aanvang af de volgorde der onbekenden, mits zij ieder met hare eigen coëfficiënten behept blijven, eene geheel willekeurige is, eene zelfstandige maar in allen deele gelijksoortige constructie kunnen verrigten; eenvoudiger nogthans schijnt het in het algemeen om, x_1 zooals gezegd als verhouding van twee lijnen gevonden zijnde, daaruit achtervolgens door eene der in den loop der bewerking reeds verschenen resulterende vergelijkingen of coëfficiënten-schalen, die in teruggaande volgorde alleen x_1 en x_2, of alleen x_1, x_2 en x_3, of enz. bevatten, tot alle overige onbekenden x_2 tot x_n op te klimmen. Vooral voor x_2 is de constructieve bepaling op deze wijze beknopt: immers omstreeks het eind der bewerking voor x_1 bleken deze beide eerste onbekenden zamen te hangen volgens twee vergelijkingen van den vorm $a''_1 x_1 + a''_2 x_2 = A''$ en $b''_1 x_1 + b''_2 x_2 = B''$, en evenals nu de eliminatie daartusschen van x_2 de zoo even reeds beschouwde vergelijking $a'_1 x_1 = A'$ opleverde, wier schaal (a'_1, A') door het trekken van twee lijnen uit de punten (a''_1, b''_1) en (A'', B'') evenwijdig aan de lijn

$O(a''_2, b''_2)$ gevonden werd, evenzeer is het bij verwisseling der rollen van x_1 en x_2 duidelijk, dat x_2 uit eene eindvergelijking van den vorm $a'_2 x_2 = A'$, — namelijk eene andere A' dan zoo even, — is op te lossen, wier schaal (a'_2, A') op dezelfde as OA gevonden wordt door uit (a''_2, b''_2) en (A'', B'') lijnen evenwijdig aan $O(a''_1, b''_1)$ te trekken; terwijl men desverkiezende de genoemde schalen één van beiden of beiden ook vervangen kan door die welke door dezelfde daarbij behoorende evenwijdige lijnen op de as OB — of zelfs, gelijk zoo aanstonds meer in het algemeen zal worden ontwikkeld, op eene geheel willekeurige door O getrokken as — in plaats van op OA worden afgesneden. En wat aangaat de opvolgende constructie van x_3 en van alle verdere onbekenden, nadat telkens alle voorgaanden als verhoudingen van twee lijnen reeds bepaald zijn, daartoe kan in allen gevalle eene der reeds voorgekomen resulterende vergelijkingen, zooals bijv. die van den vorm $a'''_1 x_1 + a'''_2 x_2 + a'''_3 x_3 = A'''$ (en de overeenkomstigen met bovendien x_4, of met x_4 en x_5, of enz.) regtstreeks in teekening gebragt worden door de som van alle als derde evenredigen te construeren termen $a'''_1 x_1$, $a'''_2 x_2$ (en enz.) van het eerste lid, daargelaten diens laatste term, af te trekken van het almede bekende tweede lid.

Reeds in den aanhef werd gezegd dat de schaal waardoor ieder der gegeven vergelijkingen op zich zelve werd voorgesteld op eene in geheel willekeurige rigting door O getrokken as kan worden uitgezet. Bij de verbinding van dezelfde vergelijking van het gegeven stelsel telkens met eene andere ten einde daaruit eene resulterende vergelijking af te leiden zou men dan ook zelfs niet eens de schaal van diezelfde vergelijking steeds op ééne en dezelfde as behoeven te nemen, maar naar verkiezing telkens van rigting kunnen veranderen. En nog in een ander opzigt heeft men bij dergelijke verbinding vrijheid van handelen: de opmerking toch dat iedere vergelijking op zich zelve vóór zulk eene verbinding telkens met een willekeurigen getallen-coëfficiënt vermenigvuldigd gedacht kan worden doet inzien — en daarom juist werd de benaming schaal gebezigd — dat alles slechts

afhangt niet van de volstrekte, maar van de betrekkelijke grootte harer coëfficiënten, met andere woorden dat bij de meetkundige voorstelling van iedere vergelijking, ja zelfs van eene zelfde vergelijking naarmate zij met eene andere wordt in verband gebragt, telkens eene andere willekeurige lengte-eenheid kan worden gekozen. Uit dit een en ander volgt dat, zonder aan eene as te denken waarop de schaal wordt afgesneden, voor ieder der gegeven vergelijkingen als meetkundig beeld kan dienen het stelsel zelf van in willekeurige rigting — veranderlijk zelfs bij ieder nieuw gebruik dier vergelijking — evenwijdige lijnen, wier afstanden tot den eens en vooral aangenomen gemeenschappelijken oorsprong slechts evenredig blijven aan de coëfficiënten, met inbegrip van den bekenden term, der vergelijking. Wat hier gezegd is van de gegeven vergelijkingen, geldt tevens zonder voorbehoud voor alle daaruit door enkele of door opvolgende eliminatiën afgeleide of resulterende vergelijkingen en blijkt, met het oog op vereenvoudiging van de boven gevonden constructieve oplossing, voor deze vergelijkingen zelfs van meer belang te zijn dan voor de oorspronkelijken. Immers, op grond der omschreven uitbreiding of wijziging van het begrip van schaal kan de in den aanhef bij gelegenheid der eliminatie van x_n tusschen de beide vergelijkingen in a en in k gevonden regel in het algemeen aldus worden uitgesproken: Twee willekeurige, tusschen dezelfde onbekenden lineaire, vergelijkingen voorgesteld wordende door twee stelsels evenwijdige lijnen ten opzigte van denzelfden oorsprong, kan hare ten aanzien van eene dier onbekenden resulterende vergelijking evenzeer met behoud van dien oorsprong worden voorgesteld door het stelsel lijnen, uit de snijpunten van elk paar bij ieder der overige onbekenden en bij de bekende termen behoorende lijnen evenwijdig getrokken aan de lijn die den oorsprong verbindt met het snijpunt behoorende bij de te elimineren onbekende zelve. En hiervan uitgaande, is het duidelijk, vooreerst dat — als men bijv. de n gegeven vergelijkingen noemt (a), (b), (c), enz., (h), (i), (k), hare boven beschouwde resulterenden ten aanzien van x_n noemt $(a\,k)$ of ook (a'), $(b\,k) = (b')$, $(c\,k) = (c')$, enz., $(h\,k) = (h')$,

$(i\,k) = (i')$, de mede reeds besproken resulterenden van deze ten aanzien van x_{n-1}, $(a'\,i') = (a'')$, $(b'\,i') = (b'')$, $(c'\,i') = (c'')$, enz., $(h'\,i') = (h'')$, en zoo ook verder — de resulterende (a') voorgesteld kan worden door het stelsel lijnen zelf uit de punten (a_1, k_1) tot (a_{n-1}, k_{n-1}) en uit (A, K) evenwijdig getrokken aan de lijn $O\,(a_n, k_n)$ (dezelfde lijnen dus die reeds op de as $O\,A$ de schaal voor (a') afsneden), en dat het dergelijke geldig blijft voor ieder der overige resulterenden van de eerste orde (b') tot (i'). Maar ten andere dat — terwijl, om volgens de voorgaande oplossing bijv. de dan weder resulterende (a'') van de tweede orde te construeren, uit de door het evengenoemde stelsel lijnen (a') op de as $O\,A$ en uit de bijbehoorende door het stelsel (i') op de as $O\,I$ afgesneden afstanden als coördinaten eerst de punten (a'_1, i'_1) tot (a'_{n-2}, i'_{n-2}) en het punt (A', I') zelve geconstrueerd moesten worden, en uit deze punten weder lijnen evenwijdig aan $O\,(a'_{n-1}, i'_{n-1})$ getrokken — deze opzettelijke bepaling der evengenoemde eigenlijke punten (a', i') en (A', I'), waartoe dus weder lijnen evenwijdig aan hunne coördinatenassen $O\,A$ en $O\,I$ vereischt werden, in wezenlijkheid overbodig is, daar die punten op grond van den aangevoerden algemeenen regel vervangen mogen worden door de snijpunten zelve van de reeds aanwezige aan $O\,(a_n, k_n)$ evenwijdige lijnen (a') met de overeenkomstige ook reeds aanwezige aan $O\,(i_n, k_n)$ evenwijdige lijnen (i'), uit welke snijpunten zelve (a'_1, i'_1) tot (a'_{n-2}, i'_{n-2}) en (A', I') slechts lijnen evenwijdig aan de uit O naar het overeenkomstige snijpunt (a'_{n-1}, i'_{n-1}) zelfloopende lijn behoeven getrokken te worden, die dan, ofschoon in andere rigting en op andere volstrekte — maar dezelfde betrekkelijke — afstanden uit O dan de zoo even herinnerde meer omslagtige lijnen van vroeger, toch even goed als deze de resulterende vergelijking (a'') voorstellen. En wat hier ter vereenvoudigde constructie van deze resulterende (a'') is aangevoerd, geldt blijkbaar niet alleen met hetzelfde regt ten opzigte van de verdere resulterenden (b'') tot (h'') van de tweede orde, maar telkenmale op nieuw voor iedere resulterende van hoogere orde die nog voor de einduitkomst vereischt wordt. Vooral bij toenemende waarden van n geeft

dan ook de herhaalde toepassing van deze vereenvoudiging eene niet te versmaden besparing in het geheele aantal constructielijnen. Na het gezegde schijnt eene uitgewerkte teekening minder noodig, en bepalen wij ons, ter herinnering aan het geheele verloop der constructie voor de eerste onbekende x_1, tot het neêrschrijven van het volgende schema of overzigt, waarin wij de besproken uitbreiding van het begrip schaal bovendien reeds van den beginne af van toepassing maken op de constructie van de punten (a_1, k_1) tot (a_n, k_n) en (A, K) en van de overeenkomstige punten voor de verbindingen $(b\,k)$ tot $(i\,k)$ in plaats van $(a\,k)$, namelijk:

(a) = stelsel evenwijdige lijnen door de punten a_1 tot a_n en A van de as OA,

(b) = stelsel evenwijdige lijnen door de punten b_1 tot b_n en B van de as OB,

. . . .

(i) = stelsel evenwijdige lijnen door de punten i_1 tot i_n en I van de as OI,

(k) = stelsel evenwijdige lijnen door de punten k_1 tot k_n en K van de as OK,

hetzij de rigting voor ieder dezer stelsels naar willekeur, hetzij voor sommigen of voor allen, met uitzondering alleen van $(k$. — daar anders de verder noodige snijpunten in het oneindige zouden verdwijnen — dezelfde wordt genomen; en voorts, als wij door $(a^{(q)}{}_p, k^{(q)}{}_p)$ niet de vroegere coördinatenaanwijzing, maar steeds het snijpunt verstaan van de p^{de} lijnen der beide stelsels $a^{(q)}$ en $k^{(q)}$, en evenzoo voor de andere verbindingen in plaats van $(a\,k)$ en voor de groote in plaats van de kleine letters:

(a') = stelsel lijnen door (a_1, k_1) tot (a_{n-1}, k_{n-1}) en door (A, K) evenwijdig aan $O\,(a_n, k_n)$,

. . . .

(i') = stelsel lijnen door (i_1, k_1) tot (i_{n-1}, k_{n-1}) en door (I, K) evenwijdig aan $O\,(i_n, k_n)$;

en

(a'') = stelsel lijnen door (a'_1, i'_1) tot (a'_{n-2}, i'_{n-2}) en door (A', I') evenwijdig aan $O\,(a'_{n-1}, i'_{n-1})$,

. . . .

(h'') = stelsel lijnen door (h'_1, i'_1) tot (h'_{n-2}, i'_{n-2}) en door (H', I') evenwijdig aan $O\,(h'_{n-1}, i'_{n-1})$;
en
(a''') = stelsel lijnen door (a''_1, h''_1) tot (a''_{n-3}, h''_{n-3}) en door (A'', H'') evenwijdig aan $O\,(a''_{n-2}, h''_{n-2})$,

. . . .

(g''') = stelsel lijnen door (g''_1, h''_1) tot (g''_{n-3}, h''_{n-3}) en door (G'', H'') evenwijdig aan $O\,(g''_{n-2}, h''_{n-2})$;
enz.

De oorspronkelijke constructie is ook voor eene vereenvoudiging van anderen aard dan de thans besprokene, ofschoon met deze weder krachtens den meergenoemden eliminatieregel zamenhangende, vatbaar. Doet men bijv. van den aanvang af alle assen $O\,A$, $O\,B$, $O\,C$, enz., $O\,I$, met uitzondering van de laatste $O\,K$, langs elkander vallen, waardoor dus voor iedere waarde van p alle punten (a_p, k_p), (b_p, k_p), enz., (i_p, k_p) in eene zelfde aan deze gemeenschappelijke as evenwijdige lijn komen te liggen, dan kan men, weder de laatste onbekende x_n eliminerende tusschen de gegeven vergelijking in k en ieder der voorgaanden afzonderlijk, de resulterende vergelijking voor ieder der verbindingen $(a\,k)$, $(b\,k)$, enz., tot $(h\,k)$ zoowel algebraïsch als meetkundig blijven beschouwen onder den in den aanhef voor de verbinding $(a\,k)$ neêrgeschreven vorm en zoodoende de schalen voor al deze resulterenden (a') tot (h') op dezelfde gemeenschappelijke as verkrijgen waarop in dit geval ook alle schalen voor de gegeven vergelijkingen (a) tot (i) in teekening werden gebragt; daarentegen de resulterende vergelijking $(i\,k)$ of (i') liever schrijven onder den vorm:

$$\left(k_1 - \frac{k_n}{i_n}\,i_1\right)x_1 + \left(k_2 - \frac{k_n}{i_n}\,i_2\right)x_2 + \left(k_3 - \frac{k_n}{i_n}\,i_3\right)x_3 + \text{enz.} +$$

$$+\left(k_{n-1} - \frac{k_n}{i_n}\,i_{n-1}\right)x_{n-1} = K - \frac{k_n}{i_n}\,I,$$

die, natuurlijk weder door het trekken der lijnen uit (i_1, k_1) tot (i_{n-1}, k_{n-1}) en uit (I, K) evenwijdig aan de lijn $O\,(i_n, k_n)$, maar thans tot aan de as $O\,K$, op deze laatste de schaal voor (i') oplevert. Het stelsel der ten aanzien van x_n resulterenden van de eerste orde hiermede op volkomen dezelfde wijze meetkundig voorgesteld zijnde als dat der gegeven vergelijkingen zelve, behoeft het geen nader betoog dat ook hier de herhaalde toepassing van dezelfde bewerking tot oplossing van het vraagstuk voert.

Eene andere wijze van oplossing, en wel door middel van evenwijdige in plaats van door in één punt zamenloopende schalen, kan bijv. de volgende zijn. Laten (Fig. 1) op willekeurige onderlinge afstanden n evenwijdige assen $O_a\,A$, $O_b\,B$, $O_c\,C$, enz., $O_k\,K$ getrokken en de door O daarop aangewezen oorsprongen allen gemakshalve — ofschoon ook dit strikt genomen niet onvermijdelijk is — in eene zelfde regte lijn $O_a\,O_k$ genomen worden; laten weder op ieder dezer assen de $n+1$ coëfficiënten der gelijknamige gegeven vergelijking, elk gerekend van den overeenkomstigen oorsprong af, worden uitgezet en de assen daardoor tot schalen dier vergelijkingen worden ingerigt. Bij de verbinding bijv. der beide vergelijkingen in a en in k, en wel met het doel om daartusschen ook nu de onbekende x_n te elimineren, is dan uit het snijpunt $O_{a\,k}$ van de lijn der oorsprongen met de verbindingslijn $a_n\,k_n$ eene lijn evenwijdig aan de assen te trekken; wordt dan verder het snijpunt $(a\,k)_1$ van deze lijn en van de verbindingslijn $a_1\,k_1$ vereenigd met den oorsprong O_k, zoo wordt hierdoor op de as $O_a\,A$ een snijpunt a'_1 bepaald, waarvoor wegens

$$\frac{a'_1\,a_1}{O_k\,k_1} = \frac{(a\,k)_1\,a_1}{(a\,k)_1\,k_1} = \frac{O_{a\,k}\;O_a}{O_{a\,k}\;O_k} = \frac{O_a\,a_n}{O_k\,k_n}$$

de afstand

$$O_a\,a'_1 = O_a\,a_1 - a'_1\,a_1 = a_1 - \frac{a_n}{k_n}\,k_1$$

juist niet anders is dan de coëfficiënt van x_1 in de resulterende vergelijking; en de herhaling voor ieder der verbindingslijnen $a_2\,k_2$ tot $a_{n-1}\,k_{n-1}$ alsmede voor de verbindingslijn $A\,K$ van wat hier voor $a_1\,k_1$ geschied is snijdt alzoo op de as $O_a\,A$ de punten a'_2 tot a'_{n-1} alsmede het punt A' af die te zamen met a'_1 op deze as de schaal dier resulterende vormen. Omdat wijders ook hier ieder der verbindingen $(b\,k)$ tot $(i\,k)$ vatbaar is voor eene geheel overeenkomstige meetkundige bewerking als de verbinding $(a\,k)$, ziet men zoodoende de schalen voor de n gegeven vergelijkingen op de evenwijdige assen $O_a\,A$ tot $O_k\,K$ overgaan in de schalen voor de $n-1$ resulterende vergelijkingen (a') tot (i') op deze assen van $O_a\,A$ tot $O_i\,I$. In denzelfden geest als vroeger is dus weder tegelijk met de onbekende x_n de as $O_k\,K$ verdreven; en het kan niet missen of ook hier is de eerste stap gedaan die, door het benoodigde aantal dergelijken gevolgd, tot graphische bepaling van de eerste onbekende x_1, en daaruit van alle overigen, voert.

Bij deze handelwijze kan men desverkiezende, op het voetspoor van het aan het slot der voorgaande aangevoerde, alle assen $O_a\,A$ tot $O_i\,I$ weder zamenvallend nemen, de constructiën voor alle verbindingen $(a\,k)$ tot $(h\,k)$ onveranderd als zoo even aanhouden, maar daarentegen bij die voor de laatste verbinding $(i\,k)$ de rollen van de vergelijkingen in i en in k, dat is van hare schalen $O_i\,I$ en $O_k\,K$, verwisselen; als wanneer de resulterende schalen van de eerste orde, en verder evenzoo handelende alle benoodigde resulterende schalen van de hoogere orden, zich weder op dezelfde wijze zullen voordoen als de oorspronkelijke schalen voor dit geval.

Voor de bijzondere gevallen van twee vergelijkingen met twee onbekenden en van drie vergelijkingen met drie onbekenden staan wij nog even stil bij eene eigenaardige oplossing, al moge zij voor het eerste van deze gevallen ook als een onmiddellijk uitvloeisel van eene reeds gemaakte

opmerking te beschouwen zijn en voor het tweede geval tot eene constructie niet zoozeer in het platte vlak, maar in de ruimte leiden.

De twee vergelijkingen

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = A \text{ en } b_1 x_1 + b_2 x_2 = B$$

namelijk geven voor de twee onbekenden x_1 en x_2 de waarden

$$\frac{x_1}{\begin{vmatrix} A & a_2 \\ B & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{x_2}{\begin{vmatrix} a_1 & A \\ b_1 & B \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}},$$

waarin (zie bijv. Dr. R. Baltzer, *Theorie und Anwendung der Determinanten*, 3[te] Auflage, 1870, blz. 191) de drie noemers evenredig zijn aan de inhouden der driehoeken die allen den oorsprong tot gemeenschappelijk hoekpunt en opvolgend de ten opzigte der willekeurige coördinatenassen OA en OB door (A, B) en (a_2, b_2), door (a_1, b_1) en (A, B), door (a_1, b_1) en (a_2, b_2) bepaalde punten tot twee andere hoekpunten hebben. Neemt men nu voor de verhouding van den eersten tot den derden driehoek, die de lijn $O(a_2, b_2)$, en voor de verhouding van den tweeden tot den derden driehoek, die de lijn $O(a_1, b_1)$ tot gemeenschappelijke basis hebben, de verhouding telkens der hoogten, dan vindt men niet alleen den boven bij gelegenheid der eliminatie van x_2 en van x_1 tusschen de twee met de tegenwoordige gelijkbeteekenende vergelijkingen $a''_1 x_1 + a''_2 x_2 = A''$ en $b''_1 x_1 + b''_2 x_2 = B''$ reeds opgemerkten constructieven regel weder terug, maar dan kan men in verband daarmede tevens zeggen, dat ieder der onbekenden x_1 of x_2 gelijk is aan de verhouding der segmenten waarin de lijn uit het punt (A, B) der bekende termen naar het punt (a_1, b_1) of (a_2, b_2) dier onbekende zelve wordt ingedeeld door de uit den oorsprong naar het punt (a_2, b_2) of (a_1, b_1) der andere onbekende getrokken lijn.

Beschouwt men, geheel in overeenstemming hiermede, de drie gegeven vergelijkingen

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = A,\ b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 = B \text{ en}$$
$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 = C$$

ten opzigte van drie in willekeurige rigting aangenomen coördinatenassen OA, OB en OC in de ruimte, dan zijn in de waarden

$$\frac{x_1}{\begin{vmatrix} A & a_2 & a_3 \\ B & b_2 & b_3 \\ C & c_2 & c_3 \end{vmatrix}} = \frac{x_2}{\begin{vmatrix} a_1 & A & a_3 \\ b_1 & B & b_3 \\ c_1 & C & c_3 \end{vmatrix}} = \frac{x_3}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & A \\ b_1 & b_2 & B \\ c_1 & c_2 & C \end{vmatrix}} = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}},$$

die zij voor de drie onbekenden x_1, x_2, x_3 geven, de vier noemers (zie BALTZER, blz. 194) evenredig aan de inhouden der tetraëders die allen den oorsprong tot gemeenschappelijk hoekpunt en opvolgend de punten (A, B, C), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3), en (a_1, b_1, c_1), (A, B, C), (a_3, b_3, c_3), en (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (A, B, C), en (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3) tot drie andere hoekpunten hebben; en hieruit blijkt onmiddellijk op soortgelijke wijze als zoo even dat ieder der onbekenden x_1, x_2, x_3 gelijk is aan de verhouding der segmenten waarin de lijn uit (A, B, C) naar het overeenkomstige punt (a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3) wordt ingedeeld door het vlak gaande door den oorsprong en de twee andere punten.

Wij komen thans tot eene oplossingswijze die als eene uitbreiding voor een willekeurig aantal afmetingen te beschouwen is van de constructiën die de analytische en de beschrijvende meetkunde bij twee afmetingen voor het snijpunt van twee regte lijnen en bij drie afmetingen voor het snijpunt van drie platte vlakken aan de hand geven. Duidelijkheidshalve beginnen wij dan ook met de afzonderlijke behandeling van deze twee meest eenvoudige gevallen.

Indien wij voor $n = 2$, in ieder der twee gegeven vergelijkingen

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = A \quad \text{en} \quad b_1 x_1 + b_2 x_2 = B$$

op zich zelve, x_1 en x_2 opvatten als veranderlijken en bepaaldelijk als regtlijnige coördinaten ten opzigte van twee willekeurige assen $O X_1$ en $O X_2$ (Fig. 2), stellen die vergelijkingen twee regte lijnen voor, waarvan de eerste op de assen de segmenten

$$O \alpha_1 = \frac{A}{a_1} \quad \text{en} \quad O \alpha_2 = \frac{A}{a_2},$$

de tweede de segmenten

$$O \beta_1 = \frac{B}{b_1} \quad \text{en} \quad O \beta_2 = \frac{B}{b_2}$$

afsnijdt, en zijn de aan beide vergelijkingen voldoende onbekenden dus niet anders dan de beide coördinaten van het snijpunt X dezer beide lijnen. Hiermede zou dan ook alles gezegd zijn wat op de graphische oplossing van dit eenvoudige geval langs dezen weg betrekking heeft, ware het niet dat het in verband met hetgeen later in het algemeen zal blijken dienstig schijnt reeds hier op zekere wederkeerigheid van den oorsprong O en, zooals wij het zullen noemen, van het wortelpunt X der beide gegeven vergelijkingen te wijzen. Evenals namelijk X het snijpunt is van twee lijnen $\alpha_1 \alpha_2$ en $\beta_1 \beta_2$, bepaald door de stukken die zij op twee door O gaande assen afsnijden, evenzeer kan O beschouwd worden als het snijpunt van twee lijnen $\alpha_1 \beta_1$ en $\alpha_2 \beta_2$, te bepalen door de stukken die deze op twee door X gaande assen afsnijden, in dier voege dat de assen van ieder dezer beide stelsels de snijlijnen van het andere zijn en dus ook omgekeerd. En almede met het oog op eene later in het algemeen te verrigten overeenkomstige berekening wenschen wij hier in het voorbijgaan iets te zeggen omtrent de verhoudingen der segmenten op de beide door X gaande assen. Om daarbij in overeenstemming te zijn met de volgorde die alsdan de meest regelmatige zal blijken, zetten wij die verhouding voor de as $\beta_1 \beta_2$ op den voorgrond en wel, let-

tende op den tegengestelden zin dien de beide segmenten $X\beta_1$ en $X\beta_2$ in de figuur hebben, onder den vorm

$$\frac{X\beta_2}{x_1 \,.\, O\beta_2} = \frac{-X\beta_1}{x_2 \,.\, O\beta_1}$$

die onmiddellijk uit de gelijkheid van ieder dezer beide leden met $\dfrac{\beta_1\beta_2}{O\beta_1 \,.\, O\beta_2}$ voortvloeit en die tevens, daar de som der tellers van deze twee eerste breuken gelijk is aan den teller van de derde, door toepassing van het dergelijke op de noemers en na deeling door $O\beta_1 \,.\, O\beta_2$ bevestigt dat x_1 en x_2 werkelijk volgens

$$\frac{x_1}{O\beta_1} + \frac{x_2}{O\beta_2} = 1\,,$$

dat is

$$b_1 x_1 + b_2 x_2 = B\,,$$

zamenhangen. Natuurlijk heeft men voor de as $\alpha_1\alpha_2$ evenzoo de bedoelde verhouding onder den vorm

$$\frac{X\alpha_2}{x_1 \,.\, O\alpha_2} = \frac{-X\alpha_1}{x_2 \,.\, O\alpha_1}\,,$$

in verband met

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = A.$$

Hiermede afstappende van het geval $n = 2$, gaan wij over tot het geval $n = 3$, dat tot eene overeenkomstige, zij het ook uitvoeriger, meetkundige beschouwing aanleiding geeft. In tegenstelling van hetgeen daarna voor eene willekeurige waarde van n zal geschieden, zullen wij voor dit geval dan ook niet zoozeer door berekening, maar in hoofdzaak projectivisch tot de verlangde constructie geraken. Laten daartoe (Fig. 3) OX_1, OX_2, OX_3 drie willekeurige assen in de ruimte zijn, ten opzigte van welke de in de drie gegeven vergelijkingen

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = A, \quad b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 = B,$$
$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 = C$$

voorkomende grootheden x_1, x_2, x_3, als veranderlijken gedacht, regtlijnige coördinaten mogen beteekenen; die vergelijkingen stellen dan drie platte vlakken voor, waarvan het eerste op de assen de segmenten

$$O\alpha_1 = \frac{A}{a_1}, \quad O\alpha_2 = \frac{A}{a_2}, \quad O\alpha_3 = \frac{A}{a_3},$$

het tweede de segmenten

$$O\beta_1 = \frac{B}{b_1}, \quad O\beta_2 = \frac{B}{b_2}, \quad O\beta_3 = \frac{B}{b_3},$$

het derde de segmenten

$$O\gamma_1 = \frac{C}{c_1}, \quad O\gamma_2 = \frac{C}{c_2}, \quad O\gamma_3 = \frac{C}{c_3}$$

afsnijdt, en de door constructie te vinden waarden van x_1, x_2, x_3, die gelijktijdig aan de drie vergelijkingen voldoen, behooren bij het snijpunt X dier drie vlakken dat wij ook hier weder het wortelpunt der drie vergelijkingen zullen noemen. Indien nu meer in het bijzonder de figuur de regt- of de scheefhoekige projectie op een willekeurig vlak verbeeldt van den drievlakkigen hoek $O X_1 X_2 X_3$ waarin de drie door α, β, γ aan te duiden vlakken geplaatst zijn, moeten vooreerst voor iedere verbinding van twee dezer vlakken, bijv. voor $\beta\gamma$, de drie punten $(\beta\gamma)_{23}$, $(\beta\gamma)_{31}$, $(\beta\gamma)_{12}$, die op het vlak van teekening de snijpunten der beide gelijknamige doorgangen met de zijvlakken $O X_2 X_3$, $O X_3 X_1$, $O X_1 X_2$ voorstellen, in eene regte lijn, de doorsnede namelijk der twee vlakken β en γ, liggen; terwijl ten andere deze drie doorsneden $(\beta\gamma)_{23,\,31.\,12}$, $(\gamma\alpha)_{23,\,31\,12}$, $(\alpha\beta)_{23,\,31,\,12}$ door een zelfde punt, het snijpunt X namelijk der drie vlakken, moeten gaan. En hiermede zijn tegelijkertijd, uitsluitend door middel van de aan de lijnen in de figuur gehechte beteekenis, de twee bekende stellingen

der vlakke meetkunde aangetoond, volgens welke vooreerst de drie snijpunten der overeenkomstige zijden van twee homologe driehoeken (deze namelijk omschrijvende als zoodanige waarvoor de drie verbindingslijnen der overeenkomstige hoekpunten in één punt, het middelpunt van homologie, zamenloopen) in ééne regte lijn, de as van homologie, liggen; en ten andere (zie bijv. CHASLES, *Traité de géométrie supérieure*, 1852, blz. 284) de drie assen van homologie van drie driehoeken twee aan twee, die een gemeenschappelijk homoloog middelpunt hebben, door één punt gaan. Het wortelpunt X zelf hiermede gevonden zijnde, valt het nu niet moeijelijk daaruit overeenkomstig de regels der beschrijvende meetkunde zijne drie coördinaten x_1, x_2, x_3 af te leiden. Bijv. x_1 is uit X evenwijdig aan de as $O X_1$ te trekken tot aan de evenzeer evenwijdig aan $O X_1$ en wel op het vlak $O X_2 X_3$ genomen projectie van bijv. de doorsnede $(\beta \gamma)$, welke projectie — ofschoon om de figuur niet te overvullen achterwege gelaten — gaat door het punt $(\beta \gamma)_{23}$ zelf en door de projectiën van $(\beta \gamma)_{31}$ in de as $O X_3$ en van $(\beta \gamma)_{12}$ in de as $O X_2$; of ook tot aan de evenzoo te bepalen overeenkomstige projectie van de doorsnede $(\gamma \alpha)$ in plaats van $(\beta \gamma)$; of nogmaals tot aan de projectie van de doorsnede $(\alpha \beta)$; of wederom, tot aan den doorgang met $O X_2 X_3$ van het door x_1 zelf en door $O X_1$ gaande vlak, dat wil zeggen tot aan de uit X genomen perspectief van de as $O X_1$ op het vlak $O X_2 X_3$, welke perspectief behalve den oorsprong O ook het snijpunt a_1 van $X \alpha_1$ met $\alpha_2 \alpha_3$ en de overeenkomstige snijpunten van $X \beta_1$ met $\beta_2 \beta_3$ en van $X \gamma_1$ met $\gamma_2 \gamma_3$ moet bevatten: en ziedaar dus vier lijnen (afkomstig van $(\beta \gamma)$, $(\gamma \alpha)$, $(\alpha \beta)$ en $O X_1$) genoemd die allen moeten zamenloopen in het te construeren voetpunt van de coördinaat x_1. Natuurlijk geldt zoowel voor x_2 als voor x_3 in allen deele het dergelijke, zoodat desverkiezende ook ieder van deze coördinaten zelfstandig uit het wortelpunt X is af te leiden, hetgeen evenwel overbodig geacht mag worden, daar, ééne der drie coördinaten op de omschreven wijze geconstrueerd zijnde, de beide anderen dadelijk bekend worden als de ten opzigte

der beide overige assen genomen coördinaten van haar voetpunt. Wat overigens de boven reeds bij $n = 2$ opgemerkte wederkeerigheid van den oorsprong O en het wortelpunt X betreft, deze wordt ook hier, zoowel in de ruimte als in de daarvan beschouwde projectie, teruggevonden: want beide punten zijn niet anders dan de toppen van twee elkander doorborende drievlakkige hoeken, waarbij de ribben van den eersten de zijvlakken van den tweeden snijden in α_1, α_2, α_3, in β_1, β_2, β_3, in γ_1, γ_2, γ_3, en de ribben van den tweeden de zijvlakken van den eersten snijden in $(\beta\gamma)_{23}$, $(\gamma\alpha)_{23}$, $(\alpha\beta)_{23}$, in $(\beta\gamma)_{31}$, $(\gamma\alpha)_{31}$, $(\alpha\beta)_{31}$, in $(\beta\gamma)_{12}$, $(\gamma\alpha)_{12}$, $(\alpha\beta)_{12}$.

Alle besproken constructiën konden uitgevoerd worden in eene vlakke figuur, de projectie zooals gezegd van de overeenkomstige figuur in de ruimte. Maar nog op eene andere, en voor ons doel wel zoo geschikte wijze kan men zich van den aanvang af tot het gebruik van eene vlakke figuur bepalen: dit is een gevolg hiervan dat de drie gebezigde coördinatenassen OX_1, OX_2, OX_3 aan geenerlei voorwaarde gebonden zijn en dat niets daarom verhindert zich deze assen zelve al dadelijk als in één vlak gelegen te denken . dat dan, zonder projectie noodig te hebben, als vlak van teekening kan dienen. Terwijl nu elk stel van drie onderling onafhankelijke coördinaten x_1, x_2, x_3, weder aaneengeschakeld evenwijdig aan de gelijknamige assen uitgezet, door het eindpunt van hare meetkundige som het overeenkomstige punt van dit vlak, even goed als vroeger dat van de ruimte aanwijst, heeft men bij deze nieuwe opvatting het voordeel, voor de te verrigten constructiën op alle assen en in alle andere rigtingen de werkelijke afmetingen, zooals bijv. $O\alpha_1 = \frac{A}{a_1}$, enz., die bij de oorspronkelijke opvatting door het projecteren in verschillende, van de rigtingen afhankelijke, verhoudingen verkleind werden, geheel onveranderd te kunnen aanhouden. Wel is waar behoorde, indien men omgekeerd niet van de coördinaten maar van het beschouwde punt zelf uitgaat, in de eerste opvatting bij ieder willekeurig punt der ruimte een bepaald

stel van drie coördinaten, terwijl thans voor ieder punt van het vlak van teekening ééne der drie coördinaten nog willekeurig kan worden aangenomen; en in verband hiermede staat dat — terwijl vroeger door eenig stel van drie niet onafhankelijke, maar volgens eene lineaire vergelijking zamenhangende coördinaten een punt niet zoozeer van de ruimte, maar alleen van het overeenkomstige platte vlak werd aangeduid — thans, nu door het aannemen van de drie coördinatenassen in één vlak de geheele ruimte tegelijk met alle de ruimte vervullende vlakken als het ware tot dit ééne vlak is afgeplat, drie volgens ééne vergelijking zamenhangende coördinaten, en waarvan er dus ééne van de beide anderen afhangt, toch nog tot een willekeurig punt van dit vlak kunnen behooren: immers, waar ook dit punt moge worden aangenomen, steeds kunnen zijne drie coördinaten bepaald worden door de even bedoelde vergelijking zelve in verband bijv. met de beiden die uitdrukken dat op twee naar willekeur in het vlak aangenomen assen de projectiën van de meetkundige som dier coördinaten gelijk aan die van den uit den oorsprong naar het punt zelf gaanden straal moeten zijn. Maar dit neemt niet weg dat — zoodra de drie coördinaten aan twee lineaire vergelijkingen moeten voldoen, zooals bijv. aan de almede door β en door γ aan te duiden vergelijkingen zelve van de beide boven reeds aldus genoemde vlakken, en zoodra die coördinaten dus twee aan twee zamenhangen volgens de vergelijkingen ontstaande door tusschen β en γ beurtelings ééne der coördinaten te elimineren en stellende de drie projectiën der doorsnede van de vlakken β en γ voor — nu, als vroeger, slechts over éene coördinaat naar willekeur mag beschikt worden, die dan de beide anderen bepaalt in dier voege dat al zulke aan de vergelijkingen β en γ voldoende punten op de evengenoemde doorsnede zelve of, wil men liever, op de homologe as der overeenkomstige driehoeken β en γ liggen, welke as dus ook thans nog als door het stel der meergenoemde vergelijkingen β en γ uitgedrukt beschouwd kan worden. En moeten de coördinaten x_1, x_2, x_3 aan alle drie gegeven vergelijkingen α, β, γ voldoen, dan kunnen zij ook bij de

nieuwe opvatting geene andere zijn dan die van het reeds door de benaming wortelpunt aangewezen gemeenschappelijk snijpunt X der drie homologe assen $(\beta\,\gamma)$, $(\gamma\,\alpha)$, $(\alpha\,\beta)$.

Terugkomende op de wederkeerigheid van de beide punten O en X, kunnen wij ook hier de verhouding opmaken der segmenten op ieder der drie evengenoemde door X gaande homologe assen, en wel onder een vorm die, alleen afhangende van verhoudingen telkens op eene zelfde lijn of althans op evenwijdige lijnen, zoowel voor de aanvankelijke beschouwing in de ruimte als voor de latere in het platte vlak geldig blijft. Vooreerst bijv. voor de afstanden van het wortelpunt X tot de beide eerste der drie op de as $(\beta\,\gamma)$ opgemerkte punten: duidt men de projectiën der drie alzoo te verbinden punten X, $(\beta\,\gamma)_{23}$ en $(\beta\,\gamma)_{31}$ op het vlak $O\,X_1\,X_2$ aan door er telkens een accent bij te schrijven, let men er op dat de afstanden $X\,(\beta\,\gamma)_{23}$ en $X\,(\beta\,\gamma)_{31}$ zich verhouden als hunne projectiën $X'\,(\beta\,\gamma)'_{23}$ en $X'\,(\beta\,\gamma)'_{31}$, en past men dan op de verhouding van deze toe hetgeen boven in het geval van $n=2$ evenzeer voor de segmenten op ieder der beide door het toenmalige wortelpunt X gaande assen bleek, dan is men in de gelegenheid het verlangde onmiddellijk neêr te schrijven onder den vorm

$$\frac{X\,(\beta\,\gamma)_{23}}{x_1\,.\,O\,(\beta\,\gamma)'_{23}}=-\frac{X\,(\beta\,\gamma)_{31}}{x_2\,.\,O\,(\beta\,\gamma)'_{31}},$$

in overeenstemming ook, wat de teekens betreft, met hetgeen hier Fig. 3 aanwijst, waar x_1 negatief is en de beide segmenten $X\,(\beta\,\gamma)_{23}$ en $X\,(\beta\,\gamma)_{31}$ in denzelfden zin voorkomen. Het dergelijke geldt natuurlijk zoowel voor de verhouding van ieder dier segmenten tot $X\,(\beta\,\gamma)_{12}$, als ook voor de onderlinge verhoudingen der drie op ieder der assen $(\gamma\,\alpha)$ en $(\alpha\,\beta)$ voorkomende segmenten: alles in overeenstemming met wat later voor eene willekeurige waarde van n zal blijken.

Ten slotte van dit onderzoek voor $n=3$ willen wij nog doen opmerken dat, als men bijv. de eerste gegeven vergelijking — en ook hier laat zich natuurlijk weder het over-

eenkomstige zeggen van de tweede en van de derde vergelijking — schrijft onder den vorm

$$\frac{x_1}{O\alpha_1} + \frac{x_2}{O\alpha_2} + \frac{x_3}{O\alpha_3} = 1,$$

ieder der termen van het eerste lid eene eenvoudige beteekenis in de figuur heeft: immers daarin leest men onmiddellijk af, gelet weder op de negatieve waarde van x_1,

$$\frac{x_1}{O\alpha_1} = \frac{a_1 X}{a_1 \alpha_1} = \frac{-\Delta\,\alpha_2\alpha_3 X}{\Delta\,\alpha_1\alpha_2\alpha_3}, \quad \frac{x_2}{O\alpha_2} = \frac{a_2 X}{a_2\alpha_2} = \frac{\Delta\,\alpha_3\alpha_1 X}{\Delta\,\alpha_1\alpha_2\alpha_3},$$
$$\frac{x_3}{O\alpha_3} = \frac{a_3 X}{a_3\alpha_3} = \frac{\Delta\,\alpha_1\alpha_2 X}{\Delta\,\alpha_1\alpha_2\alpha_3},$$

zoodat deze drie termen, wier som naar behooren de eenheid teruggeeft, evenredig zijn aan de inhouden der driehoeken die, met het wortelpunt X tot gemeenschappelijken top, $\alpha_2\alpha_3$, $\alpha_3\alpha_1$, $\alpha_1\alpha_2$ tot bases hebben.

De thans besproken oplossingen door constructie van een stelsel lineaire vergelijkingen voor de meest eenvoudige gevallen $n = 2$ en $n = 3$ banen den weg tot eene overeenkomstige oplossing voor eene willekeurige waarde van n. Wij gaan daarbij weder uit van de in den aanhef van dit opstel nedergeschreven n lineaire vergelijkingen met n onbekenden x_1, x_2, x_3, enz., x_n, en, ten einde daarvoor in de eerste plaats eene meetkundige voorstelling te verkrijgen die de voor $n = 2$ en $n = 3$ gebezigde als bijzondere gevallen omvat, denken wij ons uit een gemeenschappelijken oorsprong O in willekeurige rigtingen in de ruimte n assen OX_1, OX_2, OX_3, enz., OX_n getrokken, op de eerste waarvan wij de afstanden

$$O\alpha_1 = \frac{A}{a_1}, \quad O\beta_1 = \frac{B}{b_1}, \quad O\gamma_1 = \frac{C}{c_1}, \quad \text{enz.}, \quad O\varkappa_1 = \frac{K}{k_1}$$

uitzetten, komende door in ieder der gegeven vergelijkingen alle onbekenden behalve x_1 gelijk nul te nemen, terwijl wij volgens

$$O\,\alpha_2 = \frac{A}{a_2} \text{ tot } O\,\varkappa_2 = \frac{K}{k_2},\; O\,\alpha_3 = \frac{A}{a_3} \text{ tot } O\,\varkappa_3 = \frac{K}{k_3}, \text{ enz.},$$
$$O\,\alpha_n = \frac{A}{a_n} \text{ tot } O\,\varkappa_n = \frac{K}{k_n}$$

op ieder der overige assen $O\,X_2$ tot $O\,X_n$ in verband telkens met de gelijknamige onbekende x_2 tot x_n het dergelijke verrigten. Zoodoende en als men zich telkens de n gelijknamige punten zooals alle α, alle β, alle γ, enz., alle $\varkappa$ opvolgend door regte lijnen verbonden denkt, komt niet alleen met ieder der n onbekenden eene der n assen overeen, maar tevens met ieder der n vergelijkingen een der n aldus ontstaande en in het algemeen scheve n-hoeken wier hoekpunten op deze assen liggen. De benaming wortelpunt wenschen wij voorts ook hier aan te houden voor het uiteinde X der meetkundige som van de aan de n gegeven vergelijkingen voldoende waarden der n onbekenden x_1, x_2, x_3, enz., x_n, ieder als coördinaat op de gelijknamige as uitgezet; en in de eerste plaats geldt het dan het opsporen van een constructieven regel voor de bepaling van dit wortelpunt van een stelsel van n lineaire vergelijkingen, dat — evenals de constructie voor $n = 3$ in wezenlijkheid werd teruggebragt tot eene herhaalde toepassing van die voor $n = 2$ — zal blijken afhankelijk te kunnen worden gemaakt van de overeenkomstige wortelpunten van zekere stelsels van $n-1$ lineaire vergelijkingen. Om zich bij dit onderzoek zooveel mogelijk vrij te maken van de verwikkeling die het bezigen uitsluitend van de n voor het punt X der ruimte ingevoerde coördinaten x_1 tot x_n zou met zich brengen, schijnt het van den beginne af dienstig, waar noodig op de gebruikelijke wijze een op slechts drie assen betrekkelijk coördinatenstelsel te hulp te roepen. Ook deze nieuwe assen $O\,X$, $O\,Y$, $O\,Z$ leggen wij in willekeurige rigtingen door denzelfden oorsprong O en, door de notatiën λ, μ, ν zekere standvastige coëfficiënten verstaande, die alleen van de hoeken der oorspronkelijke met de nieuwe assen en van die dezer laatste assen onderling afhangen, zijn wij dan bij magte voor ieder willekeurig punt der

ruimte de drie volgende lineaire betrekkingen tusschen zijne n oorspronkelijke coördinaten x_1 tot x_n en zijne drie nieuwe coördinaten X, Y, Z op te stellen:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \text{ enz. } + \lambda_n x_n = X,$$
$$\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 + \text{ enz. } + \mu_n x_n = Y,$$
$$\nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 + \nu_3 x_3 + \text{ enz. } + \nu_n x_n = Z.$$

Meer in het bijzonder voor het wortelpunt X kunnen alzoo deze drie vergelijkingen aan de n gegevene worden toegevoegd. Het is dan vooreerst duidelijk dat de drie nieuwe coördinaten van dit punt in de gegevens zijn uit te drukken door de aan de n oorspronkelijke vergelijkingen voldoende waarden der onbekenden x_1 tot x_n in ieder dezer drie toegevoegde vergelijkingen te substitueren of, wat op hetzelfde nederkomt, door die n onbekenden telkens te elimineren tusschen de $n + 1$ vergelijkingen waarover men door toevoeging van de eerste of van de tweede of van de derde nieuwe vergelijking aan de n gegevene beschikt; of, nogmaals met andere woorden, het wortelpunt wordt geheel bepaald door drie in X, Y, Z lineaire vergelijkingen die als de resulterenden te beschouwen zijn van de eliminatie der n onbekenden x_1 tot x_n tusschen de $n + 3$ in het geheel aanwezige vergelijkingen. Maar stelt men zich in de tweede plaats vóór dat van deze $n + 3$ vergelijkingen bepaaldelijk ééne der n gegevene, bijv. de i^{de}, buiten beschouwing wordt gelaten en dat dan tusschen de $n + 2$ overblijvende vergelijkingen weder alle, thans als veranderlijken te denken, n grootheden x_1 tot x_n geëlimineerd worden, dan bestaat de uitkomst van deze bewerking blijkbaar uit twee lineaire vergelijkingen tusschen de drie coördinaten X, Y, Z, en in meetkundigen zin is die uitkomst dus eene regte lijn. Deze door i aan te duiden lijn, hoedanige er door opvolgend $i = 1, 2, 3,$ enz., n te nemen n zijn, gaat steeds door het wortelpunt X, uithoofde dit aan alle $n + 3$ vergelijkingen, en dus, welke der n genoemde waarden i ook hebbe, onder anderen steeds aan de $n + 2$ vergelijkingen voldoet waaruit de lijn i werd afgeleid. Neemt men wijders in aanmerking dat

de thans beschouwde $n - 1$ gegeven vergelijkingen tusschen de n grootheden x_1 tot x_n veroorloven ééne van deze, bijv. x_k, willekeurig, bijv. gelijk nul, te nemen en dat dan de bijbehoorende waarden der $n - 1$ overige x in verband met de bijbehoorende van X, Y, Z — welke waarden alzoo niet anders zijn dan de oude en de nieuwe coördinaten van het wortelpunt der $n - 1$ vergelijkingen ontstaande indien men ieder van de $n - 1$ beschouwde vergelijkingen door het weglaten van den term in x_k tot $n - 1$ onbekenden terugbrengt — niet ophouden tegelijk met deze $x_k = 0$ aan de uitkomst der verrigte eliminatie te voldoen, dan blijkt deze zelfde gevonden regte lijn i bovendien te bevatten de n wortelpunten $i\,k_{(k=1,\,2,\,3,\,\text{enz.},\,n)}$ ieder behoorende bij één der n zoodanige stelsels van $n - 1$ vergelijkingen met $n - 1$ onbekenden. En hiermede is men reeds in staat — de twee even gevonden bijzonderheden in omgekeerde orde opnoemende — de volgende stelling, waarom het hoofdzakelijk te doen was, uit te spreken:

Indien men de benaming wortelpunt in den omschreven zin opvat, dan liggen vooreerst de n wortelpunten der n stelsels van $n - 1$ vergelijkingen met $n - 1$ onbekenden, ieder ontstaande door in een gegeven stelsel van n vergelijkingen met n onbekenden ééne zelfde vergelijking buiten beschouwing te laten en in de overblijvende $n - 1$ vergelijkingen beurtelings ééne zelfde der n onbekenden gelijk nul te nemen, in eene regte lijn; en dan hebben ten andere de n regte lijnen, die op deze wijze komen naarmate men achtervolgens ieder der n gegeven vergelijkingen buiten beschouwing laat, een gemeenschappelijk snijpunt, namelijk het wortelpunt van het gegeven stelsel zelf.

Wederom merkt men hier de boven voor $n = 2$ en voor $n = 3$ in het licht gestelde wederkeerigheid van den oorsprong O en het wortelpunt X op, althans in zooverre in ieder dezer punten een stel van n lijnen, ieder dragende n punten, zamenloopt: in O de oorspronkelijk aangenomen assen met de daarop als vertegenwoordigers van de coëfficiëntenverhoudingen der gegeven vergelijkingen uitgepaste

punten, in X de gevonden lijnen met de daarop aanwezige wortelpunten der uit de gegeven vergelijkingen afgeleide stelsels. Terwijl wij weldra meer volledig op deze wederkeerigheid terugkomen, stippen wij eerst aan dat de voor het geval der ruimte ontwikkelde stelling onverminderd hare geldigheid behoudt voor het geval eener vlakke figuur — en juist voor dit geval wenschen wij haar later dienstbaar te maken aan de graphische oplossing van lineaire vergelijkingen — zooals blijkt hetzij door weder eene regt- of eene scheefhoekige projectie van de beschouwde ruimte-figuur te vormen, hetzij nog meer onmiddellijk, indien men zich van den aanvang af tot het vlakke geval had willen bepalen, door reeds aanstonds alle assen OX_1 tot OX_n in overigens willekeurige rigtingen in één plat vlak te kiezen, in welk zelfde vlak men dan, bij behoud nagenoeg van de vorenstaande redenering, had kunnen volstaan met het aannemen van twee nieuwe of hulpassen OX en OY in plaats van de drie boven gebezigde. En in dit vlakke geval blijft dus evenzeer onaangetast de uitspraak dat ieder der n gevondene in het wortelpunt X zamenloopende regte lijnen — voor $n = 2$ (Fig. 2) waren zij de twee verbindingslijnen $\beta_1 \beta_2$ en $\alpha_1 \alpha_2$ zelve, voor $n = 3$ (Fig. 3) de drie homologe assen $(\beta\gamma)_{23,\,31,\,12}$, $(\gamma\alpha)_{23,\,31,\,12}$ en $(\alpha\beta)_{23,\,31,\,12}$ van de driehoeken α, β, γ twee aan twee — ten opzigte der thans in het vlak zelf aangenomen assen OX_1 tot OX_n voorgesteld blijft door alle n gegeven vergelijkingen met uitsluiting beurtelings van de eerste of de tweede of de derde, enz., of de laatste. Overigens kan de bewezen stelling voor het platte vlak, en trouwens die voor de ruimte met de daaraan zoo straks nog te geven uitbreiding ongeveer in denzelfden trant, ook worden aangetoond door toepassing van de in mijn opstel in het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, Deel VI, Stuk 1, 1879, blz. 79—80, besproken eigenschap, volgens welke, als twee determinanten, die slechts in éene kolom (of rij) van elkander verschillen, gelijk nul zijn, iedere andere determinant, daaruit afgeleid door in een der beiden eene der gelijke kolommen (rijen) te vervangen door de ongelijke kolom (rij) van den anderen, almede

gelijk nul is. Deze tweede bewijsvoering, waarbij men omgekeerd van de wortelpunten der afgeleide stelsels opklimt tot dat van het gegeven stelsel, wenschen wij, al is zij wel zoo omslagtig als de voorafgegane, bij wijze van voorbeeld dat voor hoogere n nagenoeg letterlijk te volgen zou zijn, hier voor $n = 3$ nog bij te brengen. Laat men voor dat geval bijv. de eerste gegeven vergelijking buiten beschouwing en neemt men in de beide anderen bijv. de eerste veranderlijke $x_1 = 0$, dan heeft men ter afzonderlijke berekening der beide coördinaten X en Y van het wortelpunt van het aldus afgeknotte stelsel te beschikken over de vier betrekkingen

$$b_2 x_2 + b_3 x_3 = B,\ c_2 x_2 + c_3 x_3 = C,\ \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 = X \text{ en } \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3 = Y,$$

die voor het genoemde doel dadelijk geven

$$\begin{vmatrix} b_2 & b_3 & B \\ c_2 & c_3 & C \\ \lambda_2 & \lambda_3 & X \end{vmatrix} = 0 \quad \text{en} \quad \begin{vmatrix} b_2 & b_3 & B \\ c_2 & c_3 & C \\ \mu_2 & \mu_3 & Y \end{vmatrix} = 0.$$

Ziedaar dus twee determinanten die werkelijk de aangehaalde bijzonderheid vertoonen en door toepassing van de genoemde eigenschap toelaten neêr te schrijven dat, geheel onafhankelijk van de waarden der coëfficiënten $b_1, c_1, \lambda_1\ \mu_1$, ook

$$\begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & B \\ c_1 & c_2 & c_3 & C \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & X \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & Y \end{vmatrix} = 0$$

zal zijn, zooals blijkt door dezen nieuwen determinant volgens de elementen zijner eerste kolom te ontwikkelen (of, zelfs zonder de genoemde eigenschap, door de vierde kolom te verminderen met x_2 maal de tweede en x_3 maal de derde, als wanneer zij krachtens de vier uitgangsbetrekkingen in nullen overgaat). Het wortelpunt van het stelsel $(b\,c)_{23}$, en dan op denzelfden grond ook die van de stelsels $(b\,c)_{31}$ en $(b\,c)_{12}$, ligt alzoo in de door dezen nieuwen determinant

aangewezen regte lijn; (of, in de vroegere notatie, de drie punten $(\beta\gamma)_{23}$, $(\beta\gamma)_{31}$, $(\beta\gamma)_{12}$ liggen in de homologe as $(\beta\gamma)$). Nu zijn er drie zulke lijnen, waarvan de tweede en de derde komen door de tweede en daarna de derde gegeven vergelijking uit te sluiten op dezelfde wijze als voor de eerste lijn met de eerste vergelijking geschied is: hare drie determinanten-vergelijkingen verkeeren twee aan twee wederom in het aangehaalde geval, zoodat men geregtigd is uit de verbindingen dier vergelijkingen te besluiten dat het punt, dat onverschillig aan welke twee van deze drie lijnen gemeen is, tevens de beide determinanten

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & A \\ b_1 & b_2 & b_3 & B \\ c_1 & c_2 & c_3 & C \\ \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & X \end{vmatrix} \text{ en } \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & A \\ b_1 & b_2 & b_3 & B \\ c_1 & c_2 & c_3 & C \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & Y \end{vmatrix}$$

tot nul maakt; en dit nu is juist het analytisch kenmerk dat de drie genoemde lijnen in het wortelpunt van het gegeven stelsel zelf zamenkomen.

Boven werd reeds, voor de ruimte-figuur, in de eerste plaats het wortelpunt X zelf van de n gegeven vergelijkingen aangewezen als uitkomst van de eliminatie van alle onbekenden x_1 tot x_n tusschen die vergelijkingen en de drie ter bepaling van de nieuwe coördinaten X, Y, Z daaraan toegevoegde, en in de tweede plaats ieder der n door dit wortelpunt gaande regte lijnen i als uitkomst telkens der eliminatie van dezelfde n grootheden tusschen de $n+2$ vergelijkingen die in het geheel aanwezig zijn als men ééne der n gegevene buiten beschouwing laat. Wij willen thans, op dezelfde wijze voortgaande, in de derde plaats onderzoeken wat er gebeurt indien men dezelfde eliminatie verrigt tusschen dezelfde $n+3$ vergelijkingen na daarvan evenwel twee van de n gegevene, bijv. de i^{de} en de j^{de}, te hebben uitgesloten. Het aantal beschikbare vergelijkingen dat der te verdrijven grootheden nu slechts met één overtreffende, kan die eliminatie niet anders dan ééne lineaire vergelijking in X, Y, Z opleveren, voorstellende dus een plat vlak, dat

wij in verband met de vroegere notatie te eerder als het vlak ij mogen aanduiden, omdat het zoowel de boven door i gekenmerkte regte lijn als de overeenkomstige j bevat, daar toch telkens onder de $n+2$ vergelijkingen waaruit ieder dezer beide lijnen werd afgeleid onder anderen de $n+1$ voor het vlak zelf gediend hebbende vergelijkingen voorkwamen. Al zoodanige vlakken ij, waarvan het aantal alzoo gelijk is aan dat der verbindingen van de n gegeven vergelijkingen twee aan twee, dat is gelijk aan den binomiaal-coëfficiënt $\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{1.2}$, zijn bijgevolg niet anders dan de zijvlakken — met inbegrip der diagonaalvlakken — van een volledigen n-vlakkigen hoek, hebbende de $\binom{n}{1} = n$ lijnen i tot ribben en daarom tevens het wortelpunt X, zoowel als gemeenschappelijk snijpunt van deze $\binom{n}{1}$ lijnen als van deze $\binom{n}{2}$ vlakken tot top. Op soortgelijken grond als vroeger iedere lijn i bleek n punten van bijzonderen aard te bevatten, bevat wijders thans weder ieder vlak ij de n door $(ij, k)_{(k=1,2,3,\text{enz.},n)}$ aan te duiden regte lijnen die ieder bepaald worden door in de $n+1$ vergelijkingen waaruit het vlak werd afgeleid ééne zelfde veranderlijke, bijv. x_k, gelijk nul te nemen, dus weg te laten, en door tusschen deze aldus vereenvoudigde $n+1$ vergelijkingen de $n-1$ overige veranderlijken x te elimineren; en hierdoor blijkt verder ieder vlak ij tevens te bevatten de $\binom{n}{2}$ punten zooals (ij, kl), hoekpunten van de door deze n lijnen zooals (ij, k) en (ij, l) gevormde volledige n-zijde, en tegelijkertijd niet anders dan de wortelpunten van de $\binom{n}{2}$ stelsels van $n-2$ vergelijkingen met $n-2$ onbekenden, ieder ontstaande door de i^{de} en de j^{de} gegeven vergelijking weg te laten en in alle overblijvenden beurtelings twee zelfde der n veranderlijken x gelijk nul te nemen. Het thans

beredeneerde zou op nieuw in den vorm eener stelling te brengen zijn die zich als het ware uit de boven opgestelde zou laten afschrijven bij vervanging van »n wortelpunten der n stelsels" door »$\binom{n}{2}$ wortelpunten der $\binom{n}{2}$ stelsels", van »n—1" door »n—2", van »ééne zelfde" door »twee zelfde", van »regte lijn" door »plat vlak", van »n regte lijnen" door »$\binom{n}{2}$ platte vlakken", van »ieder" door »iedere twee". Wij laten deze herhaling achterwege, maar vermelden daarentegen dat ook hier weder overeenstemming van de punten O en X in het licht treedt die tevens kan dienen om de groepering der thans in het geheel gevonden $\binom{n}{2}^2$ wortelpunten van de $(n-2)^e$ orde — zooals wij ze ter onderscheiding van de vroegere $\binom{n}{1}^2$ wortelpunten van de $(n-1)^e$ orde willen noemen — nog meer aanschouwelijk te maken: immers, ook van den oorsprong O laat zich zeggen dat hij de top of het gemeenschappelijk snijpunt der $\binom{n}{2}$ zijvlakken is van den volledigen n-vlakkigen hoek, hebbende de n assen OX_1 tot OX_n tot ribben, en dat bovendien ieder dezer $\binom{n}{2}$ vlakken weder $\binom{n}{2}$ punten bevat, de hoekpunten namelijk van de volledige n-zijde ontstaande door de gelijknamige op de beide ribben van dit vlak liggende punten α, β, γ, enz., $\varkappa$ twee aan twee te verbinden, welke hoekpunten zich tot deze laatste punten verhouden geheel op dezelfde wijze als de besproken wortelpunten der $(n-2)^e$ orde tot die der $(n-1)^e$ orde.

Na aldus in het voorafgegane de meetkundige beteekenis onderzocht te hebben van de eliminatie der n grootheden x_1 tot x_n tusschen de n gegeven vergelijkingen en de drie daaraan toegevoegde, zoowel in het geval dat men die n gegeven vergelijkingen allen aanhoudt als dat men er van te voren éénе of daarna ook twee van uitsluit, zou men in denzelfden geest

het onderzoek voor het geval van uitsluiting van drie en vervolgens van nog meer gegeven vergelijkingen kunnen voortzetten, hetgeen wij evenwel niet met dezelfde uitvoerigheid zullen doen, eensdeels omdat de uitkomsten van dit verdere onderzoek niet zoo onmiddellijk als die van het tot nog toe ingestelde onder tastbaren meetkundigen vorm te brengen zijn, maar hoofdzakelijk om ons niet al te ver te laten afleiden van het eigenlijke doel van dit opstel, waartoe zoo als reeds gezegd strikt genomen de beschouwing eener vlakke in plaats van die eener ruimte-figuur van den aanvang af had kunnen volstaan. Alleen willen wij er voor dit verdere onderzoek op wijzen dat, zoodra drie der gegeven vergelijkingen buiten beschouwing worden gelaten, van eene wezenlijke eliminatie der n grootheden x tusschen de $n-3$ overgeblevene en de drie toegevoegde vergelijkingen geene sprake meer kan zijn, en de noodzakelijkheid ontstaat deze drie laatsten te vermeerderen met eene vierde, regelmatigheids- en eenvoudigheidshalve van denzelfden vorm, zooals:

$$\pi_1 x_1 + \pi_2 x_2 + \pi_3 x_3 + \text{enz.} + \pi_n x_n = W;$$

dit doende, levert de eliminatie van alle x tusschen de nu weder beschikbare $n+1$ vergelijkingen ééne lineaire betrekking tusschen de vier veranderlijken X, Y, Z, W, en aan ieder der $\binom{n}{3}$ zoodanige betrekkingen die men verkrijgt door opvolgend ieder der $\binom{n}{3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}$ mogelijke verbindingen van de n gegeven vergelijkingen drie aan drie uit te sluiten, voldoet ook nu weder het wortelpunt X dier vergelijkingen mits men daarvoor natuurlijk, evenals reeds vroeger voor zijne drie coördinaten X, Y, Z moest geschieden, bovendien aan de nieuwe veranderlijke of coördinaat W de waarde toekent door de oorspronkelijke coördinaten x_1 tot x_n van dit punt zelf aangewezen. Zich grondende op wat vroeger bleek, ligt het nu voor de hand hieraan toe te voegen dat aan ééne en dezelfde der $\binom{n}{3}$ even-

bedoelde betrekkingen tusschen X, Y, Z, W tevens voldoen de $\binom{n}{3}$ wortelpunten der $\binom{n}{3}$ stelsels van $n - 3$ vergelijkingen met $n - 3$ onbekenden, komende door in de $n - 3$ voor die bepaalde betrekking gebezigde gegeven vergelijkingen achtervolgens een zelfde der $\binom{n}{3}$ mogelijke drietallen uit de n veranderlijken x_1 tot x_n gelijk nul te stellen; en al dergelijke nieuwe wortelpunten, van de $(n - 3)^e$ orde, komen alzoo ten gezamenlijke getale van $\binom{n}{3}^2$ voor. Zoo voortgaande, schakelen zich de wortelpunten der opvolgende orden aanéén: in het algemeen zijn er $\binom{n}{p}^2$ wortelpunten van de $(n - p)^e$ orde, die ieder in verband zoowel met de daarvoor uitgesloten vergelijkingen als veranderlijken geschikt schematisch zouden zijn voor te stellen door den overeenkomstigen van de gezamenlijke $\binom{n}{n-p}^2 = \binom{n}{p}^2$ gedeeltelijke- of onder- of minor-determinanten van dezelfde $(n - p)^e$ orde, te vormen uit den determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_1 & k_2 & k_3 & \dots & k_n \end{vmatrix}$$

der n^e orde van de eerste leden der gegeven vergelijkingen. En het geheele aantal van alle ter sprake komende wortelpunten, met inbegrip van den als eenig wortelpunt der 0de orde te beschouwen oorsprong O, van de n^2 als gegevens op de n assen OX_1 tot OX_n uitgepaste punten α, β, γ, enz., x, die als wortelpunten der 1^e orde tellen, enz., tot en met het eenige of hoofdwortelpunt X der n^e orde waarom het hoofdzakelijk te doen was, bedraagt mitsdien

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \binom{n}{2}^2 + \text{enz.} + \binom{n}{n}^2,$$

dat is — zooals onder anderen onmiddellijk blijkt door in de ontwikkeling van het eerste en van het laatste lid der identiteit

$$\left\{\binom{n}{0} + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \text{enz.} + \binom{n}{n}x^n\right\} .$$
$$.\left\{\binom{n}{0} + \binom{n}{1}\frac{1}{x} + \binom{n}{2}\frac{1}{x^2} + \text{enz.} + \binom{n}{n}\frac{1}{x^n}\right\} =$$
$$= (1+x)^n \left(1+\frac{1}{x}\right)^n = \frac{(1+x)^{2n}}{x^n}$$

de van x onafhankelijke termen onderling gelijk te stellen — de middelste binomiaal-coëfficiënt

$$\binom{2n}{n} = \frac{1.2.3.4.5\ldots(2n)}{(1.2.3\ldots n)^2} = 2^n . \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{1.2.3\ldots n}$$

van de $(2n)^e$ magt. Ten deze zij nogmaals de wederkeerigheid van O en X bevestigd door de opmerking dat, uitgaande van O, de $\binom{n}{p}^2$ wortelpunten van de $(n-p)^e$ orde dezelfde zijn als, uitgaande van X, de $\binom{n}{n-p}^2$ wortelpunten van de p^e orde; voor n even zijn dus de $\binom{n}{\frac{1}{2}n}^2$ wortelpunten van de middelste orde, ofschoon in andere groepering, aan beide stelsels O en X gemeen (zooals men dit al dadelijk voor $n = 2$ in Fig. 2 door de vier punten α_1, β_1, α_2, β_2 bevestigd ziet). En overigens behoeft het naauwelijks herhaald te worden dat ook hier het voor de ruimte ontwikkelde zich om zoo te zeggen weder tot één vlak laat afplatten; maar, alvorens voor ons eigenlijke doel tot dit bijzondere geval terug te keeren, moge te dezer plaatse nog de berekening worden uitgevoerd van de verhoudingen der afstanden van het hoofdwortelpunt X tot de n wortelpunten der $(n-1)^e$ orde die bleken telkens op eene zelfde der n door X gaande regte lijnen te liggen. Deze verhoudingen gelijk zijnde aan die der op onverschillig welke van de

drie aangenomen assen OX, OY, OZ te meten coördinatenverschillen van dezelfde punten, kan men volstaan met de bepaling bijv. der op de as OX betrekkelijke coördinaten. Voor het wortelpunt X zelf heeft men dan aan de n oorspronkelijk gegeven vergelijkingen slechts deze ééne,

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \text{enz.} + \lambda_n x_n = X,$$

toe te voegen; voor het door X_{a_1} aan te duiden wortelpunt van het stelsel, komende door bijv. de eerste gegeven vergelijking weg te laten en in de $n - 1$ overigen bijv. de eerste veranderlijke $x_1 = 0$ te nemen, en welk wortelpunt en stelsel in den zoo even geschetsten zin dus overeenstemt met dien minor van den determinant Δ waarin de rij en de kolom van zijn eerste element a_1 ontbreken, voege men ter onderscheiding deze zelfde aanwijzing a_1 aan de te vinden coördinaten x_2 tot x_n en X toe, dan moet dit wortelpunt voldoen aan de n vergelijkingen:

$$\begin{array}{l}
b_2 x_{2,a_1} + b_3 x_{3,a_1} + \text{enz.} + b_n x_{n,a_1} = B, \\
c_2 x_{2,a_1} + c_3 x_{3,a_1} + \text{enz.} + c_n x_{n,a_1} = C, \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
k_2 x_{2,a_1} + k_3 x_{3,a_1} + \text{enz.} + k_n x_{n,a_1} = K, \\
\lambda_2 x_{2,a_1} + \lambda_3 x_{3,a_1} + \text{enz.} + \lambda_n x_{n,a_1} = X_{a_1}.
\end{array}$$

Ter berekening nu van het verschil $X - X_{a_1}$ trekke men ieder van deze n vergelijkingen af van de gelijknamige der zoo even voor het wortelpunt X vermelde $n + 1$ vergelijkingen (daarbij dus de allereerste van deze op dit oogenblik ongebruikt latende), dan laat zich de uitkomst van deze bewerking onder den vorm

$$\begin{array}{r}
b_2(x_2 - x_{2,a_1}) + b_3(x_3 - x_{3,a_1}) + \text{enz.} + b_n(x_n - x_{n,a_1}) = b_1(-x_1), \\
c_2(x_2 - x_{2,a_1}) + c_3(x_3 - x_{3,a_1}) + \text{enz.} + c_n(x_n - x_{n,a_1}) = c_1(-x_1), \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
k_2(x_2 - x_{2,a_1}) + k_3(x_3 - x_{3,a_1}) + \text{enz.} + k_n(x_n - x_{n,a_1}) = k_1(-x_1), \\
-(X - X_{a_1}) + \lambda_2(x_2 - x_{2,a_1}) + \lambda_3(x_3 - x_{3,a_1}) + \text{enz.} + \lambda_n(x_n - x_{n,a_1}) = \lambda_1(-x_1)
\end{array}$$

als een stelsel van n lineaire vergelijkingen tusschen de n verhoudingen van bijv. $(-x_1)$ tot $-(X - X_{a_1})$, $(x_2 - x_{2,a_1})$, $(x_3 - x_{3,a_1})$, enz., $(x_n - x_{n,a_1})$ als onbekenden neêrschrij-

ven, waaruit wij voor ons doel de eerste van deze onbekende verhoudingen, namelijk $\frac{-(X-X_{a_1})}{-x_1}$, dat is $\frac{X-X_{a_1}}{x_1}$, oplossen, die wij evenwel door de waarde van x_{2,a_1}, op te lossen uit de $n-1$ eerste vergelijkingen van het onmiddellijk voorgaande stelsel, doen vooràfgaan. Daarbij lettende dat de determinant

$$\begin{vmatrix} b_2 \dots b_n \\ \dots\dots \\ k_2 \dots k_n \end{vmatrix}$$

der eerste leden van deze $n-1$ vergelijkingen van het voorgaande stelsel niet anders is dan de coëfficiënt van het eerste element a_1 in den ontwikkeld gedachten determinant Δ, en dat de determinant der eerste leden van het met de genoemde verhoudingen als onbekenden opgevatte tweede stelsel in zijn geheel, namelijk

$$\begin{vmatrix} 0 & b_2 \dots b_n \\ \dots & \dots\dots \\ 0 & k_2 \dots k_n \\ 1 & \lambda_2 \dots \lambda_n \end{vmatrix},$$

zich daarvan alleen door voorvoeging van het teeken $(-)^{n-1}$ onderscheidt, is de uitkomst van deze dubbele oplossing — als men hier en verder ter bekorting den coëfficiënt van ieder element van Δ aanduidt door bij het bedoelde element zelf een accent te schrijven — de volgende:

$$a'_1 . x_{2,a_1} = \begin{vmatrix} B\, b_3 \dots b_n \\ C\, c_3 \dots c_n \\ \dots\dots \\ K\, k_3 \dots k_n \end{vmatrix} \text{ en } (-)^{n-1} a'_1 . \frac{X-X_{a_1}}{x_1} = \begin{vmatrix} b_1\, b_2\, b_3 \dots b_n \\ c_1\, c_2\, c_3 \dots c_n \\ \dots\dots \\ k_1\, k_2\, k_3 \dots k_n \\ \lambda_1\, \lambda_2\, \lambda_3 \dots \lambda_n \end{vmatrix}.$$

Tot zoover gevorderd zijnde, stappen wij voorloopig van het wortelpunt X_{a_1} af en stellen ons voor dat het wortelpunt X_{a_2} — hetgeen dus behoort bij het stelsel, komende door weder de eerste der n gegeven vergelijkingen buiten beschouwing te laten en in de $n-1$ overigen thans niet de

eerste veranderlijke x_1, maar de tweede $x_2 = 0$ te nemen — in allen deele aan eene zelfde bewerking onderworpen worde: evenwel, deze behoeft niet in haar geheel te worden uitgeschreven, daar men kan volstaan met de opmerking dat eene dergelijke verwisseling van x_1 en x_2 in de twee even gevonden uitkomsten, tegelijk met de vervanging van X_{a_1} door X_{a_2}, de coördinaat x_{2,a_1} doet overgaan in die wij thans x_{1,a_2} moeten noemen, den coëfficiënt a'_1 — gelet op de onderlinge verwisseling der twee eerste kolommen van Δ — in den negatieven coëfficiënt $-a'_2$, en dat zij overigens, het tweede lid der eerste uitkomst geheel onaangeroerd latende, in dat der tweede uitkomst slechts de beide eerste kolommen in elkanders plaats stelt, dat wil zeggen het teeken omkeert. Zonder meer zijn wij daarom geregtigd thans uit die beide uitkomsten te besluiten, vooreerst tot $a'_1.x_{2,a_1} = -a'_2.x_{1,a_2}$, ten andere tot de onderlinge gelijkheid der twee eerste leden van

$$a'_1.\frac{X-X_{a_1}}{x_1} = a'_2.\frac{X-X_{a_2}}{x_2} = a'_3.\frac{X-X_{a_3}}{x_3} = \text{enz.} = a'_n.\frac{X-Xa_n}{x_n},$$

welke gelijkheid op zich zelve ons juist weder magtigde tot de gelijkstelling met de door bloote rangverhooging daarachter geschreven leden. En terwijl nu door die aaneengeschakelde vergelijkingen de voorgestelde vraag naar de onderlinge verhoudingen der n afstanden op de eerste der n door het wortelpunt X gaande lijnen reeds haar antwoord gevonden heeft — eene vraag die voor ieder der $n-1$ overige lijnen diensvolgens ook gelijkluidend beantwoord wordt door eenvoudig alle letters a opvolgend door de overeenkomstige b, of c, of enz., of k te vervangen — maken wij er nog opmerkzaam op dat bij deeling van de twee eerste leden door die van de onmiddellijk te voren geschreven betrekking de verhouding der twee allereerste van alle bedoelde afstanden weder te voorschijn treedt onder den vorm:

$$\frac{X-X_{a_1}}{x_1 . x_{2,a^1}} = -\frac{X-X_{a_2}}{x_2 . x_{1,a_2}},$$

die de reeds vroeger voor de twee eenvoudigste gevallen, $n = 2$ en $n = 3$, langs meetkundigen weg gevonden verhoudingen in zich bevat. Overigens: niet alleen hangen de zoo even gevonden verhoudingen voor de n afstanden op ieder der n door X gaande lijnen natuurlijk niet af van de volstrekte waarden der in de gegeven vergelijkingen voorkomende coëfficiënten, daar, zooals reeds in den aanvang werd gezegd, die vergelijkingen zelve geheel bepaald zijn door het zamenstel van alle als gegeven afstanden op de assen OX_1 tot OX_n uitgezette quotienten

$$O\alpha_1 = \frac{A}{a_1} \text{ tot } O\varkappa_n = \frac{K}{k_n};$$

maar, wat meer is, niet weder deze quotienten zelve, maar alleen hunne onderlinge verhoudingen voor zoover zij telkens op eene zelfde der n assen betrekking hebben, zijn van invloed op de meergenoemde verhoudingen van afstanden tot het wortelpunt X. Laten bijv. alle op de as OX_1 betrekkelijke coëfficiënten a_1 tot k_1 overgaan in $\theta_1 a_1$ tot $\theta_1 k_1$, waardoor de bijbehoorende quotienten

$$O\alpha_1 = \frac{A}{a_1} \text{ tot } O\varkappa_1 = \frac{K}{k_1}$$

onderling in dezelfde reden blijven; laten evenzeer a_2 tot k_2 overgaan in $\theta_2 a_2$ tot $\theta_2 k_2$, a_3 tot k_3 in $\theta_3 a_3$ tot $\theta_3 k_3$, enz., a_n tot k_n in $\theta_n a_n$ tot $\theta_n k_n$, dan gaat de coëfficiënt a'_1 van het eerste element a_1 van den determinant Δ over in $\theta_2 \theta_3 \ldots \theta_n . a'_1$, terwijl de onbekende x_1, hetzij door deze in determinanten-vorm uit de n gegeven vergelijkingen op te lossen, hetzij bij bloote inzage van deze vergelijkingen zelve met hare thans gewijzigde coëfficiënten, blijkt over te gaan in $\frac{x_1}{\theta_1}$; het quotient $\frac{a'_1}{x_1}$, waaraan blijkens het eerste lid der boven uitgeschreven aaneengeschakelde vergelijkingen in a de door $X—X_{\alpha_1}$ vertegenwoordigde eerste afstand omgekeerd evenredig is, ondergaat mitsdien eene vermenigvul-

diging met den factor $\theta_1\,\theta_2\,\theta_3\ldots\theta_n$, die symmetrisch zijnde daarom ook evenzeer optreedt in ieder der $n-1$ verdere leden; en hiermede is voor de eerste der lijnen door X het gezegde bewaarheid, dat dan niet missen kan ook voor ieder dier $n-1$ overige lijnen te gelden. De hier opgemerkte bijzonderheid kan ons te pas komen om de reeds zoo herhaaldelijk vermelde wederkeerigheid der beide punten O en X door berekening te bevestigen, waartoe wij thans ten slotte van deze uitweiding nog overgaan: immers die bijzonderheid leert dat, als werkelijk eene verwisseling van deze punten mogelijk is, ook de verhoudingen der afstanden op ieder der n door O gaande assen OX_1 tot OX_n, terug te vinden door van X uit te gaan, uitsluitend moeten afhangen niet van de afstanden zelve op de n door X gaande lijnen, maar alleen weder van de verhoudingen dezer afstanden voor zoover zij telkens op eene zelfde van deze lijnen voorkomen. Van daar dat bij deze omgekeerde bewerking de oorspronkelijk op de eerste as door O betrekkelijke afstanden te vervangen zijn door de quotienten waaraan blijkens de aaneengeschakelde vergelijkingen in a de afstanden op de eerste lijn door X evenredig zijn, dat wil zeggen

$$O\alpha_1 = \frac{A}{a_1} \text{ door } \frac{x_1}{a'_1},\ O\beta_1 = \frac{B}{b_1} \text{ door } \frac{x_2}{a'_2},\ O\gamma_1 = \frac{C}{c_1} \text{ door } \frac{x_3}{a'_3}, \text{enz.},$$

$$O\varkappa_1 = \frac{K}{k_1} \text{ door } \frac{x_n}{a'_n},$$

en dat dan evenzeer $\frac{A}{a_2}$ tot $\frac{K}{k_2}$ te vervangen zijn door $\frac{x_1}{b'_1}$ tot $\frac{x_n}{b'_n}$, $\frac{A}{a_3}$ tot $\frac{K}{k_3}$ door $\frac{x_1}{c'_1}$ tot $\frac{x_n}{c'_n}$, enz., $\frac{A}{a_n}$ tot $\frac{K}{k_n}$ door $\frac{x_1}{k'_1}$ tot $\frac{x_n}{k'_n}$; met andere woorden, terwijl bij dezen overgang de waarden van A, B, C, enz., K onveranderd kunnen worden aangehouden, moet in de plaats van ieder der als verdere oorspronkelijke gegevens voorkomende coëfficiënten a tot k, of elementen van den determinant Δ, het gelijkstandige element treden van den nieuwen determinant

$$\begin{vmatrix} \frac{A}{x_1}(a'_1\, b'_1\, c'_1 \ldots . k'_1) \\ \frac{B}{x_2}(a'_2\, b'_2\, c'_2 \ldots . k'_2) \\ \frac{C}{x_3}(a'_3\, b'_3\, c'_3 \ldots . k'_3) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{K}{x_n}(a'_n\, b'_n\, c'_n \ldots . k'_n) \end{vmatrix},$$

waarin namelijk de vóór de opvolgende rijen geschreven factoren

$$\frac{A}{x_1}, \frac{B}{x_2}, \frac{C}{x_3}, \text{ enz.}, \frac{K}{x_n}$$

telkens vóór ieder element op zich zelf der rij gedacht moeten worden. Let men nu op twee bijv. bij BALTZER, blz. 49—50 en blz. 52 onder, voorkomende eigenschappen van determinanten gevormd uit de coëfficiënten der elementen van een gegeven determinant, dan blijkt niet alleen de waarde van Δ zelf over te gaan in die van dezen nieuwen determinant, dat is in

$$\frac{A\,B\,C \ldots . K}{x_1\, x_2\, x_3 \ldots . x_n} \cdot \Delta^{n-1},$$

maar tevens die van a'_1, a'_2, a'_3, enz., a'_n in de coëfficiënten van de opvolgende elementen $\frac{A}{x_1}(a'_1,\ b'_1,\ c'_1,$ enz., $k'_1)$ der eerste rij van dezen nieuwen determinant, dat is in

$$\frac{B\,C \ldots . K}{x_2\, x_3 \ldots . x_n} \cdot \Delta^{n-2}(a_1,\ b_1,\ c_1,\ \text{enz.},\ k_1),$$

terwijl men, evenzoo nagaande wat er van de coëfficiënten b' tot k' van de overige elementen van Δ wordt, deze uitkomsten kan zamenvatten door te zeggen dat de elementen van

$$\begin{vmatrix} \frac{A}{x_1}(a'_1\, a'_2 \ldots\ldots a'_n) \\ \frac{B}{x_2}(b'_1\, b'_2 \ldots\ldots b'_n) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ \frac{K}{x_n}(k'_1\, k'_2 \ldots\ldots k'_n) \end{vmatrix}$$

overgaan in de gelijkstandige elementen van

$$\frac{A\,B\,C \ldots\ldots K}{x_1 x_2 x_3 \ldots\ldots x_n} \cdot \Delta^{n-2} \begin{vmatrix} a_1\, b_1 \ldots\ldots k_1 \\ a_2\, b_2 \ldots\ldots k_2 \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_n\, b_n \ldots\ldots k_n \end{vmatrix}.$$

En wat eindelijk betreft de waarde van x_1, waarvoor uit de gegeven vergelijkingen volgt

$$\Delta \cdot x_1 = \begin{vmatrix} A\, a_2 \ldots\ldots a_n \\ B\, b_2 \ldots\ldots b_n \\ \ldots\ldots\ldots \\ K\, k_2 \ldots\ldots k_n \end{vmatrix}$$

of

$$x_1 = \frac{A\,a'_1 + B\,b'_1 + \text{enz.} + K\,k'_1}{\Delta},$$

deze x_1 gaat dus over, als men de termen van den teller beschouwt onder den vorm

$$\frac{A}{x_1}\,a'_1 \cdot x_1,\ \frac{B}{x_2}\,b'_1 \cdot x_2,\ \text{enz.},\ \frac{K}{x_n}\,k'_1 \cdot x_n,$$

in

$$\frac{\frac{A\,B\,C \ldots\ldots K}{x_1\,x_2\,x_3 \ldots\ldots x_n} \cdot \Delta^{n-2} \cdot (a_1\,x_1 + a_2\,x_2 + \text{enz.} + a_n\,x_n)}{\frac{A\,B\,C \ldots\ldots K}{x_1\,x_2\,x_3 \ldots\ldots x_n} \cdot \Delta^{n-1}},$$

dat is, gelet op de eerste der gegeven vergelijkingen, in $\frac{A}{\Delta}$. Dit zoo zijnde, gaan x_2, x_3, enz., x_n evenzoo over in

$$\frac{B}{\Delta}, \frac{C}{\Delta}, \text{ enz.}, \frac{K}{\Delta}.$$

Derhalve, omdat de nieuwe a'_1, a'_2, a'_3, enz., a'_n evenredig gebleken zijn aan de oude a_1, b_1, c_1, enz., k_1, en de nieuwe x_1, x_2, x_3, enz., x_n evenredig aan de zoo vóór als na geldende A, B, C, enz., K, worden thans de afstanden op de eerste as door O, dat zijn de nieuwe afstanden op de eerste lijn door X, blijkens de meergenoemde aaneengeschakelde vergelijkingen in a evenredig aan de nieuwe waarden van

$$\frac{x_1}{a'_1}, \frac{x_2}{a'_2}, \frac{x_3}{a'_3}, \text{ enz.}, \frac{x_n}{a'_n},$$

dat is evenredig aan

$$\frac{A}{a_1}, \frac{B}{b_1}, \frac{C}{c_1}, \text{ enz.}, \frac{K}{k_1},$$

waardoor naar behooren hunne oorspronkelijke verhoudingen zijn teruggevonden en alzoo de wederkeerigheid der punten O en X werkelijk is bevestigd. Ten overvloede kan nog de onveranderlijkheid van A, en evenzoo die van B, C, enz , K blijken, doordien de nieuwe waarden van a en van x, gesubstitueerd in de eerste gegeven vergelijking, de identiteit

$$\frac{A}{x_1}\left(a'_1 \cdot \frac{A}{\Delta} + b'_1 \cdot \frac{B}{\Delta} + c'_1 \cdot \frac{C}{\Delta} + \text{ enz. } + k'_1 \cdot \frac{K}{\Delta}\right) =$$

$$= \frac{A}{\Delta \cdot x_1}(A\,a'_1 + B\,b'_1 + C\,c'_1 + \text{ enz. } + K\,k'_1) = A$$

opleveren.

Na deze uitweiding over het verband tusschen de beide punten O en X keeren wij tot ons eigenlijke onderwerp, de meetkundige oplossing van een gegeven stelsel lineaire vergelijkingen, terug. Hoe het wortelpunt X van dit stelsel, ook in de vlakke figuur, uitsluitend door het trekken van regte lijnen is af te leiden uit de wortelpunten van zekere stelsels van telkens minder vergelijkingen met minder onbe-

kenden, is naar wij meenen door het boven uiteengezette genoegzaam gebleken. Het is er echter verre af dat voor de constructie van dit punt X van de n^e orde de voorafgaande constructie van alle $\binom{2n}{n} - 1$ wortelpunten van de lagere orden, waarmede het in verband beschouwd werd, vereischt zou worden; en het zal wel niet verwonderen dat juist de groepering van alle wortelpunten in regte lijnen tot eene aanzienlijke besparing ten deze — althans indien men afziet van de anders mogelijke herhaalde verificatiën — kan leiden. Het eerst springt in het oog dat tot het vinden van X als gemeenschappelijk snijpunt van n lijnen, ieder dragende n wortelpunten van de $(n-1)^e$ orde, slechts twee dezer lijnen, onverschillig welke, ieder te bepalen door slechts twee der daarop liggende punten, noodig zijn. Stel, wij kiezen ter bepaling van de eerste dezer beide lijnen de boven door X_{a_1} en X_{a_2} aangeduide punten, ter bepaling van de tweede evenzeer de punten X_{b_1} en X_{b_2}; met andere woorden, wij vergenoegen ons, wat de $(n-1)^e$ orde betreft, met de wortelpunten van de vier stelsels, komende beurtelings door de rij en de kolom van een der vier elementen van den eersten minor der 2^e orde van Δ, namelijk

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix},$$

uit te sluiten. Ieder van deze vier wortelpunten der $(n-1)^e$ orde op zich zelf is dan evenzeer te bepalen door vier wortelpunten der $(n-2)^e$ orde, en dit zou alzoo in het geheel zestien punten van deze orde vorderen, ware niet eene zoodanige verbinding mogelijk waarbij sommige van deze zestien punten komen zamen te vallen: immers, indien men de thans telkens uit te sluiten twee rijen en twee kolommen uitsluitend neemt uit de drie eersten van Δ, zoodat bijv. X_{a_1} bepaald wordt als snijpunt van de lijn gaande door het wortelpunt $X_{a_1 b_2}$ (hetgeen behoort bij het stelsel waarin de rijen en de kolommen van de twee elementen a_1 en b_2 ontbreken) en door het wortelpunt $X_{a_1 b_3}$ met de

lijn der beide wortelpunten $X_{a_1 c_2}$ en $X_{a_2 c_1}$, en evenzoo voor X_{a_2}, X_{b_1}, X_{b_2}, en indien men daarbij opmerkt dat iedere twee alleen door verwisseling van rangnummers onderscheiden en daarom tot een zelfde stelsel vergelijkingen behoorende wortelpunten, zooals bijv. $X_{a_1 b_2}$ en $X_{a_2 b_1}$, slechts één punt vormen, dan blijken onder de bedoelde zestien wortelpunten der $(n-2)^e$ orde geene andere wezenlijk van elkander verschillende te kunnen voorkomen dan de negen aangeduid door de coëfficiënten der negen elementen van den eersten minor der 3e orde van Δ, namelijk

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

Zoo voortgaande, daarbij telkens van elken laatstelijk beschouwden minor door bijvoeging van de vereischte elementen der volgende rij en der volgende kolom van Δ opklimmende tot den eersten minor van de naast hoogere orde, vindt men, in plaats van de viermaal zestien of vier-en-zestig wortelpunten der $(n-3)^e$ orde die bij den eersten aanblik noodig konden schijnen, slechts de zestien aangeduid door de coëfficiënten der zestien elementen van den eersten minor der 4e orde; enz. In één woord, het blijkt dat men op deze wijze kan volstaan met 2^2 wortelpunten van de $(n-1)^e$ orde, 3^2 van de $(n-2)^e$, 4^2 van de $(n-3)^e$, enz., n^2 van de 1e orde (zijnde deze laatsten weder niet anders dan alle n^2 van den aanvang af als gegevens op de n assen OX_1 tot OX_n uitgezette punten α, β, γ, enz., $\varkappa$), waarbij ten slotte nog gevoegd kan worden 1 wortelpunt van de 0de orde, namelijk de oorsprong O zelf; en het geheele aantal ter constructie van het hoofdwortelpunt X der n^e orde vereischte lagere wortelpunten bedraagt, in plaats van alle vroeger aanwezig bevondene $\binom{2n}{n}-1$, mitsdien $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 +$ enz. $+ n^2$ of — zooals bijv. volgt uit de onderlinge gelijkstelling hetzij van de som der waarden die het eerste en het laatste lid der identiteit

$$n^2=\binom{n+1}{2}+\binom{n}{2}=\left\{\binom{n+2}{3}-\binom{n+1}{3}\right\}+\left\{\binom{n+1}{3}-\binom{n}{3}\right\}=$$
$$=\binom{n+2}{3}-\binom{n}{3}$$

opvolgend voor n, $n-1$, $n-2$, enz., 1 verkrijgt, hetzij van een vierde der overeenkomstige som in de identiteit

$$(2\,n)^2=\binom{2n+2}{3}-\binom{2n}{3}$$

— slechts

$$\binom{n+2}{3}+\binom{n+1}{3}=\frac{1}{4}\binom{2n+2}{3}=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Tot zoover over de bepaling van het wortelpunt X zelf. Thans is de vraag aan de orde, hoe uit dit punt ook zijne coördinaten, dat zijn de aan de n gegeven vergelijkingen voldoende n onbekenden, te vinden. Was het in een of ander geval slechts om ééne of althans om weinige van deze onbekenden te doen, dan zou de volgende opmerking misschien zonder te veel omslag tot het doel leiden. Indien men uit het wortelpunt X eene lijn gelijk en evenwijdig aan eene zijner coördinaten, bijv. x_i, maar in tegengestelden zin trekt, dan is krachtens de beteekenis van het wortelpunt zelf het uiteinde dezer lijn tevens dat van de meetkundige som van al zijne overige coördinaten en moet daarom, hoe ook de met de bedoelde coördinaat x_i gelijknamige as OX_i van den beginne af gerigt worde, onafhankelijk van de rigting dezer as blijven. Dit brengt op het denkbeeld om voor hetzelfde stelsel van n gegeven vergelijkingen het wortelpunt in twee standen te construeren, behoorende namelijk bij onveranderde rigtingen van alle overige assen, maar bij twee verschillende rigtingen van de as OX_i; trekkende dan uit ieder dier wortelpunten eene lijn evenwijdig aan de bijbehoorende as OX_i, moet het snijpunt dezer beide lijnen gelijken afstand tot de beide wortelpunten hebben, gelijk namelijk aan de te vinden coördinaat

x_i zelve. Maar geldt het, zooals wel gewoonlijk het geval zal zijn, het vinden van alle onbekenden of zelfs maar van verscheidene daarvan, dan schijnt de herhaalde toepassing van de hier aangegeven handelwijze te bewerkelijk. Waarschijnlijk zal het dan in den regel wel zoo eenvoudig wezen, bij den eenmaal aangenomen stand van alle assen OX_1 tot OX_n niet alleen het wortelpunt X zelf, dat is het uiteinde der meetkundige som van al zijne coördinaten, op de boven omschreven wijze af te leiden uit de benoodigde overeenkomstige punten der lagere orden, maar, gelijk zal blijken mogelijk te zijn, geheel dezelfde bewerking ook toe te passen voor de uiteinden der meetkundige sommen van telkens slechts een gedeelte dierzelfde coördinaten, welke uiteinden wij, bij uitbreiding van het door het woord projectie zoowel in het platte vlak als in de ruimte aangeduide begrip, zonder bezwaar projectiën van het eigenlijke wortelpunt zullen mogen noemen. Voor iedere dergelijke projectie blijven die coördinaten van het wortelpunt, die als coördinaten der projectie zelve gebruikt worden, hare oorspronkelijke waarden onveranderd behouden, dus ook, in verband trouwens met de mede onveranderde overige coördinaten van het wortelpunt — al zijn de met deze laatsten gelijknamige coördinaten der projectie in nul overgegaan — aan de n oorspronkelijk gegeven vergelijkingen voldoen. Terwijl alzoo deze vergelijkingen, waarin men de voor de projectie niet gebezigde coördinaten niet als nullen, maar als van de projectie onafhankelijke en daarvoor onverschillige grootheden heeft op te vatten, onveranderd van kracht blijven, moeten daarentegen in de drie daaraan ter bepaling van de nieuwe coördinaten X, Y, Z toegevoegde, evenals in de later ter sprake gekomen vierde vergelijking voor W en in de meerdere dergelijke, de termen afkomstig van de niet bij de projectie behoorende coördinaten weggelaten worden en vereenvoudigen al deze toegevoegde en ieder voor zich oorspronkelijk volledige vergelijkingen zich dus tot onvollepige. Met andere woorden, het geheele zamenstel van alle op de projectie betrekkelijke, zoo gegeven als toegevoegde, vergelijkingen komt uit het overeenkomstige vroeger voor

het wortelpunt zelf gebruikte geheele zamenstel te voorschijn door daarin eenvoudig alle coëfficiënten λ, μ, ν, π, enz. van de niet bij de projectie behoorende coördinaten gelijk nul te stellen; maar, wanneer men er nu op let dat alle vroegere beredeneringen en besluiten ten aanzien van het verband tusschen het wortelpunt X van het gegeven stelsel vergelijkingen en de wortelpunten van de daaruit afgeleide stelsels geheel onafhankelijk van de bijzondere waarden der coëfficiënten λ, μ, ν, π, enz. zijn kunnen bijgebragt worden, dan blijkt dit in nul overgaan van sommige dier coëfficiënten, indien slechts overigens de nieuwe afgeleide stelsels uit het nieuwe gegeven stelsel op dezelfde wijze te voorschijn komen als vroeger, niets aan de blijvende geldigheid dier besluiten te kort te kunnen doen. Men is alzoo in het algemeen geregtigd iedere projectie van het wortelpunt X uit het netwerk der gelijknamige projectiën van de wortelpunten van lagere orde te construeren letterlijk op dezelfde wijze als het wortelpunt X zelf uit die lagere wortelpunten zelve. De toepassing overigens van dezen projectivischen regel, die in het aanvankelijk door de snijding van drie platte vlakken zelfstandig behandelde geval $n = 3$ op grond van de leerwijzen der beschrijvende meetkunde dadelijk aanschouwelijk is, wordt voor het vinden van ieder der coördinaten x_1 tot x_n niet telkens op nieuw vereischt: men kan, om een voorbeeld te noemen, volstaan met de constructie door middel daarvan van de uiteinden der meetkundige sommen van x_1 en x_2, van x_3 en x_4, van x_5 en x_6, enz., daar ieder dezer sommen zich eenvoudig door een parallelogram op de overeenkomstige assen in hare beide coördinaten laat ontbinden. Toch zal misschien de noodzakelijkheid om, op deze wijze te werk gaande, wel telkens eene soortgelijke constructie, maar met uitsluiting van den beginne af van andere coördinaten, te herhalen, en de mindere overzigtelijkheid die daardoor de bewerking voor alle coördinaten in haar geheel alligt verkrijgt, dikwijls de voorkeur doen geven aan eene andere verbinding waarbij de onderdeelen van die bewerking zich meer regelmatig en trapsgewijze aanéénscha-

kelen: wij bedoelen de bepaling niet alleen van het hoofdwortelpunt X zelf, maar ook van diegene zijner projectiën waarbij bijv. in teruggaande volgorde telkens op nieuw eene zijner coördinaten wordt uitgesloten, met andere woorden dus de opvolgende bepaling van de uiteinden der meetkundige sommen van x_1 tot x_n, van x_1 tot x_{n-1}, van x_1 tot x_{n-2}, enz., eindelijk van x_1 en x_2, welk laatste uiteinde zooals gezegd door een parallelogram dadelijk de beide eerste coördinaten of onbekenden x_1 en x_2 afzonderlijk doet kennen, terwijl dan verder x_3 tot x_n niet anders zijn dan de verbindingslijnen der genoemde uiteinden in omgekeerde orde.

Het verdient opmerking dat, wanneer men op deze wijze te werk gaat, niet alleen, zooals natuurlijk is, de uitkomst, maar ook de volledige uit de beschouwing der zoogenaamde projectiën afgeleide bewerking zelve in allen deele zamenvalt met die waarvan men zich, uitgaande van een geheel ander beginsel, rekenschap kan geven: uitgaande namelijk van wat men, in denzelfden geest als bij de twee eerste oplossingswijzen van dezelfde gegeven lineaire vergelijkingen in den aanvang van dit opstel — al werden toen die vergelijkingen op geheel andere wijzen in teekening gebragt, want toen stemde met ieder der vergelijkingen, thans met ieder der onbekenden, eene der aangenomen assen overeen — meetkundige eliminatie zou kunnen noemen. Wij zullen deze overeenstemming in het geheele verloop der twee bedoelde handelwijzen niet in het algemeen aantoonen, maar ons er toe bepalen daarvan te doen blijken in het geval van vier vergelijkingen met vier onbekenden, door welk voorbeeld naar wij meenen tegelijkertijd een voldoend overzigt zal gegeven worden ook voor de bij hoogere waarden van n vereischte constructiën, hetzij men die uit projectie of uit eliminatie wenscht af te leiden. De op te lossen vergelijkingen, die wij evenals in den aanvang weder door de enkele letters (a) enz. aanwijzen, zijn in dat geval:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 = A, \quad \ldots\ldots \quad (a)$$
$$b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 = B, \quad \ldots\ldots \quad (b)$$
$$c_1 x_1 + c_2 x_2 + c_3 x_3 + c_4 x_4 = C, \quad \ldots\ldots \quad (c)$$
$$d_1 x_1 + d_2 x_2 + d_3 x_3 + d_4 x_4 = D; \quad \ldots\ldots \quad (d)$$

haar wortelpunt X (van de 4[e] orde) bepalen wij als boven in het algemeen voor willekeurige n door de vier wortelpunten, thans van de 3[e] orde, X_{a_1}, X_{a_2}, X_{b_1}, X_{b_2}, welke bewerking wij — hier en verder door vier binnen eene accolade vermelde punten het snijpunt verstaande van de regte lijn der twee bovenste met die der twee onderste punten — schematisch aldus voorstellen:

$$X = \left\{ \begin{matrix} X_{a_1}, & X_{a_2} \\ X_{b_1}, & X_{b_2} \end{matrix} \right\};$$

weder als boven bepalen wij het eerste dezer vier punten door de vier toen reeds genoemde wortelpunten der 2[e] orde, namelijk

$$X_{a_1} = \left\{ \begin{matrix} X_{a_1 b_2}, & X_{a_1 b_3} \\ X_{a_1 c_2}, & X_{a_1 c_3} \end{matrix} \right\},$$

en doen wij voor X_{a_2}, X_{b_1}, X_{b_2} telkenmale het dergelijke; nogmaals schrijven wij in denzelfden geest

$$X_{a_1 b_2} = \left\{ \begin{matrix} X_{a_1 b_2 c_3}, & X_{a_1 b_2 c_4} \\ X_{a_1 b_2 d_3}, & X_{a_1 b_2 d_4} \end{matrix} \right\}$$

en denken ons dat ook ieder der andere voorkomende punten der 2[e] orde op dezelfde wijze van vier wortelpunten der 1[e] orde afhankelijk wordt gemaakt. Gaan wij dan achterwaarts tot substitutie van deze verschillende formulen in elkander over en nemen wij daarbij, hoofdzakelijk met het oog op het verder volgende, in plaats van de voorgaande notatie voor de wortelpunten liever diegene aan die voortvloeit uit de oorspronkelijke aanduiding van de wortelpunten der 1[e] orde, dat zijn de gegeven punten α, β, γ, enz., $\varkappa$ op de assen OX_1 tot OX_n, in dier voege dat bijv. het punt der 1[e] orde $X_{a_1 b_2 c_3}$, dat wil zeggen het door de afgeknotte vergelijking $d_4 x_4 = D$ of $x_4 = \frac{D}{d_4} = O\delta_4$ bepaalde punt δ_4, door deze letter zelve wordt aangeduid, en evenzoo voor de overigen, dan kunnen wij voor het hoofdwortelpunt X schrijven:

$$X = (\alpha\,\beta\,\gamma\,\delta)_{1234} = \begin{vmatrix} (\beta\,\gamma\,\delta)_{234}, & (\beta\,\gamma\,\delta)_{134} \\ (\alpha\,\gamma\,\delta)_{234}, & (\alpha\,\gamma\,\delta)_{134} \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \begin{vmatrix} (\gamma\,\delta)_{34}, & (\gamma\,\delta)_{24} \\ (\beta\,\delta)_{34}, & (\beta\,\delta)_{24} \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} (\gamma\,\delta)_{34}, & (\gamma\,\delta)_{14} \\ (\beta\,\delta)_{34}, & (\beta\,\delta)_{14} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} (\gamma\,\delta)_{34}, & (\gamma\,\delta)_{24} \\ (\alpha\,\delta)_{34}, & (\alpha\,\delta)_{24} \end{vmatrix}, & \begin{vmatrix} (\gamma\,\delta)_{34}, & (\gamma\,\delta)_{14} \\ (\alpha\,\delta)_{34}, & (\alpha\,\delta)_{14} \end{vmatrix} \end{Bmatrix} =$$

$$= \left\{\begin{matrix} \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \gamma_4, & \gamma_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_2 \\ \gamma_4, & \gamma_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \beta_4, & \beta_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_2 \\ \beta_4, & \beta_2 \end{pmatrix} \end{matrix}\right), & \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \gamma_4, & \gamma_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_1 \\ \gamma_4, & \gamma_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \beta_4, & \beta_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_1 \\ \beta_4, & \beta_1 \end{pmatrix} \end{matrix}\right) \\ \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \gamma_4, & \gamma_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_2 \\ \gamma_4, & \gamma_2 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \alpha_4, & \alpha_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_2 \\ \alpha_4, & \alpha_2 \end{pmatrix} \end{matrix}\right), & \left(\begin{matrix} \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \gamma_4, & \gamma_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_1 \\ \gamma_4, & \gamma_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_3 \\ \alpha_4, & \alpha_3 \end{pmatrix}, & \begin{pmatrix} \delta_4, & \delta_1 \\ \alpha_4, & \alpha_1 \end{pmatrix} \end{matrix}\right) \end{matrix}\right\},$$

in welk schema wij volgens het vroeger gezegde werkelijk slechts vier van de zestien bestaande wortelpunten der 3[e] orde en negen van de zes-en-dertig der 2[e] orde aantreffen, welke negen laatsten onmiddellijk bekend worden als snijpunten van de aangewezen verbindingslijnen der zestien gegeven wortelpunten van de 1[e] orde. Alsnu overgaande tot de bepaling van die projectie van het genoemde hoofdwortelpunt waarbij alleen de coördinaat x_4 wordt uitgesloten, duiden wij in de eerste plaats door toevoeging telkens van een accent de evenwijdig aan de as $O\,X_4$ genomen projectiën aan van de punten $(\gamma\,\delta)_{34}$, $(\beta\,\delta)_{34}$, $(\alpha\,\delta)_{34}$ op $O\,X_3$, van de punten $(\gamma\,\delta)_{24}$, $(\beta\,\delta)_{24}$, $(\alpha\,\delta)_{24}$ op $O\,X_2$, van de punten $(\gamma\,\delta)_{14}$, $(\beta\,\delta)_{14}$, $(\alpha\,\delta)_{14}$ op $O\,X_1$ (dat zijn dus deze punten zelve wanneer men daarvoor telkens de coördinaat x_4 achterwege laat), en verder evenzeer door toevoeging van een accent de punten, uit deze projectiën afgeleid geheel op dezelfde wijze als de oorspronkelijke wortelpunten der 3[e] orde uit de overeenkomstige evengenoemde der 2[e] orde, zoodat bijv.

$$X'_{\alpha_1} = (\beta\,\gamma\,\delta)'_{234} = \begin{vmatrix} (\gamma\,\delta)'_{34}, & (\gamma\,\delta)'_{24} \\ (\beta\,\delta)'_{34}, & (\beta\,\delta)'_{24} \end{vmatrix}$$

is enz., dan laat zich de bedoelde projectie van X aldus voorstellen:

$$X' = (\alpha\beta\gamma\delta)'_{123} = \begin{Bmatrix}(\beta\gamma\delta)'_{234}, & (\beta\gamma\delta)'_{134}\\ (\alpha\gamma\delta)'_{234}, & (\alpha\gamma\delta)'_{134}\end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \begin{Bmatrix}(\gamma\delta)'_{34}, & (\gamma\delta)'_{24}\\ (\beta\delta)'_{34}, & (\beta\delta)'_{24}\end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix}(\gamma\delta)'_{34}, & (\gamma\delta)'_{14}\\ (\beta\delta)'_{34}, & (\beta\delta)'_{14}\end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix}(\gamma\delta)'_{34}, & (\gamma\delta)'_{24}\\ (\alpha\delta)'_{34}, & (\alpha\delta)'_{24}\end{Bmatrix}, & \begin{Bmatrix}(\gamma\delta)'_{34}, & (\gamma\delta)'_{14}\\ (\alpha\delta)'_{34}, & (\alpha\delta)'_{14}\end{Bmatrix} \end{Bmatrix},$$

in welk schema bij vergelijking met dat voor X zelf de overname met accenten van het laatste lid van X niet te pas kwam, omdat dit lid alleen de op de assen OX_1, OX_2, OX_3, OX_4 liggende wortelpunten der 1e orde bevat die aan geene eigenlijke projectie behooren te worden onderworpen. Treedt men nu nog een stap terug door bovendien de coördinaat x_3 uit te sluiten en onderscheidt men daarbij door toevoeging van nog een accent de evenwijdig aan OX_3 genomen projectiën van de evengevonden punten $(\beta\gamma\delta)'_{234}$ en $(\alpha\gamma\delta)'_{234}$ op OX_2 en van de punten $(\beta\gamma\delta)'_{134}$ en $(\alpha\gamma\delta)'_{134}$ op OX_1, (zoodat dit projecteren ook voor deze punten weder nederkomt op het weglaten van hunne coördinaten x_3), dan heeft men ter voorstelling van die projectie van het hoofdwortelpunt waarvoor alleen de coördinaten x_1 en x_2 zijn bijbehouden het schema:

$$X'' = (\alpha\beta\gamma\delta)''_{12} = \begin{Bmatrix}(\beta\gamma\delta)''_{234}, & (\beta\gamma\delta)''_{134}\\ (\alpha\gamma\delta)''_{234}, & (\alpha\gamma\delta)''_{134}\end{Bmatrix},$$

dat om soortgelijke reden als zoo even weder een lid minder bevat. En eindelijk kan men volledigheidshalve dit overzigt van de teruggaande projectiën van meergenoemd punt afsluiten door de volgende aanwijzing voor het op de as OX_1 liggende uiteinde van de enkele coördinaat x_1:

$$X''' = (\alpha\beta\gamma\delta)'''_1,$$

waarin het bijgekomen derde accent het evenwijdig aan OX_2 projecteren van het punt $(\alpha\beta\gamma\delta)''_{12}$ of X'' op OX_1, dat is het weglaten van de coördinaat x_2, beteekent.

Wanneer wij thans, afstappende van de beschouwing der opvolgende projectiën, overgaan tot wat wij straks reeds noemden de meetkundige eliminatie-methode voor de oplossing van onze vergelijkingen, komt het er in de eerste plaats op aan om, evenals wij in den aanvang van dit opstel deden voor de beide toen gebezigde wijzen van voorstelling dier vergelijkingen, na te gaan hoe in het algemeen voor de resulterende van twee der gegeven vergelijkingen een meetkundig beeld te vormen van dezelfde soort als het voor ieder der gegeven vergelijkingen zelve aangenomene. Beschouwen wij daartoe weder bijv. de toenmaals nedergeschreven resulterende, ontstaande door eliminatie van de laatste onbekende x_n tusschen de eerste vergelijking, in a, en de laatste, in k, dan is dus thans de vraag hoe de op de aangenomen assen OX_1 tot OX_{n-1} (hetzij in de ruimte of in één plat vlak) uit te zetten waarden, die ieder der onbekenden x_1 tot x_{n-1} in deze resulterende vergelijking verkrijgt wanneer men daarin telkens alle overige onbekenden gelijk nul stelt, door constructie zijn af te leiden uit de overeenkomstige waarden die voor alle onbekenden x_1 tot x_n op alle assen OX_1 tot OX_n als gegevens voor de beide genoemde vergelijkingen voorkomen; met andere woorden, hoe uit de beide gegeven n-hoeken met hoekpunten op de assen OX_1 tot OX_n, die de vergelijkingen (a) en (k) meetkundig voorstellen, is af te leiden wat wij zullen noemen hun ten aanzien van OX_n resulterende $(n-1)$-hoek met hoekpunten op OX_1 tot OX_{n-1}, die op dezelfde wijze de ten aanzien van x_n resulterende vergelijking ($a\,k$) of (a') voorstelt. Ter beantwoording van de hier gestelde vraag bedenke men dat, of men regtstreeks uit deze vergelijking (a') zelve, die wij voluit onder den vorm $a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + a'_3 x_3 +$ enz. $+ a'_{n-1} x_{n-1} = A'$ schrijven, bijv. de waarde $O\alpha'_1 = \dfrac{A'}{a'_1}$ van x_1 bepaalt, komende door daarin alle overige onbekenden x_2 tot x_{n-1} gelijk nul te nemen, dan wel of men, alvorens (a') door eliminatie van x_n tusschen (a) en (k) op te maken, eerst in deze beide laatsten zelve evenzeer x_2 tot x_{n-1} gelijk nul genomen had en dan tot de eliminatie van x_n tusschen de

aldus vereenvoudigde vergelijkingen $a_1 x_1 + a_n x_n = A$ en $k_1 x_1 + k_n x_n = K$, dat wil zeggen tot de oplossing van x_1 uit deze beiden was overgegaan, dit op de bedoelde waarde

$$x_1 = O\alpha'_1 = \frac{A'}{a'_1} = \frac{A - \frac{a_n}{k_n} K}{a_1 - \frac{a_n}{k_n} k_1}$$

(zie de resulterende vergelijking in den aanhef dezes) geen invloed kan hebben. En bedenkt men nu verder dat die vereenvoudigde vergelijkingen blijkbaar de overeenkomstige door

$$\left(O\alpha_1 = \frac{A}{a_1},\ O\alpha_n = \frac{A}{a_n}\right)$$

en door

$$\left(O\varkappa_1 = \frac{K}{k_1},\ O\varkappa_n = \frac{K}{k_n}\right)$$

bepaalde zijden $\alpha_1 \alpha_n$ en $\varkappa_1 \varkappa_n$ der twee n-hoeken (α) en $(\varkappa)$ voorstellen, wier snijpunt dus de gevonden $O\alpha'_1$ tot coördinaat x_1 heeft, en dat overigens voor ieder der assen OX_2 tot OX_{n-1} het dergelijke moet gelden als voor de as OX_1, dan komt men tot dezen zoowel in de ruimte als in het platte vlak geldigen eliminatieregel : De hoekpunten van den ten aanzien eener as OX_n resulterenden $(n-1)$-hoek $(\alpha\varkappa)$ of (α') van twee gegeven n-hoeken (α) en $(\varkappa)$ zijn niet anders dan de evenwijdig aan deze as OX_n genomen projectiën van het snijpunt der overeenkomstige zijden $\alpha_1 \alpha_n$ en $\varkappa_1 \varkappa_n$ op de as OX_1, van dat van $\alpha_2 \alpha_n$ en $\varkappa_2 \varkappa_n$ op OX_2, van dat van $\alpha_3 \alpha_n$ en $\varkappa_3 \varkappa_n$ op OX_3, enz., van dat van $\alpha_{n-1} \alpha_n$ en $\varkappa_{n-1} \varkappa_n$ op OX_{n-1}. Deze regel, die natuurlijk ook van toepassing is vooreerst op ieder der overige resulterende vergelijkingen van de eerste orde $(b\,k)$ of (b'), $(c\,k)$ of (c'), enz., $(h\,k)$ of (h'), $(i\,k)$ of (i'), daarna op die der tweede orde $(a'\,i') = (a'')$, enz., $(h'\,i') = (h'')$, en in het algemeen op die van alle hoogere orden zooals $(a''\,h'') = (a''')$ enz., of meetkundig op de overige resulterende $(n-1)$-hoeken $(\beta\varkappa)$ of (β') tot $(\iota\varkappa)$ of (ι'), op de uit (α') en uit dezen

weder resulterende (n—2)-hoeken ($\alpha' \iota'$) of (α'') enz., en in het algemeen op alle nog verdere lagere veelhoeken waardoor de resulterende vergelijkingen opvolgend worden afgebeeld, geeft tevens juist den sleutel ter verklaring van de boven vermelde identiteit der projectie- en der eliminatie-methode. Meer in het bijzonder overgaande tot de toepassing van dien regel op het geval van de zoo straks voluitgeschreven en reeds door projectie behandelde vier vergelijkingen (a), (b), (c) en (d), stellen wij hare drie resulterenden van de eerste orde, komende door x_4 te elimineren tusschen (d) en opvolgend ieder der voorgaanden, voor door:

$$a'_1 x_1 + a'_2 x_2 + a'_3 x_3 = A', \;.\;.\; (a\, d) = (a')$$
$$b'_1 x_1 + b'_2 x_2 + b'_3 x_3 = B', \;.\;.\; (b\, d) = (b')$$
$$c'_1 x_1 + c'_2 x_2 + c'_3 x_3 = C'; \;.\;.\; (c\, d) = (c')$$

verder de twee resulterenden van de tweede orde, komende door nu weder x_3 te elimineren tusschen (c') en ieder der beide voorgaanden, door:

$$a''_1 x_1 + a''_2 x_2 = A'', \;.\;.\;.\;.\;.\; (a'\, c') = (a'')$$
$$b''_1 x_1 + b''_2 x_2 = B''; \;.\;.\;.\;.\;.\; (b'\, c') = (b'')$$

eindelijk de enkele resulterende van de derde orde, te vinden door nogmaals x_2 te elimineren tusschen deze (b'') en (a''), door:

$$a'''_1 x_1 = A'''; \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (a''\, b'') = (a''')$$

terwijl wij ook de notatie voor de hoekpunten der bijbehoorende resulterende drie driehoeken, twee tweehoeken en één éénhoek in verband hiermede en met de notatie voor de gegeven vier vierhoeken regelen door bijv.

$$O\,\alpha'_1 = \frac{A'}{a'_1},\; O\,\alpha''_1 = \frac{A''}{a''_1},\; O\,\alpha'''_1 = \frac{A'''}{a'''_1}$$

te nemen en evenzoo voor de overigen. Dit doende, kunnen wij bij de tegenwoordige handelwijze het schema voor de bepaling van het hoofdwortelpunt X van onze vier gegeven vergelijkingen (a), (b), (c), (d) in allen deele onver-

anderd aanhouden zooals het boven bij de eerste handelwijze volledig werd uitgeschreven, en hebben wij verder in overeenstemming daarmede voor de wortelpunten der opvolgende resulterende stelsels (a'), (b'), (c'), en (a''), (b''), en (a'''), dat wil zeggen voor de uiteinden der meetkundige sommen van de coördinaten x_1, x_2, x_3, en van x_1, x_2, en van x_1 op zich zelve, dat wil zeggen voor de boven door X' en X'' en X''' aangeduide teruggaande projectiën van het hoofdwortelpunt X, als volgt te schrijven:

$$X'=(\alpha'\beta'\gamma')_{123}=\left\{\begin{matrix}(\beta'\gamma')_{23},(\beta'\gamma')_{13}\\(\alpha'\gamma')_{23},(\alpha'\gamma')_{13}\end{matrix}\right\}=\left\{\begin{matrix}\begin{pmatrix}\gamma'_3, & \gamma'_2\\ \beta'_3, & \beta'_2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\gamma'_3, & \gamma'_1\\ \beta'_3, & \beta'_1\end{pmatrix}\\ \begin{pmatrix}\gamma'_3, & \gamma'_2\\ \alpha'_3, & \alpha'_2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}\gamma'_3, & \gamma'_1\\ \alpha'_3, & \alpha'_1\end{pmatrix}\end{matrix}\right\},$$

en

$$X''=(\alpha''\beta'')_{12}=\begin{pmatrix}\beta''_2, & \beta''_1\\ \alpha''_2, & \alpha''_1\end{pmatrix},$$

en

$$X'''=\alpha'''_1.$$

En om zich nu te vergewissen dat deze punten X', X'' en X''' thans door werkelijk geheel dezelfde constructie te voorschijn komen als vroeger, neme men slechts in aanmerking dat krachtens den gevonden eliminatieregel vooreerst bijv. het tegenwoordige punt γ'_3 de evenwijdig aan OX_4 genomen projectie is van het snijpunt van $\gamma_3\gamma_4$ met $\delta_3\delta_4$, of van het punt $(\gamma\delta)_{34}$, op OX_3, dat is het boven door $(\gamma\delta)'_{34}$ voorgestelde punt, en evenzoo voor de soortgelijken; ten tweede bijv. het tegenwoordige punt β''_2 de evenwijdig aan OX_3 genomen projectie van het snijpunt van $\beta'_2\beta'_3$ met $\gamma'_2\gamma'_3$, of van het tegenwoordige punt $(\beta'\gamma')_{23}$, of van het vroegere $(\beta\gamma\delta)'_{234}$, op OX_2, dat is het boven door $(\beta\gamma\delta)''_{234}$ voorgestelde punt, en weder evenzoo voor de dergelijken; ten derde eindelijk het thans α'''_1 of X''' genoemde punt de evenwijdig aan OX_2 genomen projectie van het snijpunt van $\alpha''_1\alpha''_2$ met $\beta''_1\beta''_2$, of van het tegenwoordige punt $(\alpha''\beta'')_{12}$ of X'', of van het vroegere $(\alpha\beta\gamma\delta)''_{12}$, op OX_1, dat is het boven door $(\alpha\beta\gamma\delta)'''_1$ aangeduide zelfde punt X'''.

Ten slotte teekenen wij nog aan dat de oplossing in haar geheel voor een willekeurig aantal n onbekenden waarschijnlijk het beknoptst wordt wanneer men, na door herhaalde toepassing van den gevonden eliminatieregel uit de hoekpunten van de n gegeven n-hoeken die van de $n-1$ resulterende $(n-1)$-hoeken, uit deze weder die van de $n-2$ resulterende $(n-2)$-hoeken, enz. tot eindelijk die van de twee resulterende tweehoeken, dat wil zeggen de eindpunten van de twee regte lijnen bepaald te hebben, wier snijpunt, de beide eerste onbekenden x_1 en x_2 tot coördinaten hebbende, deze dadelijk aanwijst — met andere woorden, na opvolgend alle assen $O X_n$, $O X_{n-1}$, enz. tot en met $O X_2$ geëlimineerd te hebben — uit deze beide onbekenden eveneens door herhaalde toepassing van de volgende eenvoudige constructie weder opklimt eerst tot x_3, dan tot x_4, enz., eindelijk tot x_n, of, wat hetzelfde zegt, de wortelpunten der genoemde stelsels van resulterende veelhoeken in omgekeerde volgorde, en zoodoende ten slotte ook dat van de n gegeven n-hoeken zelf, terugvindt. Bij iederen stap namelijk van de bedoelde opklimmende bewerking, stel bijv. nadat reeds de onbekenden x_1, x_2, x_3, enz., tot x_{m-1} gevonden zijn, kan men zeggen — wanneer men eene willekeurige keus doet van één der m resulterende m-hoeken, die allen in den loop der zoo even geschetste volledige eliminatie ter bepaling van x_1 en x_2 toch reeds als noodzakelijke onderdeelen te voorschijn kwamen, en wanneer men de bekende afstanden der op de assen OX_1, OX_2, OX_3, enz., OX_m liggende hoekpunten van dien m-hoek tot den oorsprong O aanwijst bijv. door ρ_1, ρ_2, ρ_3, enz., ρ_m — dat het geldt het in teekening brengen van de aan eene vergelijking van den vorm

$$\frac{x_1}{\rho_1} + \frac{x_2}{\rho_2} + \frac{x_3}{\rho_3} + \text{enz.} + \frac{x_{m-1}}{\rho_{m-1}} + \frac{x_m}{\rho_m} = 1$$

voldoende onbekende x_m. En daartoe is het slechts noodig een veelhoek $y_1\, y_2\, y_3 \ldots y_{m-1}\, x_m$ te construeren (Fig. 4) waarvan, uitgaande van het met ρ_1 zamenvallende hoekpunt y_1, de opvolgende zijden evenwijdig zijn aan die van den

bekenden veelhoek $\varrho_1 \varrho_2 \varrho_3 \ldots \varrho_{m-1} \varrho_m$ en de opvolgende hoekpunten liggen op de zijden of verlengde zijden van den eveneens bekenden veelhoek $O x_1 x_2 x_3 \ldots x_{m-1}$ en op de uit diens laatste hoekpunt x_{m-1} evenwijdig aan de as $O X_m$ getrokken lijn; want, stellende de afstanden $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, $x_3 y_3$, enz., $x_{m-1} y_{m-1}$ opvolgend voor door y_1, y_2, y_3, enz., y_{m-1}, geeft dan de som der vergelijkingen

$$\frac{x_1+y_1}{\varrho_1}=1, \frac{x_2+y_2}{\varrho_2}=\frac{y_1}{\varrho_1}, \frac{x_3+y_3}{\varrho_3}=\frac{y_2}{\varrho_2}, \text{enz.}, \frac{x_{m-1}+y_{m-1}}{\varrho_{m-1}}=\frac{y_{m-2}}{\varrho_{m-2}}$$

$$\text{en } \frac{x_m}{\varrho_m}=\frac{y_{m-1}}{\varrho_{m-1}}$$

werkelijk de gestelde vergelijking

$$\frac{x_1}{\varrho_1}+\frac{x_2}{\varrho_2}+\frac{x_3}{\varrho_3}+\text{enz.}+\frac{x_{m-1}}{\varrho_{m-1}}+\frac{x_m}{\varrho_m}=1.$$

Overigens valt deze algemeene constructie voor $m = 2$ weder zamen met hetgeen de analytische meetkunde leert over de vergelijking eener regte lijn, en voor $m = 3$ met de leerwijze der beschrijvende meetkunde om een willekeurig punt van een gegeven plat vlak uit eene zijner projectiën te bepalen.

De Hoogleeraar Dr. C. A. Scheltema te Delft maakte mij opmerkzaam op hetgeen over het onderwerp van dit opstel voorkomt in de *Leçons de statique graphique, par* A. Favaro, *traduites par* P. Terrier; 2e *Partie, Calcul graphique*, 1885. Hoofdzakelijk is dit te vinden in het *Appendice du traducteur au chapitre* VI, blz. 208—250, en wel bepaaldelijk in *B. Résolution graphique des équations*, blz. 224—250. In de eerste plaats kan het misschien van nut zijn, de in eene noot aldaar aangehaalde litteratuur hier over te nemen; zij is de volgende: Chasles, *Géométrie supérieure*, 2e Ed., 1880, p. 209—213; G. Fouret, *Comptes rendus*, T. 80, p. 550, en *Bulletin de l'Association française, Congrès de Nantes*, 1875; Briot et Bouquet, *Leçons nouvelles de géométrie analytique*, 2e Ed., p. 234—244; Desboves, *Questions de géométrie*, 1870, en *Questions de*

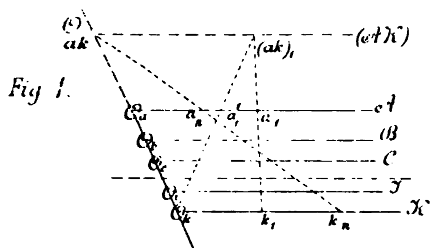
trigonométrie, 1872; DE ROOS, *Aperçu cinématique, traduit par* ALB. KAPTEYN, dans la *Revue universelle des mines*, 1877; LALANNE, *Comptes rendus*, T. 81, p. 1186—1188 en 1243—1246, T. 82, p. 1487—1490, T. 87, p. 157—159, en *Notices pour l'exposition de Melbourne*, 1880, p. 386—392. In de tweede plaats moge vermeld worden dat hetgeen aan mijn onderwerp verwant is meer in het bijzonder voorkomt in de onderafdeeling VIII van evengenoemde afdeeling *B*, namelijk VIII. *Résolution de n équations du premier degré à n inconnues par les méthodes de fausse position*, blz. 224—232 (nos. 155—160), waarvan de blz. 224—229 (nos. 155—158) de oplossing geven (zooals gezegd door »fausse position"), op evenwijdige assen, van een stelsel vergelijkingen van den vorm $\lambda_1 x_1 + \mu_1 x_2 + \nu_1 = 0$, $\lambda_2 x_2 + \mu_2 x_3 + \nu_2 = 0$, $\lambda_3 x_3 + \mu_3 x_4 + \nu_3 = 0$, enz., $\lambda_n x_n + \mu_n x_1 + \nu_n = 0$, onder opmerking dat n willekeurige lineaire vergelijkingen met n onbekenden door voorafgaande behoorlijke optellingen steeds tot dezen vorm te herleiden zijn; terwijl de blz. 229—232 (nos. 159—160) de oplossing van FOURET bevatten, ook door »fausse position" en ook op evenwijdige assen — aldaar wordt nog aangehaald FOURET in *Annales des ponts et chaussées*, 1876, 1er Sem., p. 473 — van het stelsel voorkomende bij de toepassing van het zoogenaamde theorema der drie momenten in de leer van in meer dan twee punten ondersteunde veerkrachtige staven, namelijk $2(a_1 + a_2)x_1 + a_2 x_2 = p_1$, $a_2 x_1 + 2(a_2 + a_3)x_2 + a_3 x_3 = p_2$, enz., $a_n x_{n-1} + 2(a_n + a_{n+1}) x_n = p_n$, waartoe ook willekeurige lineaire vergelijkingen steeds te herleiden zijn. Eene regtstreeksche graphische behandeling evenwel van een willekeurig lineair stelsel, zonder behulp van voorafgaande vereenvoudigende algebraïsche vervorming, heb ik in het genoemde werk van FAVARO-TERRIER niet aangetroffen.

Door ons medelid Dr. CH. M. SCHOLS werd nog mijne aandacht gevestigd op eene graphische oplossing van vier lineaire vergelijkingen met vier onbekenden, voorkomende in eene in het *Tijdschrift van het koninklijk Instituut van Ingenieurs*, 1885—1886, 2e Aflev., 2e gedeelte, blz. 124—128 en plaat 11, opgenomen verhandeling van den Heer

J. C. Dyxhoorn, over »Het bepalen der indicateur-diagrammen van eene compound-machine". Die vier vergelijkingen bevatten ieder, gelijk de n zoo even vermelde met de coëfficiënten λ, μ, ν, slechts twee opvolgende onbekenden; zij worden daarom, na twee onderling loodregte lijnen te hebben getrokken, die van uit haar snijpunt in rondgaande volgorde als vier, ieder bij éene der onbekenden behoorende, assen worden beschouwd, ten opzigte telkens van twee dezer assen als vier regte lijnen in teekening gebragt; daardoor is de vraag teruggebragt tot het construeren van een regthoek, hebbende zijne hoekpunten opvolgend op deze vier lijnen en zijne zijden evenwijdig aan de aangenomen assen; en deze vraag wordt eenvoudig opgelost op grond van het beginsel dat — éene der vier lijnen voor een oogenblik buiten beschouwing latende — de meetkundige plaats van het vierde hoekpunt van een aldus gerigten regthoek, als de drie andere hoekpunten op de drie overige gegeven lijnen genomen worden, almede eene regte lijn is, waarvan dus twee willekeurige punten gemakkelijk te vinden zijn en die door hare snijding met de vierde gegeven lijn het op deze liggend hoekpunt van den regthoek en daaruit alle vier de onbekenden bepaalt. Terwijl de Heer Dyxhoorn voor zijn doel alleen met vier vergelijkingen ter bepaling van vier onbekenden te doen had, is zijne handelwijze ook vatbaar om op een willekeurig aantal onbekenden te worden uitgestrekt en alzoo in het algemeen voor het boven vermelde stelsel van n vergelijkingen met n onbekenden en met coëfficiënten λ, μ, ν te dienen. Immers, trekkende uit een gemeenschappelijken oorsprong in willekeurige rigtingen in één vlak n assen $O\,X_1$, $O\,X_2$, $O\,X_3$, enz., $O\,X_n$, ieder tot de gelijknamige onbekende behoorende, worden ten opzigte van deze assen twee aan twee die vergelijkingen weder voorgesteld door n bekende regte lijnen en geldt het nu het vinden van een punt in ieder dezer lijnen, zoodat al deze punten zich volgens dezelfde coördinaten twee aan twee aaneenschakelen. Daartoe uitgaande bijv. van een willekeurig punt (x_1, x_2) van de eerste lijn, en aanteekenende eerst het punt (x_2, x_3) van de tweede lijn dat dezelfde coör-

dinaat x_2 heeft, hieruit weder het punt (x_3, x_4) van de derde lijn met dezelfde x_3, en zoo rondgaande de bijbehoorende punten van alle volgende lijnen, zal in het algemeen het aldus komende punt van de n^{de} of laatste lijn wel de bij de aangenomen x_1 behoorende coördinaat x_n hebben, maar daarentegen, in plaats van zooals voor de oplossing vereischt zou worden deze x_1 zelve als tweede coördinaat terug te geven, zekere andere tweede coördinaat vertoonen. Maar ook hier heeft men nu niets anders te doen dan op deze wijze ten opzigte van de assen OX_n en OX_1 twee punten ieder met dergelijke bij elkander behoorende x_n en x_1, stel bijv. de punten (x'_n, x'_1) en (x''_n, x''_1), te construeren, om door het snijpunt van hunne verbindingslijn met de bij deze assen behoorende n^{de} gegeven lijn de werkelijke x_n en x_1, en daarmede alle andere onbekenden van het vraagstuk te vinden. Deze constructie, die het in teekening brengen van zekere aan de assen OX_1 tot OX_n evenwijdige stelsels lijnen vordert, kan vooral voor groote waarden van n nog aanzienlijk vereenvoudigd en nagenoeg geheel onder den vorm van die van den Heer Dykhoorn gebragt worden door deze assen rondgaande telkens te nemen langs de vier deelen van twee elkander regt- of scheefhoekig snijdende lijnen $X_1 O X_3$ en $X_2 O X_4$, in dier voege dat telkens elk viertal opeenvolgende assen OX_{4m+1}, OX_{4m+2}, OX_{4m+3}, OX_{4m+4} weder langs het eerste viertal OX_1, OX_2, OX_3, OX_4 komt te vallen. Men heeft dan geene andere constructielijnen dan alleen aan $X_1 O X_3$ en aan $X_2 O X_4$ evenwijdige te trekken. Voor het geval dat hierbij n den vorm $4m+1$ of $4m+3$ heeft en dat dus het construeren van de gegeven n^{de} of laatste lijn wegens het langs elkander of langs elkanders verlengden vallen van de twee bijbehoorende assen OX_n en OX_1 niet regtstreeks mogelijk is, kan men volstaan met het construeren van deze lijn bijv. ten opzigte van de assen $OX_n = OX_{1 \text{ of } 3}$ en $OX_{n+1} = OX_{2 \text{ of } 4}$, op welke zelfde assen alsdan ook de door de twee boven aangeduide punten (x'_n, x'_1) en (x''_n, x''_1) bepaalde hulplijn te teekenen is.

Augustus 1887.


Fig. 1.
ak
(ak)₁
k₁
kₙ

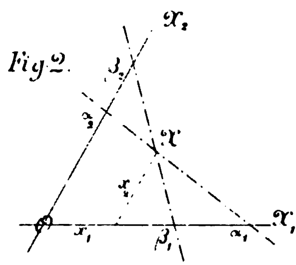
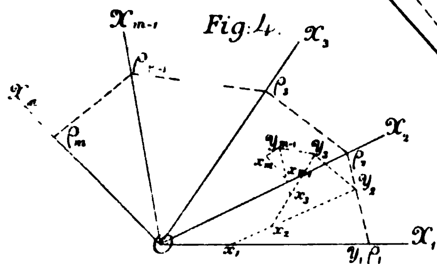

Fig. 2.
O
X
X₁
X₂

Fig. 3.


Fig. 4.
Xₘ₋₁
X₃
X₂
X₁
Xₘ
ρₘ
ρ₃
ρ₂
y₁ ρ₁
x₁
x₂
x₃
y₂
O

EEN EN ANDER OVER CONSTANTIJN HUYGENS

ALS BEMINNAAR DER STELLIGE WETENSCHAPPEN

EN ZIJNE BETREKKING TOT DESCARTES.

DOOR

D. J. KORTEWEG.

Het is algemeen bekend hoe onze dichter CONSTANTIJN HUYGENS bij zijne vele overige voortreffelijke eigenschappen eene groote belangstelling voor de stellige wetenschappen bezat en met vele wis- en natuurkundigen zijner dagen in betrekking stond. Zoo ziet men hem, toen hij als jeugdig gezantschapssecretaris in 1621 en 1622 Engeland bezocht, in druk verkeer treden met CORNELIS DREBBEL, den man, die zijn opgang aan het hof van Jacobus te danken had aan »de scherpzinnige niewigheden en natuurlijke geheimen" welke hij den hovelingen toonde, en een tien- of vijftiental jaren later staat hij in correspondentie met DESCARTES en pater MERSENNE, met DIODATI, GALILEÏ's vriend, met WENDELINUS, met GOLIUS en HORTENSIUS, de vertegenwoordigers der wiskunde aan de Universiteiten van Leiden en Amsterdam, en vinden wij sporen van persoonlijken omgang met den jongen VAN SCHOOTEN later den vriend en leermeester van CHRISTIAAN HUYGENS, met POLLOTTO een militair ingenieur in Staatschen dienst, als wiskundige hoog bij DESCARTES aangeschreven en met ALBERT GIRARD *), wiens groote gaven

*) Handschriften N°. 45, N°. 111 (latijnsche brieven) voorhanden op

hij toont te waardeeren als hij GOLIUS, zoo even tot Hoogleeraar te Leiden benoemd, samenwerking met GIRARD aanbeveelt.

Al moge het nu waar zijn, dat CONSTANTIJN HUYGENS tot den vooruitgang der wis- en natuurkundige wetenschap — althans *direkt* — niets heeft bijgedragen, zoo verdient toch bij een persoon als hij, de vraag hoeverre zijne kennis in deze richting ging en van welken aard zijne betrekkingen met de wis- en natuurkundigen zijner dagen waren, onze volle belangstelling en dit te eer als men bedenkt hoe CONSTANTIJN's voorliefde stellig van invloed geweest is op de ontwikkeling van zijn zoon CHRISTIAAN, terwijl zijne betrekking tot mannen, die op het gebied der natuurwetenschappen den toon aangaven, CHRISTIAANS talent reeds vroeg bekend deed worden en hem de kostelijkste relaties verschafte.

Het rijke materiaal van handschriften betrekkelijk de familie HUYGENS op het Trippenhuis voorhanden en met behulp van registers en catalogi door Mr. D. HOOFT, BOOT en JORISSEN gemakkelijk toegankelijk gemaakt, maar nog slechts spaarzaam gebruikt, biedt ons vele gegevens *) ter beantwoording dier vraag en wat in de volgende regelen zal worden medegedeeld is voor een groot gedeelte daaruit geput. Vooral de correspondentie met DESCARTES is belangrijk en gaf zelfs aanleiding de lijst der werken van DESCARTES te kunnen vermeerderen met een geschrift, waarvan hij —

---

het Trippenhuis. Brief van 19 Dec. 1629: „*Aliquid mecum nuper circa theoriam istam* (de theorie der lichtbreking) *communicavit vir stupendus* ALBERTUS GIRARDUS", etc. In HUYGENS dagboek (uitgegeven als bijlage van *Oud-Holland*, 3e Jaargang) vinden wij op 9 Dec. 1632 aangeteekend: „*Obit, heu!* ALBUS GIRARDUS, *vir incomparabilis*". Met aanteekeningen, welke niet op familieleden betrekking hebben, is HUYGENS aldaar niet kwistig.

*) Na zekeren leeftijd worden die gegevens schaars. Gedeeltelijk kunnen zij worden aangevuld uit de correspondentie met zijn zoon CHRISTIAAN. Zoo blijkt dat diens kennismaking in 1657 met SLUSIUS door zijne bemiddeling tot stand is gekomen. Tevens schijnt het echter dat de stellige wetenschappen met het klimmen der jaren meer en meer uit CONSTANTIJN's gedachtenkring geweken zijn.

zoo wij ook al de oorspronkelijke redactie van zijne hand niet bezitten — toch, zooals het daar ligt, als de geestelijke vader moet worden beschouwd.

Omtrent zijne eerste kennismaking met de wiskunde heeft HUYGENS zelf ons in zijne »*Sermones*" *) mededeelingen gedaan, die eenigzins aangevuld kunnen worden met behulp eener — spoedig afgebroken — eigen levensbeschrijving in handschrift op het Trippenhuis aanwezig †). Daaruit blijkt dat CLOTIUS, de schoonzoon van LUDOLF VAN CEULEN, slechts enkele maanden CONSTANTIJNS leermeester bleef §). Groot was de sympathie van leermeester en leerling voor elkander.

---

*) Volgens LOOSJES' vertaling:
Schoon 't ongehoorzaamheid aan 's vaders wil moog schijnen
'K bedroog hem door een list, nogtans der beste soort,
Mijn geest die sedert lang door wiskunst werd bekoord,
Wijdde aan die wetenschap mijne uitgezuinigde uren.
Zij was het kaartspel dat mijn driften kon ontvuren,
Zij was 't verkeerbond, zij de kaatsbaan die ik zocht,
Zij was de teerling, waar mijn hart aan was verknocht.
O ja! geen dobbelaar kan meer met ziel en zinnen
't Onedel schandlijk spel, dan ik de wiskunst minnen.
Wat uren heb ik niet ontwoekerd aan den nacht,
Ontknibbeld aan den slaap als offer haar gebracht
En 'k leerde in luttel tijds haar kennen en doorgronden;
Doch ik had minder snel het spoor daartoe gevonden
Had mij niet CLOTIUS, om schranderheid geeerd,
Mij d'eerste gronden van de rekenkunst geleerd.
Hij gaf mij denkbeeld van de waarde der getallen.
De meetkunst — zonder hem — waar mij te zwaar gevallen,
In koopmansrekening was mij 's mans onderricht
Eenvoudig, juist en klaar, een helder stralend licht.
'K werd in de boekhoudkunst door hem ook onderwezen
En 'k leerde 't koopgeheim van 's Amstels beurs dus lezen.
Mijn lieve vader nam mij toen niet euvel af
Het heimelijk bezoek, dat 'k vaak EUCLIDES gaf.
O ja ik had bijna zijn lofspraak ondervonden
Omdat ik zijn bevel had op die wijs geschonden.

†) In Handschrift N°. 48, aldaar onder den titel: *Vita*.

§) Te beginnen met 12 October 1609 (Dagboek, p. 8). CONSTANTIJN was dus dertien jaar.

Na elke les van Clotius, moest Constantijn het geleerde aan Dedel, zijn leermeester voor de klassieke talen, overbrengen en uitleggen. Deze stelde daar belang in en versmaadde het niet — zooals Huygens het uitdrukt — van zijn leerling te leeren. Waarschijnlijk had vader Huygens dat zoo beschikt, wiens hoofddoel trouwens slechts was zijn zoon met het handelsrekenen bekend te doen worden.

Overigens vind men in hetzelfde deel*) der handschriften de sporen van een dier »*bezoeken*", al zij het dan op lateren leeftijd, aan Euclides gebracht. Van Huygens hand bevindt zich daar een kort uittreksel van de bewijzen en constructies der zes eerste boeken van Euclides. De dagteekening, Juli 1627, is merkwaardig. Sedert enkele maanden gehuwd had hij den Haag moeten verlaten om zich bij Frederik Hendrik in het leger te vervoegen. Het eerste boek bewerkt hij te Arnhem 10 Juli, het tweede aldaar 13 Juli, het derde, vierde en zesde in de legerplaats vóór Grol 22—27 Juli. Veel merkwaardigs is er in die korte aanteekeningen niet te vinden. Slechts eene zekere onafhankelijkheid van oordeel tegenover Euclides verrast ons. Als deze, omdat hij de lengte van een lijn niet met den passer overgebracht, maar alles door snijdingen van lijnen en cirkels verkregen wil hebben, een tamelijk omslachtige constructie aangeeft om van uit een gegeven punt een lijn van gegeven lengte uit te zetten, vindt Huygens dit onnoodigen omslag (*inutilis molestia*) en later ergert hij zich als Euclides ter wille van den strengen vorm, waarin hij alles meent te moeten gieten, in herhalingen vervalt. Ook laat hij het vijfde boek, dat over de eigenschappen van evenredige lijnen handelt, onbewerkt, daar de bewijzen eenvoudig zijn en de stellingen voor de latere toepassing van zeer ongelijke waarde. Gezegd moet het worden, dat de bewerkers der moderne handboeken op al deze punten Huygens in het gelijk stellen. Dat deze zich op dien leeftijd en onder deze omstandigheden met de eerste beginselen der planimetrie bezig hield, pleit stellig voor zijne liefde tot de wiskunde maar

* N°. 48. p. 285.

er blijkt toch ook uit dat hij in hare techniek niet verre gevorderd was, indien althans — wat vorm en inhoud vermoeden doen — de aanteekeningen ter eigen oefening waren opgesteld.

Het is dan ook zeker niet de wiskunde op zich zelven, die CONSTANTIJN op mannelijken leeftijd het meest heeft aangetrokken. Hij stelt haar daarom zoo hoog, omdat hij inziet hoezeer de vooruitgang der natuurwetenschappen van haar afhankelijk is. Voorloopig is het de dioptrica »*nobilissima pars matheseos*" *), die hem de meeste belangstelling inboezemt. Als GOLIUS in 1629 als opvolger van SNELLIUS het hoogleeraarschap te Leiden aanvaard, vermaant hij hem †) toch vooral zich op deze wetenschap toe te leggen. »De gevolgen der brekingswet" — zoo voegt hij hem toe — »zijn nog door niemand voldoende uitgewerkt. Hoe ijverig men in Italië ook met beloften is, men zal daar niets verrichten van zooveel belang dat gij het ook niet zoudt kunnen. ALBERT GIRARD deelde mij een en ander mede wat een goed handvat zou kunnen opleveren. Hem is het uitsluitend om de toepassing der brekingswet te doen, *ik* zoude ook willen weten welke physische oorzaak er achter zit" §).

De raad was stellig goed, al was GOLIUS de man niet er het rechte profijt van te trekken. Toch bleef zij niet

*) Handschrift. N°. 44 en 45 (*Latijnsche brieven*). Brief N°. 224 aan HORTENSIUS, 29 Oct. 1655.

†) *Latijnsche brieven*, Brief N°. 111 aan GOLIUS van 19 Dec. 1629: *Hortari deinde libet, ut quando nunc rei mathematicae etiam ex officio vacas, ejus quae de radio refracto est, partem nemini satis excultam, serio tibi commendatam esse patiaris.*

§) . . . *At nudis refractionum incrementis ac horum proportionibus incubuerat. Ego vero etiam aliquid hic physici requiro, et de causarum causis mihi ab origine satisfieri velim* . . . Ook reeds Juli 1629, Brief N°. 102 schreef HUYGENS aan GOLIUS naar aanleiding van een werk van SCHEINER: *satis prolixe docet, sed me solertia hominis et errori inveterato destruendo diligentia summa capit. Nam, ut multo me nosti rectius, hallucinamur hactenus eâ parte Matheseos maxime, quae de visione est et frustra quis pervadere has tenebras tentet, cui refractionum ratio absolutissima non constet.*

geheel zonder gevolg. Van GOLIUS hand vinden wij *) een zeer uitvoerig schrijven aan HUYGENS, gedateerd 1 November 1632, waarin hij hem de gewichtige vondst mededeelt, dat de beroemde brekingswet van DESCARTES reeds vroeger door SNELLIUS uitgesproken en met proeven bewezen was. Daar het getuigenis van GOLIUS van belang is, in verband met de nog onopgeloste vraag in hoeverre DESCARTES het denkbeeld van zijne wet aan SNELLIUS heeft ontleend, deelen wij het hier in zijn geheel mede. Er blijkt eenerzijds uit dat GOLIUS niet aan kwade trouw dacht en het althans *hem* niet bekend was dat DESCARTES toenmaals de handschriften van SNELLIUS had ingezien, andererzijds is het echter zeer onwaarschijnlijk, dat GOLIUS zijn vondst aan DESCARTES, met wien hij in druk vriendschapsverkeer stond, niet zoude hebben medegedeeld. Bij de uitgave der *dioptrica* in 1638 heeft DESCARTES dan geweten, dat SNELLIUS hem vóór was geweest.

»*id autem*" — schrijft GOLIUS — »*officio postulato reliquo* »*optabilius esse, tibique fore gratius confido, pro quo fidem* »*ante menses aliquot operamque obstrinxi meam; nisi forte et* »*hic quoque mihi fraudi sit longa cunctatio; quod tamen ut* »*minus metuam, facit tum difficultas et momentum rei, tum* »*aequitas et facilitas animi tui. Neque enim asserere hactenus* »*fui ausus ingeniosi* DESCARTES *inventum; quod tamen seu* »*praesagio seu affectu quodam apud te jactare non extimue-* »*rum, sc. Refractionis leges, ab illo descriptas, quas veras* »*esse et ipsius naturae, me credere visus et ratio nunc cogunt.* »*Coepi nuper experimenta quaedam, incidique paulo post in* »*Snelliana plurima, quae ambiguitatem et scrupulum exemerunt* »*omnem. Ambo illi, qui dici merentur magni Mathematici,* »*haud unquam inter se cogniti, diversis locis et temporibus* »*contrarias ingressi vias, per principia et causas Gallus, per* »*effectus et observata Batavus, aliis et diversis verbis con-* »*cluserunt prorsus idem. Quod neque celare Ampl. tuam, neque* »*sine studio divulgare velim, quô et tibi mea constet observan-* »*tia, et inventoribus sua in solidum gloria.* SNELLIUS *vene-*

*) Handschriften, 42*a*.

»*randae memoriae, praeceptor meus, cum ex Vitellionis cal-*
»*culo et tabulis, tum ex propriis ad observata plurima eaque*
»*saepius et diversimode repetita, subductis, hoc formavit theo-*
»*rema opticum.*"

En nu volgt de brekingswet, zooals SNELLIUS ze formuleerde, welker identiteit met die van DESCARTES door GOLIUS gemakkelijk wordt aangetoond.

Ten huize van GOLIUS in April 1632 had waarschijnlijk de eerste ontmoeting plaats tusschen HUYGENS en DESCARTES. Welken indruk beiden op elkander maakten blijkt uit voorhanden brieven. »*Ex quo postremo a te abii*", meldt HUYGENS *) aan GOLIUS »*vir doctissime atque amicissime, secuta me* »*imago est mirabilis Galli, amici, non citra invidiam meam,* »*tui, cujus in magnâ urbe paulum sepultae distat inertiae celata* »*virtus. Illam praecipue, quam de Refracti radii demonstra-*»*tione tanquam de re levi ac perspicua spem fecit, nusquam* »*deposui*" terwijl DESCARTES aan HUYGENS' zwager DE WILHEM op 23 Mei 1632 schrijft †): »*Je ne scay que respondre* »*à la courtoisie de M, Huguens sinon que je cheris l'honneur* »*de sa connaissance comme l'une de mes meilleures fortunes,* »*et que je ne seray jamays en lieu ou je puisse avoir le bien* »*de le voir que je n'en recherche les occasions*" en dat die wederzijdsche bewondering nog aangroeide bij nieuwe persoonlijke ontmoetingen, bewijzen de krasse woorden van HUYGENS: »*Pardonnez, s'il vous plaist à la forte impression* »*que vous m'avez laissée de quelque chose de surhumain*" §) en niet minder de merkwaardige zinsneden door den Heer UNGER in Oud-Holland uit een brief **) van DESCARTES aan GOLIUS aangehaald: »*Mais ce qui vaut mieux que tous les* »*tourneurs du monde, c'est que* M. ZUYLICHEM *que j'ay eu* »*l'honneur de voir ces jours à Amsterdam après avoir eu la* »*patience d'ouir lire une partie de ma dioptrique, s'est offert*

---

*) *Latijnsche brieven.* Brief N°. 156. 7 Apr. 1632.

†) FOUCHER DU CAREIL, *Oeuvres inédites de* DESCARTES, T. 2, p. 23.

§) *Lettres françaises* I, p. 643; brief van 28 October 1635.

**) Inleiding tot het Dagboek. De brief (van 6 April 1635) bevindt zich in het Rijksarchief, Verzameling BEELDSNIJDER VAN VOSHOL, doos XXXII.

»*d'en faire faire lui-même quelque espreuve, ce qui me met entiè-*
»*rement hors de peine de ce côté, car je m' assure que s'il est*
»*possible que la chose réussise, il en trouvera les expédients*
»*plutost que personne*" zoo luidt het aldaar, en later: »*Je*
»*ne tire pas peu de vanité de ce que je ne luy ait sceu dire*
»*aucune chose qu'il ne comprist quasi avant que j'eusse com-*
»*mencé de l'expliquer*".

Mocht men echter uit deze woorden — waartoe hun letterlijken zin aanleiding geeft — willen afleiden dat Huygens zich op het gebied van de wiskundige theorie der dioptrica geheel te huis gevoelde, dan zoude men zich bedriegen. Niets is er in zijne correspondentie of elders te vinden wat ons noopt aan zijne oprechtheid te twijfelen wanneer hij, schrijvende aan Descartes »*pour incapable que je*
»*soye de vostre belle theorie je ne vous demeureray pas toujours*
»*en faute de l'industrie méchanique*" *) en aan Hortensius »»*sane ignarus, sed totius opticae ardentissimus amans*" †) zijn standpunt tegenover die theorie te kennen geeft. *Wèl* levert deze lofspraak een nieuw getuigenis van de vlugheid van bevatting van Constantijn en de gemakkelijkheid waarmede hij zich in de denkbeelden van anderen wist in te werken.

Welke de dioptrische proef was waarvoor Huygens zijne medewerking had toegezegd, en die de aanleiding werd tot het ontstaan der tamelijk uitgebreide correspondentie tusschen hem en Descartes, zullen wij spoedig zien. Vooraf ga een woord over den vorm, waarin een gedeelte dier correspondentie voor ons toegankelijk is en over hare lotgevallen.

In de op het Trippenhuis aanwezige handschriften betiteld: »*Lettres françaises*" vindt men de minuten of copiën van zeventien brieven, de eerste van 28 October 1635, de laatste van 7 Juli 1645, door Huygens tot Descartes gericht. Evenzoo zijn van de brieven van Descartes aan Huygens

*) *Lettres françaises* 1, p. 643.
†) *Latijnsche brieven.* N°. 224.

meerendeels de origineelen zelven niet bekend. Wat men heeft zijn copiën door DESCARTES vervaardigd en door CLERSELIER uitgegeven *). Bij het vervaardigen dier copiën was het DESCARTES blijkbaar slechts om den hoofdinhoud te doen. Adres en jaartal ontbraken meestal, soms werden zelfs de copiën van twee brieven aaneen geschreven terwijl de lotgevallen, welke deze papieren ondergingen de verwarring nog vermeerderden. Na den dood van DESCARTES door CHANUT, den Franschen gezant in Zweden, aan CLERSELIER toegezonden, leden zij schipbreuk op de Seine en werden, na opgevischt te zijn, door onkundige handen op touwen te droogen gehangen en in de grootste wanorde aan CLERSELIER toegezonden, welke die wanorde niet verminderde toen hij besloot de brieven uit te geven, gerangschikt naar het behandeld onderwerp in plaats van naar tijdsorde. Gelukkig vond VICTOR COUSIN, toen hij tot eene nieuwe uitgaaf van DESCARTES brieven besloot, op de bibliotheek van het Instituut een exemplaar, dat er nog steeds berust, voorzien van aanteekeningen door eene onbekende, maar blijkbaar zeer deskundige hand, volgens de gissing van COUSIN, van MONTEMPUIS, volgens die van MILLET, een der laatste geschiedschrijvers †) van DESCARTES, welke beweert dat COUSIN van die aanteekeningen niet al het profijt heeft getrokken dat er uit te trekken viel, van CLERSELIER zelf. In die aanteekeningen wordt datum en adres der verschillende brieven zooveel mogelijk opgespoord. Wat de brieven aan HUYGENS betreft, kan men uit de bijlage beoordeelen in hoeverre die aanteekeningen juist zijn. Men zal moeten erkennen dat zij met zaakkennis zijn opgemaakt. Uit die bijlage zal tevens blijken dat vier brieven aan HUYGENS als autografen bekend zijn, waarvan twee niet bij COUSIN voorkomen. In

---

*) De oorspronkelijke papieren schijnen later verloren gegaan te zijn, althans men vindt er nergens melding van gemaakt en COUSIN kende ze niet.

†) *Histoire de* DESCARTES, *avant* 1637 par J. MILLET, 1867; DESCARTES, *son histoire depuis* 1637, par J. MILLET, 1870.

het geheel konden vijftien brieven met zekerheid worden opgespoord, de laatste in dagteekening van Mei 1643.

Ondertusschen was het onwaarschijnlijk dat de origineele brieven, althans die van DESCARTES aan HUYGENS verloren zouden zijn gegaan. HUYGENS die aan DESCARTES eenmaal schreef: »*Je n'entens pas sans ressentiment d'injure le doubte que vous semblez avoir, si les papiers dont il vous a pleu me gratifier autrefois ont esté conservez ou non. Il partiroit bien moins de chose de vostre main et ne se perdroit jamais dans la miene*" *) moest ze zorgvuldig hebben bijeenverzameld en bewaard, en dat dit inderdaad het geval is geweest, werd mij door eene mededeeling van den Heer MOES op het onverwachtst tot zekerheid. Tot 1825 hebben zij, naast de brieven van HUYGENS aan DESCARTES, in de verzameling van Jhr. C. A. VAN SYPESTEYN berust, en zijn in dat jaar op 30 Mei of een der volgende dagen door de firma SOTHEBY te Londen verkocht. De eene bundel (DESC. HUYGENS) voor 23 £ 2; de andere voor 12 £ 12. Informaties bij de nog bestaande firma SOTHEBY ingewonnen naar de koopers leidden tot geen resultaat. Ziehier de beschrijving in den catalogus der verkooping, waarvan een exemplaar aanwezig is op de Koninklijke Bibliotheek te 's Gravenhage, in hetwelk de gemaakte prijzen zijn aangegeven.

N°. 125. *A very curious Assemblage of letters in French, forty-six in number from M.* CONSTANTINE HUYGENS, *sieur de* ZULICHEM, *to the celebrated* DESCARTES, *between the years* 1635 *and* 1647, *with one letter to M.* VAN HOGELANDE.

The enveloppe containing these has the following title in M. DE ZULICHEM'S *handwriting:* »*Lettres que j'ay escrittes a Mons.* DESCARTES *de l'an* 1635, *jusques à* 1647, *inclus, restituées après sa mort par M.* DE HOGELANDE, 21 *Juillet* 1650".

N°. 126. *A similar Assemblage partly bound togethe*r (*but without covers*) *and partly loose; being the lettres of M.* RENÉ DES CARTES *to M.* CONSTANTINE HUYGENS *between* 1635 *and* 1649.

The letters are sixty seven in number and with the exception of one or two are entirely in French. They relate either to

*) *Lettres françaises*, I, p. 715.

transactions between the parties, DESCARTES *Works, or mathematical subjects; a few are accompanied by diagrams. In one letter of* 1641 DESCARTES *gives a list of the typographical errors in his Meditationes de prima philosophia. Interspersed are a few letters and other papers connected with the correspondence, more particularly from Mons.* A. VAN SURK, *Amst.* 19 *Nov.* 1639, *Ley.* 30 *Nov.* 1639 *and Leyd.* 21 *Dec.* 1639; *with a printed sheet entitled: Antwoordt van den WelEdelen Heer* RENÉ DES CARTES, *Heere du Perron op het gepubliceerde van de Heeren van de vroedschap der stadt Utrecht den* 13/23 *Junii des Jaers* 1643. *Uyt de Fransche tale overgheset.*

Hieruit blijkt dus dat de correspondentie meer dan driemaal den omvang had van het thans toegankelijke gedeelte. Dit gedeelte is waarschijnlijk tamelijk compleet wat de eerste jaren betreft, maar wordt daarna steeds onvollediger om voor de laatste vier of vijf jaar geheel te ontbreken. Stellig behoeft de hoop niet te worden opgegeven deze allerbelangrijkste correspondentie weder eenmaal in haar oorspronkelijken vorm te leeren kennen. Evenwel is het de vraag of de brieven van DESCARTES niet na 1825 uit een zijn gegaan. Er zijn verschijnselen die daarop wijzen. Te Leiden *) bevindt zich een eigenhandige brief van DESCARTES aan HUYGENS, die tot geleide strekte van de kleine verhandeling over Mechanica door DESCARTES voor HUYGENS geschreven. Wellicht kan daarin de reden gezocht worden waarom zij van de overigen is afgezonderd gebleven, maar drie brieven, één in de collectie van den Engelschman MORRISON, twee, welke in 1860 het eigendom werden van den Heer FOUCHER DU CAREIL †) hebben naar allen schijn oorspronkelijk tot de verzameling behoort.

Hoe het zij, de verwachting van meer mag ons niet terughouden te gebruiken 'tgeen wij bezitten en wij keeren dus terug tot de dioptrische proef, welke onder leiding van HUYGENS zoude worden ondernomen.

---

*) Collectie HUYGENS.

†) Einde Januari 1860 uit de collectie VAN VOORST, die door FREDERIK MULLER te Amsterdam onder den hamer werd gebracht.

Met weet dat in het tijdvak, waarheen wij ons verplaatsen moeten, de microscopen en verrekijkers, wat scherpte van beeld betrof, zeer veel te wenschen overlieten. De voornaamste oorzaak daarvan — de kleurschifting — werd in haar rechten aard niet begrepen en het was dus natuurlijk dat DESCARTES en anderen uitsluitend verbetering zochten door het wegnemen der *spherische aberratie*. Daar hij wist dat lenzen met zuivere boloppervlakken niet in staat zijn evenwijdige of van één punt uitgaande lichtstralen in een enkel punt te vereenigen, zocht en vond DESCARTES den vorm der oppervlakken, welke deze eigenschap wel bezitten. Daaronder kwamen omwentelingshyperboloïden en ellipsoïden voor. Door eene combinatie van elliptische of hyperbolische oppervlakken met platte en bolvormige scheen het hem mogelijk theoretisch volmaakte verrekijkers en microscopen te vervaardigen. Het kwam er slechts op aan lenzen volgens zulke vlakken af te slijpen. Daartoe had DESCARTES een werktuig bedacht dat men in zijne *dioptrique* *) uitvoerig beschreven kan vinden. Een beitel, genoodzaakt zich volgens een hyperbool te bewegen, sneed stalen mallen uit, welke gebruikt werden om den cylindrischen rand van een rad hyperbolisch uit te hollen en telkens de juiste gedaante terug te geven. Tegen dien rand werden de lenzen, op het uiteinde van de as eener draaibank bevestigd, aangedrukt, terwijl het rad langzaam draaide en beneden in een bak met slijppoeder dompelde.

Hoewel DESCARTES alles tot in de kleinste bijzonderheden geregeld had, ontveinsde hij zich toch geenszins de moeilijkheden aan de mechanische uitvoering verbonden, maar, zoo schreef hij: »*Je ne me règle pas sur la portée ordinaire des artisans, mais je veux espérer que les inventions que j'ay mises en ce traité seront estimées assez belles et assez importantes pour obliger quelques uns des plus curieux et des plus industrieux de notre siècle à en entreprendre l'exécution* †). Overi-

*) COUSIN, *Oeuvres de* DESCARTES, T. 5, p. 157.

†) Men moet dit streven van DESCARTES geenszins opvatten als de droom van een onpraktisch mathematicus. Telkens blijkt uit zijne cor-

gens had hij reeds in 1629 in betrekking gestaan tot een zekeren FERRIER, die beproeven zoude de hyperbolische lenzen te slijpen, maar, nadat veel moeite en tijd was besteed, was de zaak geëindigd met wederzijdsche klachten. Thans zoude zij op nieuw worden aangevat met behulp van een bekwaam draaijer te Amsterdam. Uit het kamp te Pannerden schrijft CONSTANTIJN 28 October 1635 *): »*L'ardeur ou vous m'avez veu de faire jouer le ressort de la machine que vous avez ordonnée pour le polissement de l'hyperbole, ne s'est point attiedie, mais vous sçavez par où mon esprit et mon corps ont rousle depuis, et certes ceste longue campagne et la suitte des occupations que je trouveray au retour, m'en ennuyent au double, mais cela prendra quelque fin un jour, et pour incapable que je soye de vostre belle Théorie je ne vous demeureray pas tousiours en faulte de l'industrie méchanique* †). *Desia l'humeur m'a prins d'envoyer au Tourneur d'Amsterdam une hyperbole soigneusement marquée de ma main, a la distance de quelques* 14 *poulces pour les points brûlants. S'il a le jugement dont il s'est vanté, il me taillera sur ceste forme un verre convexe d'un diamètre plus ample que ne sont ceux des lunettes ordinaires, et vous me pardonnerez, j'espère, si je*

---

respondentie, dat DESCARTES de meest gezonde en onbevooroordeelde meeningen had omtrent datgene, waar het bij een lens op aankomt »*ce n'est point assez de tailler un verre dont le diamètre soit de deux à trois poulces pour faire quelque chose d extraordinaire, il y s'en trouve déja qui représentent les objets sans qu'il soit besoin de couvrir leurs bords et quand cela arrive, quelque figure qu'ils aient, il faut croire qu'ils ont la bonne, mais l'important est d'en faire de plus grands qui soyent bons*". COUSIN, T. 6, p. 329. Nog in 1656 trachtte ook CHRISTIAAN HUYGENS blijkens brieven aan MOCCHI de hyperbolische lenzen te verwezenlijken.

*) *Lettres françaises*, T. I, p. 643.

†) Gebreeckt mij nog wat spels, ick weet het op te halen
Van uyt mijn eerste jeugd, 'k sal na mijn draeybank talen
Mijn ambacht lang gepleegt en ijverigh bemint,
Maar in den drang gesmoort van hoogher onderwint.
Verroeste beitelen en gudsen en formooren
Sal ick ophelderen, en drijven als te vooren
Op 't snelste van haer sné, en leveren noch waer
Van ouden voet en hand, of 't van twee jonghe waer.
Cluyswerk, reg. 553—560.

ne puis trouver sensible an Tour l'inconvenient dont vous avez faict mention en ce que les faultes du mousle doibvent causer autant de cercles dans le verre, cela est très vray à part soy, mais je suis d'opinion que le mousle se peut tenir hors de faulte perceptible au moins, nous en verrons cest essay, et vous ordonnerez par après, selon quoy le petit verre *) *ce debura regler*". Verder vermeldt HUYGENS hoe het hem ter oore kwam dat de Amsterdamsche hoogleeraar HORTENSIUS beweerde, dat de bolvorm de juiste is, en dat deze er zich mede vleide kijkers te kunnen maken, waarmede een brief op een mijl afstand zou te lezen zijn. HUYGENS verzocht hem zijn betoog te willen mededeelen of wel een kijker volgens zijn systeem te doen vervaardigen †).

Ondertusschen is de eerste hyperbolische lens gereed gekomen en zij voldoet HUYGENS, die roemt dat er niets aan te zien is van de gebreken die DESCARTES van het gebruik der draaibank, zonder het hyperbolische rad, verwachtte §); maar DESCARTES zendt ze terug **) met een stuk kaartpapier van openingen voorzien. Legde men dit tegen de platte zijde der lens, dan bleek dat de lichtstralen, op verschillenden afstand van het midden invallende, zich geenszins in een zelfde punt vereenigden, en dit was juist wat DESCARTES vreesde, daar op de gewone draaibank iedere fout zich langs

---

*) Het oculair.

†) De brief aan HORTENSIUS is te vinden onder de Latijnsche brieven, N°. 224. HUYGENS neemt de bewering van HORTENSIUS zeer ernstig op en spiegelt hem de groote voordeelen voor, die hij door zijne uitvinding zoude kunnen bereiken. HORTENSIUS had zich echter blijkbaar voorbij gepraat en waarschijnlijk vindt men hier een der oorzaken van DESCARTES' hoogst ongunstig oordeel over HORTENSIUS. DESCARTES toont zich althans zeer geraakt over de opmerking van HORTENSIUS, waar hij aan HUYGENS ironisch schrijft (*Foucher du Careil*, II, p. 227) "*Au reste vostre travail d'avoir tracé vous meme une hyperbole est bien inutile, puisque la figure circulaire est la meilleure, et il y a bien plus de raison de croyre en cecy l'autorité d'un professeur, appuiée de toutes les expériences des artisans, que les imaginations d'un hermite qui confesse ingenument qu'il n'a jamais fait aucune espreuve de ce qu'il dit*".

§) *Lettres françaises*, T. I, p. 625; 5 Dec. 1635.

**) COUSIN, 6, p. 325.

den geheelen cirkel herhaalde. Wel had DESCARTES gedacht aan de mogelijkheid, dat de vorm der hyperbool niet bij het brekingsvermogen van het gebruikte glas paste, maar neen, dat was het niet; het was in het geheel geene hyperbool.

Toch verliest HUYGENS den moed niet. DESCARTES zendt hem een eigenhandig geteekende hyperbool, wier netheid bewonderd wordt: »*Je vay remettre mon tourneur à la seconde espreuve, dans laquelle je me suis bien assuré que ses faultes ne trouveront plus le prétexte dont il m'a payé par le passé*" *). De draaijer schijnt dus de schuld op HUYGENS teekening geworpen te hebben.

Ook deze tweede proef moet zijn mislukt. In September 1637 †) toch heeft HUYGENS ingezien, dat de gewone draaibank onoverkomelijke bezwaren aanbiedt. Men zal nu DESCARTES aanwijzingen meer gaan volgen, maar toch hoopt de draaijer er wat eenvoudiger te komen en — zegt HUYGENS — het *is* een ingenieus man. Men zal in Amsterdam glazen prisma's laten maken, »hier" dat is in het legerkamp vóór Breda, zal het brekend vermogen bepaald worden, daarna zal de jonge VAN SCHOOTEN eene nauwkeurige hyperbool teekenen en HUYGENS zorgen dat de lens door den draaijer nauwkeurig wordt afgewerkt.

DESCARTES is met die volharding ingenomen §), maar twijfelt of de draaijer gelijk heeft. Ondertusschen bezoekt hij dezen in den loop van den winter, en krijgt van den man een gunstigen indruk. Er zal een houten model der machine worden gemaakt en als dit gereed is, zal DESCARTES het komen zien. Hij verzoekt HUYGENS **) hem bij tijds te waarschuwen, want hij zoude niet gaarne hebben, dat er vóór dien tijd aan de eigenlijke machine werd gewerkt. Slaagt de draaijer dan zal hij trachten hem in Frankrijk octrooi te verschaffen. Ook RICHELIEU wil in Frankrijk hyper-

---

*) *Lettres françaises*, I, 715.

†) *Lettres françaises*, I, p. 759.

§) COUSIN, T. 6, p. 329.

**) COUSIN, T. 7, p. 410.

bolische lenzen laten vervaardigen, maar DESCARTES gelooft niet dat dit gelukken zal, als hij er niet zelf bij is.

Hoe het verder liep, vernemen wij uit het toegankelijke gedeelte der correspondentie tusschen HUYGENS en DESCARTES niet; maar een brief eenigen tijd later aan FERRIER geschreven, die weder geneigdheid toonde de vroeger mislukte poging te hervatten, geeft ons verslag van den einduitslag der Amsterdamsche pogingen *), die nog krachtig zijn voortgezet. De machine om stalen mallen te maken voldeed voortreffelijk. Het wilde echter niet gelukken met behulp dier mallen het rad zóó juist af te werken, dat men er een regelmatige lens mede slijpen kon. Toch verkreeg men twee of drie lenzen, die hoop gaven, want, schrijft DESCARTES, liet men er een gedeelte van onbedekt zoo groot als het oppervlak der toen gebruikelijke lenzen, dan zag men niet veel, omdat ze zoo ongelijk en zoo slecht gepolijst waren, maar zij voldeden beter naar gelang men meer van de oppervlakte ontblootte, die dus inderdaad de verlangde hyperbolische gedaante bezitten moest. Kon men er dus slechts in slagen op de machine eene betere polijsting te verkrijgen, dan was een gewichtigen stap vooruit gedaan.

Men is daarin echter noch te Amsterdam, noch te Parijs geslaagd en zoo liep dus de poging, waartoe HUYGENS met zooveel geestdrift medewerkte, slechts op teleurstelling uit. Daarmede werd echter de eenmaal aangevangen correspondentie niet gestaakt.

Achtereenvolgens kwamen daarin zeer verschillende onderwerpen aan de orde, waarvan wij er enkelen aanstippen zullen †).

Reeds in den aanvang treedt HUYGENS als raadsman op bij de voorgenomen uitgave van DESCARTES »*Discours de la Méthode*" vereenigd met de »*Dioptrique*, *les Météores et la*

---

*) COUSIN, T. 6, p. 45.

†) Ook voor de geschiedenis van den twist tusschen DESCARTES en VOETIUS zijn de latere brieven: *Lettres françaises*, II, p. 137; II, p. 123; II, p. 247 stellig belangrijk, aan dit onderwerp waag ik mij echter niet.

Géometrie" *). Hij beveelt Willem Jansz. Blaeu als uitgever aan, welke raad om redenen die niet blijken, niet is opgevolgd, verkiest voor de figuren houtsnede boven kopergravure en drukt Descartes vooral op het hart de figuren toch in den text en niet achteraan te doen drukken. Het ongemak dat daaruit voor den lezer ontstaat, vergelijkt hij niet onaardig »*avec la peine de l'oiseau, qu'on »dit travailler à percer les Arbres et en faire tant de fois »le tour pour veoir s'il a passe"* *). Later — als de uitgave begonnen is — deelt Huygens zijn gevoelen mede over den vorm van het drukwerk, en biedt aan bij het corrigeeren behulpzaam te zijn †).

Ook op andere wijze tracht hij zich nuttig te maken door namelijk zorg te dragen voor de verzending van boeken en geschriften tusschen Descartes, die in Holland verblijf bleef houden en zijn Franschen correspondent pater Mersenne te Parijs §). Aan het verzenden van paketten per post waren groote onkosten verbonden. Men zocht dus andere gelegenheden en deze waren niet gemakkelijk te vinden. »M. de Zuylichem *n'étant pas à la Haye, je ne »sais par quelle voie je pourrais vous envoyer le livre"* **) schrijft bijv. Descartes aan P. Mersenne. Huygens had als Secretaris van den Prins vele verzendingen te doen en daar sloot men dan bij aan.

Descartes — van zijne zijde — weigert niet aan het

---

*) *Lettres françaises*, I, p. 643 (28 Oct. 1635).

†) *Lettres françaises*, I, p. 715 (15 Juni 1636); p. 769 (5 Jan. 1637).

§) Bij een dezer gelegenheden leeren wij het oordeel van Huygens over pater Mersenne kennen. Aan den (onbekenden) persoon, dien hij met de bezorging van een pakket belast, schrijft hij, »*après que le maistre Moine* (dit is pater Mersenne) *se sera acquisté de ce qu'on luy demande je seray très content que les reponses repassent par mes mains, qui ay de l'inclination pour luy, à raison de celle qu'il témoigne avoir à l'avancement des sciences; quoy que par trop embrasser il estreigne un peu mal. Ce que je vous prie de ne luy dire pas, mais bien que je suis son serviteur et attends de veoir ce qu'il promet de beau au publiq. Car il ne cessera pas d'escrire jusqu'au cercueil". Lettres françaises*, T. I, p. 783.

**) Cousin, T. 7, p. 178 (31 Maart 1638).

bescheiden verzoek van HUYGENS te voldoen om voor hem op drie bladzijden de grondslagen der mechanica en hunne toepassing op de vier of vijf voornaamste werktuigen, (katrol, hellend vlak, wig, windas, schroef, hefboom) uit een te zetten. HUYGENS las *Guido Ubaldi* en *Galileï* in de vertaling van pater MERSENNE, maar hij is niet te vreden »*m'imaginant que ces gens là ne font qu' envelopper de superfluités obscures, une chose que je m'assure que vous comprendrez en deux ou trois suppositions*" *).

Het geschriftje is bij COUSIN †) afgedrukt te vinden, terwijl het origineel te Leiden (collectie HUYGENS) aanwezig is. Onder warme dankbetuiging voor de ontvangst er van, dringt HUYGENS er bij DESCARTES op aan §) zijne denkbeelden geheel uit te werken en uit te geven »*pour ne laisser rien à dire aux scavants ni à souhaister aux apprentifs de ceste jolie estude journalière que vous aurez illustré le premier et sorti de l'embarrassante obscurité des Italiens, qui* FACIUNT NON INTELLIGENDO, *etc.*", een uitspraak, die vooral voor zoover zij *Galileï* treft, door het nageslacht niet onderschreven wordt.

Overigens heeft DESCARTES aan deze aansporing geen gevolg gegeven. Wel schrijft hij »*qu'il a omis le plus beau du sujet*" **) maar voorloopig wordt hij door geheel andere zaken in beslag genomen. Hij zoekt namelijk naar de middelen om het menschelijk leven ver boven zijne gewone grenzen te verlengen. Een tijd lang blijft dit onderwerp aan de orde zonder dat echter nieuwe bijzonderheden aan het licht komen.

Ondertusschen raadpleegt HUYGENS DESCARTES over de wonderlijke kunststukken van een zekeren dokter VAN DER STRATEN ††). Goud en diamanten beweert deze te kunnen doen smelten in den palm van iemands hand — tweemalen

---

*) *Lettres françaises*, I, p. 759.

†) COUSIN, 5, p. 431.

§) *Lettres françaises*, I, p. 817.

**) COUSIN, 7, p. 412.

††) *Lettres françaises* I. 807. Het antwoord van DESCARTES (COUSIN, T. 8, p. 53) wordt eerst recht verstaanbaar door den brief van HUYGENS.

zoude het bij den markies SPINOLA zijn gelukt — door een oplossingsmiddel zoo zacht, dat men het op de tong nemen kan, en in minder tijd als noodig is om eenige paternosters uit te spreken. Stalen staven snijdt hij in korten tijd door.

Daarna komt aan de orde de twist tusschen twee Hollandsche wiskundigen STAMPIOEN en WASSENAER. De beide brieven, welke daarover handelen, zijn belangrijk voor de kennis van de rol welke DESCARTES in dien twist heeft gespeeld. Wat ik omtrent zijne inmenging verzameld had, stond ik af aan den Heer BIERENS DE HAAN toen ik vernam dat deze de geschiedenis van dien twist in bewerking had *). Vereenigd met den brief van DESCARTES aan WASSENAER, dien ik in het Britsch Museum vond en eenige andere gegevens, doen deze brieven ons DESCARTES kennen als den geestelijken vader, zoo niet als den eigenlijken schrijver van WASSENAERS strijdschrift »den onwissen wiskonstenaer J. E. STAMPIOENUS ontdekt" en daarmede ook van het »addimentum" (met uitzondering misschien van het eerste theorema) voorkomende in VAN SCHOOTEN's *Geometria à Renato* DESCARTES.

Ook omtrent een werktuig — een perpetuum mobile — waarvan men te Amsterdam groote verwachtingen had, vraagt HUYGENS het oordeel van DESCARTES †). Als dit ongunstig luidt, onderwerpt hij er zich aan, maar laat de gelegenheid niet voorbijgaan DESCARTES uit te noodigen zelf zijne gedachten eens te laten gaan over het voordeeligst gebruik van wind en water als beweegkracht, een onderwerp van zoo groot belang voor de zeven provinciën!

Verder zien wij pater MERSENNE de tusschenkomst van HUYGENS gebruiken om van DESCARTES uitsluitsel te verkrijgen omtrent de volgende hem zeer raadselachtige kwestie: Hoe is het mogelijk dat de *hoogte* van een verticaal opgespoten waterstraal evenredig is met de drukhoogte zelf en

*) Zij verscheen *Verslagen en Mededeelingen*, 3de Reeks, Deel III, 1887, p. 69.

†) *Lettres françaises*, T, II, p. 93 (26 Mei 1642). COUSIN, T. 9, p. 87.

de *afstand* die een horizontaal gespoten waterstraal bereikt met den vierkantswortel uit de drukhoogte. Er komt een uitvoerig antwoord *) waarin de zaak ongeveer zóó verklaard wordt als men het ook thans zoude doen, welke verklaring — blijkbaar ter wille van HUYGENS en op zeer gelukkige wijze — in populairen vorm wordt gekleed.

Stippen wij ten slotte aan, dat HUYGENS ook in magnetische onderzoekingen belang blijkt te stellen, en dat de laatste brief †), welke de *Lettres françaises* bevatten, het verzoek behelst, dat DESCARTES zijne denkbeelden over de chemie mocht willen uiteenzetten »*pour veoir en combien peu de nomenclature vous comprenez tant d'eaux, de sels, d'huiles, d'essences, d'esprits*".

Alvorens tot een ander onderwerp over te gaan zij het ons geoorloofd nog een enkel woord te zeggen over den toon, die in de briefwisseling heerscht. Men voelt spoedig dat HUYGENS en DESCARTES niet geheel op den voet van gelijkheid met elkander verkeerden. Men ziet HUYGENS elk oogenblik aan zijne bewondering voor DESCARTES lucht geven en eigen oordeel aan het zijne ondergeschikt maken. DESCARTES van zijne zijde is HUYGENS blijkbaar zeer vriendschappelijk gezind. Van de bitterheid, waaraan somtijds zelfs tegen pater MERSENNE toegegeven werd, en die zonder twijfel een terugslag was van de somberheid en vermoeidheid, die zijn rusteloozen geest soms overtoog, is tegenover HUYGENS nimmer een spoor te vinden; maar zijn gevoelen spreekt hij steeds met de grootste beslistheid uit, dikwijls zonder omkleeding met redenen, en kiest daartoe vaak den ironischen vorm.

Zoo heeft HUYGENS een boek van CAMPANELLA gelezen, waaraan hij blijkbaar eenige beteekenis hecht. Men lette op de omzichtige bewoordingen, waarin hij het gevoelen van

*) COUSIN, T. 9, p. 88. Het schijnt mij dat DESCARTES zich min of meer verontschuldigt dat hij tegenover HUYGENS een weinig algebra gebruikt.

†) *Lettres françaises*, T. II, p. 247 (7 Juli 1645).

DESCARTES vraagt: »*si vous tenez tousiours la verité en séquestre, tantost nous serons aussi héritiques que le* CAMPANELLA, *dont je vous envoye le sommaire en cholere et pour peine de voz rigueurs, vous condamnant, s'il vous est nouveau à y jetter la veue, pour me dire au moins si, en attente du flambeau de voz véritez, il m'est permis de courir un peu après ce feu follet*" *). Het antwoord luidt: »*m'ayant trouvé occupé à répondre à quelques objections, qui m'étaient venues de diverses parts, j'avoue que son langage* (van CAMPANELLA), *et celui de l'Allemand qui a fait sa longue preface, m'a empêché d'oser converser avec eux avant que j'eusse achevé les dépêches, que j'avais à faire, crainte de prendre quelque chose de leur style*" †) en dan volgt in weinige woorden een algeheele afkeuring van den inhoud van CAMPANELLA's geschriften.

Kenschetsend is ook de wijze, waarop DESCARTES de toezending van HUYGENS »Orgelgebruyck" beantwoordt §). In dit werkje bepleitte HUYGENS de invoering van het orgelspel bij de godsdienstoefening. Misschien mede omdat hij vreesde door dit pleidooi den schijn van roomschgezindheid op zich te laden, laschte hij eenige harde woorden aan het adres der katholieke kerk tusschen zijn betoog in. DESCARTES, die zich, niettegenstaande zijne wijsgeerige denkbeelden, toch als goed roomsch beschouwde, prijst het werkje **), maar wreekt zich over de anti-roomsche ontboezemingen door eenige schertsende woorden: »*Pour vos raisons, je puis dire qu'elles sont si fortes et si bien choisies, que vous persuadez entièrement au lecteur tout ce que vous avez témoigné vouloir prouver; ce que j'avoue ici avec moins de scrupule à cause que je n'y ai rien remarqué qui ne s'accorde avec notre église. Et*

*) *Lettres françaises*, I, p. 817.

†) COUSIN, T. 7, p. 417.

§) COUSIN, T. 9, p. 118.

**) »*Je me persuade pourtant que l'idiome ne m'a pas empêché d'entendre le sens de vostre discours, dans lequel j'ai trouvé un ordre si clair et si bien suivi, qu'il m'a été aisé de me passer du mélange des noms étrangers qui n'y sont point, et qui ont coutume de me faciliter l'intelligence du flamand des autres*". Voorwaar eene merkwaardige en niet geringe lofspraak op de zuiverheid van HUYGENS' taal!

pour ces epithètes que vous nous donnez cependant en divers endroits, je ne crois pas que nous devons nous en offenser davantage, qu'un serviteur ne s'offense quand sa maîtresse l'appelle »Schelm" pour se venger d'un petit baiser qu'il lui a pris, ou plutôt pour couvrir la petite honte qu'elle a de le lui avoir octroyé. Il est vrai que ce baiser n'avance guère, et je voudrois qu'en nous disant de telles injures vous eussiez aussi bien déduit tous les points qui pourraient servir à rejoindre Genève avec Rome", etc.

Behalve dit verschil in toon, dat zich natuurlijk beter voelen dan bewijzen laat, treft ons ook de omstandigheid dat HUYGENS, overkropt met werkzaamheden, volgens eigen verklaring slechts over de nachtelijke uren vrije beschikking bezittende, toch zijn tijd zooveel minder kostbaar achtte dan dien van DESCARTES, die — eigenlijk gezegd — niets omhanden had. Zoo gebeurde het eens dat pater MERSENNE omgekeerd de bemiddeling van DESCARTES gebruikte om HUYGENS een pakket te doen toekomen; maar deze maakt daar dadelijk een einde aan »*pour moy je scay trop bien ce que valent les moindres moments de vostre loisir pour souffrir que ceux qui ne les considèrent pas si bien en abusent à mon avantage*" *) en hij betuigt in denzelfden brief zijne overgroote verrukking bij de ontdekking dat DESCARTES de moeite genomen heeft een opstel van hem, HUYGENS, dat hij hem ter inzage gezonden had (de verdediging tegen SAUMAISE) te copiëeren; maar is toch verontwaardigd bij de gedachte dat DESCARTES zijn kostbaren tijd aan dit copiëeren dier »*pauvres défenses*" besteedde. De copie zelf zal hij bewaren met dezelfde zorg en eerbied waarmede hij het kleinste snippertje papier van DESCARTES hand bejegent †). Mogen ook deze en andere uitdrukkingen gedeeltelijk op rekening der zeventiende-eeuwsche hoffelijkheid geschreven worden, toch straalt door de gansche briefwisseling eene mate van echte, onge-

---

*) *Lettres françaises*, T. II, p. 137 (6 Juni 1643).

†) Inderdaad vindt men in den vroeger vermelden Catalogus der verkooping van SOTHEBY: N°. 124. *A paper entitled »copie de la main de M.* DES CARTES, *de mes répliques sur une lettre de M.* SAUMAISE *M.* RIVET *touchant l'epigramme qui s'ensuit", in* M. DE ZUYLICHEM'S *hand.*

kunstelde eerbied en bewondering voor de intellectueele meerderheid van DESCARTES door, die, onzes inziens, CONSTANTIJN HUYGENS in een zeer beminnelijk daglicht stelt. En te duidelijker springt dit in het oog, als men de brieven opslaat, waarvan er ook enkelen in de »*Lettres françaises*" voorkomen, aan pater MERSENNE tegen wien HUYGENS stellig niet behoefde op te zien. Hier waait ons een geheel anderen wind tegen *).

Ook in zijne correspondentie met DIODATI †) zien wij HUYGENS het natuurwetenschappelijk gebied betreden. In 1635 had GALILEÏ zich tot de Staten-Generaal gewend om hen zijne uitvinding van de lengtebepaling met behulp der verduisteringen der satellieten van Jupiter aan te bieden, en deze waren niet ongenegen op de zaak in te gaan. Op 11 Nov. 1636 werden WILLEM BLAEU, REAAL en HORTENSIUS tot leden eener commissie gekozen met recht om zich GOLIUS toe te voegen, welke commissie GALILEÏ's aanbod onderzoeken zoude. Hoewel de zaak aanvankelijk een gunstig aanzien had en de Staten op 25 April 1637 er toe overgingen aan GALILEÏ bij voorbaat een gouden ketting en penning als waardeering zijner verdiensten toe te kennen, bleken toch aan de

---

*) Als bijv. pater MERSENNE aankomt met een plan om door middel van een hevel water zonder arbeid naar boven te voeren, merkt HUYGENS hem terecht op, dat dit verloren moeite zoude zijn, als men er bovenaan niets uitnemen kon, en maakt men daartoe eene opening in de buis, dan valt het te betwijfelen of de »FUGA VACUI" »*qui est le ressort de la machine, ne s'en aille, interrompue et morte*". Anders, ja! dan zoude men met weinig kosten een landgoed zeer kunnen verfraaijen, en men zoude den uitvinder dankbaar moeten zijn, die de omslachtige en kostbare molens overbodig maakte. Daarvan hebben wij er overigens van allerlei soort, gedreven door wind, water, paarden of menschenkracht: »*choses ordinaires et cognues par tout le monde, non que de vous, monsieur, qui n'en voulez point ignorer*".

†) *Lettres françaises*, I, p. 771, p. 821, p. 973. De eerste en laatste van 13 April 1637 en 1 April 1640 vindt men in het Italiaansch en met kleine wijzigingen in *Le opere di Galileo Galilei*, Firenze 1848, T. 7. Die van 13 Febr. 1638 ontbreekt daar.

toepassing der methode nog bezwaren in den weg te staan. Van daar langdurige onderhandelingen in den loop waarvan ELIAS DIODATI, die de correspondentie grootendeels voor GALILEÏ voerde, zich tot CONSTANTIJN HUYGENS wendde *) ten einde hem om zijne medewerking te verzoeken. Uit het antwoord van HUYGENS †) blijkt, dat hij van het wetenschappelijke vraagstuk geheel op de hoogte is. De zaak is goed op gang, meldt hij, REAAL zal aan GALILEÏ schrijven »*mais ce sera... en luy demandant un telescope de* »*sa façon, ceux de ce pais ne pouvant representer les quatre* »*satellites, dont il s'agit, sans je ne sçay quelle sorte de scintil-* »*lation, qui pourrait empêcher les observations soudaines et* »*momentanées de leur* CONIUNCTIONI, APPLICATIONI *et* ECLISSI, »*telles que l'auteur nous les specifie, de sorte, Monsieur, que* »*le rapport de ces commissaires ne s'étant peu faire que pro-* »*visoire et en partie, sans l'ayde de l'engin principal, je ne* »*voy pas quel subject le seigneur* GALILEÏ *pourroit avoir de* »*se tenir peu satisfait du delay de nos résolutions. Il restera* »*d'ailleurs l'expedient si necessaire contre les agitations de la* »*mer et l'horloge, de pareille importance à bien effectuer les* »*operations. Tout cela est de l'essence, en tant que la chose* »*regarde la navigation; si ne le voyons nous qu'en esperance,* »*et qui sçait si ce grand personnage vivra assez pour nous* »*achever d'instruire... J'advoue que,* SI SIBI CONSTAT CALCULUS »EPHEMERIDUM, *comme je suis bien content de m'en reposer sur* »*la bonne foy de l'auteur, c'est desia un grand point gagné* »*sur terre, et d'ou s'ensuivra nécessairement la réformation de* »*toute la Géographie; mais les interêts particuliers nous pressant* »*plus, et uniquement à nous voir designer en haute mer, ou* »*nous sommes tant, au regard du long que du large, vous* »*pouvez considérer qu'il n'y a que l'invention marine qui nous* »*chatouille principalement, et sans laquelle aucunement reduitte* »*à l'effect de la pratique, que nos peuples auront de la peine* »*à se tenir obligez d'un benefice general et beau, plus qu'avan-*

---

*) Deze brief is met eenige anderen van DIODATI aan HORTENSIUS en HUYGENS te vinden in *Le opere di Galileo Galilei*, T. 7.

†) *Lettres françaises*, I, p. 771.

»*tageux à leurs affaires. Mais ce sera bien moi, Monsieur,* »*qui travailleray à leur donner de plus saines impressions*".

Ondertusschen vorderden de onderhandelingen slechts langzaam en het werd duidelijk dat het wenschelijk ware een zaakkundige naar Galileï af te vaardigen. De Generale Staten moesten bewogen worden reisgeld toe te staan. »*Een netelige* »*zaak*" schrijft Huygens, »*omdat de schatkist er mede ge-* »*moeid is*" *). Toch spant hij er zich voor: »*à combien de personnes de condition et d'authorité pensez vous que nous ayons estez obligez de prècher un Evangile incognu, prins d'abord pour folie*" †). De steun van Frederik Hendrik wordt echter door hem gewonnen en Cats bewogen aan de algemeene staten het voorstel te doen om reisgeld te verleenen aan Hortensius, die binnen weinige weken vertrekken zal. Maar zoover komt het niet. Een noodlot schijnt wel op de zaak gerust te hebben. Van de leden der commissie Reaal, Blaeu en Hortensius §) was de eerste reeds in het najaar van 1637 overleden, de tweede stierf 18 October 1638 en omtrent Hortensius, die trouwens ook in Augustus 1639 overleed, behelst de laatste brief van Huygens aan Diodati eene zonderlinge onthulling »*Tout revient là cependant que feu le Sr.* Hortensius *estant venu à mourir saisy des deniers qu'on luy avoit faict fournir pour le voyage d'Italie, sans que jamais il se soit mis en posture ni debuoir de s'y acheminer; ceste frasque (ainsi l'on a voulu la baptiser) a faict refroidir beaucoup de courages, qu'on avoit eu de la peine à réchauffer*". Toch is Huygens weder bereid de poging met denzelfden ijver te hervatten; maar hij ontveinst zich de moeilijkheden niet »*force nous est de represcher*

---

*) *Latijnsche brieven*, N°. 262 aan Hortensius, 25 Jan. 1638 »*ut grave, scilicet, negotium quia ad aerarii angustias pertinet*".

†) *Lettres françaises*, I, p. 821.

§) Huygens spreekt van vier commissarissen: »*Et de faict, tous les quatres personnages desputez à cette affaire estant venuz à deceder nous en voici comme à recommencer*". De vierde was niet Golius, maar Isaac Beeckman, die reeds 20 Mei 1637 overleed. Zie van Swinden, *Verhandeling over den uitvinder der slingeruurwerken. Verh. eerste klasse v. h Instituut* 1817.

les paradoxes de cet Evangile tout de nouveau" en niemand helpt hem dan alleen BORREL, een man van veel invloed. Geeft hem, verzoekt HUYGENS — aan welk verzoek door DIODATI werd voldaan — ook eene kleine aansporing »*deux chevaux vireront mieulx le carosse qu'un seul*". Van zijne zijde belooft hij krachtige medewerking »*pour faire réussir une conception que je me représente si utile et d'un succès si indubitable*". Ook ditmaal kwam men echter niet verder. Op 15 Juni 1640 schrijft DIODATI aan GALILEÏ dat hij niets naders uit Holland vernomen heeft. De pogingen van HUYGENS moeten dus zijn mislukt; terwijl de ziekte en dood van GALILEÏ aan de zaak voor goed een einde maakte. Of GALILEÏ in staat zoude geweest zijn zijne methode toen reeds in alle opzichten, bijv. wat het vervaardigen der ephemeriden betreft, voor de zeevaart geschikt te maken, waag ik niet te beslissen.

Aan het einde onzer taak gekomen willen wij trachten in enkele woorden onzen indruk samen te vatten. Wij meenen dan dat CONSTANTIJN HUYGENS niet mag gerangschikt worden onder de zelfstandige natuuronderzoekers of wiskundigen. Geen enkel feit geeft het recht van hem te beweeren — zooals men dit bijv. veilig van JOHAN DE WITT of van den Amsterdamschen burgemeester HUDDE mag doen — dat alleen de werkzaamheden en zorgen aan de gekozen loopbaan verbonden, de volle ontwikkeling van een grooten aanleg in wis- of natuurkundige richting verhinderden. Daarentegen staat vast: zijne overgroote belangstelling en zijne scherpzinnigheid, wat betreft het zich indenken in de denkbeelden van anderen. Met spanning en opmerkzaamheid volgde hij de beweging, welke te zijnen tijde in de natuurwetenschappen op te merken viel, en geene moeite was hem te veel om hen, die er een werkzaam aandeel in namen, behulpzaam te zijn. Hij was een man, om met zijne eigene woorden te eindigen »*amoureux de l'anatomie des choses*" *).

*) *Lettres françaises*, T. II, p. 247.

BIJLAGE.

STAAT DER THANS BEKENDE CORRESPONDENTIE TUSSCHEN CONSTANTIJN HUYGENS EN DESCARTES.

I.

CONSTANTIJN HUYGENS aan DESCARTES.

(1)	28 Oct. 1635.	*Lettres françaises.*	T. I, p. 643.
(2)	5 Dec. 1635.	»	T. I. p. 625.
(3)	15 Juni 1636.	»	T. I, p. 715.
(4)	5 Jan. 1637.	»	T. I, p. 769.
(5)	18 Sept. 1637.	*Lettres françaises.*	T. I, p. 759.
(6)	23 Nov. 1637.	»	T. I, p. 751.
(7)	2 Febr. 1638.	»	T. I, p. 817.
(8)	30 Juli 1638.	»	T. I, p. 807.
(9)	15 Mei 1639.	»	T. I, p. 915.
(10)	28 Mei 1639.	»	T. I, p. 911.
(11)	28 Dec. 1639.	»	T. I, p. 855 (afgedrukt *Versl. en Med.*, Afd. Natuurk., 3de Reeks, Deel III, 1887, p. 82).
(12)	14 Aug. 1640.	*Lettres françaises.*	T. I, p. 953 (afgedrukt terzelfder plaatse, p. 101).
(13)	17 Juli 1641.	*Lettres françaises.*	T. II, p. 14.
(14)	26 Mei 1642.	»	T. II, p. 93.
(15)	6 Juni 1643.	»	T. II, p. 137.
(16)	14 Maart 1644.	»	T. II, p. 225.
(17)	7 Juli 1645.	»	T. II, p. 247.

II.

DESCARTES aan CONSTANTIJN HUYGENS.

(1) 1 Nov. 1635. FOUCHER DU CAREIL, *Oeuvres inédites de* DESCARTES, II, p. 227.

(2) Dec. 1635. COUSIN, *Oeuvres de* DESCARTES, T. 6, p. 323. Zij wordt door COUSIN beschouwd als gericht aan POLLOT en geschreven 7 Oct. 1637. Zij moet echter gericht geweest zijn aan hem die de hyperbool geteekend had, dus aan HUYGENS, en geschreven zijn tusschen Dec. 1635 en Juni 1636. Misschien heeft men met twee aaneengeschreven brieven te doen en is het eerste gedeelte niet aan HUYGENS gericht.

(3) Mei 1637. COUSIN, T. 6, p. 302. Door COUSIN gesteld op April 1637. Zij is natuurlijk geschreven kort na het overlijden (10 Mei 1637) van HUYGENS' vrouw.

(4) 5 Oct. 1637. COUSIN, T. 6, p. 329. De origineele brief is te Leiden, *Universiteitsbibliotheek*, *collectie Huygens*. Zij wijkt zeer weinig af van de minuut. COUSIN geeft het juiste adres en den datum 9 Oct. 1637.

(5) Jan. 1638. COUSIN, T. 7, p. 410. Door COUSIN gegist op 18 Febr. 1638. Uit den inhoud blijkt echter dat de brief van 2 Febr. 1638 door DESCARTES nog niet ontvangen was.

(6) Febr. 1638. COUSIN, T. 7, p. 417. Door COUSIN gesteld op 20 Maart 1638.

(7) Aug. 1638. COUSIN, T. 8, p. 53. Datum door COUSIN gesteld op 25 Aug. 1638. Adres niet door hem aangegeven.

(8) Juli 1638. COUSIN, T. 8, p. 294. Door COUSIN gegist op 25 Juli 1640.

(9) Aug. 1640. COUSIN, T. 9, p. 118. Datum noch adres door COUSIN aangegeven.

(10) 11 Nov. 1640. FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 234. Hoewel FOUCHER DU CAREIL dit briefje beschouwd als gericht aan DE WILHEM is het stellig gericht aan HUYGENS en van 11 Nov. 1640. In een brief aan pater MER-

SENNE (die dus van 18 Nov. geweest moet zijn) schrijft DESCARTES »*qu'il y avoit huit jours il avoit écrit les encloses pour luy estre adressées par M.* ZUYLICHEM *avec sa métaphysique, mais celui-ci passa par icy il y a deux jours pour aller a Groningue, avec Monsieur le prince et les rapporta comme ne pouvant écrire en France de quelques semaines*" (COUSIN, T. 8, p. 397) en in HUYGENS *Dagboek* leest men: »16 *Nov.* 1640. *Cum principe Hayâ Groningam proficiscor*". De »*encloses*" waren de brieven, te vinden bij COUSIN, T. 8, p. 387—396; »*lescrit de métaphysique*" de »*Meditationes de primâ philosophiâ, ubi de Dei existentiâ et animae immortalitate*", Paris 1641, die echter toenmaals nog geen titel hadden (zie COUSIN, T. 8, p. 395).

(11) 12 Nov. 1640. COUSIN, T. 8, p. 422. Het origineel bevindt zich in de collectie van den Engelschman MORRISON. Adres en datum worden door COUSIN (op één dag na) juist geschat. Men heeft hier een voorbeeld van twee aaneengeschreven minuten.

(12) Sept. of Oct. 1642. COUSIN, T. 8, p. 632. Gegist door COUSIN op 8 Oct. 1642.

(13) Febr. 1643. COUSIN, T. 9, p. 87. Gegist door COUSIN op 18 Febr. 1643.

(14) Maart (?) 1643. COUSIN, T. 9, p. 120. Gegist door COUSIN Maart 1643, wat zeer goed juist kan zijn.

(15) Mei 1643. COUSIN, T. 10, p. 112. COUSIN weet met datum en jaartal geen weg. Dat de brief van Mei of begin Juni 1643 moet zijn, blijkt uit het antwoord dat van 6 Juni is.

Omtrent de volgende brieven van DESCARTES is het onzeker of zij al dan niet aan HUYGENS zijn gericht.

COUSIN, T. 6, p. 313, 321; T. 8, p. 59, 63, 147, 424.

De brief T. 8, p. 147 acht ik echter gericht aan VAN SCHOOTEN op 't laatst van 1638. De brief bij FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 231 te vinden, is bepaald niet aan HUYGENS. Zij is van 1637.

III.

EENIGE BRIEVEN OMTRENT DE VERHOUDING TUSSCHEN HUYGENS en DESCARTES.

(1) 7 April 1632. CONSTANTIJN HUYGENS aan J. GOLIUS betreffende de eerste (?) ontmoeting met DESCARTES. *Latijnsche brieven, Kon. Akademie van Wetenschappen.*

(2) 23 Mei 1632. DESCARTES aan D. LE LEU DE WILHEM, zelfde onderwerp, FOUCHER DU CAREIL, *Oeuvres inédites de* DESCARTES, T. 2, p. 233.

(3) 12 Dec. 1633. DESCARTES aan D. LE LEU DE WILHEM. Oordeel over HUYGENS. FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 6. *Une famille ou j'entends qu'il ny a personne qui ne participe aux rares et excellentes qualites qui sont particulierement admirées de tous en Monsieur de Zuilicom vostre beau-frère.*

(4) 6 April 1635. DESCARTES aan J. GOLIUS. Oordeel over HUYGENS en betreffende de dioptrische proef. *Rijksarchief te 's Gravenhage; verzameling* BEELDSNIJDER VAN VOSHOL.

(5) 30 Juni 1638. HUYGENS aan HEINSIUS. Overbrenging van een verzoek van DESCARTES omtrent het uitleenen van boeken der Leidsche bibliotheek. *Latijnsche brieven, Kon. Ak. van Wet.*

(6) 22 Juni 1641. DE WILHEM aan CONSTANTIJN HUYGENS, voorstel om DESCARTES te benuttigen in een twistgeding dat de staat te voeren heeft. *Leidsche Universiteitsbibliotheek, collectie Huygens.* Waarschijnlijk betreft het dezelfde zaak, waarvan sprake is in den brief van DESCARTES van 1 Jan. 1644, DE BUDE, *Lettres inédites de* DESCARTES, p. 26.

(7) 5 Juli 1643. CONSTANTIJN HUYGENS aan D. LE LEU DE WILHEM. Raadgevingen omtrent de door DESCARTES te volgen gedragslijn in zake zijn twist met VOETIUS. *Lettres françaises*, II, p. 123.

(8) 10 Juli 1643. DESCARTES aan DE WILHEM. Betreft den vorigen brief. FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 26.

(9) 10 Juli 1643. DESCARTES aan DE WILHEM. Betreft dezelfde zaak. FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 28.

(10) 30 Aug. 1643. A. S. VAN ZURCK aan CONSTANTIJN HUYGENS. Over DESCARTES. *Leidsche Universiteitsbibliotheek, collectie Huygens.*

(11) 2 Juli 1645. DE WILHEM aan CONSTANTIJN HUYGENS. Over een geschrift in manuscript van DESCARTES, *Leidsche Universiteitsbibliotheek, collectie Huygens.*

(12) 4 Juli 1645. DE WILHEM aan CONSTANTIJN HUYGENS, over dezelfde zaak, terzelfder plaatse.

(13) 4 Aug. 1645. DESCARTES aan DE WILHEM, over een brief van HUYGENS, FOUCHER DU CAREIL, T. 2, p. 32.

(14) 26 Juli 1650. CONSTANTIJN HUYGENS aan CHANUT, Fransch gezant in Zweden. Over de nagedachtenis van DESCARTES. *Lettres françaises*, II, p. 435.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 October 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, J. A. C. OUDEMANS, A. C. OUDEMANS JR., KORTEWEG, VAN DIESEN, ENGELMANN, DIBBITS, BIERENS DE HAAN, LORENTZ, MARTIN, ZAAIJER, HOFFMANN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, SCHOUTE, DE VRIES, WEBER, TREUB, DONDERS, RAUWENHOFF, MICHAËLIS, ZEEMAN, HUBRECHT, HOEK, VAN BEMMELEN, MAC GILLAVRY, FRANCHIMONT, MULDER, PEKELHARING, FORSTER, STOKVIS, VAN RIEMSDIJK, PLACE, BAEHR, RIJKE en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris.

— Het Proces-Verbaal der vorige Zitting wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. G. C. W. BOHNENSIEG, Conservator van Teylers Stichting te Haarlem, 8 October 1887; 2°. A. J. ENSCHEDÉ, Bibliothecaris der Stads-Bibliotheek te Haarlem, 15 October 1887; 3°. J. TIDEMAN, Secretaris van het koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 3 October 1887; 4°. VAN NAAMEN, Secretaris der Overijsselsche Vereeniging tot ontwikkeling van provinciale Welvaart te Zwolle, 5 October 1887; 5°. W. F. C. VAN LAAK JR., Bibliothecaris

der Gemeente-Bibliotheek te Arnhem, 1887; 6°. E. Pesier, Ondervoorzitter der Société d'Agriculture, Sciences et Arts de l'arrondissement de Valenciennes, 6 Mei 1887; 7°. F. Krauss, Bibliothecaris van het Verein für vaterländische Naturkunde te Wiesbaden, 30 April 1887; 8°. A. Karpinsky, Directeur van het Comité géologique te St. Petersburg, 17 September 1887; 9°. den Secretaris der Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, Januari 1887; 10°. S. P. Langley, Secretaris der Smithsonian Institution te Washington, 20 September 1887; 11°. den Directeur der geological Survey te Washington, 23 September 1887; 12°. E. C. Pickering, Directeur van het Harvard College Observatory te Cambridge, 5 October 1887; 13°. J. Hambach, Bibliothecaris der Academy of Science te St. Louis, 11 October 1887; 14°. F. W. Schlissegrell, Secretaris der Elliott Society of Science and Art te Charleston, 6 October 1887; 15°. R. W. Young, Secretaris van het Canadian Institute te Toronto, 5 October 1887; 16°. S. Thorburn, Bibliothecaris der geological and natural History Survey te Sussex, 11 October 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. den Minister van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 29 September, 20 October 1887; 2°. P. A. Tiele, Bibliothecaris van 's Rijks Hoogeschool te Utrecht, October 1887; 3°. J. F. L. Schneider, Bibliothecaris der polytechnische School te Delft, 5 October 1887; 4°. A. G. Tielemans, Bibliothecaris der Université catholique te Leuven, Januari 1887; 5°. de Milloué, Directeur van het Musée Guimet te Parijs, Januari, April 1887; 6°. Ch. Schefer, Secretaris der Ecole spéciale des Langues orientales vivantes te Parijs, 23 April 1887; 7°. Duméril, Secretaris der Académie des Sciences, Inscriptions et belles-Lettres te Toulouse, 5 Maart 1887; 8°. F. Czermak, Secretaris van het naturforschende Verein te Brünn, April 1887; 9°. den Secretaris der kön. preuss. Akademie der Wissenschaften te Berlijn, 8 Mei 1887; 10°. R. Heidenhain, Voorzitter der schlesische

Gesellschaft für vaterländische Cultur te Breslau, 10 Augustus 1887; 11°. den Secretaris der Gesellschaft für bildende Kunst und vaterländische Alterthümer te Emden, 16 October 1887; 12°. Förstemann, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 25 Februari, 1 April, 15 Juni, 31 Juli, 28 Augustus 1887; 13°. P. Bortolotti, Secretaris der Académie royale des Sciences, Lettres et Arts te Modena, 25 Februari 1887; 14°. E. Tergola, Secretaris der real Accademia delle Scienze fisiche e matematiche te Napels, 16 April 1887; A. C. Trolsum, Bibliothecaris der Université royale de Norvège te Christiania, 15 April 1887; 16°. den Secretaris der Naturforscher Gesellschaft te Dorpat, April 1887; 17°. J. C. Pilling, Secretaris der U. S. geological Survey te Washington, 5, 26 Februari, 6 Mei, 17 Augustus 1887; 18°. H. Ferrer, Secretaris der California Academy of Sciences te San Francisco, 1 April 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. kennisgevingen van de Heeren Koster, Schols en Behrens, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen; 2°. kennisgevingen van het overlijden van wijlen den Hoogleeraar Dr. Gustav Kirchhoff (buitenlandsch lid der Akademie) te Berlijn, en den Hoogleeraar Dr. Eduard Luther te Koningsbergen; voorts van den Secretaris der Smithsonian Institution te Washington: Spencer Fullerton Baird; missive van Z. E. den Minister van Binnenlandsche Zaken (27 October 1887), waarin kennis wordt gegeven, dat Z. E. de voorstellen der Afdeeling nopens het beheer van het Buitenzorgfonds goedkeurt. Genoemde voorstellen, vastgesteld in eene Bestuursvergadering der Afdeeling, bijgestaan door Dr. Treub, worden voorgelezen.

De Voorzitter wijdt een woord van erkentelijkheid aan de stichters van het fonds, en aan den Minister van Binnenlandsche Zaken, die, ter stijving der baten van dit laatste, eene jaarlijksche som van *f* 700 ter beschikking stelde. Den Heer Treub wenschte hij geluk met den gunstigen uit-

slag zijner pogingen om ook Nederlandsche botanici in staat te stellen, het Buitenzorgsche station te bezoeken.

— De Heeren van Bemmelen en Dibbits brengen een gunstig rapport uit over de verhandeling van den Heer Dr. J. D. R. Scheffer te Veendam: »Onderzoekingen over de diffusie van eenige anorganische verbindingen"; tengevolge waarvan besloten wordt, haar in de werken der Akademie op te nemen.

— De Heer Martin brengt ter tafel een goed bewaard gebleven exemplaar van *Cyclocrinus Spaskii*, afkomstig uit Nederland (omstreken van Vollenhove aan de oevers der Zuiderzee) en hem ter bepaling voorgelegd door den Heer Bisschop van Tuinen, Leeraar aan de H. B. S. te Zwolle. Spreker wijst er op, dat dit fossiel, van ondersilurischen oorsprong, en zonder twijfel afkomstig uit Esthland, een van de zeer weinige voorwerpen is, uit voornoemde lagen hier te lande aangetroffen, en knoopt aan dit betoog eenige verdere mededeelingen vast over de bepaling van den oorsprong: zoowel van het scandinavisch als van het zuider diluvium in Nederland. Een kort opstel over het onderwerp wordt aangeboden voor de Verslagen en Mededeelingen.

— De Heer J. A. C. Oudemans, gehoor gevend aan het door den Heer Donders in zijne »Repliek op het antwoord van den Heer Bosscha" uitgedrukt verlangen, om den inhoud te leeren kennen van den brief van wijlen den Heer Stamkart, waarin een waarnemingsverschil van 72 microns, bij het vergelijken van meetstaven verkregen, verklaard wordt, leest de volgende zinsneden voor, op dit onderwerp betrekkelijk, en voorkomende in eene door den spreker gewaarmerkte kopie van voornoemd schrijven:

»Wij hebben bij die verrificatiën zeer getobd, waarvan de voornaamste reden, naar ik mij herinner, gelegen zijn zal in de niet zuiver getrokken strepen op onze platina el. De toestel was te zwaar om naar boven op den zolder gebragt te worden, waar wij vroeger waargenomen hebben.

De vergelijkingen hebben dus plaats gehad in een benedenkamer van het Trippenhuis, uitziende op den tuin. De verlichting was hier evenwel niet zoo goed als boven; het licht viel niet van regts en links gelijk op de verdeelstrepen van de platina el. De vergelijking met de el van VAN SWINDEN is evenwel de beste, en de beide vergelijkingen in uwe jongste letteren, waarvan de uitkomsten zijn:

N. = prototype + 177,9 + etc.
N. = prototype ÷ 179,94 + etc.

zijn het meest te vertrouwen en, behoudens narekening, goed."

»Ik hecht het meest aan de vergelijkingen van den normaalmeter met de glazen el, die door u zal gedaan worden, om de overeenkomst te zien met mijne vergelijking met de glazen el alhier, en ik vertrouw en hoop, dat het vrij wel sluiten zal."

De Heer DONDERS zegt, dat uit de aangehaalde zinsnede niet blijkt, dat de Heer STAMKART het verschil van 72 mikrons heeft toegeschreven aan slechte verlichting. Na van den inhoud van het schrijven te hebben kennis genomen, stelt hij zich voor, dit nader in het licht te stellen. De Heer J. A. C. OUDEMANS repliceert, dat hij op zijne vraag aan den Heer STAMKART om opheldering van het verschil van 72 mikrons (tusschen hét resultaat, verkregen met den platina Standaardmeter en het resultaat, verkregen met de beide andere meters) dezen brief tot antwoord kreeg, waarin over die metingen niets anders stond dan het voorgelezene, zoodat hij dat natuurlijk als een antwoord op de gedane vraag verklaren moest.

De Heer J. A. C. OUDEMANS deelt mede dat, in een weldra verschijnend stuk der Verslagen en Mededeelingen, verslag zal worden gedaan van de uitkomsten, nu onlangs door hem verkregen bij eene vergelijking van het platina kilogram met het zoogenaamde glazen kilogram van STAMKART. Dit laatste werd, na eene serie van wegingen, 1.59 milligram lichter bevonden dan in 1856. Spreker betoogt, dat dit verlies niet aan betasting kan worden toegeschreven, zoodat

ter verklaring daarvan aan weggenomen stof of neêrgeslagen waterdamp gedacht mag worden.

— De Heer STOKVIS biedt voor de boekerij der Akademie de dissertatiën aan der Heeren GODEFROY (De vochtabsorbtie uit den darm na verhooging van het keukenzoutgehalte van het bloed, in verband met de behandeling van cholera) en QUAEDVLIEG (Bijdrage tot de kennis der lotgevallen van het uitwendig aangewende Jodoform en Jodol, in verband met de verklaring der Jodoformvergiftiging), en geeft een kort overzicht van den inhoud daarvan.

— Voor dezelfde boekerij worden verder aangeboden:

1. door de Heer BIERENS DE HAAN: 1°. Nieuw Archief der Wiskunde, Deel XIV, stuk 1, en 2°. Bouwstoffen voor de geschiedenis der Wis- en Natuurkundige wetenschappen in de Nederlanden. Tweede verzameling 1887 ;

2. door de Heer STOKVIS: 2 exemplaren van het rapport der Commissie voor de cholera-therapie; eene vroeger door hem uitgesproken rede, en de rede, uitgesproken bij de opening van het natuur- en geneeskundig Congres.

— De Heer DE VRIES biedt, ter plaatsing in de werken der Akademie, uit naam van den Heer SURINGAR, eene verhandeling aan van den Heer Dr. J. M. JANSE te Leiden: »Ueber die Permeabilität des Protoplasma". De Voorzitter wijst als rapporteurs over dien arbeid aan de Heeren ENGELMANN en DE VRIES.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

OVER EENE

VERHANDELING VAN Dr. J. D. R. SCHEFFER:

ONDERZOEKINGEN OVER DE DIFFUSIE VAN EENIGE ANORGANISCHE EN ORGANISCHE VERBINDINGEN.

(Voorgedragen in de Vergadering van 29 October 1887).



In de *Verslagen en Mededeelingen* werden reeds twee verhandelingen van Dr. J. D. R. Scheffer over de Diffusie van eenige anorganische en organische verbindingen opgenomen. Thans biedt Dr. Scheffer eene derde verhandeling aan, bevattende de uitkomsten van zijn voortgezet onderzoek over de diffusieverschijnselen, in het bijzonder betreffende den invloed van de sterkte der oplossing op de grootte van den diffusiecoëfficiënt.

Hij geeft eene reeks van diffusie-proefnemingen, verricht naar de eerste methode van Graham, van waterige oplossingen van H_2SO_4, HCl, HNO_3, KNO_3, $NaNO_3$, $Pb(NO_3)^2$, $BaCl_2$, $CaCl_2$, $MgSO_4$, van verschillende sterkte, bij weinig uiteenloopende temperaturen. Eene tweede reeks van proefnemingen (waarbij nog eenige andere stoffen werden opgenomen: azijnz., zuringz., wijnsteenz., druivenz., citroenzuur, NH_3, Na_2CO_3, KOH), bij verschillende sterkten en temperaturen, volbracht hij naar de tweede methode van Graham. Om fouten weg te nemen, die bij deze wijze van werken niet te vermijden zijn, en om de standvastigheid der temperatuur des te beter te onderhouden, heeft Dr. Scheffer een nieuwen toestel van kleine afmetingen zamengesteld, met welke hij zeer nauwkeurige cijfers heeft verkregen.

Het is van belang, dat de schrijver voor eenige stoffen (HCl, $CaCl_2$, $AgNO_3$) vergelijkende diffusieproeven heeft verricht, bij welke de zuur- of zoutoplossing niet in water, maar in eene oplossing van mindere sterkte diffundeerde.

Aan het einde van zijn stuk stelt hij nog eens al de door hem verkregen diffusiecoëfficiënten tabellarisch te zamen. Hij onthoudt zich wijsselijk, om uit deze cijfers reeds thans gevolgtrekkingen te maken omtrent de betrekking tusschen de diffusiecoëfficiënten van de onderzochte zuren, bases of zouten in waterige oplossing en hunne andere eigenschappen, omdat het voorhanden materiaal daartoe nog niet voldoende is. Maar wel meent hij uit zijne bepalingen de belangrijke uitkomst reeds te mogen afleiden, dat de invloed van de sterkte der oplossingen op de diffusiesnelheid aan moleculaire aggregatiën en disaggregatiën is toe te schrijven.

Graham, Schuhmeister, Weber hadden nu eens vermeerdering, dan eens vermindering van den diffusiecoëfficiënt met toenemende sterkte der oplossing bij verschillende stoffen waargenomen, zonder zich daarvan rekenschap te kunnen geven. Wroblewsky meende dat dit verschil in geenen samenhang stond met de ons bekende eigenschappen der vloeistoffen. De Heer Scheffer toont aan dat hij vermeerdering van diffusiesnelheid — vergeleken bij de diffusiesnelheid van verdunde oplossingen — met toenemende sterkte der oplossing vindt bij stoffen wier moleculen zich met watermoleculen aggregeeren (zooals HCl, HNO_3, H_2SO_4, $CaCl_2$) en daarentegen vermindering bij stoffen, wier moleculen tengevolge van de met de diffusie gepaard gaande verdunning zich nog verder desaggregeeren (zooals nitraten, $Na_2S_2O_3$, $MgSO_4$). Daarmede is in overeenstemming, dat hij de grootste veranderingen van den diffusiecoëfficiënt in positieven of negatieven zin heeft waargenomen, wanneer eene sterkere oplossing in eene minder sterke diffundeert.

Dr. Scheffer komt tot het besluit, dat er van eene diffusie-constante bij eene zekere temperatuur eerst sprake kan zijn, wanneer de oplossing zóó sterk verdund is, dat eene

verder voortgezette verdunning geene moleculaire veranderingen meer teweeg brengt.

Aangezien de medegedeelde waarnemingen van Dr. Scheffer opnieuw zeer te waardeeren bijdragen leveren tot de studie der diffusie in oplossingen, stellen wij gaarne aan de Akademie voor, deze verhandeling in de werken der Akademie op te nemen.

Leiden en *Utrecht*,
October 1887.

J. M. VAN BEMMELEN.
H. C. DIBBITS.

EIN NEUES UNTERSILURISCHES GESCHIEBE AUS HOLLAND.

VON

K. MARTIN.

Vor Kurzem erhielt ich durch Herrn E. BISSCHOP VAN TUINEN ein Geschiebe zur Bestimmung, welches im Museum von Zwolle sich befand und bei Vollenhove gefunden wurde. Der Ort liegt bekanntlich am Ufer der Zuiderzee gegenüber Urk, und STARING verzeichnet daselbst, gleichwie auf genanntem Eilande, skandinavisches Diluvium. Das Geschiebe ist ein ausserordentlich günstig erhaltenes Exemplar von *Cyclocrinus Spaskii Eichw.*, eine fast vollständige Kugel von 25 mm. Durchmesser, zum Theil von einem Brocken grauen Hornsteins, welcher auch das Innere des Fossils ganz ausfüllt, eingeschlossen. Ein kleiner, von der ursprünglichen Aussenfläche des Petrefakts erhaltener Theil bildet sechsseitige, durch seichte Furchen begrenzte, gewölbte Feldchen, durch welche die bekannten, sternförmigen Figuren durchtreten. Daneben ist die radiale Verästelung der Innen- und Aussenfläche des Gehäuses verbindenden Canäle besonders schön zu beobachten; die einem jeden Täfelchen entsprechenden Sterne sind regelmässig 12strahlig gebaut. Der ebenfalls erkennbare Querbruch des Gehäuses entspricht der von ROEMER gegebenen Darstellung (*Lethaea palaeozoica*, Tab. III, Fig. 21ᵈ). Es ist somit die Richtigkeit der Bestimmung in jeder Hinsicht wohl verbürgt.

Interessant ist das Objekt zunächst dadurch, dass es untersilurischen Schichten entstammt, denn untersilurische Ge-

schiebe gehören in Holland zu den grössten Seltenheiten. Das stellte sich schon bei der ersten Untersuchung heraus, welche ROEMER »über holländische Diluvialgeschiebe" publicirte (*Neues Jahrb. f. Min.* 1857, pag. 385), denn derselbe fand in einer durch STARING's Vermittelung ihm zur Bestimmung übergebenen Sammlung nur ein einziges untersilurisches Petrefakt, *Platystrophia lynx Eichw.* Eine reiche, von ALI COHEN an ROEMER gesandte Sammlung holländischer Geschiebe enthielt wiederum 1 Exemplar derselben Species und ausserdem *Orthisina anomala d'Orb.* sowie *Monticulipora petropolitana Edw. Haime*, neben dem damals noch als obersilurisch angesehenen *Syringophyllum organum Edw. Haime*; unter 43 silurischen Arten waren keine anderen untersilurischen vertreten (*Neues Jahrb. f. Min.* 1858, pag. 257). STARING giebt noch 1860 an, dass untersilurische Geschiebe in Holland ganz fehlen (*de bodem van Nederland* II, pag. 99), aber offenbar nur in Folge eines Irrthums und nicht aus Zweifel an der Zuverlässigkeit des Fundortes der eben angeführten Objekte; denn gleich darauf werden (l. c. pag. 100) *Chaetetes petropolitanus* und *Spirifer lynx* unter den obersilurischen Geschieben von ihm angeführt. Als ich das reiche Material von Sedimentärgeschieben aus dem Leidener Museum untersuchte, konnte ich den bereits bekannten untersilurischen Funden keinen neuen hinzufügen (*Niederl. u. nordwestdeutsch. Sedimentärgeschiebe*, 1878); nur musste es mir derzeit noch zweifelhaft bleiben, ob das in Holland so häufige *Aulocopium variabile Mart.* dem Unter- oder dem Ober-Silur entstamme (l. c. pag. 39). Unter erratischen Gesteinen, die ich 1883 aus Overijssel beschrieb (*Aanteekeningen over errat. gest. van Overijssel—Zwolle*), fehlten untersilurische Geschiebe wiederum. Die betreffenden Spongien sind damals von mir als »obersilurisch?" bezeichnet; ROEMER wiess vor Kurzem nach, dass *Aulocopium variabile* in obersilurischen Schichten von Gotland vorkomme (*Lethaea erratica*, pag. 80. — *Pal. Abhdlgn.* von DAMES u. KAYSER II, 5, 1885). Demnach wurden bis jetzt nur 5 Species aus Holland bekannt, welche aus untersilurischen Schichten abkünftig sind, unter ihnen sind *Syringophyllum organum* und

Monticulipora petropolitana durch eine Reihe von Exemplaren, *Cyclocrinus Spaskii*, *Platystrophia lynx* und *Orthisina anomala* nur durch Einzelfunde vertreten.

Ein weiteres Interesse beansprucht der Fund von *Cyclocrinus Spaskii* durch den Umstand, dass das genannte Fossil aus anstehenden Schichten nur von Ehstland bekannt ist, so dass das Ursprungsgebiet des betreffenden Geschiebes in den russischen Ostseeprovinzen zu suchen ist; es dürfte aus einer dem Backsteinkalke aequivalenten Schicht stammen. Für *Syringophyllum organum* nimmt ROEMER die LYCKHOLM'sche Schicht in Ehstland als Ursprungsgebiet an, während es für die dem Orthocerenkalke zuzurechnenden. übrigen untersilurischen Geschiebe *) Hollands noch fraglich bleiben muss, ob sie von Schweden †) oder von den russischen Ostseeprovinzen herzuleiten sind (vgl. *Lethaea erratica* pag. 40 u. 65).

Anhangsweise möge hier noch eines in Vergessenheit gerathenen, cambrischen Geschiebes aus Holland gedacht werden, welches LUNDGREN beschrieben hat (*Geologiska Föreningens i Stockholm Förhandlingar*, II, N°. 2, pag. 44, 1874). Es fand sich unter einer grossen Zahl von Geschieben Groningens, die der dortige Bürgermeister DE SITTER der Universität Lund geschenkt hatte, und »besteht aus einem grauweissen, feinkörnigen, ziemlich harten Sandstein, der nur undeutliche Spuren von Schichtung und Schieferung zeigt" und palaeontologisch durch *Paradoxides Tessini Ang.* charakterisirt ist. LUNDGREN hebt hervor, dass das Geschiebe nicht von Schonen abkünftig sein könne, während ihm auch die Herkunft von Oeland noch zweifelhaft erschien. Nach den

---

*) Man könnte geneigt sein, *Platystrophia lynx* mit *Cyclocrinus Spaskii* auf den Backsteinkalk zurückzuführen, doch führt Staring an, dass die Species unter den Geschieben von Groningen in verkalktem Zustande angetroffen wurde (l. c.),

†) Krystallinische Gesteine, welche mit Sicherheit auf Schweden zurückgeführt werden können, kommen sowohl in Holland als im nordwestlichen Deutschland vor. So u. a. in Oldenburg, bei Gruppenbühren, ein charakteristischer Granit von ALAND (von HOLST aus Stockholm in Leiden bestimmt).

Darlegungen ROEMERS (*Lethaea erratica*, pag. 29) darf aber jetzt das Ursprungsgebiet dieses seltenen, sonst westlich von der Elbe noch nicht gefundenen Gesteines auf Oeland gesucht werden. Die Massenablagerung erratischer Geschiebe bei Groningen enthält somit neben vorherrschenden gotländischen Kalken und Petrefakten von Ehstland auch vereinzelt Gesteine von Oeland.

Von cambrischen und untersilurischen Geschieben sind in Oldenburg nur die für Holland häufigsten Vorkommnisse bekannt, *Syringophyllum organum* und *Monticulipora petropolitana*, welche beide auch in diesem Theile des nordwestlichen Deutschlands ziemlich häufig gefunden werden. In dem Holland am nächsten benachbarten Ostfriesland sind nordische Sedimentärgeschiebe überhaupt noch nicht angetroffen.

Leiden, im October '87.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 26 November 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, VAN DIESEN, SCHOLS, VAN DE SANDE BAKHUYZEN, MULDER, VAN DORP, FRANCHIMONT, VAN 'T HOFF, HOEK, ENGELMANN, MAC GILLAVRY, STOKVIS, A. C. OUDEMANS JR., KORTEWEG, TREUB, BAEHR, GUNNING, HUBRECHT, WEBER, DONDERS, FORSTER, PEKELHARING, VAN RIEMSDIJK, BEIJERINCK, ZAAIJER, HOFFMANN, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, BIERENS DE HAAN, SCHOUTE, RAUWENHOFF, VAN DER WAALS, MICHAËLIS, PLACE, en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris, en van de Letterkundige Afdeeling de Heeren: BOOT, BEETS, CAMPBELL.

— Het Proces-Verbaal der vorige vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. De gedeputeerde Staten van Friesland te Leeuwarden, 9 November 1887; 2°. A. O. KIHLMAN, Bibliothecaris der Societas pro Fauna et Flora fennica te Helsingfors, 17 October 1887; 3°. E. J. HOLDEN, Directeur van het Lick Observatory te San José, 14 October 1887; 4°. P. K. KYNGDON, Secretaris der royal Society of N. S. W. te Sydney, 29 Augustus 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van boekgeschenken van de navolgenden:

1°. Het Ministerie van Binnenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 19 November 1887; 2°. G. C. W. Bohnensieg, Conservator van Teijlers Stichting te Haarlem, October 1887; 3°. Th. Eijssell, Secretaris der Nederlandsche Juristen-Vereeniging te 's Gravenhage, 11 November 1887; 4°. Fransaglio, Secretaris van het Verein für Naturwissenschaft te Brunswijk, 22 November 1887; 5°. H. Miyake, Voorzitter van het College of Medicine, imperial University te Tokio, 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— Tot de ingekomen stukken behooren: 1°. berichten van de Heeren Behrens en J. A. C. Oudemans. dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen; 2°. de mededeeling van den Heer Buys Ballot, dat hij den 10den October l.l. den 70-jarigen leeftijd bereikte, en dus onder de rustende Leden behoort te worden opgenomen.

— De verhandelingen van de Heeren Dr. Jan de Vries en Dr. J. M. Janse, waarover door de daartoe aangewezen Commissiën (de Heeren Schoute en Bierens de Haan voor gene, de Heeren Engelmann en Hugo de Vries voor deze) een gunstig rapport wordt uitgebracht, zullen in de werken der Akademie worden opgenomen.

— De Heer Gunning leest het levensbericht van wijlen het Lid der Akademie Dr. E. H. von Baumhauer, en ontvangt voor de vervulling dezer, hem door het Bestuur der Afdeeling opgedragen, taak den dank des Voorzitters. Het gesprokene zal in het eerstvolgende Jaarboek der Akademie worden opgenomen.

— De Heer Hoek spreekt over de heterocercie der beenige visschen en herrinnert er aan dat voor de oude, nog door L. Agassiz verdedigde meening, als zouden de visschen, die vóór de Jura-periode geleefd hebben, met de tegenwoordig

nog levende Selachiërs en Ganoïden, de eenige zijn, die »ongelijkhelftige" staarten bezaten, voor een ander, een nauwkeuriger inzicht in deze zaak plaats heeft moeten maken. Ook al doet de staart der beenige visschen zich bij eene eerste beschouwing als »gelijkhelftig" voor, is er geen enkele beenvisch, die niet inderdaad heterocerk is. Afbeeldingen van praeparaten van staarten van embryonen of jongen van de zeenaald (Syngnathus), van den stekelbaars (Gasterosteus), van den kleinen grondel (Gobius), van den aal (Anguilla), van den spiering (Osmerus) en van den haring (Clupea) toonen duidelijk aan, dat al deze staarten heterocerk zijn; zij doen echter tevens zien, dat de beenige stukken, op welke de stralen der staartvin rusten, bij die verschillende geslachten van Teleostiërs zeer verschillend in vorm en in aantal zijn. Omtrent de morphologische beteekenis dezer beenige stukken verkeert men nog steeds meer of min in het onzekere HUXLEY's meening, dat die stukken zouden bestaan uit twee gedeelten van verschillende morphologische waarde, werd in den laatsten tijd opnieuw door RYDER besproken. Deze meent een bewijs voor de juistheid van HUXLEY's opvatting in de struktuur van den staart van Anguilla gevonden te hebben, zooals deze door hem waargenomen werd bij een vischje van dat geslacht van ongeveer 60 m.m. lengte. RYDER deelt mede, dat hij tot het onderzoek van Anguilla gekomen was door de overweging, dat als de stukken, waarop de stralen der verschillende ongepaarde vinnen (rug-, staart- en aarsvin) ingeplant zijn, onderling homodynaam (seriaal homoloog — RYDER) zijn, men het bewijs daarvan het gemakkelijkst op het spoor zal komen bij het onderzoek van een visch, bij welken — zooals bij den aal — die verschillende vinnen uitwendig geheel ongemerkt in elkander overgaan. RYDER vond zich in die hoop niet teleurgesteld. De aan de twee laatste wervels bij den aal vastzittende beenstukken blijken elk te bestaan uit twee andere in de lengterichting met elkander vergroeide. De op twee na laatste wervel heeft in het door RYDER onderzochte ex. een eenigszins grootere lengte; deze wervel is voorzien van één bovensten (neurapophyse) en van twee onderste bogen

(haemapophysen). Los van deze onderste bogen vindt men nabij elks uiteinde een beenstukje liggen, dat als »interosseous" beschreven wordt en als vindrager dienst doet. Ryder's meening is nu, dat ook de aan den laatsten en voorlaatsten wervel van den aal gehechte beenstukken moeten opgevat worden als te bestaan uit twee onderste bogen, elk met een beenstukje vergroeid, hetwelk hier den vindrager vertegenwoordigt. Elk der twee laatste wervels zou in dat geval een combinatie van twee met elkander vergroeide wervels voorstellen, evenals dit voor de op twee na laatste wervel uit de aanwezigheid van twee onderste bogen voortvloeit.

Spreker houdt het er nu voor, dat wat hij waarnam aan het 75 m.m. lang ex. van Anguilla, Ryder's opvatting op onverwachte wijze steunt. De langere op twee na laatste wervel (van Ryder) heeft zich bij dit ex. verdeeld in twee korte wervels: van deze is de meer naar voren gekeerde zoowel van een bovensten als van een ondersten boog voorzien, terwijl de achterste uitsluitend een ondersten boog draagt: het op jeugdiger leeftijd tegen dezen laatsten boog aanliggende »interosseous" beentje is hier vast met den boog vergroeid; hier is dus geschied, wat voor de onderste bogen der twee laatste wervels en hun interossei vermoed werd geschied te zijn.

Spreker eindigt met als zijne meening uit te spreken, dat de staartvin van den haring zeer goed met die van den aal vergeleken kan worden, en dat kleine eigenaardigheden in den bouw van de staartvin van haring, sprot en spiering, het onderscheiden dezer vischsoorten in haar larvestadiën kunnen vergemakkelijken.

— De Heer Beijerinck handelt over de uitwassen aan de wortels der Papilionaceeën, Elaeagnaceeën, van Alnus en andere planten, en betoogt dat zij hun ontstaan te danken hebben aan de aanwezigheid van zeer kleine bacteriën, in de cellen van den meristeemgordel zeer goed te onderscheiden, doch die, na in diepere lagen te zijn doorgedrongen, hunne beweging verliezen en in bacteroïden veranderen. De

meer en meer veldwinnende meening, dat deze laatsten eene soort van aleuronkorrels zijn, wordt dus door hem verworpen. De spreker heeft grond voor het denkbeeld, dat de bedoelde bacteriën uit den bodem, waar hij ze eveneens aantrof, de wortelharen binnendringen, en zich langs dezelfde openingen der celwanden verspreiden, waardoor het protoplasma der cellen met elkander in verbinding staat. Het gelukte hem de bedoelde bacteriën op daartoe ingerichte gelatineplaten voort te kweeken.

De Heer FORSTER waarschuwt tegen de opvatting, alsof bij streepkulturen in de verkregen strepen altijds slechts ééne soort van bacterie te vinden zou zijn, en prijst eene andere methode van werken aan, hierin bestaande, dat men de te kweeken bacteriën met de halfvloeibare voedingsvloeistof dooreenmenge. Bij het spoedig daaropvolgende stollen, ontstaan dan op eene menigte verspreide punten koloniën van bacteriën, op wier zuiverheid men, daar zij van de lucht zijn afgesloten, beter bouwen kan. De Heer BEIJERINCK verklaart, dat eene dergelijke opsluiting van bacteriën, ook door hem beproefd, deze in hare vermenigvuldiging sterk belemmert, en kan niet toegeven dat de streepkulturen bij zijne proeven hen ooit min gunstige uitkomsten hebben opgeleverd. Aan de gevonden bacterie in de vroeger genoemde wortels, werd door den spreker den naam van *Bacterium radicicola* gegeven.

— De Heer DONDERS drukt den wensch uit, dat de brief van wijlen den Heer STAMKART aan den Heer J. A. C. OUDEMANS, in de vorige vergadering ter tafel gebracht, als bijlage gedrukt en door den Heer OUDEMANS moge worden toegelicht, zooals hij zal meenen te behooren. Eene door hem voorgelezene korte nota zou daaronder dan eene plaats kunnen vinden.

Verder verklaart de Heer DONDERS, dat in zijne repliek betreffende de meterzaak, aan de leden der Afdeeling toegezonden, op de voorlaatste bladzijde eene noot voorkomt, waarin gewezen wordt op een verslag der *Section Française*. Die noot heeft hier geen zin en moet dus vervallen. Spreker

had nl. de vergissing begaan, het jaartal 1878, dat het verslag draagt, voor 1887 aan te zien.

— De Heer SCHOLS biedt voor de boekerij der Akademie aan: Waterbouwkunde, door HENKET, SCHOLS en TELDERS, 2de Deel, Afd. XII, 1ste Afl.

-- Daar de laatste Zaterdag in December op den 31sten valt, wordt besloten de volgende Vergadering eene week vroeger, en dus voor 24 December uit te schrijven.

— Daar er niets meer te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

VERSLAG

OVER DE

VERHANDELING VAN DEN HEER J. DE VRIES:

»OVER KWADRUPELINVOLUTIES OP BIKWADRATISCHE KROMMEN".

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 November 1887).



De verhandeling van den Heer DE VRIES, waarover wij verslag uitbrengen, is in vijf paragrafen verdeeld.

In de eerste paragraaf behandelt de schrijver de involutie I_4, op de algemeene kromme K^4 van den vierden graad voortgebracht door middel van een bundel van kegelsneden, waarvan de vier basispunten willekeurig op de gegeven kromme K^4 zijn aangenomen. Hij bewijst, dat ze 12 coïncidentiepunten heeft en met haar noodzakelijk een andere kwadrupelinvolutie I'_4 zoo in verband staat, dat de vereeniging van een willekeurig kwadrupel der eerste met een willekeurig kwadrupel der tweede steeds acht punten eener kegelsnee oplevert. Daaruit blijkt dan onmiddellijk, dat deze beide collocale corresiduale kwadrupelinvoluties dezelfde involutieomhullende bezitten en deze omhullende $\mathfrak{K}^6$ van de zesde klasse en van den 24sten graad drie dubbelraaklijnen heeft, welke op K^4 drie tweetallen van aan kwadrupels der beide involuties gemeenschappelijke puntenparen bepalen. En elk kwadrupel van I_4 levert drie paar raaklijnen der omhullende op, zoodat de raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$ bij paren en bij drietallen van paren voorkomen; de involutiekromme dier paren van raaklijnen blijkt een kromme N^6 van den

zesden graad te wezen, terwijl de involutiekromme der zestallen van raaklijnen aan $\mathfrak{K}^6$ uit N^6 en de gegeven kromme K^4 bestaat.

Vervolgens bewijst de schrijver de stelling, dat niet alleen twee corresiduale involuties I_4 en I'_4 op K^4, maar ook twee door niet van elkaar afhangende bundels van kegelsneden op K^4 voortgebrachte kwadrupelinvoluties, tusschen welke verder geen verband bestaat, zes paren van punten gemeen hebben. En daarna eindigt hij de eerste paragraaf met het onderzoek naar de verschillende wijzen, waarop de kwadrupelinvolutie I_4 door kwadrupels of deelen van kwadrupels kan worden bepaald.

In de tweede paragraaf beschouwt de Heer DE VRIES eenige bijzondere gevallen. Zoo neemt hij aan, dat de gegeven kromme K^4 een, twee of drie dubbelpunten heeft, waarbij het aantal coïncidentiepunten der involutie van 12 op 10, 8 en 6 en de graad der involutieomhullende van 24 op 20, 16 en 12 daalt, daarentegen het aantal dubbelraaklijnen der omhullende van 3 tot 5, 7 en 9 klimt. Vooral merkwaardig is het geval, waarin een dubbelpunt van K^4 deel uitmaakt van de vier basispunten van den kegelsnedenbundel, die I_4 bepaalt. Dan scheidt zich dit dubbelpunt bij elk der beide involuties I_4 en I'_4 van elk kwadrupel af en gaan dus deze beide involuties over in twee corresiduale tripelinvoluties I_3 en I'_3 met een involutieomhullende $\mathfrak{K}^4$ van de vierde klasse. En nu blijkt deze omhullende $\mathfrak{K}^4$ weer de drager te zijn van twee tangentieele corresiduale tripelinvoluties i_3 en i'_3, die de gegeven kromme K^4 tot involutiekromme hebben; zoodat er een volledige reciprociteit optreedt tusschen K^4 met haar beide puntinvoluties I_3, I'_3 en $\mathfrak{K}^4$ met haar beide lijninvoluties i_3 en i'_3.

In de derde paragraaf onderzoekt de schrijver een bijzonder geval, dat zich reeds kan voordoen bij een algemeene kromme K^4, het geval dat de beide corresiduale involuties I_4 en I'_4 een kwadrupel gemeen hebben en dus niet meer van elkaar verschillen. Hij merkt op, dat de door samenvalling van I_4 en I'_4 ontstane involutie de eigenschap be-

zit, dat twee harer kwadrupels steeds acht punten eener kegelsnee vormen, waarmee dan samenhangt dat K^4 in de punten van een willekeurig kwadrupel der involutie door een kegelsnee wordt aangeraakt. Wijl deze involuties alleen van de gegeven kromme afhangen en te gelijk met deze bepaald zijn, noemt hij ze fundamentaalinvoluties F_4.

Verder bespreekt de schrijver de involutieomhullende van F_4 en de involutiekromme van de ook hier weer gepaard voorkomende raaklijnen dier omhullende; de involutieomhullende blijkt een kromme $\mathfrak{K}^3$ van de derde klasse, de involutiekromme blijkt een kromme N^3 van den derden graad te zijn. Deze beide krommen N^3 en $\mathfrak{K}^3$ zijn Hesse'sche en Cayley'sche kromme van het net der kegelsneden door de paren van kwadrupels der involutie F_4 bepaald. En uit het bekende aantal 28 der dubbelraaklijnen van K^4 volgt dan eindelijk, dat er 63 fundamentaalinvoluties voorhanden zijn, enz.

Wat de Heer de Vries in deze derde paragraaf eerst met betrekking tot eene algemeene kromme K^4 en daarna voor krommen met bijzondere punten meedeelt, is, zooals hij zelf opmerkt, niet nieuw. Alleen biedt de wijze van ontstaan der involutie F_4 uit de samenvalling van twee corresiduale involuties I_4 en I'_4 hem het middel het bekende materiaal op zeer eenvoudige wijs synthetisch te verwerken.

In de vierde paragraaf gaat de schrijver over tot kwadrupelinvoluties, die door een bundel (K^p) van krommen van den p^{den} graad op K^4 worden voortgebracht als $4p-4$ der basispunten diens bundels willekeurig op K^4 worden aangenomen. Hij bewijst, dat deze involuties in het algemeen niet door bundels van kegelsneden kunnen worden opgeleverd en ze dus te beschouwen zijn als meer algemeene kwadrupelinvoluties dan de tot hiertoe onderzochte. Achtereenvolgens blijken deze involuties ondanks haar grootere algemeenheid echter in het aantal der coïncidentiepunten, in klasse en graad der involutieomhullende en in het aantal der aan twee dier involuties gemeenschappelijke paren met de vroeger behandelde overeen te stemmen.

Alle krommen K^p, die men door $4p-3$ willekeurig op

K^4 aangenomen punten brengt, snijden K^4 verder nog in drie vaste punten. Deze opmerking stelt den schrijver in staat den bij de voortbrenging der algemeene kwadrupel-involutie gebruikten bundel (K^p) door een net $((K^p))$ van krommen K^p te vervangen. Hierdoor vindt hij als overgang tot de volgende paragraaf op een kromme K^{p-4} een involutie I_s van den graad $s = \frac{1}{2}(p+1)(p-4)$ met een involutieomhullende van de klasse $\frac{1}{2}p(p-4)(p-5)$.

In de laatste paragraaf plaatst de Heer DE VRIES zich op het ruimste standpunt en beschouwt hij de involutie I_s op een kromme K^n door een bundel (K^p) bepaald, als $np-s$ der basispunten diens bundels op K^n liggen. Voor de klasse der involutieomhullende vindt hij $\frac{1}{2}(n-1)(2s-n)+d$, waarbij d het aantal dubbelpunten van K^n aangeeft, dat zich onder de basispunten des bundels mocht bevinden. Verder blijkt het aantal coïncidentiepunten der involutie I_s en het aantal der aan twee collocale involuties I_s en I_t gemeenschappelijke paren, wat den drager K^n aangaat, alleen van het geslacht g dier kromme af te hangen, daar voor het eerste $2(g+s-1)$, voor het tweede $(s-1)(t-1)-g$ gevonden wordt. Ten slotte bewijst de schrijver dat de involutie van den tweeden rang $I^2{}_t$, die door een net van krommen op een kromme van het geslacht g wordt voortgebracht, $\frac{1}{2}(t-1)(t-2)-g$ neutrale paren heeft.

Gaarne bevelen wij de verhandeling van Dr. J. DE VRIES ter opneming in de Verslagen en Mededeelingen aan, daar zij naar onze meening met betrekking tot de voornamelijk door Duitsche wiskundigen als EMIL WEYR, BOBEK en AMESEDER ontwikkelde theorie der involuties op kromme lijnen verscheidene nieuwe gezichtspunten opent.

Amsterdam, 26 November 1887.

P. H. SCHOUTE.
D. BIERENS DE HAAN.

KWADRUPELINVOLUTIES OP BIKWADRATISCHE KROMMEN,

DOOR

J. DE VRIES.

§ I.

1. De kegelsneden van den bundel (A_2), waarvan de basis uit de punten $a_1\, a_2\, a_3\, a_4$ eener algemeene bikwadratische kromme K_4 bestaat, snijden haar in de groepen eener kwadrupelinvolutie I_4. Wordt K_4 door eene kwadratische transformatie in eene K_5 met dubbelpunten $a_1\, a_2\, a_3$ vervormd, dan gaat I_4 over in de centrale involutie, waarvan de groepen op stralen uit a'_4 liggen en de coïncidentiepunten door raaklijnen uit a'_4 worden aangewezen; I_4 heeft dus, evenals deze bizondere involutie, 12 coïncidentiepunten.

Zijn $b_1\, b_2\, b_3\, b_4$ snijpunten van K_4 met eene kegelsnede B_2, welke het kwadrupel $\alpha_1\, \alpha_2\, \alpha_3\, \alpha_4$ bevat, dan kan K_4 voortgebracht worden door de bundels (A_2) en (B_2), wanneer men de door de punten $\alpha_1\, \beta_1\, \gamma_1$ aangewezen kegelsneden laat overeenkomen, en γ_1 zoo kiest, dat het niet behoort tot de basis van den door de 13 punten $a_i\; b_i\; \alpha_i\; \beta_1$ bepaalden K_4-bundel; immers dan heeft de K_4, welke (A_2) en (B_2) doen ontstaan, met de gegeven K_4 14 punten gemeen, waardoor slechts eene K_4 kan gaan.

De basispunten a_i kunnen dus vervangen worden door de groepen van eene tweede, corresiduale kwadrupelinvolutie I'_4, die daardoor gekenmerkt is, dat elke van haar groepen met elke groep der I_4 in eene kegelsnede ligt.

Daar de rechten $\alpha_1 \alpha_2$ en $\alpha_3 \alpha_4$ de kromme K_4 in de punten van een kwadrupel der corresiduale involutie snijden, hebben de twee I_4 dezelfde involutiekromme $\mathfrak{K}$ (omhullende der rechten, welke de punten van een groep onderling verbinden). De raaklijnen van $\mathfrak{K}$ door een punt $\chi_1 \equiv \xi_1$ van K_4 gaan naar $\chi_2 \chi_3 \chi_4$, $\xi_2 \xi_3 \xi_4$: $\mathfrak{K}$ is dus eene kromme der 6de klasse.

2. Tot de gemeenschappelijke raaklijnen van K_4 en $\mathfrak{K}^6$ behooren de rechten, welke door de 24 coïncidentiepunten van I_4 en I'_4 bepaald zijn. Elke der overige gemeenschappelijke raaklijnen snijdt K_4 in de punten χ' en ξ', die met het raakpunt $\chi \equiv \xi$ tot een groep van I_4 resp. I'_4 behooren, zoodat in deze rechte twee raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$ vereenigd zijn en $\chi \equiv \xi$ een raakpunt van K_4 en $\mathfrak{K}^6$ is.

Behalve deze $\frac{1}{2}(12 \times 6 - 24) = 48 : 2 = 24$ raakpunten hebben $\mathfrak{K}^6$ en K_4 de 2×24 punten gemeen, welke de coïncidentiepunten tot kwadrupels aanvullen, omdat voor elk dezer vertakkingspunten twee raaklijnen naar $\mathfrak{K}^6$ samenvallen. $\mathfrak{K}^6$ is dus van de orde 24, zoodat zij 3 dubbelraaklijnen bezit, welke K_4 in 6 aan beide involuties gemeenschappelijke paren snijden.

3. De raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$ vormen eene paarinvolutie I_2, in welke elke rechte door twee punten van een kwadrupel is toegevoegd aan de rechte, welke de beide overige punten verbindt. Met elk punt q op de rechte R komen dan overeen de 6 punten q', in welke R wordt gesneden door de raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$, welke in I_2 bij de raaklijnen uit q behooren. Telkens wanneer q met een der punten q' samenvalt, zijn er nog slechts 4 van q verschillende punten q', zoodat de coïncidentiepunten van het symmetrische stelsel van den 6^{den} graad *), dat door q en q' gevormd wordt, 2 aan 2 vereenigd zijn tot een snijpunt van een paar der I_2.

»De nevenhoekpunten $n_1 n_2 n_3$ der volledige vierhoeken,

---

*) Op eene rationale kromme heeft een symmetrisch stelsel van den graad p steeds $2p$ coïncidentiepunten. Zie Weyr: »Principes d'une théorie des systèmes symétriques". *Mem. de la soc. d. sc. ph. et nat.* Bordeaux 1874, of *Beiträge zur Curvenlehre.* Wien 1880.

»waarvan de kwadrupels van I_4 de hoekpunten zijn, liggen »op eene kromme der 6[de] orde N_6".

Blijkbaar zijn de snijpunten van N_6 en K_4 de coïncidentiepunten der beide corresiduale involuties *).

4. Voor twee willekeurig op K_4 gegeven kwadrupelinvoluties kan men de bases p_i en q_i ($i = 1, 2, 3, 4$) der K_2 bundels steeds zoo kiezen, dat zij geen punt gemeen hebben. Worden aan elke P_2 (door p_i) de krommen Q_2 toegevoegd, welke zij op K_4 snijdt, dan vormen de bundels (P_2) en (Q_2) eene (4, 4) overeenkomst. De puntreeksen, die zij op eene rechte R bepalen, zijn in (8, 8) overeenkomst, zoodat de voortgebrachte kromme van de 16[de] orde is. Gaat R door een basispunt, dan ontaardt de (8, 8) in eene (8, 4), zoodat p_i en q_i 4voudige punten zijn. Daar K_4 deel uitmaakt van de gevormde K_{16}, is het andere deel eene kromme L_{12} met 8 drievoudige punten.

De 24 punten, welke K_4 en L_{12} buiten p_i en q_i gemeen hebben, vormen óf paren van snijpunten van overeenkomstige krommen P_2, Q_2, óf het zijn punten t, in welke eene P_2 door eene Q_2 wordt aangeraakt.

Op elke Q_2 bepaalt (P_2) 6 punten t, n.l. de coïncidentiepunten der door (P_2) ingesneden I_4; door elk punt q gaat eene P_2, die daar door eene Q_2 wordt aangeraakt; de meetkundige plaats der punten t wordt dus door elke Q_2 in 10 punten gesneden, zoodat zij eene M_5 is. Daar I_4 op de door p gebrachte Q_2 in eene I_3 ontaardt en p dan 2 punten t tot een raakpunt van Q_2 en M_5 vereenigt, snijdt M_5 de K_4 buiten p_i, q_i in 12 punten, die ook tot L_{12} behooren. K_4 bevat dus 6 paren snijpunten van krommen P_2, Q_2, m. a. w.

»Twee kwadrupelinvoluties, welke op K_4 door K_2 bundels »worden ingesneden, hebben zes paren gemeen".

5. Eene I_4 is door een kwadrupel volkomen bepaald; elke kegelsnede door de gegeven groep wijst op K_4 vier

*) N_6 vormt met K_4 de involutiekromme der I_6, tot welke de raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$ door I_4 worden gegroepeerd.

punten aan, welke de basis van den voortbrengenden (K_2) kunnen vormen.

Kent men van I_4 een tripel $a_1 a_2 a_3$ benevens een paar $b_1 b_2$, dan behooren de punten $\beta_1 \beta_2$, in welke K_4 door de rechte $b_1 b_2$ gesneden wordt, tot de corresiduale involutie. Daar elk der 3 punten, welke K_4 met de K_2 door $a_1 a_2 a_3 \beta_1 \beta_2$ gemeen heeft, als a_4 kan beschouwd worden, bepalen de gegeven punten 3 involuties.

Zijn drie paren $a_1 a_2$, $b_1 b_2$, $c_1 c_2$ gegeven, en liggen $\alpha_1 \alpha_2$ met $a_1 a_2$, $\beta_1 \beta_2$ met $b_1 b_2$ collineair, dan hebben de beide door $(\alpha_1 \alpha_2 c_1 c_2)$ en $(\beta_1 \beta_2 c_1 c_2)$ voortgebrachte involuties 6 gemeenschappelijke paren, die elk als $c_3 c_4$ kunnen beschouwd worden, zoodat men de keus heeft tusschen 6 kwadrupelinvoluties.

§ II.

6. Heeft K_4 een dubbelpunt δ, dan vermindert de klasse der K_3, in welke zij door eene kwadratische transformatie kan omgezet worden, met twee; het aantal coïncidentiepunten der I_4 wordt dus 10.

Vormen χ_1 en χ_2 met δ een kwadrupel der I_4, dan wordt K_4 door $\delta\chi_1$ en $\delta\chi_2$ in punten ξ_1 en ξ_2 gesneden, die δ tot een kwadrupel der corresiduale I_4 aanvullen; $\chi_1 \xi_1$ $(\chi_2 \xi_2)$ vervangt twee raaklijnen uit χ_1 (χ_2) en twee der raaklijnen uit ξ_1 (ξ_2) naar $\mathfrak{K}^6$, zij zijn dus beide dubbelraaklijnen der involutiekromme.

Van de 60 raaklijnen, welke K_4 en $\mathfrak{K}^6$ gemeen hebben, zijn 20 afkomstig van de coïncidentiepunten der beide involuties; de overige zijn twee aan twee tot raaklijnen in raakpunten der beide krommen vereenigd. Daar $\mathfrak{K}^6$ door K_4 in de 40 vertakkingspunten gesneden wordt, is zij van de 20ste orde; behalve de twee in δ samenkomende dubbelraaklijnen, bezit zij er nog drie, welke de gemeenschappelijke paren der beide corresiduale involuties bevatten.

Door overeenkomstige redenering komt men tot het besluit, dat I_4 op eene K_4 met 2 (3) dubbelpunten 8 (6) coïncidentiepunten heeft, en hare involutiekromme van de orde

16 (12) is, dus 7 (9) dubbelraaklijnen bezit, waarvan er door elk dubbelpunt twee gaan, en de overige door de 6 gemeenschappelijke paren van I_4 en I'_4 bepaald zijn. De beide in een dubbelpunt vereenigde punten vormen steeds een paar, dat tot alle kwadrupelinvoluties behoort.

7. Hebben op eene K_4 met een dubbelpunt δ alle groepen eener I_4 het punt δ gemeen, dan ontaardt de involutie in eene tripelinvolutie I_3, en elke groep dezer I_3 ligt met elk tripel der corresiduale I'_3 en δ in eene kegelsnede. Door eene kwadratische transformatie met fundamentaalpunten in δ en twee tot een tripel der I'_3 behoorende punten wordt I_3 omgezet in eene centrale I_3 op eene andere K_4 met dubbelpunt δ, waaruit blijkt, dat zij 8 coïncidentiepunten heeft. 16 raaklijnen van $\mathfrak{K}^4$ raken K_4 in de coïncidentiepunten der beide I_3; de overige 24 behooren tot 12 raakpunten der beide krommen. Met oog op de 16 vertakkingspunten, welke elk een coïncidentiepunt tot een tripel aanvullen, is $\mathfrak{K}^4$ van de 10de orde, dus van hetzelfde geslacht als K_4.

8. Zijn $x_1 \equiv \xi_1$ en $y_1 \equiv \eta_1$ de snijpunten van K_4 met een straal S door δ, dan wordt K_4 door de rechten $X_1 \equiv x_2\, x_3$ en $\Xi_1 \equiv \xi_2\, \xi_3$ in $\eta_2\, \eta_3$ en $y_2\, y_3$ gesneden. De beide raaklijnen der $\mathfrak{K}^4$, die op deze wijze met S overeenkomen, behooren tot de eenige paarinvolutie, tot welke de punten eener kromme van het tweede geslacht kunnen gebracht worden, zoodat hun snijpunt s op de dubbelraaklijn Δ van $\mathfrak{K}^4$ moet liggen *).

Door de tripels van I_3 en I'_3 worden de raaklijnen van $\mathfrak{K}^4$ tot twee tripelinvoluties i_3 en i'_3 gegroepeerd, die corresiduaal zijn op eene wijze reciprook overeenkomende met het verband tusschen I_3 en I'_3. Immers de raaklijnen $X_2 \equiv x_1\, x_3$, $X_3 \equiv x_1\, x_2$, $\Xi_2 \equiv \xi_1\, \xi_3$, $\Xi_3 \equiv \xi_1\, \xi_2$ komen

*) Eene I_2 op K_4, welke verschilde van de door stralen uit δ bepaalde involutie, zou uit δ geprojecteerd worden door een symmetrisch stelsel van den 2^{den} graad met de 6 raaklijnen als vertakkingsstralen. Daar zulk een stelsel niet meer dan 4 vertakkingselementen kan hebben zonder te ontaarden in een stelsel, waarin elk element met zichzelf overeenkomt, is op K_4^{10} de centrale I_2 de eenige.

samen in $x_1 \equiv \xi_1$, terwijl X_1 en Ξ_1 op Δ hun snijpunt hebben; met Δ vormen zij dus de gemeenschappelijke raaklijnen van $\mathfrak{K}^4$ en eene in twee punten ontaarde kromme der tweede klasse. Blijkbaar is K_4 de gemeenschappelijke involutie kromme van i_3 en i'_3, n.l. de meetkundige plaats der snijpunten van overeenkomstige raaklijnen. Zijn x_2 en x_3 tot een coïncidentiepunt van I_3 vereenigd, dan vormen X_2 en X_3 een coïncidentiestraal met X_1 als vertakkingsstraal.

9. Valt $s \equiv (X, \Xi)$ met een raakpunt der dubbelraaklijn Δ samen, dan is een der rechten X, Ξ met Δ vereenigd. Wordt K_4 door Δ in $b_2\, b_3\, b'_2\, b'_3$ gesneden, zoodat $\Delta \equiv B_1 \equiv B'_1$, dan is $\delta \equiv b_1 \equiv b'_1$; zijn a_1 en a'_1 de tangentiaalpunten van δ, dan gaan de raaklijnen A_1 en A'_1 van $\mathfrak{K}^4$ door haar raakpunten met Δ.

De meetkundige plaats der nevenhoekpunten $n_1 \equiv (\delta\, x_1, x_2\, x_3) \equiv (S, X_1)$ snijdt S in twee punten, die op elke raaklijn uit δ naar K_4 samenvallen; op eene willekeurige rechte bepaalt zij de coïncidentiepunten eener (4, 2) overeenkomst, in welke q als punt van eene raaklijn X_1 aan 4 punten op stralen S, als punt op een straal S aan 2 punten op raaklijnen X, Ξ is toegevoegd. Op Δ ontaardt (4, 2) in de (1, 1) der puntreeksen, die door $s \equiv (X, \Xi)$ en (S, Δ) worden doorloopen; N_6 heeft dus dubbelpunten in de coïncidentiepunten dezer (1, 1), en daar zij in δ een viervoudig punt bezit, is ook zij eene kromme van het geslacht twee *).

10. Met de centrale I_3 op stralen uit p heeft I_3 de beide paren gemeen, welke gelegen zijn op de raaklijnen der $\mathfrak{K}^4$ naar de punten, die met p een tripel der I'_3 vormen. Nu kan van twee willekeurige tripelinvoluties door kwadratische transformatie van K_4 eene in eene centrale I_3 op de nieuwe K_4 omgezet worden; derhalve hebben twee I_3 steeds 2 paren gemeen. Zijn de involuties corresiduaal, dan liggen deze paren op de dubbelraaklijn hunner $\mathfrak{K}^4$.

---

*) Omdat het snijpunt s der beide door S bepaalde raaklijnen der $\mathfrak{K}^4$ steeds op Δ ligt, kan N_6 geen dubbelpunt buiten Δ bezitten.)

Op dergelijke wijze blijkt, dat I_3 met eene collocale I_4 4 paren gemeen heeft.

11. Liggen op eene K_4 met dubbelpunten δ en δ' de groepen eener I_3 in kegelsneden door δ, dan vormen de beide in δ' vereenigde punten een gemeenschappelijk paar van I_3 en I'_3. De punten a en α, welke δ' tot tripels aanvullen, worden dan door eene K_2 verbonden, die in δ' vier punten met K_4 gemeen heeft, dus in $\delta\,\delta'$ en een straal door δ' ontaardt, die voor elk der punten a, α twee raaklijnen van $\mathfrak{K}^4$ vervangt, dus eene tweede dubbelraaklijn der involutiekromme is.

Daar men door kwadratische transformatie 6 coïncidentiepunten der I_3 kan aantoonen, heeft $\mathfrak{K}^4$ met K_4 10 raakpunten en 12 vertakkingspunten gemeen, zoodat zij van de 8ste orde, en evenals K_4 van het eerste geslacht is. Ook kan gemakkelijk bewezen worden, dat elk der beide krommen de involutiekromme is van twee door de andere gedragen corresiduale involuties. Daar $\delta\,\delta'$ twee der 6 raaklijnen vervangt, welke $K^{10}{}_4$ en $N^{14}{}_6$ uit δ gemeen hebben, wordt δ' een derde dubbelpunt op N_6, en gaat deze ook in eene kromme van het geslacht 1 over.

De paarinvoluties I_2, in welke eene I_4 ontaardt, wanneer alle kwadrupels δ en δ' gemeen hebben, zijn uitvoerig behandeld door Ameseder in »Ueber Configurationen und Polygone", *Wiener Sitzungsberichte*, 1886, Bd. XCIII. De involutiekromme is in dat geval eene $\mathfrak{K}^2$, die K_4 4 maal raakt.

§ III.

12. Daar eene I_4 door een kwadrupel volkomen bepaald is, zullen twee corresiduale I_4, welke een kwadrupel gemeen hebben, identiek worden. In dat geval wordt K_4 in de punten van elke groep door eene K_2 aangeraakt en liggen de raakpunten van twee tot hetzelfde stelsel behoorende 4 maal rakende kegelsneden op eene derde K_2; de door een kwadrupel bepaalde ontaarde kegelsneden geven dus drie nieuwe kwadrupels der involutie, die fundamentaalinvolutie

(F_4) kan genoemd worden, omdat aanstonds zal blijken, dat zij te gelijk met K_4 gegeven is.

De involutiekromme ontaardt in eene $\mathfrak{K}^3$, welke K_4 in de 24 vertakkingspunten snijdt en de raaklijnen in de 12 coïncidentiepunten met haar gemeen heeft, terwijl de overige gemeenschappelijke raaklijnen door 12 dubbelraaklijnen van K_4 vertegenwoordigd zijn. Eene F_4 kan dus bepaald worden door een kwadrupel te vormen uit de raakpunten van twee dubbelraaklijnen; daar de 28 dubbelraaklijnen tot 378 paren kunnen gerangschikt worden en elke F_4 6 paren bevat, zijn er 63 stelsels van 4 maal rakende kegelsneden.

De nevenhoekpunten der kwadrupels van F_4 worden door eene N_3 verbonden; immers de zijden van elken volledigen vierhoek vormen als raaklijnen eener $\mathfrak{K}^3$ drie paren eener fundamentale kwadratische involutie van corresponderende raaklijnen, waarvan N_3 de involutiekromme is; tevens is zij de Hessiana van het $K_2 =$ net, waartoe, behalve de 4 maal rakende kegelsneden, ook de K_2 behooren, welke twee groepen van raakpunten bevatten, waarvoor $\mathfrak{K}^3$ de Cayleyana is. Het bij elke F_4 behoorende $K_2 =$ net bevat 15 kegelsneden, welke de raakpunten van 4 dubbelraaklijnen verbinden, en 12 kegelsneden, die K_4 2 maal raken en verder 4 op elkander volgende punten met haar gemeen hebben; deze 12 undulatiepunten liggen op N_3 *).

13. Op eene K_4 met dubbelpunt δ bevat elke F_4 een kwadrupel, dat uit δ en de raakpunten t, t' van twee uit δ getrokken raaklijnen T, T' bestaat. De kegelsneden, welke de groepen van F_4 met δ, t, t' verbinden, behooren dan tot een bundel (D_2) met vaste raaklijn in δ; de punten, welke deze nog met K_4 gemeen heeft, vormen dus een kwadrupel met de beide op $t\,t'$ gelegen punten. $\mathfrak{K}^3$ raakt K_4 in t, t' en snijdt haar in 20 vertakkingspunten; de aan beide krommen gemeenschappelijke raaklijnen zijn vertegenwoordigd door 10 raaklijnen in coïncidentiepunten, de dubbel tellende T, T' en 8 dubbelraaklijnen der K_4.

*) Eene analytische afleiding dezer eigenschappen vindt men in SALMON-FIEDLER, *Höhere ebene Curven*, 2te Aufl. Seite 293.

De 120 paren dubbelraaklijnen behooren 4 aan 4 tot 30 stelsels 4 maal rakende kegelsneden; daar elk stelsel twee raaklijnen uit δ bevat, behoort elk paar T, T' tot 2 stelsels F_4; door δ, t, t' gaan dus twee bundels (D_2) *).

14. Door T wordt, in verbinding met eene dubbelraaklijn Δ eene fundamentale F_3 bepaald, waarvan de groepen bestaan uit raakpunten van 3 maal rakende, door δ getrokken kegelsneden. Hare involutiekromme is eene $\mathfrak{K}^2$ door de 8 vertakkingspunten, die met K_4 de raaklijnen der coïncidentiepunten benevens 6 dubbelraaklijnen Δ gemeen heeft, welke met de raaklijnen T de ontaarde kegelsneden der F_3 vormen. Verbindt men eene T achtereenvolgens met elke der 16 Δ, dan verkrijgt men de 16 stelsels F_3, welke K_4 toelaat.

$\mathfrak{K}^2$ vormt met δ de Cayleyana van het K_2 = net, waartoe de 3 maal rakende K_2 en de K_2 door twee tripels behooren; de Hessiana is eene N_3 met dubbelpunt δ, die K_4 in 8 undulatiepunten van elders rakende K_2 ontmoet en de raaklijnen T in de punten snijdt, welke zij met de toegevoegde Δ's gemeen hebben.

15. Heeft K_4 een keerpunt ϱ, dan zijn in t, t' (zie 13) telkens drie snijpunten van K_4 en $\mathfrak{K}^3$ vereenigd, zoodat T en T' elk driemaal als gemeenschappelijke raaklijn in rekening gebracht worden; behalve de raaklijnen der 9 coïncidentiepunten der F_4 hebben zij dus 6 dubbelraaklijnen gemeen. De 10 dubbelraaklijnen behooren 6 aan 6 tot 15 stelsels 4 maal rakende kegelsneden, zoodat elk paar T, T' slechts in eene F_4 voorkomt.

De beide tripels, welke op eene K_4 met dubbelpunt tot eene F_3 behooren, vereenigen zich tot een, als δ in een keerpunt ϱ overgaat, waardoor K_4 twee raaklijnen uit ϱ met $\mathfrak{K}^2$ gemeen heeft. Van de 6 raaklijnen T vormen dus slechts 4 met 4 dubbelraaklijnen eene ontaarde, 3 maal rakende K_2; het aantal stelsels F_3 is derhalve ook 15 †).

---

*) Andere eigenschappen der F_4 vindt men in BOBEK, Ueber Curven 4ter O. vom Geschlechte 2 (Bd. LIII der *Denkschrifte der K. Ak. d. Wiss. in Wien*).

†) Deze uitkomsten zijn analytisch afgeleid door BOBEK, l. c.

16. Op eene K_4 met dubbelpunten δ_1, δ_2 wordt eene F_4 gevormd door de raakpunten der tot de verschillende paarinvoluties I_2 behoorende involutiekegelsneden $\mathfrak{K}^2$. Immers, daar eene I_2 door een paar bepaald is, kan men een punt χ in de beide, corresiduale, I_2 toevoegen aan zijn beide tangentiaalpunten; χ is dan een der raakpunten van $\mathfrak{K}^2$ met K_4. Tot deze F_4 behooren 4 paren dubbelraaklijnen, waarvan de 4 snijpunten de involutiekrommen $\mathfrak{K}^1$ der fundamentale paarinvoluties zijn *). De $\mathfrak{K}^3$ der bedoelde F_4 heeft met K_4 8 dubbelraaklijnen en de raaklijnen der 8 coïncidentiepunten gemeen, en snijdt haar in 16 vertakkingspunten; daar de punten δ_1 en δ_2 een kwadrupel vormen, is de rechte $\delta_1 \delta_2$ eene dubbelraaklijn der involutiekromme, zoodat deze rationaal is en met K_4 verder geen punten gemeen heeft.

Elke andere F_4 bevat twee kwadrupels, welke uit δ_1 (δ_2) met twee punten t_1 (t_2) en t'_1 (t'_2) bestaan, voor welke δ_1 (δ_2) het tangentiaalpunt is. Hare $\mathfrak{K}^3$ raakt K_4 in de 4 punten t, en heeft met haar, behalve de raaklijnen der 8 coïncidentiepunten, nog 4 dubbelraaklijnen gemeen. Van de 28 paren dubbelraaklijnen behooren 4 tot de boven besproken F_4; de overige 24 bepalen, 2 aan 2 genomen, 12 involuties F_4; elk paar raaklijnen uit δ_1 (δ_2) komt dus in 2 dier stelsels voor.

§ IV.

17. Door een krommenbundel (K_p), waarvan zich ($4p$—4) basispunten op K_4 bevinden, wordt eene kwadrupelinvolutie bepaald, die in het algemeen niet door een (K_2) kan ingesneden worden. Wanneer (K_2) en (K_p) dezelfde involutie projecteren, komen zij een aan een overeen en vormen eene

---

*) Zie Ameseder, l. c. § 2. De boven behandelde F_4 is door Ameseder niet opgemerkt. Eene in § 3 besproken F_8 heeft, volgens den schrijver, 24 coïncidentiepunten; dit is in tegenspraak met de in § V van dit opstel bewezen eigenschap, welke aan eene I_8 op eene kromme van het 1ste geslacht slechts 16 zulke punten toekent.

K_{p+2}, die uit K_4 en eene K_{p-2} is samengesteld. De K'_2, welke het door K'_p bepaalde kwadrupel bevat, snijdt K_4 in 4 punten, die men als basis der (K_2) kan beschouwen. Door de $(2p-4)$ overige doorsneden van K'_2 en K'_p en $\frac{1}{2}(p-2)(p-3)$ buiten K_4 gelegen basispunten van (K_p), d. z. dus $\frac{1}{2}(p-2)(p+1)$ punten, gaat eene K_{p-2}, welke ook de overige buiten K_4 gelegen basispunten van (K_p) moet bevatten, zoodra $p > 4$. Regelt men de projectiviteit van (K_2) en (K_p) zoo, dat twee andere K_p de toegevoegde K_2 in de punten u, v der K_{p-2} snijden, dan heeft de door beide bundels gevormde K_{p+2} met K_{p-2} gemeen $(p-2)^2$ basispunten, $(2p-4)$ snijpunten van K'_2 en K'_p, benevens de punten u, v, d z. dus $(p-2)p+2$ punten. Daar nu p^2-2p+2 slechts voor $p < 3$ grooter is dan $(p+2)(p-2)$, zal K_{p-2} geen deel uitmaken van K_{p+2}.

Is $p = 3$, dan kan men een buiten K_4 gelegen snijpunt van K'_2 en K'_3 met het 9de basispunt van (K_3) door eene K_1 verbinden en twee paar door willekeurige punten der K_1 aangewezen krommen laten overeenkomen; de daardoor gevormde K_5 zal in het algemeen niet in $K_1 + K_4$ ontaarden. Op dezelfde wijze blijkt, dat voor $p = 4$ de door 4 basispunten van (K_4) en een snijpunt van K'_2 en K'_4 bepaalde K_2 zich niet als deel zal afscheiden van de voortgebrachte K_6.

18. De paren, welke de door (K^r) ingesneden I_4 met de centrale I_4, uit het punt o, gemeen heeft, behooren tot eene kromme L, welke ontstaat, als men aan de stralen K_1 de krommen K_p toevoegt, door welke zij op K_4 gesneden worden. Op de rechte R worden dan door (K_1) en (K_p) twee puntreeksen in $(4, 4p)$ overeenkomst bepaald, zoodat L, wanneer men in aanmerking neemt, dat 4 coïncidentiepunten der beide reeksen tot K_4 behooren, van de orde $4p$ is. Gaat R door een op K_4 gelegen basispnnt β, dan vormen de puntreeksen eene $(4, 4p-4)$; hebben alle K_p in een punt δ van K_4 dubbelpunten, dan wordt de overeenkomst eene $(4, 4p-8)$; L gaat dus 3 maal door elk punt β en 7 maal door elk punt δ. Bevat K_4 d punten δ, dus $(4p-4-2d)$ punten β, dan hebben K_4 en L behalve de

punten β, δ nog $16p-7d-3(4p-4-2d)=4p+12-d$ snijpunten.

Wordt elke K_p toegevoegd aan haar poollijn K_{p-1} naar o, dan ontstaat eene kromme M van de orde $(2p-1)$, die door de raakpunten der uit o aan (K_p) getrokken raaklijnen gaat. Daar de puntreeksen, welke (K_p) en (K_{p-1}) op eene rechte door β of δ bepalen, eene $(p-1, p-1)$ of eene $(p-2, p-2)$ overeenkomst vormen, gaat M door alle punten β en 3 maal door elk punt δ; zij snijdt K_4 buiten deze punten nog in $4(2p-1)-3d-(4p-4-2d)$ $=4p-d$ punten, die tot de $(4p+12-d)$ doorsneden van K_4 en L behooren: de overige 12 vormen 6 op stralen K_1 gelegen paren.

»Alle op eene algemeene K_4 door krommenbundels inge-
»sneden kwadrupelinvoluties hebben eene involutiekromme
»van de zesde klasse."

19. Elk punt p van K_4 wordt door 3 raaklijnen der $\mathfrak{K}^6$ verbonden met de punten, die p tot een kwadrupel aanvullen; de overige 3 bevatten elk een paar der I_4 benevens een punt p', dat met p tot een symmetrisch stelsel $(p, p')_3$ behoort, waarin met elk punt p drie punten p' overeenkomen, en p een der 3 punten is, welke door p' bepaald zijn.

De stralen X uit o, welke I_4 projecteren, vormen een symmetrisch stelsel $(X, X')_{12}$. Is X raaklijn van $\mathfrak{K}^6$, dan valt hij samen met twee stralen X', vertegenwoordigt dus 2 coïncidentiestralen van het stelsel; de overige 12 gaan door de coïncidentiepunten van I_4.

»Op eene algemeene K_4 heeft elke door een krommen-
»bundel voortgebrachte I_4 12 coïncidentiepunten; de bun-
»del bevat dus 12 krommen, welke K_4 raken".

Langs denzelfden weg vindt men, dat ook $(p, p')_3$ 12 coïncidentiepunten bezit.

20. De raaklijnen der $\mathfrak{K}^6$ worden door $(p, p')_3$ tot een stelsel $(T, T')_4$ gebracht, waarin de raaklijn T, welke de punten p en p' bevat, is toegevoegd aan de rechten T', die elk dezer punten verbinden met de overige in $(p, p')_3$ met hun overeenkomende punten.

Het stelsel $(T, T')_4$ snijdt eene rechte R in een symmetrisch stelsel $(q, q')_{24}$, waarin de punten q' gelegen zijn op de 4×6 raaklijnen T', die bij de 6 in q samenkomende lijnen T behooren. Ligt $q \equiv p$ op K_4, dan leveren de raaklijnen pp', pp'', pp''', elk slechts 2 raaklijnen T', die niet door p gaan, zoodat q met 6 punten q' tot een 6-voudig coïncidentiepunt vereenigd is. De overige coïncidentiepunten van $(q, q')_{24}$ outstaan uit vertakkingspunten van $(p, p')_3$; immers, is $p' \equiv p''$, dan gaat door p nog slechts ééne van T verschillende T', terwijl p' er twee levert; één punt q' is met q vereenigd; $(p, p')_3$ heeft dus 24 vertakkingspunten.

21. Door 24 gemeenschappelijke raaklijnen van $\mathfrak{K}^6$ en K_4 wordt de laatste in de coïncidentiepunten der beide stelsels aangeraakt; op de overige komt het raakpunt met één tangentiaalpunt in I_4, met het andere in $(p, p')_3$ overeen, zoodat het een raakpunt van K_4 en $\mathfrak{K}^6$ is. Daar de beide krommen behalve de 24 raakpunten nog de 2×24 vertakkingspunten gemeen hebben, is $\mathfrak{K}^6$ van de orde 24.

»De involutiekromme der I_4, welke (K_p) op eene alge-
»meene K_4 voortbrengt, is van de 24ste orde; hare 3 dub-
»belraaklijnen bevatten elk twee paren der I_4".

22. Omdat alle krommen K_p, die met K_4 $(4p-3)$ punten gemeen hebben, haar in 3 vaste punten snijden, verandert de door (K_p) bepaalde I_4 niet, wanneer een buiten K_4 gelegen basispunt door een ander vervangen wordt; I_4 is dus volkomen bepaald door een net $((K_p))$, waarvan de basis uit de $(4p-4)$ op K_4 gelegen basispunten van den oorspronkelijken bundel en $\frac{1}{2}(p-4)(p-1)$ tot eene K_{p-4} behoorende punten is samengesteld.

De stralen X door het punt o worden door $((K_p))$ in eene involutie van den p^{den} graad en 2^{den} rang I^2_p gesneden, die $\frac{1}{2}(p-1)(p-2)$ neutrale paren (basispunten van in het net begrepen bundels) bevat *).

De $\frac{1}{2}(p-1)(p-2)$ punteu, die met o tot de basis van

*) Involuties van hoogeren rang op rationale krommen worden behandeld door WEYR, *Beiträge zur Curvenlehre*, Wien 1880, S. 35.

een (K_p) behooren, vormen op evenzoovele stralen X met o neutrale paren, zoodat de meetkundige plaats P deze paren van de orde $\frac{3}{2}$ $(p-1)$ $(p-2)$ is. Gaat X door een punt der basis van $((K_p))$, dan ontaardt I^2_p in eene I^2_{p-1} met $\frac{1}{2}$ $(p-2)$ $(p-3)$ neutrale paren; van de ontbrekende paren ligt een punt in het basispunt: zij behooren tot de basis van een (K_p), waarvan de krommen in het bedoelde basispunt een gemeenschappelijke raaklijn bezitten. P heeft dus $(p-2)$ voudige punten in de basis van $((K_p))$. Buiten de $(4\,p-4)$ vaste punten wordt K_4 door P in $6\,(p-1)\,(p-2) - (4\,p-4)\,(p-2) = 2\,(p-1)\,(p-2)$ punten gesneden.

Daar I_4 slechts 6 met o collineaire paren bezit, worden de overige doorsneden van P en K_4 door punten van K_{p-4} tot neutrale paren aangevuld; hun aantal bedraagt $2\,(p^2-3\,p+2) - 12 = 2\,(p^2-3\,p-4)$. Op K_{p-4} bepaalt P dus buiten de $\frac{1}{2}$ $(p-4)\,(p-1)$ basispunten en de $2\,(p+1)\,(p-4)$ aanvullende punten nog $\frac{3}{2}\,(p-1)\,(p-2)$ $(p-4)-\frac{1}{2}(p-4)\,(p-1)\,(p-2)-2\,(p+1)\,(p-4)=p(p-4)$ $(p-5)$ punten, die twee aan twee op stralen X liggen. De involutiekromme der op K_{p-4} bepaalde I_s $(s = \frac{1}{2}\,(p+1)(p-4))$ is dus van de klasse $\frac{1}{2}\,p\,(p-4)\,(p-5)$.

Voor het aantal coïncidentiepunten dezer I_s vindt men door projectie uit o (zie 19) $2\,(p-3)\,(p-4)$, terwijl de involutie, welke $((K_p))$ op eene algemeene K_p bepaalt, $2\,(p-1)\,(p-2)$ coïncidentiepunten heeft. Deze beide getallen verschillen $(8\,p-20)$, terwijl I_4 slechts 12 coïncidentiepunten bezit. Elk dubbelpunt der uit K_4 en K_{p-4} samengestelde K_p vertegenwoordigt dus $(8\,p-32):(4\,p-16)$ of 2 coïncidentiepunten.

§ V.

23. Eene K_n kan door een (K_p) in de groepen eener I_s gesneden worden, zoo zich op haar $(n\,p-s)$ basispunten bevinden.

De straal X door het punt o wordt door de krommen K_p, welke hij op K_n snijdt, nog in $(p\,n-1)$ punten ont-

moet, waarvan de meetkundige plaats L van de orde $(np-n+s)$ is, daar zij in o een s-voudig punt heeft; immers op de stralen naar de doorsneden van K_n met de door o bepaalde K_p komt een der $n(p-1)$ punten in o. In elk der op K_n gelegen basispunten heeft L een $(n-1)$voudig punt, waarin $(n-1)$ der $n(p-1)$ punten vereenigd zijn.

De meetkundige plaats M der raakpunten der uit o aan (K_p) getrokken raaklijnen kan voortgebracht worden door elke K_p met haar poollijn K_{p-1} ten opzichte van o te laten overeenkomen; zij is van de orde $(2p-1)$ en heeft (zie 18) de $(np-s)$ basispunten met K_n gemeen, zoodat zij $n(2p-1)-(np-s)=np-n+s$ raakpunten eener K_p met een X op K_n bepaalt. Daar deze ook tot L behooren, liggen $n(np-n+s)-(np-s)(n-1)-(np-n+s)=(n-1)(2s-n)$ snijpunten van L en K_n paarsgewijze op stralen uit o.

Daar M niet van K_n afhangt, kan een dubbelpunt δ van K_n alleen invloed hebben op L. Nu gaat door δ slechts eene K_p; elk van haar overige snijpunten met $o\,\delta$ vervangt er dus twee, zoodat X, even als wanneer hij K_n raakt, eene $(p-1)$voudige raaklijn van L is.

Bevindt zich in δ een basispunt, dan vereenigen zich daar $n-2$ punten, n.l. van elk der door $o\,\delta$ aangewezen krommen één, waardoor δ een $(n-2)$voudig punt van L wordt. In de basis hebben L en K_n dan $2(n-2)+$ $+(np-s-2)(n-1)=(np-s)(n-1)-2$ punten gemeen, dus 2 minder dan op eene algemeene K_n.

Heeft de basis van (K_p) in δ een dubbelpunt, dan bevat $o\,\delta$ buiten δ $(n-2)(p-3)+2(p-2)=np-3n+2$ punten van L, zoodat δ een $(2n-2)$voudig punt is. Dan zijn in de basispunten $2(2n-2)+(np-s-4)(n-1)=$ $=(np-s)(n-1)$ doorsneden vereenigd, dus evenveel als op de algemeene K_n. Maar nu heeft M in δ een 3voudig punt (zie 18), waardoor van haar snijpunten met K_n $np-s+2$ in de basispunten liggen, zoodat het aantal der aan K, L en M gemeenschappelijke punten 2 kleiner, het aantal der met o collineaire paren 1 grooter wordt.

»De involutiekromme $\mathfrak{K}$ eener I_s, welke op K_n wordt in»gesneden door een (K_p), die in d dubbelpunten van K_n ba-

»sispunten heeft, is van de klasse $k = \frac{1}{2}(n-1)(2s-n) +$ »$+ d$".

24. Wordt op eene K_n met D dubbelpunten eene I_s voortgebracht door een (K_p), waarvan d basispunten in dubbelpunten van K_n liggen, dan vormen de stralen X, welke hare groepen uit o projecteren, een symmetrisch stelsel van den graad $n(s-1)$. Alle stralen, die een paar der I_s bevatten — en daartoe behooren ook de stralen naar de $(D-d)$ dubbelpunten, waarin zich geen basispunten bevinden — vervangen twee coïncidentiestralen van het stelsel, omdat zij met twee stralen X' vereenigd zijn; de overige gaan door de coïncidentiepunten der involutie. Hun aantal bedraagt $\gamma = 2n(s-1) - 2\{\frac{1}{2}(n-1)(2s-n) + d + (D-d)\} =$ $= (n-1)(n-2) - 2D + (2s-2)$, of, als g het geslacht van K_n voorstelt, $\gamma = 2(g + s - 1)$.

»Alle op eene kromme van het geslacht g door bundels »ingesneden involuties I_s hebben $2(g + s - 1)$ coïncidentie»punten".

Voor $g = o$ verkrijgt men het bekende aantal $2(s-1)$, terwijl de voor K gevonden uitdrukking eerst tot het bekende getal $(n-1)(s-1)$ leidt, wanneer de $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ in de dubbelpunten gelegen paren worden afgescheiden.

25. Van de k raaklijnen der involutiekromme, welke in een punt p van K_n samenkomen, gaan $(s-1)$ naar de punten, die met p eene groep van I_s vormen; op elke der overige behooren $(n-3)$ punten p' met p tot een stelsel (p, p') van den graad $t = (n-3)(k-s+1)$, dat uit o geprojecteerd wordt door een symmetrisch stelsel (X, X') van den graad $n\,t$.

Elke aan $\mathfrak{K}$ rakende X bevat $n-2$ aan elkander toegevoegde punten van (p, p'), die ieder $n-3$ langs X vallende stralen X' bepalen, zoodat er een $(n-2)(n-3)$voudige coïncidentiestraal ontstaat. De overige $2\,n\,t - k(n-2)(n-3)$ gaan door de coïncidentiepunten van (p, p'), waarvan het aantal dus is $c = (n+1)(n-2)(n-3)s + (n+2)(n-3)d -$ $- \frac{1}{2}n(n-2)(n^2-9)$.

Door (p, p') worden de raaklijnen der $\mathfrak{K}$ tot een stelsel (J, J') van den graad $r = (n-2)(k-s)$ gebracht, waarin

de met J overeenkomende lijnen J' de punten van (p, p') bevatten, die door de $n-2$ op J gelegen punten p bepaald zijn. Het symmetrische stelsel (q, q'), dat op de rechte R door (J, J') wordt aangewezen, is van den graad $k\,r$; de punten q' liggen op de lijnen J', die toegevoegd zijn aan de in q samenkomende lijnen J. Ligt q op K_n, dan leveren de $(k-s+1)$ daar convergerende raaklijnen, welke de overeenkomstige punten van (p, p') bevatten, ieder $(k-s)$ lijnen J' minder dan wanneer q zich buiten K_n bevindt, zoodat er een $(k-s)(k-s+1)$voudig coïncidentiepunt wordt gevormd. De overige $v = 2\,k\,r - n\,(k-s)\,(k-s+1)$ coïncidentiepunten van (q, q') ontstaan door vereeniging van twee in p samenkomende raaklijnen J, J', hetgeen op twee manieren mogelijk is: 1. het op J' gelegen paar van I_s valt samen met het op J gelegen paar, zoodat p een punt der involutiekromme is; 2. $J \equiv J'$ bevat twee paren van I_s, is dus eene dubbelraaklijn van $\mathfrak{K}$. In het tweede geval leveren de beide paren van I_s $4\,(k-s)$ raaklijnen J', de overige $(n-4)$ punten van J elk $(k-s-1)$ raaklijnen; in plaats van $2\,(n-2)\,(k-s)$ lijnen J' komen met de dubbelraaklijn slechts $n\,(k-s)-(n-4)$ van haar verschillende raaklijnen overeen, zoodat q een $(k-s+1)\,(n-4)$voudig coïncidentiepunt wordt. Is Δ het aantal dubbelraaklijnen van $\mathfrak{K}$, dan zijn er dus $v-(k-s+1)\,(n-4)\,\Delta$ coïncidentiepunten van (q, q'), die door een snijpunt van $\mathfrak{K}$ en K_n ontstaan.

26. Op eene gemeenschappelijke raaklijn van $\mathfrak{K}$ en K_n is het raakpunt een coïncidentiepunt van I_s of (p, p'), of het vormt met een van zijn tangentiaalpunten een paar van I_s, is dus, wegens het samenvallen van twee raaklijnen, een raakpunt der beide krommen. Behalve deze

$$w = \tfrac{1}{2}\,\{k\,(n^2-n-2\,D)-(\gamma+c)\}$$

raakpunten hebben $\mathfrak{K}$ en K_n de $\gamma\,(s-2)$ vertakkingspunten van I_s gemeen, benevens de bovengenoemde $v-(k-s+1)\,(n-4)\Delta$ punten p, voor welke J met eene J' vereenigd is. Daar $k\,(k-1)-2\,\Delta$ de orde van $\mathfrak{K}$ voorstelt, kan Δ berekend worden uit de vergelijking:

$$n(k^2-k-2\Delta)=2w+\gamma(s-2)+v-(k-s+1)(n-4)\Delta,$$

waaruit

$$\Delta=\{nk(k-1)-2w-\gamma(s-2)-v\}:\{2n-(k-s+1)(n-4)\}.$$

Voor $n=4$, $s=4$ wordt $k=6$, $\gamma=12$, $c=12$, $r=4$, $v=24$, $w=24$ en $\Delta=3$, hetgeen met de in § IV verkregen uitkomst strookt.

27. De paren, welke twee op K_n ingesneden involuties I_s, I_t gemeen hebben, liggen op de kromme L, die voortgebracht wordt door de bundels (K_p) en (K_q), wanneer men twee elkander op K_n snijdende krommen laat overeenkomen. De puntreeksen, welke deze bundels op de rechte R bepalen, vormen eene (qs, pt) overeenkomst, zoodat L, na afscheiding van K_n, eene kromme van de orde $(qs+pt-n)$ wordt. Uit de vermindering van het aantal coïncidentiepunten voor het geval dat R door een basispunt gaat, blijkt, dat de op K_n gelegen basispunten van (K_p) of (K_q) $(t-1)$ — of $(s-1)$ — voudige punten van L zijn, terwijl elk der h gemeenschappelijke basispunten een $(s+t-1)$voudig punt is. Buiten de $(np-s-h)+(nq-t-h)+h$ punten der bases hebben L en K_n dus $n(qs+pt-n)-(np-s-h)(t-1)$ $-(nq-t-h)(s-1)-h(s+t-1)=n(p+q-n)+2st-(s+t+h)$ punten gemeen.

De hieronder begrepen, op K_n gelegen, raakpunten van (K_p) met (K_q) behooren tot eene kromme M van de orde $(2p+2q-3)$. Immers de involutie met groepen van $(pq-h)$ punten, welke (K_p) op eene K_q voortbrengt, bezit $(q^2-3q+2pq-2h)$ coïncidentiepunten, waarvan er in elk basispunt van (K_q), dat niet tot de basis van (K_p) behoort, op eene bepaalde K_q één wordt aangetroffen. Om te vinden hoe vaak dit in elk der h punten geschiedt, kan men (K_p) met (K_q) projectief laten overeenkomen door twee elkander in het gemeenschappelijke basispunt aanrakende krommen te koppelen. Daardoor ontstaat eene K_{p+q} met welke elke K_q gemeen heeft $(h-1)$ dubbelpunten, (q^2-h) basispunten van (K_q) en $(pq-h-1)$ snijpunten met de overeenkomstige K_p, samen $(pq+q^2-3)$ punten, waaruit

blijkt, dat K_{p+q} een 3voudig punt bezit, in hetwelk drie krommen K_q een coïncidentiepunt der op hun bepaalde involutie hebben. M heeft dus met elke K_q $(q^2-3q+2pq-2h)+$ $+(q^2-h)+3h=q(2p+2q-3)$ punten gemeen; daar zij ook de basispunten van (K_p) bevat, snijdt zij K_n buiten de bases in $n(2p+2q-3)-(np-s-h)-(nq-t-h)-3h=$ $=n(p+q-3)+(s+t-h)$ punten. Na aftrek van deze tot K_n, L en M behoorende punten, vindt men voor het aantal doorsneden van K_n en L, die paarsgewijze op eene K_p en tevens op eene K_q liggen, $[n(p+q-n)+2st-(s+t+h)]-$ $-[n(p+q-3)+(s+t-h)]=2st-2s-2t-n^2+3n=$ $=2(s-1)(t-1)-(n-1)(n-2)$.

»Op eene algemeene K_n hebben twee door krommenbun»dels ingesneden involuties I_s en I_t steeds $(s-1)(t-1)-$ »$\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$ paren gemeen".

Stelt men hier $t=n$, dan vindt men het aantal paren, welke I_s met de door een straalbundel voortgebrachte I_n gemeen heeft, gelijk aan $\frac{1}{2}(n-1)(2s-n)$. Door vergelijking met het in (23) gevonden aantal paren blijkt, dat het aantal paren d grooter wordt, zoo zich in d dubbelpunten eener K_n basispunten van (K_p) of (K_q) bevinden, terwijl uit het feit, dat twee tripelinvoluties op eene K_4 met dubbelpunt δ twee paren gemeen hebben, volgt, dat dezelfde correctie moet aangebracht worden, zoo (K_p) en (K_q) in d dubbelpunten gemeenschappelijke basispunten hebben.

Op eene rationale K_n hebben I_s en I_t $(s-1)(t-1)$ paren gemeen *); dit komt met het bovenstaande overeen, zoo men de dubbelpunten als gemeenschappelijke paren beschouwt In verband met het bovenstaande volgt hieruit, dat I_s en I_t op eene K_n met D dubbelpunten, op welke zich in d dubbelpunten basispunten bevinden, $(s-1)(t-1)-\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+$ $+d+(D-d)$ paren gemeen hebben.

»Op eene kromme van het geslacht g hebben twee invo»luties I_s en I_t steeds $(s-1)(t-1)-g$ gemeenschappelijke »paren".

28. Door een net van krommen K_p, die op K_n $(np-t)$

*) Weyr, *Beiträge zur Curvenlehre*, Seite 19.

punten gemeen hebben, wordt eene involutie I^2_t voortgebracht, in welke elke groep t punten bevat, waarvan men twee willekeurig kan aannemen. Alle groepen van I^2_t, in welke het punt a voorkomt, vormen eene I_{t-1}, die door den bundel (K_p) met basispunt a wordt bepaald. Eene tweede I_{t-1}, ontstaan door de groepen met het punt b samen te vatten, heeft met de eerste $(t-2)^2-g$ paren gemeen. De $t-2$ punten, die met a en b tot eene groep van I^2_t behooren, vormen $\frac{1}{2}(t-2)(t-3)$ paren. Zondert men deze af, dan blijven er $\frac{1}{2}(t-1)(t-2)-g$ paren over, die elk twee basispunten van een tot het K_p — net behoorenden (K_p) vormen. Of, gebruik makende van de voor stelsels op rationale krommen gebruikelijke benaming:

»Eene door een net op eene kromme van het geslacht g »voortgebrachte I^2_t heeft $\frac{1}{2}(t-1)(t-2)-g$ neutrale paren".

RAPPORT

OVER EENE

VERHANDELING VAN DEN HEER DR. J. M. JANSE TE LEIDEN,

GETITELD:

DIE PERMEABILITÄT DES PROTOPLASMA.

(Uitgebracht in de Vergadering van 26 November 1887).



In de Vergadering der Koninklijke Akademie van 29 October jl. werden de ondergeteekenden benoemd om rapport uit te brengen over eene verhandeling van Dr. J. M. JANSE te Leiden, getiteld: »die Permeabilität des Protoplasma".

Deze verhandeling — groot 144 bladzijden in 4^0, met éene octavoplaat, bevattende mikroskopische afbeeldingen — heeft tot onderwerp een der meest fundamenteele vraagstukken uit de algemeene physiologie. Immers, de kennis der wetten, welke den doorgang van stoffen door het levende protoplasma beheerschen, is onmisbaar voor een dieper inzicht in het mechanisme en chemisme van de stofwisseling der cellen en daarmede voor de opvatting van alle levensverschijnselen zonder uitzondering. Onderzoekingen, door C. NAEGELI in 1855 begonnen, door HOFMEISTER, e. a. voortgezet en uitgebreid, hadden tot de gevolgtrekking geleid, dat het levende protoplasma van plantencellen slechts voor water, niet voor in het celvocht opgeloste vaste stoffen in de richting van binnen naar buiten permeabel is, een resultaat waarop o. a. SACHS zijne bekende theorie van den turgor als mechanische oorzaak van den celgroei vestigde.

Uit latere proeven bleek, dat ook in de richting van buiten naar binnen slechts water en niet daarin opgeloste vaste stoffen het levende protoplasma passeerden.

Bij gelegenheid van onderzoekingen omtrent plasmolyse, bij zeealgen in den winter 1886/87 te Napels verricht en later op zoetwateralgen en cellen van luchtplanten uitgebreid, werd de Heer Janse op eenige feiten opmerkzaam, die er op wezen, dat de normale protoplast onder zekere voorwaarden voor sommige stoffen in de richting van buiten naar binnen, maar niet in omgekeerde richting permeabel is, dus — volgens de terminologie, door den Heer Janse voorgesteld — intrameabiliteit maar niet extrameabiliteit bezit. Het nader experimenteel en theoretisch onderzoek dier feiten vormt het onderwerp der aangeboden verhandeling.

In het eerste hoofdstuk wordt de intrameabiliteit van den protoplast bij cellen van Chaetomorpha, Spirogyra, Curcuma en Tradescantia nagegaan volgens ééne directe en drie indirecte methoden.

De directe berust op het mikrochemisch aantoonen van van buiten ingedrongen kalisalpeter in de cellen, door de zeer gevoelige reactie van Molisch (blauwe verkleuring door een oplossing van diphenylamine in geconcentreerd zwavelzuur). Zij leverde resultaten, die als bewijzen voor het indringen moeten worden beschouwd.

Bij de eerste der indirecte methoden werd de isotonische salpetersolutie bepaald vóór en na het verblijf der cellen in niet plasmolytisch werkende oplossingen van kalisalpeter, keukenzout e. a. De concentratie der isotonische oplossing bleek hierbij te klimmen.

Bij de tweede wordt uit het weder verdwijnen der door sterkere soluties aanvankelijk veroorzaakte plasmolyse, tot verhooging der concentratie van het celvocht door intrameabiliteit besloten. De bedenking, dat positieve resultaten, langs dezen weg verkregen, op een abnormaal worden der protoplasten door de sterke soluties zouden berusten, acht de schrijver door het dagen lang voortbestaan der protoplasmastrooming in de cellen weêrlegd.

Bij de derde der indirecte methoden werd de concentratie der plasmolytisch werkende oplossing zeer langzaam verhoogd boven de voor normale cellen isotonische. Hierbij bleek plasmolyse eerst bij aanzienlijk hoogere concentratie dan bij plotselinge inwerking tot stand te komen.

Op grond der resultaten, volgens deze vier methoden verkregen, komt de schrijver tot het besluit, dat de onderzochte protoplasten, onder de gebezigde voorwaarden, voor kalisalpeter en hoogst waarschijnlijk ook voor keukenzout, riet- en druivensuiker, intrameabel zijn.

In het tweede hoofdstuk wordt de vraag onderzocht of de normale protoplast ook extrameabel is voor stoffen, die hij in de richting van buiten naar binnen doorliet. Spirogyradraden, eerst in KNO_3, daarna uren tot dagen lang in eene isotonische NaCl-oplossing of in water bewaard, bleven de diphenylaminereactie geven. In het omringend vocht konde KNO_3 niet worden aangetoond. De schijnbare vermindering der reactie, in de proeven met lang voortgezette wateruitspoeling waargenomen, verklaart de schrijver uit hierbij plaatsgrijpenden groei en verdeeling der cellen. In overeenstemming met de uitkomsten van vroegere onderzoekers, komt hij tot het resultaat, dat de normale protoplasten van Spirogyra niet extrameabel zijn voor KNO_3, dien zij kort te voren hebben opgenomen.

Het derde hoofdstuk handelt nader over intra- en extrameabiliteit der binnenste en buitenste, als »Vacuolenwand" en »Hautschicht" onderscheiden lagen van den protoplast. Met het oog hierop bespreekt de Heer Janse, op grond gedeeltelijk van vreemde, gedeeltelijk van eigen waarnemingen en proeven, de verschijnselen der suikerafscheiding in nectariën, de secretie en resorptie in de gesteelde klieren op de bladen van Drosera, het transport van voedingsstoffen uit de bladen en wortels door de weefsels der plant, eindelijk de opneming uit het endosperm van voedingsstoffen door jonge kiemplanten. De feiten schijnen hem te bewijzen, dat de »Hautschicht" gelijktijdig zoowel intra- als extrameabiliteit bezit, terwijl hetzelfde voor den vacuolenwand niet behoeft te gelden. Na discussie van de nieuwere proeven van Böhm,

A. Meyer, Klebs, Pfeffer e. a., waarin vele plantencellen voor verschillende stoffen permeabel bleken te zijn, maar volgens den schrijver ten deele betwijfeld mag worden of de cellen geheel normaal bleven, worden nader de bewegingsverschijnselen bij prikkeling van sensitive planten (Mimosa) met het oog op de permeabiliteit onderzocht en door proeven het vermoeden bevestigd, dat het vocht, bij prikkeling uit de cellen der bladkussens uittredende, geen zuiver water is, maar o. a. zuren bevat, die uit de cellen afkomstig moeten zijn. Ook bij ranken vermoedt de schrijver tijdelijke extrameabiliteit voor vaste stoffen als gevolg der prikkeling. Eindelijk worden in dit hoofdstuk proeven op geïsoleerde vacuolenwanden van Spirogyra beschreven. Deze wanden gedroegen zich ten opzichte van intra- en extrameabiliteit in hoofdzaak als de geheele protoplast. Het schijnt dus dat, in overeenstemming met de voorstelling van de Vries, voornamelijk de wand der vacuole de intrameabiliteit regelt en oorzaak is der ontbrekende extrameabiliteit.

In het vierde en laatste hoofdstuk wordt voornamelijk de vraag onderzocht of de levende protoplast ten opzichte der intrameabiliteit een active rol speelt of zich passief gedraagt, op de wijze bijv. van een moeilijk permeabele doode membraan. De schrijver trekt uit zijne proeven het besluit, dat de wetten van diffusie door niet levende vliezen binnen ruime grenzen ook hier van geldigheid zijn, en een actieve rol van den levenden protoplast, hoewel niet onwaarschijnlijk, toch niet — zooals ten opzichte van de extrameabiliteit — bewezen kan worden geacht.

Ten slotte bespreekt de schrijver nog eens uitvoerig de vraag, of men reden heeft, de protoplasten der door hem gebezigde cellen gedurende de proeven voor normaal te houden. Één voor één ontvouwt hij de gronden, die nopen hierop een bevestigend antwoord te geven en tracht hij de schijnbaar tegenstrijdige uitkomsten van vroegere waarnemers te verklaren uit de verschillende voorwaarden, waaronder hunne proeven werden genomen.

De verhandeling, wier hoofdzakelijke inhoud hier in korte trekken werd geschetst, moet naar het oordeel der onder-

geteekenden als eene belangrijke bijdrage tot de leer der stofbeweging in de levende cellen worden beschouwd. Mocht men omtrent sommige punten, de interpretatie der verschijnselen betreffend, met den schrijver van meening verschillen of den vorm hier en daar eenigszins anders gewenscht hebben, de arbeid van den Heer Janse verdient ten volle het »imprimatur" en zij daarom ter opneming in de Verslagen en Mededeelingen der Akademie aanbevolen.

Th. W. ENGELMANN.
HUGO DE VRIES.

DIE PERMEABILITÄT DES PROTOPLASMA

VON

Dr. J. M. JANSE.

(Mit 1 Tafel).

EINLEITUNG.

Die schönen Untersuchungen welche C. VON NAEGELI *) schon vor mehr als dreizig Jahren über die Eigenschaften des lebenden Protoplasten (damals noch Primordialschlauch genannt) anstellte, ergaben als Hauptresultat dass dieser unschädlichen Farbstoffen den Durchtritt völlig verwehrt, und also ebensowenig diese Stoffe von Aussen her in die Vacuole eintreten, als der bisweilen im Zellsaft gelöst vorkommende Farbstoff hinaus diffundiren lässt; der Protoplast musste somit für gelöste Farbstoffe völlig impermeabel sein. Ebenso machte NAEGELI darauf aufmerksam dass in allen Fällen das lebendige Protoplasma in Berührung mit unschädlichen Farbstofflösungen stets ungefärbt bleibt, obwohl es nach seinem Tode die Farbstoffe nicht nur passiren lässt, sondern sie selbst in erheblicher Menge aufspeichert.

HOFMEISTER †) erwähnte später dass lebendige, zuckerreiche Geweben, welche in reines Wasser gebracht werden, in den ersten Stunden an dieses keinen Zucker abgeben, und dass dies nur stattfindet, nachdem die Zellen durch

*) Pflanzenphysiologische Untersuchungen von NAEGELI und CRAMER, Heft I; *Primordialschlauch und Diosmose der Pflanzenzelle*, 1855, p. 5 ff.

†) *Die Lehre von der Pflanzenzelle*, 1867, p. 4.

einen oder anderen schädlichen Einfluss gestorben sind. Auch für den sich im Zellsafte vorfindenden Zucker erwies sich somit der Protoplast als impermeabel.

Durch seine Versuche mit rothen Rüben gelang es DE VRIES *) zu zeigen dass Würfel, welche aus diesem Gewebe herausgeschnitten, und vorher gut abgewascht waren, keinen Farbstoff, und ebensowenig Rohrzucker in Wasser austreten lassen, selbst nicht nachdem sie während fünfzehn Tage darin verweilt hatten.

Das nämliche wurde auch für die anderen im Zellsaft gelöst vorkommenden Stoffen bewiesen, und es ist leicht dieses mittelst jener Methode in jedem einzelnen Falle zu constatiren.

Aus jenen Versuchen geht also hervor dass alle gelösten Substanzen, welche sich aus der Vacuole in die umgebende Flüssigkeit begeben wollen, seitens des Protoplasten einen unüberwindlichen Widerstand erfahren.

Wenige Jahre nach NAEGELI stützte SACHS auf die Impermeabilität des Protoplasma seine, jetzt allgemein angenommene, Theorie des Wachsthums. Wenn man nämlich, wie SACHS es zuerst aussprach, den Turgor der Zellen, also die Spannung zwischen Zellwand und Zellinhalt, als mechanische Ursache des Wachsthums betrachtet, so ist die Impermeabilität des Protoplasma für die im Zellsaft sich gelöst vorfindenden Stoffe, dazu eine nothwendige Bedingung, ohne welche es nicht möglich sein würde, dass irgend welche Spannung zwischen Wand und Inhalt der Zelle dauernd bestände.

Alle die zuvor erwähnten Beobachtungen, die mit Farbstoffen ausgenommen, hatten nur Beziehung auf den Durchgang von Stoffen aus der Vacuole in die umgebende Lösung hinaus. Soweit mir bekannt, war DE VRIES †) der erste welcher die Frage, wie sich das Protoplasma verhält den Substanzen gegenüber, welche sich in einer die Zelle um-

---

*) Sur la perméabilité du protoplasme des betteraves rouges. *Archives Neerlandaises*, T. VI, 1871, p. 117.

†) l. c.

gebenden Lösung vorfinden, zum Zweck einer experimentellen Untersuchung machte. Ohne die Versuchsanstellung näher zu beschreiben wünsche ich hier nur das erhaltene Resultat zu erwähnen. Es gelang DE VRIES nämlich zu zeigen dass das Protoplasma der Zellen aus der rothen Rübe impermeabel ist für alle die Salze welche geprüft wurden, und zwar für KNO_3, $NaNO_3$, KCl, $NaCl$, Na_2SO_4, und für $MgSO_4$. Selbst nach 14 Tagen konnte noch keine Spur von Permeabilität constatirt werden.

In einer späteren Publication *) wurde ausserdem gezeigt dass das Protoplasma der Epidermiszellen von Tradescantia discolor und von Curcuma rubricaulis ebenso für die Salze KNO_3 und $NaCl$ impermeabel ist.

Schon längst war es bekannt dass der Protoplast eine Bewegung des Wassers in die Vacuole hinein, oder aus dieser heraus, in keinerlei Weise hemmt; es geht dieses z. B. aus der Erscheinung der Plasmolyse hervor, bei der die angewandte Salzlösung der Vacuole reines Wasser entzieht, und dieses, bei Verdünnung der Lösung, wieder von der Vacuole aufgenommen wird.

Die bisherigen Versuche zeigten also stets dass der Protoplast nach beiden Richtungen hin vollkommen permeabel ist für Wasser, aber vollkommen impermeabel für gelöste Stoffe.

Dass die Zellwand einer Bewegung des Wassers, ebensowenig wie der gelöster Substanzen, einen merklichen Widerstand leistet, war auch schon seit den oben erwähnten Versuchen NAEGELI's bekannt. Es kann die Zellwand also bei Besprechung der Permeabilität der Zelle völlig ausser Acht gelassen werden.

Als ich im Winter 1886—1887 in der Zoölogischen Station zu Neapel verweilte, und mich dort mit der Untersuchung von Meeresalgen beschäftigte, hatte ich mir besonders zum Zweck gestellt die Turgorkraft der Zellen

*) DE VRIES. Plasmolytische Studien über die Wand der Vacuolen. *Jahrb. für. wiss. Bot.*, Bd. XVI, 1885, p. 586 ff.

dieser Pflanzen zu bestimmen. Bei den Versuchen die ich vornahm, zur Ermittlung der Concentration der plasmolytischen Grenzlösung, konnte es mir aber nicht gelingen diese Concentration mit der gewünschten Genauigkeit zu bestimmen, obwohl DE VRIES diese bei Landpflanzen ohne Mühe bis auf 0.01 Aeq. KNO_3 genau ermitteln konnte. Es schien mir deshalb nicht unwichtig die Ursache des abweichenden Verhaltens dieser Zellen zu erforschen. Eine Wiederholung der vorigen, sowie neue, speciell zu diesem Zwecke angestellten Versuche deuteten nun darauf hin dass wahrscheinlich die Stoffe, welche sich in den benutzten Lösungen vorfanden, während des Versuchs in merklicher Quantität in die Vacuolen drangen; das Protoplasma der benutzten Zellen musste somit für diese Stoffe permeabel sein.

Als ich mit meinen Untersuchungen so weit gelangt war, fehlte mir aber die Gelegenheit eine weitere Verfolgung der Frage vorzunehmen, da um diese Zeit mein Aufenthalt an der Zoologischen Station beendet war. Im vergangenen Frühjahr und Sommer habe ich aber diese Untersuchungen fortgesetzt, war dabei jedoch genöthigt mich mit Süsswasseralgen zu begnügen, da mir keine, zum Zweck dienlichen, Meeresalgen zu Gebote standen, und mir ausserdem eine Einrichtung fehlte diese Pflanzen während längerer Zeit zu cultiviren.

Zwar verhielten sich die Süsswasseralgen, dennoch den Meeresalgen ganz ähnlich, doch waren jene nur zur Erforschung der Hauptfragen anwendbar, hauptsächlich weil sie sich schwerer in einer veränderten Umgebung cultiviren lassen wie die Meeresalgen.

Es musste also ein Theil der Fragen, welche sich auf die Permeabilität beziehen, hier unbeantwortet bleiben, und wartet dieser einer weiteren Behandlung, bis ich wieder in der Gelegenheit sein werde Meeresalgen zu benutzen.

Den Beispiel von DE VRIES folgend, untersuchte ich ausserdem die Epidermiszellen der Blätter von Curcuma rubricaulis und von Tradescantia discolor, und auch bei diesen konnte ich eine, wiewohl sehr geringe, Permeabilität constatiren.

Es wurde oben erwähnt dass frühere Versuche gezeigt haben dass das lebendige Protoplasma impermeabel ist für diejenigen Stoffe, welche sich gelöst in der Vacuole vorfinden. Meinen Versuchen nach würde die Impermeabilität wahrscheinlich ausserdem für diejenigen Substanzen gelten, welche kurze Zeit zuvor von Aussen her in die Vacuole eingedrungen sind.

Die früheren Versuche lehrten also dass das Protoplasma entweder nach beiden Richtungen hin völlig permeabel (für reines Wasser), oder völlig impermeabel war (für gelöste Substanzen.) Meine erwähnten Versuche deuteten aber daraufhin dass der Protoplast die Fähigkeit besitzt Stoffe in einer Richtung passiren zu lassen, doch den nämlichen Substanzen den Durchgang in entgegengesetzter Richtung zu verwehren. Es muss also der Protoplast für diese Stoffe permeabel sein in der Richtung von Aussen nach Innen, doch impermeabel in der Richtung von Innen nach Aussen, also von der Vacuole in die umgebende Flüssigkeit hinaus.

Da dieser Unterschied auf eine besondere Structur oder Wirkung des lebenden Protoplasten hindeutet, und im Folgenden öfters besprochen werden wird, so empfiehlt es sich, bequemlichkeitshalber, für diese Permeabilitätseigenschaften nach entgegengesetzten Richtungen eine Benennungsweise fest zu stellen, welche einfacher ist wie die Ausdrücke: Permeabilität von Aussen nach Innen, oder Permeabilität von Innen nach Aussen.

Das Wort »Permeabiliteit" für Fällen behaltend wie die von Wasser oder Farbstoffen, bei denen der Protoplast keinen Unterschied gelten lässt im Bezug auf die Richtung in der diese Stoffe durch ihn hindurch zu gehen versuchen, möchte ich neben diesem die beiden neuen Ausdrücke: »Intrameabilität" und »Extrameabilität" vorschlagen.

»Intrameabilität" und »intrameabel" haben dann Beziehung auf die Richtung von Aussen nach Innen, während »Extrameabilität" und »extrameabel" auf die Richtung von Innen nach Aussen deuten.

Wendet man diese Benennungsweise an so muss man also sagen dass der Protoplast nicht extrameabel ist für

die im Zellsafte gelöst vorkommenden Stoffe, während meine unten zu beschreibenden Versuche, auf die Intrameabilität für einige Salze hindeuten, sowie gleichzeitig auf das Fehlen der Extrameabilität für die nämlichen Substanzen *).

Der Ausdruck »intrameabel", u. s. w. wird im Folgenden stets in obigem Sinne gebraucht werden, also auch bei der Besprechung älterer Versuche, wo die Autoren selber nur von »permeabel" reden, während die Art der Versuche in jedem einzelnen Falle ausweist, in welcher Richtung die Permeabilität gemeint wird.

Vorliegender Aufsatz †) zerfällt in vier Abschnitte, z. w:

I. Die Intrameabilität des Protoplasten.
II. Der intrameable Protoplast ist nicht extrameabel.
III. Intrameabilität und Extrameabilität von Hautschicht und Vacuolenwand.
IV. Ursache der Intrameabilität der Protoplaste.

*) Es leuchtet ein dass mit dem Ausdruck des Fehlens der Extrameabilität nicht das absolute Fehlen dieser Eigenschaft gemeint wird, sondern nur das Fehlen einer merklichen Extrameabilität während der Versuchsdauer.

†) Am Ende des Monats Juni d. J. erschien eine Mittheilung von Klebs (*Ber. d. d. bot. Ges.*, 1887, Heft 5, p. 187) in der Beobachtungen beschrieben werden, welche den Meinigen ähnlich sind (Vergl. das Ende vom I Abschnitt). Durch jene wurde ich zur Publication einer vorläufigen Mittheilung: »Plasmolytische Studien an Algen" (*Bot. Centralbl.*, 1887, Bd. XXXII, n°. 1) veranlasst, in der einige der unten zu beschreibenden Thatsachen kurz mitgetheilt wurden.

I. ABSCHNITT.

Die intrameabilität des protoplasten.

Wenn das Protoplasma einer Zelle für eine bestimmte Substanz intrameabel ist, so wird in einer gewissen Zeit eine Quantität dieses Stoffes aus der umgebenden Lösung in die Vacuole übergegangen sein. Will man die Intrameabilität eines Protoplasten nachweisen, so kommt es also nur darauf an zu untersuchen ob dieser Uebergang wirklich stattgefunden hat.

Am einfachsten ist wohl die Methode, bei der man die Substanz, welche der Zelle von Aussen in Lösung geboten wurde, durch irgend ein Reactionsverfahren, direct im Zellsafte nach zu weisen versucht. Diese Methode ist aber nur anwendbar unter den Bedingungen, erstens dass der normale Zellsaft frei ist, nicht nur von der zu untersuchenden Substanz, sondern ausserdem von allen denjenigen Stoffen, welche sich im Bezug auf die anzuwendende Reaction ähnlich wie diese verhalten. Zweitens aber soll die Reaction eine äusserst scharfe sein, da es sich bei diesen Versuchen selbstverständlich nur um minimalen Mengen der nach zu weisenden Substanz handelt.

In anderer, indirecter Weise lässt sich aber auch die Intrameabilität der Protoplaste beweisen, und die betreffenden Methoden haben alle dieses gemeinsam, dass sie auf dem Umstande beruhen, dass das Eindringen der dargebotenen Substanz zugleicher Zeit die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes steigert.

Die Erfolge dieser Steigerung werden aber nur dann eintreten können, wenn der Protoplast nicht zugleicher Zeit extrameabel ist, entweder für den angewandten Stoff, oder auch für die anderen welche im Zellsafte enthalten sind. Wäre dieses der Fall so könnte dennoch, trotz der Intrameabilität, die Steigerung der wasseranziehenden Kraft unterbleiben.

Mittelst dreier Methoden habe ich nun versucht in jener indirecten Weise den Nachweis der Intrameabilität der Protoplaste zu liefern.

Die erste von diesen beruht auf der Bestimmung des Salpeterwerthes *) vom Zellsafte beim Anfang und am Ende des Versuchs. Es wird dabei also die Steigerung der wasseranziehenden Kraft des Zellsaftes direct ermittelt, da diese unmittelbar aus der Differenz der beiden Salpeterwerthen hervorgeht. Mittelst jener Methode kann also die Intrameabilität nachgewiesen werden für den Fall dass die Zellen in nicht plasmolysirenden Lösungen verweilen.

Für den Nachweis dieser Eigenschaft in plasmolysirenden Lösungen diente folgende Methode, welche schon vor sechszehn Jahren von de Vries †) angewandt wurde, und mittelst der er das Fehlen der Intrameabilität des Protoplasma der Zellen aus rothen Rüben unter den herrschenden Versuchsbedingungen nachwies.

Wenn lebendige Zellen in eine nicht zu schwache Lösung irgend eines Stoffes in Wasser gebracht werden, so tritt nach kürzerer oder längerer Zeit in diesen Plasmolyse ein, weil die Lösung der Vacuole Wasser entzieht. Die Volumverkleinerung dieser, währt so lange, bis die Concentration des Zellsaftes eine solche geworden ist, dass sein Salpeterwerth dem der umgebenden Lösung entspricht. Ein solcher Zustand wird schliesslich eintreten, wenn das Protoplasma nicht intrameabel ist. Ist aber der Protoplast intrameabel für das Salz, so wird durch die in die Vacuole übertretende Quantität, die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes allmählig zunehmen. Die Vacuole wird sich dann durch Wasserentziehung aus der umgebenden Lösung ausdehnen, bis wie-

*) Der Salpeterwerth einer Lösung gibt an die Concentration einer Lösung von Kalisalpeter in destillirtem Wasser, welche mit einer gleichen Kraft Wasser anzieht, wie die zu untersuchende Flüssigkeit. Vergl. de Vries, Eine Methode zur Analyse der Turgorkraft. *Jahrb. f. wiss. Bot*, 1884, Bd. XIV, p. 430 ff.

†) Sur l'imperméabilité du protoplasme des betteraves rouges, *Archives Neerlandaises*, 1871, T. 6, p. 121 ff; und: *Vacuolenwand*, p. 546.

der ein Gleichgewichtszustand eingetreten ist. In diesem Falle muss also die Intrameabilität das Rückgängig werden zuvor eingetretener Plasmolyse hervorrufen *). Dieses kann soweit gehen bis jene völlig verschwindet, und endlich, sobald soviel Salz im die Vacuole übergetreten ist dass seine Concentration im Zellsafte die nämliche ist wie die in der umgebenden Lösung, muss die Zelle die volle Turgescenz, welche sie anfänglich besass, wiedererlangt haben.

Die vierte Methode zum Nachweise der Intrameabilität beruht auf folgendem: Wenn ein Protoplast nicht intrameabel ist für die zu untersuchende Substanz, wenn also auch nach längerem Verweilen der Zelle in einer Salzlösung, die Zusammensetzung und Concentration des Zellsaftes sich nicht ändert, so wird der Grad von Plasmolyse der nämliche sein, ob man die Zellen sofort in eine Lösung von einer bestimmten Concentration bringt, oder ob man erst allmählich die Stärke der Lösung bis zu dieser Concentration steigen lässt.

Ist aber der Protoplast intrameabel so findet, während der Concentrationssteigerung der Lösung, auch Uebergang von einem Theil des Salzes in die Vacuole statt, und wenn endlich die gewünschte Concentration der umgebenden Lösung erreicht ist, muss der Grad von Plasmolyse geringer sein wie sonst bei jener Concentration †). Findet das Uebertreten des Salzes in die Vacuole gleich schnell statt wie die Concentrationssteigerung der äusseren Lösung, so wird nicht nur keine Plasmolyse eintreten, sondern es wird die Zelle fortwährend ihre volle Turgescenz erhalten, da diese nur von der Differenz in der wasseranziehenden Kraft zwischen dem Zellsafte und der umgebenden Lösung bedingt wird.

In diesem Abschnitte werden wir weiter unten die Ver-

---

*) Mittelst dieser Methode zeigte de Vries ausserdem dass in normalem Zustande nicht intrameable Protoplaste, durch schwache Gifte allmählich intrameabel gemacht werden können; vergl. *Vacuolenwand*, p. 589 ff.

†) Auch diese Methode wurde schon von de Vries angewandt, vergl. *Vacuolenwand*, pp. 584, 588 und 589, zum Nachweise des Permeabelwerdens der Protoplaste durch Einwirkung von sauren Lösungen.

suche besprechen welche mittelst dieser vier Methoden angestellt wurden. Einige allgemeine Bemerkungen über Material, Versuchsanstellung, u. s. w. möchte ich aber voran schicken.

Von den Meeresalgen wurde fast ausschliesslich Chaetomorpha aerea benutzt, welche Pflanze im Golfe von Neapel an sehr verschiedenen Stellen vorkommt. Sie lebt meist in geringer Tiefe, so weit mir bekannt, von nahe and der Oberfläche an, bis zu 1 M. ungefähr *). Sie ist eine grüne Fadenalge, aus einer Reihe ziemlich grosser, cilinderförmiger Zellen aufgebaut, welche 0.17 bis 0.45 mM. lang sind, bei einem Durchmesser von ungefähr 0.25 mM. Die Pflanzen wurden entweder sofort untersucht nachdem sie aus dem Meere heraufgebracht waren, oder in flachen Schalen in strömendem Meereswasser cultivirt, wo sie sich vollkommen normal erhielten.

Als Besonderheit dieser Pflanze möchte ich Folgendes hervorheben. Wenn man das Mikroskop auf das Innere einer Zelle einstellt, sieht man eine Anzahl gerader, hyaliner, sehr dünner Fäden, welche in verschiedenen Richtungen durch die Vacuole verlaufen. Sie endigen entweder beiderseits an der Zellwand, oder auch die eine etwa in der Mitte gegen eine Andere. Beim höher oder niedriger Einstellen des Mikroskops, bemerkt man dass die Fäden sich zu verschieben scheinen, dass neue hinzukommen, u. s. w., doch stets zeigen sie sich gerade und hyalin. Nach längerer, genauer Untersuchung gelangte ich zum Schlusse dass diese Gebilde nicht hyaline Protoplasmafäden sind, wie man solche z. B. so häufig im Innern der Rhizoïden von Caulerpa prolifera beobachten kann, sondern Flächen, welche aus hyalinem Protoplasma bestehen. Diese bilden die Wände zwischen den Vacuolen, welche letztere sich in jeder Zelle in Mehrzahl vorfinden, und sich gegenseitig abplatten.

Beim Plasmolysiren jener Zellen mittelst einer Lösung

*) Da die durch Ebbe und Fluth verursachte Niveaudifferenz des Wassers im Golfe sehr gering, und nicht grösser als 3 dM. ist, befindet sich diese Pflanze immer unter dem Wasserniveau.

von z. B. 10 pCt. KNO_3 häuft sich das körnige Protoplasma, sammt den Chlörophyllkörnern, als ein Ring in der Mitte der Zelle an, während beiderseits die Vacuolen, von der Hautschicht umgeben *), als hyaline Halbkugeln aus dem dunkelgrünen Ringe hinausragen (Fig. 1). Die Hautschicht ist, wenn lebendig, völlig gespannt und abgerundet, und die Vacuolen sind noch immer gegen einander abgeplattet. Wenn nun aber die Hautschicht stirbt, so werden die Vacuolen frei, runden sich ab, entfernen sich von einander und vertheilen sich also in der Zelle als eine Anzahl (in einem Falle zählte ich deren 20) vollkommen kugelige Gebilde von verschiedener Grösse, mit hyaliner, gespannter Wand (Fig 2). Eosin färbte diese Kugeln nicht, obwohl das äussere Protoplasma mit den Chlorophyllkörnern dadurch eine dunkelbraune Farbe annahm.

Es ist in diesem Falle also die Wand der Vacuolen schon in der normalen Zelle äusserst bequem zu beobachten, und jene Pflanze liefert daher den directen Beweis, dass die Vacuolenwände nicht Artefacte sind, sondern protoplasmatische Gebilde, welche sich schon im normalen Protoplasma vorfinden, und eins der Organe des lebenden Protoplasten bilden.

Von den Süsswasseralgen gebrauchte ich nur Spirogyra, und zwar meistens Sp. nitida, doch auch einzelne Male Sp. crassa und Sp. communis †). Erstere wird schon seit mehreren Jahren im Botanischen Laboratorium der hiesigen Universität in einem Aquarium cultivirt, während letztere sich in grosser Menge in einem Teiche im Botanischen Garten vorfinden.

Schliesslich untersuchte ich, den Beispiel von DE VRIES §)

---

*) Zwischen Hautschicht und Vacuolenwand muss sich natürlich auch noch körniges Protoplasma vorfinden, doch dieses entzieht sich der Beobachtung.

†) Nur wenn eine der beiden letzteren Species gebraucht wurde, wird der Artnamen angegeben werden; Spirogyra allein, deutet also weiterhin ausschliesslich auf Sp. nitida.

§) Vergl. *Turgorkraft*, p. 444 ff.

folgend auch die gefärbten Epidermiszellen von Curcuma rubricaulis, und von Tradescantia discolor. Eine Beschreibung dieser Geweben kann hier völlig unterbleiben, da sie schon von DE VRIES gegeben wurde; bei der Herstellung der Praeparate folgte ich in Allem seinem Beispiel. Ich möchte nur hervorheben dass auch diese Zellen meistens mehr als eine Vacuole auf zu weisen haben; gewöhnlich kommen nur 2 oder 3, bisweilen aber auch mehrere, bis 8, vor, welche alle gefärbten Zellsaft enthalten. Es zeigen sich bei diesen Zellen also die nämlichen Erscheinungen, wie sie oben bei Chaetomorpha beschrieben wurden, doch hier viel weniger auffallend.

Die Salzlösungen welche ich zu meinen Versuchen benutzte, wurden alle nach Molecülen bereitet. Eine Lösung von 1 Molecul irgend einer Substanz enthielt also das Moleculargewicht dieses Stoffes in Grammen pro Liter der Lösung *). Die Lösungen der verschiedenen Concentrationen welche ich benutzte, stellte ich in folgender Weise her. Es wurde zuerst eine Lösung von der Concentration von 1.0 oder 0.5 Mol. bereitet, und eine Bürette, in $^1/_5$ CC. vertheilt, mit dieser Flüssigkeit gefüllt, während eine zweite ähnliche, das Lösungsmittel enthielt. Die weniger concentrirten Lösungen wurden nun durch Vermischen von bestimmten Volumina der beiden Flüssigkeiten hergestellt. Zu diesem Zwecke hatte ich zuvor eine Tabelle berechnet, welche angab wieviel CC. der Lösung, und wieviel CC. des Lösungsmittels, zusammen 10 CC. einer Lösung von der gewünschten Concentration ergaben; diese beiden Quantitäten wurden mittelst der Büretten abgemessen, und gut gemischt. Dann wurden die Versuchspflanzen oder Pflanzentheile, möglichst frei von anhängendem Wasser, in die Lösung gebracht, entweder in Probirröhrchen von mehr als 10 CC. Inhalt, oder in flachen Kristallisirschalen zu 20 bis 120 CC., je nach der Zahl der benutzten Zellen, doch stets so, dass das Volu-

*) Eine Lösung von 1.0 Mol. enthält also z. B. 101 Gr. KNO_3, oder 58.5 Gr. NaCl, oder 342 Gr. Rohrzucker, oder 180 Gr. Traubenzucke. pro Liter der Lösung.

men dieser, jenem der Lösung gegenüber, als verschwindend klein zu betrachten war.

Als Lösungsmittel wurde stets diejenige Flüssigkeit gebraucht, in der die Versuchspflanzen vorher vegetirt hatten. Für Chaetomorpha war dieses also Meereswasser, für Spirogyra das gewöhnliche, als Trinkwasser hier in Leiden allgemein benutzte, Dünenwasser. Für die Epidermes von Curcuma und Tradescantia wurde auch letzteres gebraucht.

Im Bezug auf die Zusammensetzung des Meereswassers aus dem Golfe von Neapel hebe ich hervor dass es, nach der Analyse von FORCHHAMMER *) einen totalen Salzgehalt von fast 3.9 pCt. aufweist, von dem 2.4 pCt. auf NaCl kommt; ROTH †) gibt den nämlichen totalen Salzgehalt, doch den an NaCl auf 3.0 pCt. an.

Aus diesen Analysen liess sich berechnen dass das Meereswasser aus dem genannten Golfe isotonisch ist mit einer Lösung von Salpeter in destillirtem Wasser, von einer Concentration von 0.60 Mol.; beide Analysen ergaben ungefähr die nämliche Zahl.

Das Dünenwasser enthält nur 0.03 pCt. feste Stoffe, hauptsächlich $CaSO_4$ und $CaCO_3$. Aus einer officiellen Analyse berechnete ich dass seine wasseranziehende Kraft der einer Lösung von 0.0025 Mol. KNO_3 gleichkommt.

Die plasmolytische Grenzlösung von Chaetomorpha wurde auf ungefähr 0.14 Mol. KNO_3, die von Spirogyra auf 0.15 Mol. bestimmt §).

Wenn man hierbei in Betracht zieht dass DE VRIES den Salpeterwerth des Zellsaftes von der Mehrzahl der untersuchten Zellen aus verschiedenen Geweben von Landpflanzen auf

---

*) On the composition of seawater in the different parts of the Ocean. *Philos. Transactions*, 1865, p. 252.

†) *Allgem. und Chem. Geologie*, 1879, p. 524.

§) Es kamen aber nicht unerhebliche Differenze zwischen verschiedenen Fäden vor; von zwei Fäden z. B., welche gleichzeitig untersucht wurden, plasmolysirten die Zellen des einen sich schon, obwohl schwach, in 0.12 Mol., während erst nach längerer Zeit die des anderen in 0.16 Mol. einen Anfang von Plasmolyse zeigten.

0.16—0.20 Mol. bestimmte *), so muss es überraschen dass eine so nahe Uebereinstimmung besteht zwischen die Grösse der Turgorkraft aller jener Zellen, trotz der äusserst verschiedenen Medien in denen sie vegetiren. Wie gross dieser Unterschied ist, geht z. B. aus die Erwägungen hervor dass das Meereswasser nicht nur 240 Mal stärker Wasser anzieht wie das Dünenwasser, sondern ausserdem dass der Salpeterwerth des Zellsaftes bei Chaetomorpha mehr als 4 Mal geringer, und bei Spirogyra ungefähr 60 Mal grösser wie der des Mediums ist. Hieraus lässt sich also schliessen dass die wasseranziehende Kraft des Mediums in keinem directen Verhältnisse zur Grösse der Turgorkraft steht, und dass letztere also hauptsächlich von inneren Kräften und Ursachen bedingt werden muss.

Wir werden jetzt die Versuche und ihre Resultate beschreiben, welche zum Nachweise der Intrameabilität des Protoplasten angestellt wurden.

I. *Methode des directen Nachweises der afgenommenen Substanz.*

Im Anfang dieses Abschnittes wurde diese Methode kurz erwähnt, und die Hauptbedingungen ihrer Anwendbarkeit besprochen. Von den beiden Stoffen, Traubenzucker und Kalisalpeter, welche ich dazu geprüft habe, hat nur der letztere genügende Resultate geliefert.

Der Gebrauch von Traubenzucker schien zwar von vornherein wenig zweckmässig, da auch die Vacuole der normalen Zelle diesen Stoff enthalten kann, und zwar, je nach den früheren Lebensverhältnissen, in wechselnden Quantitäten, aber dennoch zweifelte ich nicht auch mit dieser Substanz genügende Resultate zu erhalten, wenn die TROMMER'sche Reaction im Stande wäre kleinere Quantitäten Traubenzucker

*) Vergl. *Turgorkraft*, p. 556. Es wurden auch geringere und höhere Salpeterwerthe gefunden, wie 0.12 und 0.30 Mol., doch sind diese Fälle selten den Anderen gegenüber.

nach zu weisen, und die Concentrationsdifferenzen in den verschiedenen Zellen übersichtlicher an zu zeigen.

Der Unvollkommenheit des Verfahrens wegen, werde ich meine Versuche mittelst der ich den directen Nachweis der Intrameabilität des Protoplasten für Traubenzucker an zu zeigen versuchte, übergehen, ausserdem weil sie mir gar keine überzeugende Resultate geliefert haben.

Viel besser gelangen mir aber meine Versuche mit Kalisalpeter; dieses wurde verursacht einerseits dadurch dass selbst Spuren dieses Salzes im Zellsafte der untersuchten Zellen fehlen, und ausserdem weil es ein Reactionsverfahren gibt, welches den Bedürfnissen vollkommen entspricht.

Diese Methode beruht auf die Anwendung des Diphenylamins, welches von MOLISCH *) als mikrochemisches Reagens zum Nachweise von Nitraten und Nitriten empfohlen wurde. In concentrirter Schwefelsäure gelöst, ruft es in Berührung mit den genannten Stoffen, eine blaue Verfärbung hervor, welche um so intensiver ist, und um so länger währt, je concentrirter die Lösung des Salzes ist. Die benutzte Lösung enthielt 0.1 Gr. Diphenylamin pro 10 CC. concentrirter Schwefelsäure.

In der nämlichen Weise wird diese Substanz zur Untersuchung von Trinkwasser auf Nitrate oder Nitrite angewandt. Versuche von WAGNER †) ergaben dass Salpeter selbst dann noch im Wasser erkannt werden kann, wenn seine Concentration nicht mehr als $^1/_{3000}$ pCt. beträgt §). Es liessen sich somit von dieser Reaction gute Resultate erwarten, und der Erfolg hat diese Erwartung völlig bestätigt.

Das Reactionsverfahren war folgendes:

Ein einzelner Faden, aus denjenigen welche untersucht werden sollten, 0.5 bis 1 cM. lang, wurde auf den Objectträger gelegt, alle anhängende Flüssigkeit mittelst Filtrirpapiers entfernt, (da das Diphenylamin aus der Lösung

---

*) *Ber. d. d. bot. Ges.*, 1883, Bd. I, p. 150.

†) *Zeitschrift für Chemie*, Jahrg. 20, p. 329; vergl. MOLISCH, l. c.

§) Weiter unten wird man in diesem Abschnitte (p. 352) die Resultate finden, welche ich für die Schärfe der Reaction erhielt.

in concentrirter Schwefelsaüre durch Wasser ausgefällt wird), mit einem Deckgläschen bedeckt, und auf den Mikroskoptisch gelegt. Um eine Uebersicht über die Reaction aller Zellen des Fadens zu erhalten, empfiehlt es sich eine nicht zu starke Vergrösserung an zu wenden; eine etwa 100-malige zeigte sich mir als die bequemste. Erst wenn das Mikroskop auf den Faden eingestellt war, wurde ein Tropfen des Reagenzes auf den Objectträger, unmittelbar neben den Rand des Deckglases gelegt. Dieser breitete sich dann allmählich aus, und strömte unterm Deckglase weiter, sobald die Flüssigkeit mit dem Rande in Berührung kam *).

Es konnte also das Verhalten der Zellen beobachtet werden, unmittelbar nachdem sie vom Reagens berührt wurden. Sobald dieses stattfindet, sieht man die Zellwand anschwellen, das Protoplasma sterben und mehr durchscheinend werden, während die Chlorophyllkörner eine hell grüne Farbe annehmen. Oefters wird auch ein Theil des Inhalts durch eine Oeffnung in der weichen, halb verflüssigten Zellwand nach Aussen getrieben.

Enthält die Vacuole Salpeter, so tritt ungefähr 4 bis 10 Secunden nach der Berührung vom Reagens mit dem Faden, in einer geringen Distanz neben diesem, ein blauer Streifen auf, dessen Intensität, je nach dem Gehalt an Salpeter, variiren kann von einem sehr hell blauen Nebel, welcher fast unsichtbar ist, bis zum dunkelsten, prachtvollsten Blau. Einige Secunden nach dem Auftreten fängt die Farbe zu verblassen an, desto schneller je geringer die vorhandene Quantität des Salpeters war; schliesslich verschwindet jene völlig.

Dass die Verfärbung neben und nicht in der Zelle auftritt, findet seine Erklärung darin, dass der Salpeter viel rascher durch das todte Protoplasma und durch die

*) Zur Beförderung vom gleichmässigen Eindringen des Reagenzes unter das Deckglas, wurde dort, in kurzer Entfernung vom Faden, ein kleines Stückchen trocknen Filtrirpapiers gelegt. Bei späteren Versuchen wurde auch wohl der Tropfen des Reagenzes direct auf den Faden gelegt, und dieser ohne Deckglas untersucht.

Zellwand hinaus diffundirt, wie die concentrirte Schwefelsäure hinein. Ausserdem soll man beachten dass die Säure Wasser an der Zelle entzieht, und dieses Wasser öfters ein stellenweises Ausfällen des Diphenylamins aus der Lösung bewirkt. In, und unmittelbar neben der Zelle findet sich dann also kein gelöstes Diphenylamin vor, und auch daher kann die Verfärbung erst in einer geringen Entfernung vom Faden auftreten. Diese Entfernung ist aber immer nur etwa 0.01 mM., oder kann selbst noch geringer sein.

Zum Nachweise der Intrameabilität des Protoplasma müssen die Versuchspflanzen während einiger Zeit in einer Salpeterlösung verweilen. Es erhellt dass dieser Umstand zur besonderen Vorsicht zwingt, wenn man nachher in den Zellen Salpeter aufsuchen will. Einerseits ist es unmöglich alle anhängende Flüssigkeit, und also auch allen Salpeter mittelst Filtrirpapiers zu entfernen, doch ausserdem ist die Zellwand mit der Lösung imbibirt, und dieser Theil kann natürlich in jener Weise nicht entfernt werden. Da die Versuchsresultate aber nichts beweisen, wenn nicht vorher gezeigt wird dass die Entfernung jener Salpetermolecüle vollkommen stattgefunden hat, so wurde dies in anderer Weise erzielt.

Es wurden nämlich die Fäden, nachdem sie in der Salpeterlösung verweilt hatten, und vor der Untersuchung mit Diphenylamin, in eine Lösung einer anderen Substanz gebracht, welche, wie die Salpeterlösung, vollkommen unschädlich war, doch sich zum Reactiv indifferent verhielt. Durch liegen in dieser Lösung während einer genügend langen Zeit konnte also alle Salpeter völlig entfernt werden. Damit aber die neue Lösung eine möglichst geringe Veränderung in den Versuchszellen hervorrufe, wurde jene meistens in der Concentration angewandt, dass sie mit der vorigen Salpeterlösung isotonisch war (ein nur geringer Unterschied beider im Bezug auf ihre wasseranziehende Kraft wirkte aber nicht im mindesten störend ein). In dieser neuen Lösung verweilten die Fäden meistens $^1/_4$ bis 1 Stunde, öfters aber auch während betrachtlich längerer Zeit.

Dass aber schon ein Verbleiben während $^1/_4$ Stunde zum Zwecke völlig hinreicht, geht aus folgenden Beobachtungen

hervor. Wenn Fäden während einiger Zeit in einer Salpeterlösung verweilt haben, so sind meistens vereinzelte Zellen gestorben. In letzteren muss also auch das Zelllumen ganz von der Salpeterlösung erfüllt sein. Wenn man solche Fäden nun in eine isotonische Na Cl-lösung legt, so findet man schon nach 15′ dass alle lebenden Zellen eine deutliche Reaction hervorrufen, während die todten keine Spur davon zeigen. In letzteren ist also nicht nur der Salpeter aus der Zellwand entfernt worden, sondern auch im Zelllumen fand sich dieses Salz nicht mehr vor; um so eher darf man daher annehmen dass auch der Salpeter völlig aus den Wänden der lebenden Zellen verschwunden war. Da diese aber dennoch die Reaction hervorriefen, konnte dieses Salz also nur, entweder im Protoplasma, oder in der Vacuole, oder auch in beiden zugleicher Zeit enthalten sein.

Ausserdem wird aber die Brauchbarkeit dieser Methode durch den folgenden Versuch bestätigt.

Einige Fäden von Spirogyra hatten während 3 × 24 Stunden in einer Lösung von 0.13 Aeq. KNO_3 verweilt, und kamen nachdem in eine isotonische Rohrzuckerlösung in der sie $2^1/_2$ Stunde verblieben. Alle die Fäden welche untersucht wurden, riefen in der Diphenylaminlösung eine sehr dunkle Verfärbung hervor. Einige andere der obigen Fäden, wurden nun aus der Rohrzuckerlösung in verdünnte Salzsäure (1 : 20) gebracht, und kamen nach wenigen Minuten, der eine nach dem anderen zur Untersuchung. Es zeigte sich nun dass die Zellen schon nach einem Verweilen während 15′ in letzterer Lösung keine Reaction mehr hervorriefen, und bisweilen trat diese schon nach 5′ nicht mehr auf. Das Auswaschen der Fäden in der unschädlichen Rohrzuckerlösung während $^1/_4$ Stunde darf also als völlig genügend angenommen werden.

Da das Reagens fast immer noch unterm Deckglase weiterströmt, während die Reaction auftritt, werden die verfärbten Theile der Flüssigkeit natürlich mit dem Strome fortgeführt. Wenn nun nicht alle Zellen die Reaction zeigen, und die Stromrichtung dem Faden paralell läuft, so ist es öfters unmöglich zu entscheiden welche Zellen Salpeter enthielten, und welche nicht. Bisweilen können aber

gerade diese Strömungen in deutlichster Weise die Zellen anzeigen welche die Reaction veranlassten.

Besonders ist dieses der Fall wenn die Richtung des Stromes senkrecht oder schief zur Achse des Fadens steht; dann wird der Salpeter und die blaue Verfärbung aus jeder Zelle einzeln fortgeführt, und es treten also eine Anzahl paralleler, blauer Streifen auf, von welchen jeder bei der Zelle anfängt. aus welcher das Salz austritt. Enthält eine Zelle keinen Salpeter, so kann von dort aus keine Verfärbung veranlasst werden. Umgekehrt deutet dann der Anfang jedes Streifens unzweifelhaft auf einer Zelle welche Salpeter enthielt. In einem solchen Falle erhielt ich dabei folgendes Bild (Fig. 3).

Besonders deutlich traten auch stets die Zellen, welche die Verfärbung verursachten hervor, wenn das Präparat nicht von einem Deckglase bedeckt war.

Zur Entfernung des Salpeters aus den Zellwänden, wurden öfters Na Cl-lösungen angewandt, da diese meistens ein vollkommen befriedigendes Resultat ergaben. Der Umstand aber, dass Na Cl in Berührung mit concentrirter Schwefelsäure zur Bildung von H Cl-dampf Anleitung gibt, verursacht dass stets Gasentwickelung statt findet sobald das Reagens mit dem Faden in Berührung kommt. Meistens ist diese Entwickelung nur schwach, und wirkt dann bei der Beobachtung gar nicht störend ein; bisweilen kann sie aber so heftig sein, dass sie den aufgequollenen Faden zerreist, und dass die einzelnen Theile von den Gasblasen mitgeführt werden. Oefters ist es dadurch unmöglich die Intensität der Reaction zu beurtheilen. Am meisten störend ist dieser Umstand natürlich bei Anwendung von hoch concentrirten Lösungen, wie z. B. solche von 0.5 bis 1.0 Mol. Dieser Umstand ist um so störender weil gerade bei diesen Versuchen die Na Cl-lösung sich nicht ersetzen lässt, weil andere Stoffe entweder nicht in der erforderlichen Concentration löslich sind (K_2SO_4), oder weil sie schädlich einwirken ($(NH_4)_2SO_4$), oder endlich weil die Lösung dann zu dickflüssig ist (wie bei Rohrzucker).

Damit die im Folgenden zu erwähnenden Intensitäten

der Verfärbung zu gleicher Zeit dienen können zur rohen Abschätzung der Concentrationen zu welchen der Salpeter in den untersuchten Zellen angehäuft war, habe ich die Concentrationen verschiedener Salpeterlösungen bestimmt, welche ungefähr die nämlichen Intensitäten der Verfärbung hervorriefen, wie ich sie bei den Zellen beobachtete, und bei den folgenden Versuchen angegeben werden. Dass es sich hier nicht um genaue Zahlen handeln kann, ist wohl selbstverständlich.

Die bei diesen Bestimmungen benutzten Salpeterlösungen wurden durch wiederholtes Verdünnen einer Lösung von 1.0 Aeq. hergestellt, also in der nämlichen Weise wie die übrigen Versuchslösungen bereitet wurden. Ein Tropfen der zu prüfenden Lösung wurde dann auf einen Objectträger gelegt, und unmittelbar daneben ein fast eben so grosser Tropfen des Reagenzes. Letzterer breitete sich dann allmählich aus und kam dabei mit dem Tropfen der Salpeterlösung in Berührung, in dem nach einigen Secunden die Verfärbung auftrat. Es wurden die beiden Flüssigkeite aber nicht gemischt, damit soviel wie möglich die Umstände nachgeahmt würden, welche bei der Untersuchung der Zellen herrschten.

Da die Verfärbung stets viel dunkler erscheint wenn man sie mit dem blossen Auge betrachtet, wie unterm Mikroskope, wurde auch hier die Verfärbung stets bei 100-maliger Vergrösserung beurtheilt, also gerade wie bei den Versuchen mit Spirogyr a-fäden.

Die Resultate waren folgende:

Concentration des KNO_3 in Aeq.	Intensität der Reaction:
0.03	Sehr intensiv.
0.02	Intensiv.
0.01	Intensiv.
0.005	Dunkel.
0.002	Dunkel.
0.001	Dunkel.
0.0008	Deutlich.
0.0004	Schwach.
0.0003	Schwach bis sehr schwach.
0.0002	Schwach bis sehr schwach; mit blossem Auge noch deutlich.
0.0001	Nicht; mit blossem Auge kaum wahr zu nehmen.

Die geringste Concentration welche das Reagens unterm Mikroskope noch angibt, beträgt also nur 0.0002 Aeq. oder ± 0.002 pCt.

Die Resultate der in oben beschriebener Weise mit Spirogyra angestellten Versuche sind in der folgenden Tabelle verzeichnet. Es geben dort die Zahlen in der ersten Spalte die Concentrationen der Salpeterlösungen an, in der die Praeparate gebracht wurden. In der zweiten und dritten Spalte sind die Zeiten (in Stunden) angegeben, während welcher sie in den beiden Lösungen verweilten; die 2e Lösung ist jene, mittelst welcher der Salpeter ausgewaschen wurde. In der letzten Spalte findet man die beobachteten Reactionen vermeldet, und zwar stets im Bezug auf der Intensität, in ansteigender Folge; es bedeutet dort: 0: keine Reaction, 1: sehr schwach, 2: schwach, 3: deutlich, 4: dunkel, 5: intensiv. Wenn ein Faden nicht in

allen Theilen den nämlichen Grad von Verfärbung hervorrief, wurden 2 oder 3 dieser Zahlen angegeben. Die kleineren Ziffern, zwischen Klammern hinter ersteren geben die Zahl der Fäden an, welche die vorstehende. Farbenreaction verursachten. Es bedeutet also: 0 –1 –5 (2), dass von 2 Fäden jede zum Theile keine Reaction gab, zum Theile aber eine sehr schwache, und zum dritten Theile eine intensive Verfärbung hervorrief.

Es sei hier besonders hervorgehoben dass alle die untersuchten Praeparate in der Tabelle aufgenommen wurden; todte Zellen und Fäden verursachten niemals eine Reaction, und auf diese wurde also keine weitere Rücksicht genommen. Die Lösungen unter 0.15 Aeq. riefen keine Plasmolyse hervor, alle übrigen aber anfänglich wohl.

Conc. KNO_3 in Aeq.	Zeit, in Stunden, in KNO_3	in 2e Lös.	Resultate:
0.05	1/2	1 1/2 *)	1 (3).
	2	2 1/2	0 (2), 1 (2), 3 (2).
	3 3/4	3/4	1 (3).
	4 1/4	1 1/2	0 (3), 1 (3), 0 –1—5 (1), 2 (2).
	6 1/4	17	0 (2), 0—2 (2), 2 (3).
	23 1/2	2	0—2 (4) †), 2 (1).
0.10	2 1/4	2	2 (2), 3 (1), 0—3—4 (1), 4 (1).
	5 1/2	17	2—3 (1), 3 (2), 4—5 (1), 5 (1).
	24	24	2 (1), 3 (3).
	49	50	2—4 (3), 3 (3), 5 (1).
	72	75	2 (1), 0—3 (1), 2—3 (4), 4 (1), 3—5 (1).

*) Die zweite Lösung war stets eine isotonische NaCl-Lösung, wenn nicht anderes angegeben ist.

†) In zwei dieser Fäden riefen in jedem eine Zelle eine dunkle Reaction, 4, hervor.

Conc. KNO_3 in Aeq.	Zeit, in Stunden,		Resultate:
	in KNO_3	in 2e Lös.	
0.13	72	$^{1}/_{2}$ *)	4 (^{2}).
	72	$2^{1}/_{2}$	4 (^{4}).
	72	19	4 (^{2}).
	72	42	5 (^{1}).
0.15	72	$18^{1}/_{2}$ *)	3 (^{2}), 4 (^{1}).
	72	42	3 (^{1}).
0.17	$^{1}/_{2}$	1	(kräftige Plasmolyse), 0 (^{2}), 0—1 (^{2}), 1 (^{2}), 3 (^{2}).
	2	2	(deutlich schwächere Plasm.), 0 (^{1}), 3 (^{2}), 4 (^{3}).
	$4^{1}/_{4}$	1	(keine Plasm.), 0 (^{1}), 3 (^{1}), 4 (^{4}).
	$6^{1}{}_{4}$	17	(»), 3 (^{1}), 4 (^{3}), 5 (^{1}).
	$23^{1}/_{2}$	$1^{3}/_{4}$	(»), 3 (^{2}), 5 (^{1}).
	72	$^{3}/_{4}$ *)	(»), 3 (^{2}), 3—5 (^{1}).
	72	$19^{1}/_{2}$	(»), 3 (^{3}).
	72	43	(»), 3 (^{1}).
0.20	19	1	(deutliche Plasm.), 3 (^{1}), 4 (^{1}).
0.30	$^{1}/_{6}$	$^{1}/_{4}$ †)	(kräftige Plasm.), 2—3 (^{1}).
0.50	$^{1}/_{12}$	$^{1}/_{6}$ §)	(sehr kräftige, norm. Plasm. **)), 3 (^{1}).

*) Für die Versuche mit 0.13, 0.15 und für die drei Letzten von 0.17 Aeq. KNO_3 wurden isotonische Rohrzuckerlösungen angewandt.

†) 0.30 Mol. K_2SO_4 (isoton. mit 0.40 Aeq. KNO_3).

§) Für alle die Versuche mit 0.50 Aeq. KNO_3 wurde als 2e Lösung 0.5 Mol. K_2SO_4 (isoton. mit 0.67 Aeq. KNO_3) benutzt.

**) Nur die normal plasmolysirten Zellen, also jene mit völlig lebendigem Protoplasma, wurden hier bei der Reaction beachtet. Isolirung der Vacuolenwand, und alleinige Contraction dieser, kam häufig vor.

Conc. KNO_3 in Aeq.	Zeit, in Stunden,		Resultate:
	in KNO_3	in 2e Lös.	
0.50	1/9	1/4	(sehr kräftige, normale Plasm.) 3 (1).
	1/6	1/4	(»), 0 (1).
	1/3	1/4	(»), 3 (1).
	1/2	1/4	(»), 3 (1).
1.00	1/2	1/4	(»), 4 (1, nur eine Zelle *)).
	2 1/4	1	(»), 4 (3, in jeder Faden nur einzelne Zellen).

Aus allen diesen Versuchen geht zum deutlichsten hervor dass das normale Protoplasma der Zellen von Spirogyra intrameabel sein muss für Kalisalpeter, und dass diese Eigenschaft sich sowohl in nicht plasmolysirtem, wie auch in plasmolysirtem Zustande Kund gibt.

In der nämlichen Weise angestellte Versuche mit Epidermisstücken von Curcuma rubricaulis und von Tradescantia discolor ergaben vollkommen ähnliche Resultate:

Curcuma. Das Praeparat verweilte 25 1/2 St. in 0.11 Aeq. KNO_3 und nachher 22 St. in 0.11 Mol. NaCl. Intensität der Reaction: 4.

Tradescantia. 28 St. in 0.10 Aeq. KNO_3, und 20 St. in 0.10 Mol. NaCl; Reaction: 4; 5 Tage in 0.12 Aeq. KNO_3 und 4 1/4 St. in 0.12 Mol. NaCl: 4 (4), 4—5 (1), 5 (2); 5 Tage in 0.11 Aeq. KNO_3 und 4 1/4 St. in 0.11 Mol. NaCl: 4 (3), 5 (2).

Auch die Protoplaste dieser Zellen müssen also für Salpeter intrameabel gewesen sein.

In der Substanz des Potoplasma der Zellen, welche während einiger Zeit in einer Salpeterlösung verweilt haben, scheint

*) Nur sehr vereinzelte Zellen waren normal plasmolysirt, in vielen Fäden kamen solche selbst gar nicht vor. In den meisten Zellen war nur noch die Vacuolenwand lebendig, doch jene wurde hier ausser Acht gelassen.

dieses Salz sich nicht in nachweisbarer Quantität vor zu finden; ich leite dieses ab aus dem Umstande dass die Farbe welche die Chlorophyllkörner bei Berührung mit dem Reagens annehmen, die nämliche ist ob man frische Fäden anwendet, oder solche die vorher einige Zeit in der Salpeterlösung zugebracht hatten und nachher in üblicher Weise abgewaschen wurden. Drei Fäden z. B. hatten $3^3/_4$ St. in 0.05 Aeq. KNO_3 verweilt, und nachher $^3/_4$ St. in 0.05 Mol. Na Cl. In der Diphenylaminlösung riefen diese eine nur sehr schwache Reaction hervor (vergl. die obenstehende Tabelle); die hellgrüne Farbe welche die Chorophyllkörner vor dem Auftreten der Reaction erhielten war die nämliche wie jene, welche diese Körper unter den nämlichen Umstanden annahmen aus Fäden, welche allein während $^3/_4$ St. in 0.05 Mol. Na Cl verweilt hatten. Letztere Fäden wurden zum besseren Vergleiche, neben ersteren auf den Objectträger gelegt, und zugleich mit diesen beobachtet. Wäre auch Salpeter im Protoplasma vorhanden gewesen, so hätte die hellgrüne Farbe der Chlorophyllkörner einen bläulichen Ton erhalten müssen, doch dieser war hier ganz sicher nicht zu bemerken.

Da es wohl unwahrscheinlich ist dass durch die Na Cl-lösung auch der Salpeter aus dem äusseren Protoplasma entfernt wurde, so bleibt zur Erklärung des Ausbleibens der Reaction vom Protoplasma nur über anzunehmen, entweder dass der Salpeter dort in viel geringerer Concentration vorkam wie in der umgebenden Lösung, so wohl wie in der Vacuole, oder das dieses Salz so fest an das Protoplasma gebunden ist, dass es sich mittelst Diphenylamin nicht nachweisen lässt.

Da aber die Verfärbung durch das genannte Reagens wahrscheinlich von freier Salpetersäure, und nicht vom Salpeter selber hervorgerufen wird, und diese Säure wohl immer durch concentrirte Schwefelsäure aus jenem Salze freigemacht werden wird, also auch wenn es am Protoplasma gebunden ist, so kommt mir erstere Anschauung am wahrscheinlichsten vor.

Wenn dem so ist, scheint sich hier der Salpeter gerade so zu verhalten wie wie der Traubenzucker in assimilirenden

Blättern. Obwohl letztere Substanz dann fortwährend in diesen Organen bereitet, und nach den Stengeltheilen geführt wird, so gelingt es doch niemals jenen Stoff während der Assimilation dort nach zu weisen. Obwohl dieser also fortwährend durch das Protoplasma hindurchgehen muss, gerade wie der Salpeter in obigen Fällen, so sind beide Substanzen dennoch mikrochemisch nicht nachweisbar. Ueberhaupt kommt es mir wahrscheinlich vor dass nur dann gelöste Stoffe in den Zellen nachgewiesen werden können, wenn diese in der Vacuole zu einer hinreichenden Concentration angehäuft sind.

II. *Methode der Steigerung vom Salpeterwerth des Zellsaftes.*

Die zweite Methode welche zum Nachweise der Intrameabilität des Protoplasten benutzt wurde, beruht auf die Vergleichung des Salpeterwerthes vom Zellsafte (oder, was das nämliche ist, der plasmolytischen Grenzlösung *) der Zellen) frischer Geweben, mit solchen anderer, welche während mehrerer Tage in einer Salzlösung von bekannter Concentration verweilt haben.

Die Einrichtung der Versuche war folgende:

Von den frischen Zellen wurde die plasmolytische Grenzlösung in der gewöhnlichen Weise aufgesucht, und also die höchste Concentration einer Salzlösung ermittelt, welche noch gerade keine Plasmolyse verursacht, sowie die geringste Concentration welche schon Plasmolyse hervorruft. Die Concentration der plasmolytischen Grenzlösung liegt zwischen jenen beiden Werthen.

Eine grosse Zahl der Praeparate von frischen Geweben wurden dann in eine Glasschale mit 120 CC. einer Salzlösung bekannter Concentration gebracht, darin mehrere Tage belassen, und dann wieder in obiger Weise die Grenzlösung bestimmt. Die Differenz der Werthe dieser, nach und vor dem Verweilen in der Flüssigkeit, gibt dann

*) Vergl. DE VRIES, *Turgorkraft*, p. 430 und 444.

direct an um wieviel die Concentration des Zellsaftes durch den Versuch gestiegen war.

Ein Vortheil dieser Methode liegt in dem Umstande, dass sie ungefähr angibt, wie gross der Effect der Intrameabilität sein kann; die vorige Methode liess kaum mehr wie die roheste Abschätzung der Quantität des in die Vacuole eingedrungenen Salpeters zu.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate aller vorgenommen Versuche verzeichnet. In jene wurden ausserdem die Versuche zur Bestimmung des Salpeterwerthes vom Zellsaft der frischen Zellen aufgenommen, welche Letztere so viel wie möglich den Versuchszellen gleich waren; bei diesen Versuchen sind daher in den Spalten 2, 3, 4 und 8 keine Zahlen eingeschrieben. Dieser Salpeterwerth war für alle die benutzten Spirogyra-zellen der nämliche; da diese Zahl bei den Zellen von Curcuma und von Tradescantia aber nicht constant ist, wurde sie vor jedem einzelnen Versuche aufs Neue ermittelt. Alle die diesbezüglichen Zahlen sind auch in der Tabelle verzeichnet, und jene gelten also nur für die unmittelbar folgenden Versuche.

In den ersten vier Spalten finden sich die Angaben betreffend die benutzten Zellen, das angewandte Salz, die Concentration der Lösung (in Molecülen) in der die Zellen verweilten, und die Dauer des Aufenhalts in jener bevor die plasmolytische Grenzlösung zum zweiten Male bestimmt wurde; in der fünften Spalte sind die Concentrationen der Lösungen angegeben welche Plasmolyse verursachten, und in den sechsten die, welche keine sichtbare Veränderung veranlassten. Zur Bestimmung des Salpeterwerthes wurden stets Lösungen des nämlichen Salzes angewandt, in dessen Lösung die Versuchszellen vorher verweilt hatten.

In der siebenten Spalte findet man die Concentrationen der Grenzlösungen angegeben, wie sie aus den Angaben in den beiden vorigen Spalten folgt, und in der achten schliesslich die Steigerung welche die Concentration des Zellsaftes während des Versuchs erfahren hat. Die bei einem und dem selben Versuche erhaltenen Zahlen sind alle in eine Zeile gestellt.

Alle die Versuche mit Spirogyra wurden in der beschriebenen Weise angestellt, sowie auch der zuletzt erwähnte Versuch mit Tradescantia, in welchem die Zellen in 0.10 Mol. Na Cl gebracht wurden. Zu den übrigen Versuchen mit Tradescantia und mit Curcuma wurde die folgende, etwas einfachere Einrichtung gewählt.

Eine Anzahl Praeparate, unmittelbar neben einander einem nämlichen Blatte entnommen, wurden über 5 bis 7 Lösungen vertheilt, die eine Lösung stets um 0.01 Aeq. oder Mol. schwächer wie die Andere. Die Praeparate wurden dann zuerst nach einigen Stunden, und später jeden Tag einmal untersucht. Aus dem Resultate welches nach einigen Stunden erhalten wurde, liess sich natürlich auf die plasmolytische Grenzlösung der normalen Zellen schliessen; ebenso ging aus den späteren Beobachtungen hervor welche ungefähr die Grenzlösung in jenem Momente war. Einerseits können letztere Versuche also nicht so genaue Resultate geben wie die nach der vorigen Methode angestellte, doch andererseits wird durch jene Einrichtung das öfters sehr schädliche Uebertragen der Praeparate aus der einen Lösung in die andere, umgangen.

Pflanze.	Salz.	Conc. in Mol.	Untersucht nach ... Tage.	Plasmolyse in:	Keine Plasmolyse in:	Plasmolyt. Grenzlös.	Steigerung der plasm. Grenzlös.
Spirogyra.....	—	—	—	0.30, 0.25, 0.20, 0.15	0.10	0.15	—
	—	—	—	0.21, 0.19, 0.17	0.15, 0.13		
	K NO_3	0.20	4	0.40, 0.35, 0.30, 0.25	0.25, 0.20	0.25	0.10
	Na Cl	0.20	15	0.35, 0.30	0.25, 0.20	0.29 *)	0.14
	"	0.20	21	0.35	0.33, 0.30, 0.20	0.34	0.19
	"	0.10	29	0.35, 0.30, 0.25	—	0.20—0.22 †)	0.05—0.07
	"	0.10	51	0.30	0.25	0.25 §)	0.10
Curcuma......	—	—	—	0.14, 0.13, 0.12, 0.11	0.11, 0.10	0.11	—
	K NO_3	0.14	4	0.14	0.14, 0.13, 0.12, 0.11, 0.10	0.14	0.03
	—	—	—	0.14, 0.13, 0.12, 0.11, 0.10, 0.09	0.08	0.085	—
	Na Cl	0.14	4	0.14, 0.13, 0.12, 0.11, 0.10, 0.09	0.08	0.085	0.00
Tradescantia..	—	—	—	0.15, 0.14, 0.13	0.13, 0.12, 0.11	0.13	—
	K NO_3	0.15	4	0.15	0.15, 0.14, 0.13,	0.15	0.02
	—	—	—	0.14, 0.13, 0.12	0.12, 0.11, 0.10	0.12	—
	Na Cl	0.14	4	0.14	0.14, 0.13, 0.12	0.14	0.02
	—	—	—	0.14, 0.13, 0.12	0.11, 0.10	0.115	—
	K NO_3	0.14	1	0.14	0.14, 0.13, 0.12, 0.11, 0.10	0.14	0.025
	Na Cl	0.10	6	0.18, 0.16, 0.14, 0.13	0.13, 0.12	0.13	0.015

*) Die Plasmolyse in 0.30 Mol. war nur sehr schwach.

†) Der Grad von Plasmolyse in 0.25 Mol. war ungefähr der nämliche wie der, welcher in normalen Zellen auftrat wenn die Lösung um 0.03—0.05 Mol. höher concentrirt war wie der Zellsaft. Daher wurde hier die Concentration der Grenzlösung um 0.03—0.05 Mol. niedrieger geschätzt.

§) Die Pl... in 0.30 Mol. war kräftig...

Es erhellt aus diesen Zahlen also dass die plasmolytische Grenzlösung der benutzten Zellen, durch Verweilen in einer Salzlösung während mehrerer Tage, eine ansehnliche Steigerung erfahren kann. Es kann diese soweit gehen dass die Zelle schliesslich ihre ursprüngliche Turgorkraft wieder bekommen hat, und dass also die Concentration des Salpeters oder des Kochsalzes im Zellsafte, die nämliche geworden ist wie die in der äusseren Lösung.

III. *Methode der nachträglichen Ausdehnung plasmolysirter Protoplaste.*

Die dritte Methode, mittelst der es mir gelang die Intrameabilität des Protoplasma nach zu weisen, ist jene der nachträglichen Ausdehnung plasmolysirter Protoplaste.

Die zu untersuchenden Zellen wurden zu diesem Zwecke in ein relativ grosses Volum einer mehr oder weniger stark plasmolysirend wirkenden Lösung irgend einer Substanz gebracht, und der Grad von Plasmolyse wiederholt beobachtet, zuerst wenige Stunden nach dem Anfang des Versuchs, und weiter meistens mit Intervallen von je einem Tage. Fast immer fand ich dass die anfänglich eingetretene Plasmolyse nach und nach geringer wurde, und schliesslich völlig verschwinden konnte. Dass diese Erscheinung die Steigerung der wasseranziehenden Kraft des Zellsaftes beweist, und also mit Wahrscheinlichkeit auf die Intrameabilität der Protoplaste deutet, geht aus folgendem hervor *).

Wenn eine Zelle in eine Lösung irgend einer Substanz gebracht wird, so entzieht jene dem Zellsafte Wasser, und zwar so lange bis ein Gleichgewichtszustand eingetreten ist, in der die, in Folge des Wasserverlustes gesteigerte, wasseranziehende Kraft des Zellsaftes jener der Umgebung gleich geworden ist. War die Lösung hinreichend concentrirt, so wird Plasmolyse eingetreten sein; der Protoplast wird sich also von den Zellwand losgelöst haben, um der Volumver-

*) Vergl. dazu: DE VRIES. *Betteraves*, p. 121.

kleinerung der Vacuole gleichen Schritt zu halten. Da, wie bekannt, (vergl. p. 332 ff.) der normale Protoplast keine der im Zellsaft gelöst vorkommenden Stoffe hinaus diffundiren lässt, und also nicht extrameabel ist, so wird der Grad der Plasmolyse sich nicht ändern, selbst nicht während eines andauernden Verweilens in der Lösung, doch nur unter der Bedingung, dass der Protoplast ebensowenig intrameabel sei für das Salz aus der umgebenden Lösung. Ist letzteres aber der Fall, so wird der Uebertritt dieser Substanz in die Vacuole die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes steigern, und also die zuvor eingetretene Gleichgewichtslage stören. Es kann diese dann nur durch entsprechende Wasseraufnahme der Zelle aus der Lösung hergestellt werden, welche solange währen wird, bis die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes wieder bis auf jene der Umgebung gesunken ist. Die Wasseraufnahme der Zelle bedingt aber eine Volumvergrösserung der Vacuole und somit das Rückgängigwerden der Plasmolyse, welches allmählig bis zur völligen Aufhebung dieser fortfahren kann. Umgekehrt aber beweist diese nachträgliche Ausdehnung des Protoplasten die Steigerung der wasseranziehenden Kraft des Zellsaftes, doch nur wenn die Concentration der äusseren Lösung unverändert bleibt.

Die Versuche wurden wurden zum Theile mit Chaetomorpha, zum Theile mit Spirogyra, Curcuma, Tradescantia, und mit Längsschnitten aus einem jungen Blatte von Stratiotes aloïdes angestellt. Die Resultate derjenigen zu welchen erstere Pflanze diente, sind es besonders, welche mich auf den Gedanken der Intrameabilität des Protoplasma führten.

Um gewiss zu sein dass bei der wiederholten Untersuchung der Zellen, stets die nämlichen zur Beobachtung gelangten, wurde bei Chaetomorpha in folgender Weise verfahren. Es wurden zwei normalen Fäden gewählt, der eine $1^1/_2$ bis 2 Mal so lang wie der zweite. Beide wurden dann in eine gleiche Anzahl Stücke zerschnitten, so dass die eines jeden Fadens untereinander ungefähr gleich lang waren, und dadurch in Länge bedeutend von denen des

anderen Fadens abwichen. In jeder Lösung wurde nun stets ein Stück des langen, und eines des kurzen Fadens gebracht. Dass nämliche wurde auch bisweilen mit drei Fäden von ungleichen Längen gethan. In ähnlicher Weise verfuhr ich bei den Praeparaten der Epidermis von Curcuma und von Tradescantia, bei denen stets in jeder Lösung eines das grössere war; dieses wurde zu den wiederholten Beobachtungen gewählt; die Uebrigen dienten zur Controlle.

Die in obiger Weise erhaltenen Resultate sind, einer bequemen Uebersicht wegen, unten in tabellarischer Form zusammengestellt. In der ersten Spalte befinden sich die Angaben über das benutzte Material, und die Art und Concentration der Lösung in der die Zellen gebracht wurden. Ich möchte hier aber an das in der Einleitung Gesagte erinnern, dass bei den Lösungen, welche für die Versuche mit Chaetomorpha dienten, das Lösungsmittel stets Meereswasser war. Die Zahlen, welche in Klammern hinter die Concentrationen der Rohr- und Traubenzuckerlösungen angegeben sind, deuten auf die Concentrationen isotonischer Salpeterlösungen. Bei den NaCl-lösungen würden diese überflüssig sein, weil gleich hoch concentrirte Lösungen (in Molecülen) von Salpeter und Kochsalz isotonisch sind. Die Zahlen in der zweiten und dritten Spalte deuten den Augenblick an, in der die Fäden untersucht wurden, und zwar in Stunden, gerechnet vom Augenblicke an, in der die Zellen in diejenige Lösung gebracht waren, in der sie bei der Untersuchung verweilten. Die zweite Spalte gibt also den Augenblick an in dem zum ersten Male Plasmolyse beobachtet wurde, und die dritte jenen, in dem ich sie zum ersten Male verschwunden sah. Bei längerer Dauer der Versuche wurden die Praeparate meistens einmal pro Tag untersucht, und es bleibt daher unentschieden ob die Plasmolyse vielleicht schon früher eingetreten, oder auch schon früher verschwunden war.

Eine (*s*) neben einer Zahl gibt an dass die Plasmolyse nur schwach war; und also bedeutet die Angabe: $^1/_2$—$3^1/_4$ (*s*) dass eine halbe Stunde nach dem Anfang des Ver-

suchs die Plasmolyse kräftig, doch dass sie nach $3\frac{1}{4}$ Stunde nur noch schwach war. Eine (*t*) deutet auf den turgescenten Zustand der Zelle; es war in diesen Fällen also nicht nur die anfängliche Plasmolyse verschwunden, sondern ausserdem hatte die Zelle ihre (volle?) Turgescenz wiedergewonnen. Es konnte dieses nur bei Spirogyra deutlich beurtheilt werden, und wurde dort aus dem Umstande abgeleitet dass die Querwände nach Aussen gebogen waren, da dieses auf einen im Innern der Zelle herrschenden Ueberdruck deuten muss. Selbstverständlich kann dieses nur dann in einer Zelle auftreten wenn sie an eine nicht turgescente, also plasmolysirte oder todte grenzt. Ein (*h*) bedeutet dass in nur etwa der Hälfte der Zellen die Plasmolyse verschwunden war.

	Beobachtung nach .... Stunden.			Beobachtung nach .... Stunden	
	Plasmolyse.	nicht Plasm.		Plasmolyse.	nicht Plasmol.
Chaetomorpha			0.20 (0.133)	$\frac{3}{4}$ (*s*)	$2\frac{1}{2}$
0.12 Aeq. KNO_3	1	$3\frac{1}{2}$	0.22 (0.147)	$\frac{3}{4}$ (*s*)	$2\frac{1}{4}$
0.13	1	$3\frac{1}{2}$	0.24 (0.16)	$\frac{2}{3}$ (*s*)	$2\frac{1}{4}$
0.16	$\frac{1}{2}$—$3\frac{1}{4}$ (*s*)	—	0.26 (0.173)	$\frac{2}{3}$	90
0.17	$\frac{3}{4}$	7	0.30 (0.20)	$\frac{1}{60}$	90
0.20	$\frac{1}{2}$	7	0.40 (0.266)	$\frac{1}{60}$	90
0.20	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	Spirogyra		
0.17 Mol. NaCl	$\frac{2}{3}$	7	0.15 Aeq. KNO_3	1	4 (*t*)
0.18	$\frac{1}{2}$	1	0.17	1	4 (*t*)
0.20	$\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{4}$	0.19	1—4 (*s*)	24 (*t*)
0.25	$\frac{1}{3}$	3	0.20	$\frac{3}{4}$	19 (*t*)
0.25	$\frac{1}{3}$	3	0.21	1—4 (*s*)	—
0.18 (Mol. Rohrzucker 0.12)	1 (*s*)	$2\frac{1}{2}$	0.30 Mol. Traubenzuker (0.20)	$1\frac{1}{2}$	25*)

*) Alle Uebergänge zwischen kräftig plasmolysirten und turgescenten Zellen kommen vor.

	Beobachtung nach .... Stunden.			Beobachtung nach .... Stunden.	
	Plasmol	nicht Plasm.		Plasmolyse.	nicht Plasmol.
Curcuma			Tradescantia		
0.11 Aeq. KNO_3	$1\frac{1}{4}$ *)	25	0.14 Aeq. KNO_3	$1\frac{1}{4}$	28
0.12	$1\frac{1}{4}$	50 (*h*)-76	0.13	$1\frac{1}{2}$	28
0.13	1	50 (*h*)-76	0.12	$1\frac{3}{4}$	28
0.14	$\frac{3}{4}$	50 (*h*)-76	0.15	4	96
0.13	1	52	0.14	4	72
0.14	1	96	0.14 Mol. Na Cl	3	96 (*s*)
0.15	$\frac{3}{4}$	96 (*s*)	0.14	$3\frac{1}{2}$	96
0.16	$\frac{3}{4}$	96 (*h*)	0.13	$3\frac{1}{2}$	96
0 20	$\frac{1}{2}$	96 (*s*)	0.12	$3\frac{1}{4}$	48
			Stratiotes		
			0.20 Aeq. KNO_3	$2\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$

Aus diesen Angaben geht aufs Deutlichste hervor dass die mittelst dieser Methode erhaltenen Resultate vollkommen zu den früheren stimmen, und dass auch diese die Steigerung der Concentration des Zellsaftes beweisen, und also die Intrameabilität des Protoplasten wahrscheinlich machen.

Es gelang mir aber nicht in jener Weise diese Eigenschaft für die Epidermiszellen vor Curcuma im Bezug auf Kochsalz an zu zeigen.

Die Erscheinung der nachträglichen Ausdehnung plasmolysirter Protoplaste wurde auch schon früher von de Vries beobachtet bei Curcuma und Tradescantia bei Versuchen, in welchen die Zellen während mehrerer Tage in sehr schwach plasmolysirenden Lösungen verweil-

*) Nur ungefähr die Hälfte der Zellen war plasmolysirt; 0 11 Aeq. war also ungefähr die Concentration der plasmolytischen Grenzlösung.

ten *). DE VRIES schrieb diese Erscheinung aber einem abnormalen Zustande des äusseren Protoplasma und der Vacuolenwand zu. Obwohl letzteres ohne Zweifel den nämlichen Erfolg haben würde, so glaube ich dennoch Ursache zu haben zu meinen, dass man hier nicht an irgend einem abnormalen Zustande zu denken hat, und leite dieses aus folgendem ab.

Wie bekannt, ist schon eine geringe Veränderung in der Umgebung einer Zelle im Stande die Protoplasmaströmung für eine kurze Zeit, oder auch für immer zum Sistiren zu bringen; man hat daher Ursache aus dem Fortwähren dieser Bewegungen auf den normalen Zustand des Protoplasten zu schliessen. Bei einigen Versuchen mit Tradescantia achtete ich einzelne Male auf das Vorkommen jener Bewegung; diese wurde häufig beobachtet und konnte z.B. noch wahrgenommen werden bei Zellen welche 3 Tage in 0.13 Mol. NaCl, bei Anderen welche 6 Tage in 0.11 Mol. NaCl, und ausserdem bei solchen, welche zuerst 2 Tage in 0.10, und nachher 2 Tage in 0.12 Mol. NaCl verweilt hatten. Auch wenn die Zellen Plasmolyse zeigten konnte öfters noch nach einigen Tagen Protoplasmabewegung beobachtet werden. Aus diesem Ergebnisse kann man also schliessen dass man meine Versuchszellen, selbst nach 4 Tage, in mehreren Hinsichten noch als normal betrachten darf, und dass dieses wahrscheinlich ebenso mit den Zellen in den oben citirten Versuchen von DE VRIES der Fall war, welche vollkommen ähnlichen Versuchsbedingungen ausgesetzt waren.

Mittelst der obigen Methode habe ich weiterhin noch geprüft welchen Einfluss eine Temperatursteigerung auf jenen Vorgängen hat. Die Versuchsanstellung war dabei zweierlei; erstens wurden die Zellen in die zuvor auf bestimmter Temperatur (in zwei Versuchen das eine Mal auf 40°, des andere Mal auf 27° C.) erwärmte Lösung gebracht, und diese dann weiter auf jene Temperatur erhalten, oder

*) *Vacuolenwand*, p. 555—557; vergl. besonders den Versuch auf p. 557.

die Lösung wurde nicht erwärmt, doch die Zellen auf dem Objectträger während der Beobachtung mit dem Mikroskope einer gelinden Erwärmung ausgesetzt. Letzteres fand mittelst einer kleinen Weingeistflamme statt, in ähnlicher Weise wie dieses vom DE VRIES *) beschrieben wurde. Bisweilen wurden beide Methoden angewandt.

Einige der in dieser Weise gemachten Beobachtungen werde ich hier kurz beschreiben, doch von den Andern nur die allgemeinen Resultate anführen (vergl. die folgende Tabelle).

In einem ersten Versuche wurden frische Fäden von Spirogyra in ein Probirröhrchen mit 10 CC. einer Lösung von 0.20 Aeq. K NO_3 gebracht, und diese vorher im Wasserbade auf 40^0 C. erhitzt, welche Temperatur weiterhin constant blieb.

Nach fünf Viertelstunden wurden drei Fäden herausgenommen, auf einen Objecträger gelegt, und untersucht. Einige Zellen waren gestorben, doch die meisten lebendig, und diese zeigten alle Uebergänge zwischen kräftiger Plasmolyse und dem turgescenten Zustande, in dem die Querwände also nach Aussen gebogen waren. Eine der plasmolysirten Zellen wurde dann zur weiteren Beobachtung ausgewählt. Nachdem die Erwärmung unterm Mikroskope angefangen hatte, dehnte sich der Protoplast allmählich aus, bis er in 4 bis 5 Minuten die Zellhöhlung wieder ganz ausfüllte, und nachher die beiden Querwände sehr deutlich nach Aussen bog.

In einem zweiten Versuche mit 0.20 Aeq. K NO_3 wurden Spirogyra-fäden, welche in dieser Lösung bei Zimmertemperatur verweilten, nach drei Viertelstunden untersucht.

In einem dieser waren die Zellen nicht, oder nur äusserst schwach plasmolysirt, während in einem zweiten Faden sich keine Plasmolyse zeigte; deutlich war aber keine Zelle turgescent. Als nun diese, unterm Mikroskope verweilend, gelinde erwärmt wurden, trat in den erst folgenden Minuten keine Veränderung auf. Bald aber fing die Concentration der Flüssigkeit an durch Verdunstung mehr con-

*) *Vacuolenwand*, p. 521.

centrirt zu werden, und in Folge dessen trat in vielen Zellen Plasmolyse auf. Da die Verdunstung am Deckglasrande vor sich ging, und also die Concentration der Lösung von der Mitte aus nach dorthin allmählich zunahm, war die Plasmolyse am stärksten in den Zellen, welche dem Rande am nächsten lagen, während sie sich in denen bei der Mitte des Deckglases noch nicht eingestellt hatte. Es wurde jetzt ein Tropfen der ursprünglichen Lösung an den Deckglasrand gebracht, und in Folge der so hervorgerufenen Verdünnung der Lösung fing die Plasmolyse bald an geringer zu werden; dieser Vorgang wurde durch weitere gelinde Erwärmung sehr beschleunigt; schliesslich verschwand die Plasmolyse nicht nur völlig, sondern es wurden die Zellen selbst deutlich turgescent. Da nun die Lösung unterm Deckglase mehr concentrirt war als im Anfang, und die Zellen sich jetzt turgescent zeigten, lässt sich auch hieraus folgern dass eine Steigerung der wasseranziehenden Kraft des Zellsaftes statt gefunden haben muss während des Verweilens auf dem Objecträger.

Nach einstündigem Verweilen in oben genannter Lösung war in einem andern Faden nur die Endzelle sehr deutlich plasmolysirt, und die Contraction war ungefähr $^1/_6$ des Volums der Zelle. Bei gelinder Erwärmung dehnte sich auch hier der Protoplast allmählich aus, bis nach 3' die Plasmolyse fast völlig verschwunden war, und die Querwände nach Aussen vorwölbten.

In der folgenden Tabelle habe ich die Umstände angegeben unter denen die nachträgliche Ausdehnung der Protoplaste durch gelinde Erwärmung beobachtet wurde. In der ersten und zweiten Spalte findet man die Angaben betreffend das angewandte Salz und die Concentration der benutzten Lösung. In der dritten ist die Zeit, in Stunden, verzeichnet, während welcher die Zellen in der Lösung verweilt hatten, bevor sie zur Untersuchung gelangten; letztere währte höchstens 5'. Soweit nicht anders erwähnt wird, beziehen sich alle Beobachtungen auf S p i r o g y r a n i t i d a.

Salz.	Concentration in Mol.	Zeit, in Stunden.	Bemerkungen:
KNO_3	0.20	1¼	40° C. Zellen sehr ungleich; plasmolysirt bis turgescent.
»	0.25	½	27° C.
»	0.20	1	
»	0.30	¼	Plasmolyse verschwand nicht völlig.
»	0.20	2½	Stratiotes aloïdes.
Na Cl	0.20	½	
»	0.30	1/12	Plasmolyse verschwand nicht völlig.
»	0.14	24	Tradescantia discolor.
»	0.15	1	»
»	0.15	1¼	» Plasmol. verschw. nicht völl.

Es wurden zwar mehrere Versuche in dieser Weise angestellt, doch jene werden erst später (im III Abschnitt) erwähnt werden, weil bei diesen das äussere Protoplasma während der Ausdehnung starb, und die Vacuolenwand allein lebendig blieb. Die Ursache des Absterbens des äusseren Protoplasma liegt in dem Umstand dass dieses öfters, zumal wenn die Zelle schon mehrere Stunden in der Salzlösung verweilt hat, dem Ausdehnungsstreben der Vacuole nicht schnell genug nachgeben kann, daher an einer Stelle reisst, sich zusammenzieht und stirbt. Die oben erwähnten Versuchszellen sind also jene in welchen die ganzen Protoplaste während der Beobachtung völlig lebendig blieben.

Weil die Ausdehnung der Protoplaste besonders bei Erwärmung beobachtet wurde, könnte man vielleicht meinen dass jene eine directe Folge der Temperatursteigerung sei. Wenn man aber berechnet wie gross die Ausdehnung des Wassers ist bei Erwärmung von der niedrigsten bis zur höchsten Temperatur welche bei den beschriebenen Versuchen herrschte, also von der Zimmertemperatur (± 15° C.)

bis zur oberen Temperaturgrenze des Lebens (± 50° C.), so findet man dass diese Volumvergrösserung nicht mehr wie der $^1/_{85}$ Theil des ursprünglichen Volums beträgt; der Zellsaft würde natürlich ungefähr die nämliche Zahl liefern. An plasmolysirten Protoplaste ist eine so geringe Volumvergrösserung nicht oder kaum wahrnembar, doch jedenfalls ist diese Ausdehnung durch directe Einwirkung der Temperatur so klein, dass sie die Resultate der beschriebenen Versuche gar nicht beeinträchtigt.

Als eine zweite Ursache der Ausdehnung der Protoplaste durch Erwärmung würde man sich den Druck des Deckglases denken können, welcher, während der Erwärmung unterm Mikroskop, durch theilweises Verdunsten der Lösung gesteigert werden müsste. Um zu zeigen dass dieser Druck aber auf der beschriebenen Erscheinung ohne Einfluss ist, wurde in einigen Versuchen das Deckglas nicht unmittelbar auf den Faden, sondern auf drei Papierstückchen gelegt, so dass jener das Deckglas nicht berührte. Bei gelinder Erwärmung fand dann aber dennoch die Ausdehnung des Protoplasten in ähnlicher Weise wie früher statt, und es war hierdurch also erwiesen, dass der Druck des Deckglases nicht störend auf der Versuchen eingewirkt hatte.

Besonders wenn die Zellen erst vor kurzer Zeit in die Lösung gebracht waren, kam es vielfach vor, dass bei Erwärmung unterm Mikroskope, der Grad von Plasmolyse schnell zunahm. Es darf die Ursache dieser Erscheinung aber nicht etwa in einer Extrameabilität des Protoplasten gesucht werden, oder im Allgemeinen, in einer Verringerung der wasseranziehenden Kraft des Zellsaftes. Es lässt sich diese Erscheinung nämlich völlig erklären aus dem Umstande dass die Temperatursteigerung die Beweglichkeit der Protoplasmamolecülen vergrössert, und dadurch Widerstände und molecülare Spannungen schneller ausgeglichen werden als bei niedrerer Temperatur *), und daher tritt diese Erscheinung nur auf solange der Gleichgewichtszustand noch nicht erreicht ist.

---

*) Vergl. de Vries, *Vacuolenwand*, p. 526.

IV. *Methode der Steigerung der plasmolytischen Grenzlösung bei langsamer Einwirkung des Salzes.*

Die vierte Methode welche zum Nachweise der Intrameabilität des Protoplasma für Salze dienen sollte, beruht darauf, dass die Zellen nicht unmittelbar in eine plasmolysirend wirkende Lösung gebracht werden, sondern dass man die Stärke dieser allmählich steigern lässt, von einer Concentration an, welche keine Plasmolyse hervorruft, bis über diejenige, bei der normale Zellen plasmolysirt werden. Ist der Protoplast während der Versuchszeit nicht merkbar intrameabel so muss die Plasmolyse bei der nämlichen Concentration eintreten, ob diese in dem Versuche plötzlich, oder erst langsam erreicht wurde. Wenn hingegen der Protoplast intrameabel ist, so muss die plasmolytische Grenzlösung, bei langsam steigender Concentration, wegen des Uebertretens des Salzes in die Vacuole, höher gefunden werden, wie beim directen Einbringen der Zellen in die mehr concentrirte Flüssigkeit. Umgekehrt wird ein nämlicher Grad von Plasmolyse bei langsamer wie bei schneller Einwirkung der Salzlösung anzeigen, dass innerhalb der Versuchszeit der Protoplast nicht merkbar intrameabel war, während eine schwächere Plasmolyse bei der nämlichen Concentration, doch bei langsamer Einwirkung des Salzes, auf die Intrameabilität des Protoplasten deuten muss *).

Die ersten diesbezüglichen Beobachtungen machte ich bei meinen Versuchen zur Bestimmung der plasmolytischen Grenzlösung von Chaetomorpha. Bei diesen Versuchen wurden öfters die nämlichen Fäden hintereinander in verschiedene, stets höher concentrirte Lösungen gebracht, und es war meistens dabei sehr auffallend dass die zweite und dritte Lösung auf diese Fäden nicht, oder nicht so stark plasmolysirend wirkte, wie auf die frischen. Die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Resultate geben also

*) Vergl. de Vries, *Vacuolenwand*, p. 586 ff.

nur ein Verzeichniss von Beobachtungen welche gemacht wurden bei Versuchen, welche zu einem anderen Zwecke dienen sollten.

In den ersten Spalte jeder Tabelle findet man untereinander die Concentrationen der Lösungen (in Meereswasser) angegeben, in welche die nämlichen Fäden hintereinander gebracht wurden. In der zweiten findet man die Zeit in Stunden während welcher die Zellen in der zugehörigen Lösung verweilt hatten, bevor sie untersucht wurden. Sogleich nach der Beobachtung wurden sie in die folgende Lösung übergebracht. Der Grad von Plasmolyse welcher erreicht wurde, wird in der dritten Spalte angegeben; es bedeuten die Buchstaben dort, sowie in den später folgenden Tabellen: *n* nicht, *ss* sehr schwach, *d* deutlich, *st* stark plasmolytisch. Der Salpeterwerth der normalen Zellen ist ungefähr 0.15 Aeq. KNO_3, während eine Lösung von 0.25 Aeq. KNO_3 in Meereswasser anfänglich kräftige Plasmolyse hervorruft.

KNO_3 in Aeq.	Zeit in Stund.	Plasm.	Na Cl in Mol.	Zeit in Stund.	Plasm.
0.14	2	*n*	0.14	2	*n*
0.17	$1-2^1/_2$	*n*	0.17	$1-2^1/_2$	*n*
0.25	$^3/_4$	*s*	0.25	$^1/_2$	*s*

Na Cl in Mol.	Zeit in Stund.	Plasm.	Na Cl in Mol.	Zeit in Stund.	Plasm.
0.12	3	*n*	0.12	3	*n*
0.18	$^1/_2$	*s*	0.18	$^1/_2-1$	*n*
0.18 *)	1	*n*			

*) Die nach $^1/_2$ Stunde beobachtete Plasmolyse war also, in der nämlichen Lösung, nach einer weiteren $^1/_2$ Stunde verschwunden.

Nachdem also durch diese Beobachtungen die Intrameabilität de Protoplaste wahrscheinlich geworden war, stellte ich specielle Versuche an welche diese Eigenschaft in überzeugender Weise beweisen sollten.

Als Material dienten hierzu wieder frische Exemplare von Chaetomorpha; die Versuchseinrichtung war folgende.

Eine Anzahl Stücke von Fäden der genannten Pflanze wurden beim Anfang in eine Glasschale mit 40 CC. einer Lösung eines Salzes (und zwar wurde sowohl KNO_3 wie auch NaCl benutzt) von solcher Concentration gebracht, dass diese in den Zellen keine, oder (im zweiten Versuche) eine nur schwache Plasmolyse hervorrief. Als die Zellen darin $^1/_2$ bis $^3/_4$ Stunde (je nach dem Versuche) verweilt hatten, wurden zwei Fäden herausgenommen und untersucht. Gleich nachher wurde diese Lösung langsam mit einer, im Voraus berechneten Quantität einer stärkeren vermischt, so dass die Concentration der ersteren dadurch jedesmal um 0.01 Aeq. stieg. Das nämliche wurde, stets, nach derselben Zeit, mehrfach wiederholt, bis die Concentration beträchtlich über die der plasmolytischen Grenzlösung normaler Zellen gestiegen war.

Ich möchte hier aber nachdrücklich hervorheben dass die Versuche beendet wurden, sobald eine im Voraus bestimmte Concentration erreicht war. Das Ende der Versuche wurde also in keinerlei Weise von den währenddem erhaltenen Resultaten beeinflusst.

Die Fäden welche untersucht waren, wurden von der weiteren Beobachtung ausgeschlossen.

Es sind drei Versuche in jener Weise angestellt, und zwar ein mit Salpeter, und zwei mit Kochsalz.

Versuch mit Salpeter. Zwei Fäden, ein langer und ein kurzer, wurden jeder in 9 Stücke geschnitten, die 9 lange und 9 kurze Stücke dann in eine Lösung (in Meereswasser) von 0.12 Aeq. gebracht, und jede $^3/_4$ Stunde die Concentration dieser um 0.01 Aeq. erhöht. Jede $^3/_4$ Stunde wurden auch zwei der Fäden, ein langer und ein kurzer untersucht. Die Zellen also welche z. B. zur Untersuchung aus der Lösung von 0.18 Aeq. herausgenommen wurden,

hatten nacheinder verweilt in Lösungen von 0.12, 0.13,... 0.17 und 0.18 Aeq. K NO_3, und zwar in jeder während drei Viertelstunde. Wenn die Fäden bei der Untersuchung keine Plasmolyse zeigten, und dieses war hier stets der Fall, so wurden sie in eine mehr concentrirte Lösung übergebracht, theils um in diesen den Grad der Plasmolyse zu beobachten, theils aber nur zu sehen ob die Protoplaste noch normal waren, ob sie also noch im Stande waren normale Plasmolyse zu zeigen. Es stellte sich heraus dass letzters ohne Ausnahme der Fall war.

Vor dem Anfang des Versuchs wurde constatirt dass eine Lösung von 0.16 Aeq. K NO_3 eine sehr deutliche Plasmolyse hervorrief.

Die Resultate werden durch folgende Tabelle angegeben.

Die erste Spalte (und das nämliche gilt für die beiden folgenden Tabellen) enthält die Concentrationen der Lösung im Augenblicke als die Fäden zur Untersuchung herausgenommen wurden; die an jenen Fäden gemachten Beobachtungen sind in den folgenden Spalten in der nämlichen Zeile angegeben. Die zweite Spalte enthält die Angaben über die Plasmolyse der Zellen beim Herausnehmen aus der Lösung; wo zwei der Buchstaben neben einander stehen deuten diese entweder auf einen mittleren Grad von Plasmolyse, oder auf eine Verschiedenheit zwischen den beiden benutzten Fäden. Ebenso geben die Buchstaben in den folgenden Spalten das nämliche an, nachdem diese Fäden während de angegeben Zeiten in den höher concentrirten Lösungen verweilt hatten. Diese Concentration und die Zeit sind oben an jeder Spalte angegeben. Für alle Beobachtungen in der nämlichen Zeile wurden also die nämlichen Fäden benutzt *).

*) In der zweiten Tabelle ist dieses nicht so, wohl aber in der dritten.

KNO_3 in Aeq.	Plasmol.	in 0.18 Aeq. nach 15′	in 0.25 Aeq. nach 15′	in 0.35 Aeq. nach 10′	in ± 0.6 Aeq. nach 1′
0.12	*n*	*n*	*d*	—	—
0.13	*n*	*n*	*s n*	—	—
0.14	*n*	*n*	*s n*	—	—
0.15	*n*	—	*ss n*	—	*st*
0.16	*n*	—	*s n*	—	*st*
0.17	*n*	—	*n*	—	*st*
0.18	*n*	—	*ss n*	—	*st*
0.19	*n*	—	*n*	*n*	*st*
0.20	*n*	—	*n*	*n*	*st*

Die 18 untersuchten Fäden zusammen enthielten 640 Zellen. Der Unterschied zwischen diesen, in Beziehung zu ihrem Verhalten während des Versuchs, war sehr unerheblich.

Versuche mit Kochsalz.

1⁰. Da dieser Versuch in ähnlicher Weise wie oben eingerichtet wurde, sei hier nur als Abweichung von jenem hervorgehoben dass die Concentrationssteigerung jede halbe Stunde stattfand. Die Fäden welche herausgenommen und untersucht waren, wurden beide in zwei Hälften getheilt, jedesmal die beiden einen Hälften in 0.20 Mol., und die beiden anderen in 0.25 Mol. Na Cl gebracht, und nach 15′ untersucht. Die Buchstaben *dd* in der letzten Spalte deuten darauf hin dass die beobachtete Plasmolyse deutlich war, doch stärker wie die, welche durch 0.20 Mol. in den anderen Hälften hervorgerufen wurde.

Die 14 Fäden welche zu diesem Versuche dienten, und welche zusammen 1116 Zellen enthielten, rührten vor 4 grösseren Fäden her. Eine Lösung von 0.18 Mol. veranlasste schon nach wenigen Minuten in den normalen Zellen kräftige Plasmolyse.

NaCl in Mol.	Plasmol.	in 0.20 Mol. nach 15′	in 0.25 Mol. nach 15′
0.14	*s*	*d*	—
		—	*dd*
0.15	*s*	*d*	—
		—	*dd*
0.16	*sn*	*d*	—
		—	*d*
0.17	*sn*	*s*	—
		—	*d*
0.18	*n*	*n*	—
		—	*s*
0.19	*n*	*n*	—
		—	*ss*
0.20	*n*	—	*ss*

Es gibt dieser Versuch also das nämliche Resultat wie ersterer, nur ist dieses hier noch schlagender, weil nicht nur keine Plasmolyse eintrat, sondern selbst die anfänglich eingetretene Plasmolyse, trotz der steigenden Concentration der Umgebung, allmählich verschwand.

2⁰. Die Einrichtung war bei diesem Versuche wieder vollkommen wie bei dem mit Kalisalpeter. Die Untersuchung, sowie die Concentrationssteigerung wurde aber wie im vorigen Versuche, halbstündlich vorgenommen. Die untersuchten Fäden kamen wieder zusammen in die stärkeren Lösungen, nur bei denen aus 0.21 Mol. wurde die eine in 0.25 Mol. die andere in 0.35 Mol. gebracht.

Die Anzahl der Zellen war 952, eine Lösung von 0.16 Mol. veranlasste in 15′ eine deutliche Plasmolyse in normalen Zellen.

Na Cl in Mol.	Plasmol.	in 0.16 Mol. nach 10′	in 0.18 Mol. nach 10′	in 0.25 Mol. nach 10′	in ± 0.35 Mol. nach 10′	in 0.5 Mol. nach 1′
0.12	*n*	*s*	*s s*	*d*	—	—
0.13	*n*	*n*	—	*d*	—	—
0.14	*n*	—	—	*s*	—	*s t*
0.15	*n*	—	—	*s*	—	*s t*
0.16	*n* *)	—	—	*s s*	—	*s t*
0.17	*n*	—	—	*s s*	—	*s t*
0.18	*n*	—	—	*s s n*	—	*s t*
0.19	*n* *)	—	—	*s s n*		*s t*
0.20	*n*	—	—	*n*	—	*s t*
0.21	*n* *)	—	—	*n*	*n*	*s t*
0.22	*n*	—	—	—	*n*	*s t*
0.23	*n*	—	—	—	*n*	*s t*
0.24	*n*	—	—	—	*n*	*s t*
0.25	*n*	—	—	—	*n*	*s t*

Diese drei Versuche beweisen also dass es durch obiges Verfahren möglich ist innerhalb weniger Stunden eine sehr beträchtliche Steigerung des Salpeterwerthes vom Zellsafte von Chaetomorpha hervor zu rufen.

Dass man hier wirklich mit einer Steigerung der Concentration des Zellsaftes zu thun hat, geht ausserdem hervor aus der Vergleichung von dem Grad der Plasmolyse, welchen die höher concentrirten Lösungen nachher in den Zellen veranlassten, da jener um so schwächer war aus je höher concentrirter Lösung sie herausgenommen wurden.

---

*) Einige wenige Zellen waren sehr schwach plasmolysirt; der Mehrzahl dieser fehlte sie aber völlig.

In der letzten Tabelle bemerkt man z. B. dass die Plasmolyse in den Zellen aus 0.12 Mol. in 0.16 Mol. schwach war, doch dass letztere Lösung in den Fäden aus 0.13 Mol. keine Plasmolyse mehr hervorrief. Ebenso war die durch eine Lösung von 0.25 Mol. veranlasste Plasmolyse in den Fäden aus 0.12 Mol. deutlich, doch jene nahm allmählich ab in den Zellen aus 0.13, 0.14, u. s. w., bis sie in denen aus 0.20 nicht mehr eintrat. Bis dahin hatte der Versuch $4^1/_2$ St. gewährt und die plasmolytische Grenzlösung der Zellen musste also zu 0.20—0.25 Mol. Na Cl (in Meereswasser) gestiegen sein. Sie brauchte aber im Moment des Herausnemens aus der Lösung von 0.20 Mol. nicht 0.25 Mol. erreicht zu haben, weil auch während des Verweilens (10′) in der Lösung von 0.25 Mol., Kochsalz in den Zellsaft übergetreten sein wird, und dadurch erst die Concentration von 0.25 Mol. hervorgerufen sein kann. Aehnliches gilt am Ende des Versuchs für die Lösung von ± 0.35 Mol.; nach $6^1/_2$ St. musste der Salpeterwerth des Zellsaftes also bis 0.25—0.35 Mol. zugenommen sein. War letzteres der Fall, so war bis auf 0.05 Mol. die ursprüngliche Turgorkraft wieder eingetreten.

Es deuten jene Resultate also wahrscheinlich auf eine nicht geringe Intrameabilität des Protoplasten der genannten Pflanze für Salpeter und für Kochsalz.

Da, wie oben hervorgehoben wurde, die Versuche in einem im Voraus bestimmten Momente sistirt wurden, ist es, wenn man die erhaltenen Resultate in Betrachtung zieht, sehr wahrscheinlich dass die Zellen sich nicht abweichend würden verhalten haben, wenn die Concentration der Lösung in der nämlichen Weise noch einzelne Male mit 0.01 Mol. gesteigert worden war. Unaufhörlich würde dieses natürlich nicht weiter gehen können, doch es ist nicht wahrscheinlich dass der Endpunkt gerade am Ende jener Versuche erreicht war.

Nachdem Chaetomorpha mir diese Resultate geliefert hatte, versuchte ich ähnliche mit Spirogyra zu erhalten. Kein einziger der angestellten Versuche lieferte mir aber ein Resultat, da diese Alge (in der Monat Juni untersucht) die täglich wiederholte, plötzliche Steigerung der Concen-

tration der Lösung nicht vertragen konnte; selbst wenn diese Steigerung nur 0.01 Mol. betrug waren innerhalb zwei bis vier Tage alle Zellen gestorben.

In der nämlichen Weise, wie die zuerst beschriebenen Versuche mit Chaetomorpha angestellt wurden (vergl. p. 371), habe ich ausserdem die Epidermiszellen von Curcuma und von Tradescantia untersucht im Bezug auf die Salze Kalisalpeter und Kochsalz. Die erstere Pflanze ergab mit keinem der beiden Substanze ein überzeugendes Resultat, offenbar weil die Intrameabilität zu gering war. Auch Tradescantia lieferte wenig schlagende Ergebnisse, doch nur in den Versuchen bei welchen Lösungen von Kochzalz benutzt wurden; bei Anwendung von Salpeter waren die Resultate aber unzweideutig.

In der nämlichen Weise wie oben (p. 372) werde ich in der folgenden Tabelle die diesbezüglichen Angaben zusammenfassen. Alle die fünf Versuche wurden mit Zellen angestellt, welche einem nämlichen Blatte, an unmittelbar benachbarten Stellen entnommen waren. Die plasmolytische Grenzlösung der frischen Zellen war 0.115 Aeq. KNO_3, die Lösungen von 0.12, 0.13, und 0.14 Aeq. erzeugten daher anfänglich deutliche Plasmolyse, doch diese war nach 28 St. in beiden ersteren völlig, und in letzterer fast ganz verschwunden.

KNO_3 in Aeq.	Zeit in St.	Plasmol.	KNO_3 in Aeq.	Zeit in St.	Plasmol.	KNO_3 in Aeq.	Zeit in St.	Plasmol.
0.14	28	*n s*	0.13	28	*n*	0.12	28	*n*
0.17	21	*n*	0.16	21	*n*	0.15	21	*n*
0.21	31	*n*	0.20	31	*n s*	0.19	31	*n*

KNO_3 in Aeq.	Zeit in St.	Plasmol.	KNO_3 in aeq.	Zeit in St.	Plasmol.
0.11	28	*n*	0.10	28	*n*
0.14	21	*n*	0.13	21	*n*
0.18	31	*n*	0.17	31	*n*

Obwohl also die Lösungen von 0.12 Aeq. in frischen Zellen eine deutliche, obwohl schwache Plasmolyse verursachten, zeigten die Versuche dass nach wiederholtem Ueberbringen der Praeparate in stets höher concentrirte Lösungen, die Concentration des Zellsaftes um soviel gestiegen war, dass die Zellen selbst in Lösungen von 0.21 Aeq. keine Plasmolyse zeigten. In diesem Falle musste die Concentration des Zellsaftes also in 3 Tagen um (0.21—0.115 =) 0.095 Aeq. gestiegen sein, oder um nicht weniger wie $^3/_4$ der ursprünglichen Concentration. Im fünften Versuche, in dem keine Plasmolyse eintrat in 0.17 Aeq. $K\,NO_3$, musste die Steigerung also (0.17—0.115 =) 0.055 oder die Hälfte der ursprünglichen Concentration betragen haben.

Stellt man jetzt die Resultate von allen Versuchen, welche mittelst der vier beschriebenen Methoden erhalten wurden, zusammen, so gelangt man zu den folgenden Schlüssen:

Die Versuche nach der ersten Methode zeigten dass der Salpeter aus der Lösung in das Innere der Zelle eindringt; sie lassen aber unentschieden ob sich das Salz im Protoplasma oder in der Vacuole vorfindet.

Jene, welche nach den drei anderen Methoden angestellt wurden, bewiesen dass, durch das Verweilen der Zellen in einer Lösung verschiedener Substanzen, die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes gesteigert wird; es blieb dabei aber ungewiss welche die Ursache der Steigerung war, da diese ebensowohl von dem Eindringen des Salzes von Aussen her durch den Protoplast hin, also der Intrameabilität des letzteren herrühren konnte, wie von einer Production, oder Spaltung vorhandener osmotischer Stoffe durch die Zelle selbe.

Betrachtet man jetzt jene Versuche nach den vier Methoden im Zusammenhang mit einander, so bemerkt man dass sie sich gegenseitig ergänzen, und dass ihre Resultate, combinirt, zu dem Schlusse führen dass die Protoplaste aller untersuchten Zellen Kalisalpeter den Durchtritt gestatten, und zwar in der Richtung, aus der ausserhalb dargebotenen Lösung in die Vacuole hinein. Zusammen beweisen sie also den Satz:

Die untersuchten Protoplaste sind unter den Versuchsbedingungen intrameabel für Kalisalpeter.

Die erste Methode liess sich nicht bei Versuchen mit Kochsalz anwenden; da die Zellen sich aber bei den drei anderen Methoden ähnlich verhielten ob man Kalisalpeter oder Kochsalz benutzte, so darf man schliessen dass die Protoplaste ebensowohl für Kochsalz, wie für Kalisalpeter intrameabel waren. Aehnliches würde dann auch wahrscheinlich für Trauben- und Rohrzucker gelten, obwohl beide nur nach der dritten Methode untersucht wurden.

Das vollständige Resultat würde also sein:

Alle untersuchten Zellen sind für alle die geprüften Substanzen intrameabel; es zeigte sich also Chaetomorpha intrameabel für KNO_3, NaCl und Rohrzucker; Spirogyra für KNO_3, NaCl und Traubenzucker; Tradescantia und Curcuma für KNO_3 und NaCl, und schliesslich Stratiotes für KNO_3.

Wie schon in der Einleitung (p. 337) erwähnt wurde, sind erst vor etwa einem halben Jahre einige wenige Versuche mitgetheilt worden, welche mit einigen der oben beschriebenen Aehnlichkeit haben. Es sind diejenigen welche von Klebs *) angestellt wurden über das Rückgängigwerden der Plasmolyse in Zellen von Süsswasseralgen in Lösungen verschiedener Substanzen. Von allen untersuchten Stoffen lieferte nur ein Einziger, d. i. Glycerin und nur bei Zellen von Zygnema ihm ein positives Resultat, da die starke Plasmolyse, welche anfangs in 10 pCt. Glycerin auftritt, durch »allmähliche Aufnahme des Glycerins" schon in den ersten Stunden zurückgeht bis der normale Zustand erreicht ist. Da aber nur dieses Zurückgehen beobachtet wurde, fehlt hier der exacte Nachweis vom Eintreten des Glycerins in die Vacuole.

Den negativen Resultaten, welche Klebs mit Kalisalpe-

*) *Ber. d. d. bot. Ges.* 1887, Bd. V, Heft 5, p. 181—188.

ter und Kochsalz erhielt, stehen meine positiven gegenüber. Wahrscheinlich wurden bei jenen Versuchen zu hoch concentrirte Lösungen angewandt.

Die Zahl der Pflanzen derer Protoplaste ich auf Intrameabilität untersuchte, ist zwar nicht gross, doch habe ich darauf geachtet solche Pflanzen zu wählen welche, während ihres normalen Lebens, den verschiedensten äusseren Umständen ausgesetzt sind, also solche welche im Meereswasser, im Süsswasser, und in der Luft leben.

Im Bezug auf den Grad, bis zu welchem ihre Protoplaste intrameabel sind, traten zwischen den Zellen jener Pflanzen sehr erhebliche Unterschiede auf.

Am stärksten intrameabel zeigte sich die Meeresalge Chaetomorpha, also diejenige, welche in einem sehr stark wasseranziehenden Medium vegetirt. Weniger stark wurde diese Eigenschaft bei der Süsswasseralge Spirogyra gefunden, welche in einer nur ässerst schwach wasseranziehenden Flüssigkeit lebt, doch erheblich geringer intrameabel wie letztere waren endlich die Protoplaste der Landpflanzen Curcuma und Tradescantia.

Die Unterschiede welche die genannten Pflanzen in dieser Hinsicht zeigen, gehen deutlich hervor aus der Vergleichung der Zeite welche ihre Zellen brauchen um durch Aufnahme einer nämlichen Substanz, die Concentration ihres Zellsaftes um 0.01 Mol. steigen zu lassen, wenn man die Concentration der äusseren Lösung so wählt, dass diese mit dem Zellsafte ungefähr isotonisch ist. Es geben zwar die oben erwähnten Versuche diese Zeiten nicht ohne Weiteres an, doch lassen sich diese doch annäherend aus jenen ableiten.

Man findet daher dass die Zeiten für die Steigerung um 0.01 Aeq. für KNO_3 und für $NaCl$ benöthigt sind:

	KNO_3	$NaCl$
Chaetomorpha	1/3 St.	1/2 St.
Spirogyra	2 »	——
Tradescantia	1 Tag	4 Tage
Curcuma	2—3 Tage	mehr wie 7 Tage

Es ist selbstverständlich dass diese Zahlen nur Beziehung haben auf die Zellen, welche zu meinen Versuchen dienten, und also keinen Ausspruch auf grosse Genauigkeit oder auf allgemeine Gültigkeit erheben können. Wenn man nun hierbei in Betracht zieht dass 0.01 Mol. die Grenze der Genauigkeit bildet, welche mittelst der plasmolytischen Methode erreicht werden kann, so erhellt dass die Resultate der obigen Versuche mit den beiden zuletzt genannten Pflanzen angestellt, vollkommen mit den von DE VRIES *) erhaltenen übereinstimmen. Letztere ergaben nämlich dass die Zellen von Curcuma und Tradescantia innerhalb 4 bis 20 Stunden nicht merkbar intrameabel waren für Salze wie Salpeter und Kochsalz.

Es hängt wahrscheinlich mit der Grösse der Intrameabilität zusammen dass Chaetomorpha sich viel resistenter gegenüber concentrirten Salzlösungen erweist wie z. B. Spirogyra. Die Fäden von erstgenannter Pflanze können in Lösungen von 0.25 Aeq. KNO_3 oder von 0.40 Mol. Rohrzucker (isoton. mit 0.266 Aeq. KNO_3) in Meereswasser ruhig weiter vegetiren (vergl. p. 386), während Spirogyra im Sommer höchstens 0.20 Aeq. KNO_3 in Dünenwasser scheint vertragen zu können. Es will mir aber scheinen, als wenn ihre Resistenz, während der Perioden des schnelleren Wachsthums, eine erheblich grössere sei.

Den höchsten Grad von Intrameabilität beobachtete ich aber bei anderen, oben nicht erwähnten Versuchen mit Chaetomorpha in Salpeter- und Kochsalzlösungen, bei welchen nicht wie sonst Meereswasser, sondern destillirtes Wasser als Lösungsmittel benutzt wurde.

Die Veranlassung zu diesen Versuchen war mein Wunsch, während meines Aufenthalts in Neapel ausserdem zu untersuchen in wie weit die isotonischen Coëfficiënten verschiedener Substanzen auch für concentrirtere Lösungen gelten würden. Wie bekannt war DE VRIES bei seinen diesbezüglichen plasmolytischen, wie anderen Versuchen †) genöthigt

---

*) *Vacuolenwand*, p. 586 ff.

†) *Turgorkraft*, p. 453—511.

die Concentrationen seiner Lösungen so zu wählen, dass diese mit solchen von 0.10 bis 0.25 Aeq. KNO_3 isotonisch waren, weil der Salpeterwerth des Zellsaftes der benutzten Zellen diesen Concentrationen entsprach. Da aber Meereswasser für sich schon mit 0.60 Aeq. KNO_3 isotonisch ist (p. 344), und die Turgorkraft der Algenzellen ungefähr 0.14 Aeq. KNO_3 gleich kommt, so würde man mit jenen Zellen die isotonischen Coëfficiënten bestimmen können für Lösungen, welche mit ungefähr 0.75 Aeq. KNO_3 isotonisch, und also im Durchschnitt 5 Mal höher concentrirt waren, wie die von DE VRIES benutzte.

Dementsprechend habe ich etliche Versuche angestellt, allein alle diese scheiterten völlig an der erheblichen Intrameabilität der Protoplasten von Chaetomorpha und von anderen Algen unter diesen Umständen. Jene war, beim Gebrauch von Lösungen in destillirtem Wasser, so gross dass es mir nicht möglich war auch nur annäherend den Werth der plasmolytischen Grenzlösung zu ermitteln.

Als Beispiel für Chaetomorpha möchte ich erwähnen dass in einem Versuche eine Lösung von 1.0 Aeq. in Aq. dest. (welche also um 0.25 Aeq. höher concentrirt war wie der Zellsaft) in 5′ einen Anfang von Plasmolyse hervorrief, diese aber schon nach 45′ völlig verschwunden war In weiniger als drei Viertelstunden musste die Concentration des Zellsaftes also um wenigstens 0.26 Aeq. KNO_3 gesteigert sein.

In einem andern Versuche, benutzte ich Zellen von einer anderen Pflanze, nämlich jene aus dem Thallus einer braunen Alge, Dictyota dichotoma, welche unters Mikroskop in die genannte Lösung von 1.0 Aeq. KNO_3 in Aq. dest. gebracht wurden. Schon nach 2′.5 zeigten die Zellen sich deutlich plasmolysirt, während die Contraction ungefähr $1/8$ des totalen Zellvolums betrug. Dann aber fingen die Protoplaste sogleich an sich wieder aus zu dehnen, bis 1′ später die Plasmolyse völlig verschwunden war.

Ich war also dieser Umstände wegen genöthigt, auf eine weitere Verfolgung der obigen Frage zu verzichten.

Am Schlusse dieses Abschnittes möchte ich einige Beobachtungen erwähnen, welche gelegentlich der beschriebenen Versuche gemacht wurden, und wohl am besten hier eingereiht werden.

Wenn man eine grosse Zahl Algenfäden, von Chaetomorpha, so wie auch von Spirogyra in plasmolysirenden Flüssigkeiten untersucht, so fällt es Einem auf dass, während der Grad von Plasmolyse welche eine nämliche Lösung in verschiedenen Fäden hervorruft ein sehr verschiedener sein kann, die Zellen eines nämlichen Fadens dennoch ein überaus gleichmässiges Verhalten zeigen. Ausnahmen von dieser Regel bilden aber vielfach die Endzellen eines Fadens, da in diesen ziemlich allgemein die Plasmolyse deutlich stärker gefunden wird. Das nämliche zeigen auch die Zellen am Rande von Praeparaten der Epidermis von Curcuma und von Tradescantia, wie es auch schon von DE VRIES, beobachtet wurde *). Besonders bei Chaetomorpha war dieses auffallend, und es wurden daher stets die Endzellen ausser Betrachtung gelassen, sowie auch die fast kugeligen Zellen welche sich in geringer Anzahl zwischen den cilindrischen vorfinden; ihrer Form wegen tritt in jenen die Plasmolyse, stets weniger deutlich hervor.

Bei der Besprechung der dritten und vierten Methode wurden die Versuche mit Chaetomorpha erwähnt, in denen erstens die Fäden sogleich in Lösungen verschiedener Concentrationen von Rohrzucker in Meereswasser gebracht wurden (p. 364), und zweitens jenen in dem die Concentration der Kochsalzlösung allmählich gesteigert wurde von 0.12 bis zu 0.25 Mol. (p. 377).

Alle die Fäden welche am Ende dieser Versuche noch übrig waren, wurden in der Flüssigkeit, in der sie dann verweilten, weiter cultivirt, also in den Rohrzuckerlösungen von folgenden Concentrationen: 0.16 Mol. (= 0.107 Aeq. KNO_3), 0.18 (0.12), 0.20 (0.133), 0.22 (0.147), 0.24 (0.16), 0.26 (0.173), 0.30 (0.20), 0.40 (0.266), und in der NaCl-

*) *Turgorkraft*, p. 447.

lösung von 0.25 Mol. Erstere blieben in den Probirröhrchen in den sie bisher verweilt hatten, jede mit 10 CC. Flüssigkeit, und jene wurden alle neben einander vor einem Nordfenster gestellt; letztere kamen in einen Glascilinder mit 40 CC. der Lösung durch der fortwährend, Tags und Nachts, einen Luftstrom geführt wurde. Unter diesen Umständen lebten die Algen ruhig weiter, obwohl die Rohrzuckerlösungen sich allmählich in Folge von Bacterienentwickelung trübten.

In der Kochsalzlösung verweilten in dieser Weise 14 Fäden, welche zusammen 560 Zellen zählten (die kugelförmigen und die Endzellen ausgenommen); am Ende des Versuchs, nach 12 Tagen, waren nur noch 510 Zellen lebendig, doch keine einzige dieser zeigte, weder während des Versuchs, noch auch am Ende, eine Spur von Plasmolyse.

In den Rohrzuckerlösungen verweilten im Ganzen 23 Fäden, welche beim Anfang 1040 Zellen enthielten. Nach $9^1/_2$ Tag waren alle die Fäden in 0.20 und in 0.24 Mol. völlig gestorben; von den Andern waren nur einzelne Zellen todt, doch die übrigen lebendig und nicht plasmolysirt.

Wiewohl die Zelltheilung in beiden Versuchen völlig ausgeblieben war, so hatte aber damit das Wachsthum der Fäden nicht aufgehört. Es zeigte sich nämlich dass jedesmal die Endzellen der Fäden, an einer Seite oder an beiden zugleich, ihr Volum vergrösserten, und dabei die freie Querwand nach Aussen vorwölbten. Meistens wurde dieses von einer Anhäufung der Chlorophyllkörner am Vorderende der Zelle vorangegangen, während die gegenüberliegende Seite dadurch mehr oder weniger farblos wurde. Die Volumvergrösserung nahm mit jedem Tage zu, und mehrere Zellen erreichten dadurch schliesslich das Doppelte des ursprünglichen Volums; auch in diesen blieb die Zelltheilung aber völlig aus.

Nachdem die Volumvergrösserung aufgehört hatte, starb der Protoplast allmählich, und der Anfang dieser Veränderung zeigte sich immer darin dass jener sich von der Wand zurückzog. Dann fing aber meistens die unterlie-

gende Zelle an aus zu wachsen, und wölbte dabei wieder die freie Querwand nach Aussen vor; bisweilen auch wuchsen, beide zugleicher Zeit aus; Figur 4 zeigt solche Zellen nachdem sie $3^3/_4$ Tag in 0.40 Mol. Rohrzucker verweilt hatten.

Das Auswachsen fand auch dann statt wenn schon im Anfang einige Zellen am Ende des Fadens gestorben waren. In einem solchen Falle dehnte sich die lebendige Endzelle aus, und füllte allmählich die benachbarte, todte Zelle an; aber auch dann hörte das Wachsthum noch nicht auf, da jene ausserdem die Aussenmembran der todten Zelle nach Aussen bog.

Am schönsten beobachtete ich dieses an einem Faden welcher 6 Tage in der stärksten der Rohrzuckerlösungen (0.40 Mol.) verweilt hatte (Fig. 5).

Aus diesem Verhalten der Zellen geht also entschieden hervor dass diese, selbst in jenen relativ hoch concentrirten Lösungen noch Wachsthum zeigen, und erhebliche Widerstände überwinden können. Sie müssen also während des Versuchs ihre volle Turgescenz wiederbekommen haben, und der Salpeterwerth des Zellsaftes muss um soviel zugenommen sein, wie der Concentration entspricht, zu der die Substanz in der umspülenden Flüssigkeit vorhanden war.

Die Spirogyra-fäden welche in den Monaten Juni und Juli während längerer Zeit in Salzlösungen cultivirt wurden, verhielten sich ganz abweichend von Chaetomorpha; eine Volumvergrösserung der Endzelle, in der Weise wie oben für letztere Pflanze beschrieben wurde, fand bei jenen nicht statt. Andererseits konnte constatirt werden dass in diesen Zelltheilung stattgefunden hatte, da zu wiederholten Malen sich Zellen zeigten in denen die Theilung noch nicht beendet war. An sonst normalen Fäden war dieses bisweilen daran zu ersehen dass in jedem Zellenpaar die Kerne zwar in der Achse, doch nicht in der Mitte der zugehörigen Zelle lagen, sondern mehr oder weniger nach der gemeinsamen Wand hin verschoben waren. Es hatte also den Anschein als wenn die Zelltheilung

vollendet war, doch die Kerne ihre definitive Stellung noch nicht eingenommen hatten.

Bei der Plasmolyse zeigte sich dann aber meistens dass die Scheidewandbildung ihr Ende noch nicht erreicht hatte da die Wände nicht vollkommen ausgebildet waren. In der Mitte zeigten sie nämlich eine mehr oder weniger grosse Oeffnung, durch welche die beiden Protoplaste unter einander in Verbindung standen. Alle Uebergänge in der Ausbildung jener Scheidewände kamen dabei vor, von der ersten Anfang an, in der sich auf die Wand der Mutterzelle an der Innenseite eine kleine, ringförmige Leiste zu bilden anfängt, bis zu denen wo die beiden Protoplaste nur noch durch einen ganz dünnen Strang vereinigt waren; stets aber war die Kerntheilung beendet.

Es hatte somit den Anschein als wenn die Salzlösung die Lebensfunctionen der Zellen ein wenig hemmte, und dass daher die Zelltheilung, welche gewöhnlich Nachts vor sich geht und Morgens vollendet ist, jetzt auch spät am Tage ihr Ende noch nicht erreicht hatte.

Besonders merkwürdig ist aber der Fall, welchen ich an Spirogyra-zellen beobachtete aus einer 29-tägigen Cultur in einer Lösung von 0.1 Mol. Na Cl. Es hatten sich dabei zwei Zellen, welche durch Theilung aus einer hervorgegangen waren, doch derer Protoplaste sich wegen der unvollständigen Scheidewand noch nicht völlig getrennt hatten, aufs Neue getheilt. Es standen somit vier Zellen, durch Oeffnungen in den unvollendeten Scheidewänden, unter einander in Communication. Die Kerntheilung war völlig beendet, und von jedem der Theile gingen, wie auch in der normalen Zelle, die Protoplasmaströme nach den Chlorophyllbändern im Wandplasma hin (Fig. 6).

In den Fäden hingegen, welche im Monat October in 0.13 Aeq. KNO_3 cultivirt wurden, war die Zelltheilung eine energische, doch diese zeigte auch nicht die geringste Abnormalität.

Im Anfang dieses Abschnitts (p. 342) wurde erwähnt dass bei der Plasmolyse von Chaetomorpha-zellen das körnige Protoplasma sammt den Chlorophyllkörnern sich als

ein schmales Band in die Mitte der Zelle zusammenzieht (vergl. Fig. 1).

Derartige Veränderungen in Form und Stellung der Chromatophoren treten auch bei Plasmolyse anderer Meeresalgen auf, sowie auch bei Spirogyra.

Von ersteren erwähne ich nur die Floridee Lomentaria firma welche in dem Golfe von Neapel sehr häufig ist. Die Stammglieder dieser Pflanze sind aus einem grosszelligen Markgewebe aufgebaut, welches ringsherum von einem kleinzelligen Bastgewebe umgeben ist. In letzterem besitzen die Zellen roth gefärbte Chromatophoren von ellipsoïdischer Gestalt; diese bleibt während der Plasmolyse unverändert. In den Markzellen hingegen sind die ebenfalls rothen Chromatophoren schmal bandförmig, und liegen, vielfach hin und her gebogen, im Protoplasma vertheilt. Vielleicht bilden sie alle zusammen in jeder Zelle nur ein einziges Band. Dieses weist breitere und schmälere Stellen auf, doch im Durchschnitt wechselt die Breite ziemlich wenig (Fig. 7). Die Form und die Stellung jener Chromatophoren erfahren in der normalen Zelle langsame Aenderungen, welche am Besten zu erkennen sind wenn man die Chromatophoren mit der Camera lucida zeichnet.

Lässt man eine stark plasmolysirende Lösung auf die Zellen einwirken, wie z. B. $10^0/_0$ $K\,NO_3$ in Meereswasser, so werden jene Bänder allmählig stellenweise schmäler, während sie zwischen diesen Stellen anschwellen; in dieser Weise zerfallen die Chromatophoren in einer grossen Anzahl Theilstücke, welche sich abrunden und allmählich den Farbstoffkörpern der Bastzellen ähnlich werden. (Fig. 8). Diese Veränderungen waren in einem Falle schon nach einer Stunde völlig beendet. Ob sich die Form jener Körper nach dem Verschwinden der Plasmolyse, in Folge vom Auswaschen der Salzlösung, allmählich wieder herstellt, und jene dann zu ähnlichen Bändern wie vorher verschmelzen, ist mir unbekannt geblieben.

Schliesslich noch eine Bemerkung über Spirogyra nitida. Bei dieser liegt, wie bei allen Spirogyra-arten, der Zellkern in der Achse der Zelle, und ist nach allen

Seiten durch Plasmasträngen mit den Chlorophyllbändern im wandständigen Protoplasma verbunden *).

Wenn diese Alge in Salzlösungen gebracht wird welche nicht oder nur schwach plasmolysirend wirken, wie z. B. in 0.10 bis 0.20 Aeq. KNO_3 oder NaCl, so scheint es öfters als wenn in der Mitte der Zelle kräftige Plasmolyse sich einstellt, weil dort die Chlorophyllbänder ringsherum scharf nach Innen gebogen werden. Der zuvor meist cilinderförmige (scheibenförmige?) Zellkern verbreitet und verkürzt sich zugleicher Zeit, und nimmt also allmählich eine mehr ellipsoïdische Gestalt an. Bei genauer Beobachtung, zumal mit stärkerem Objective, bemerkt man jedoch dass die Chlorophyllbänder sammt einem Theile des körnigen Protoplasma ihre Lage verändert haben, dass aber die Hautschicht und der übrige Theil des körnigen Plasma an ihrer Stelle geblieben sind. Diese liegen also gegen die Zellwand an, wenn die Lösung nicht plasmolysirend wirkt, doch haben sich bisweilen auch in der Mitte ein wenig von der Zellwand entfernt, wenn die Zelle plasmolysirt ist. In letzterem Falle hebt sich das Protoplasma in den Ecken der Zellen von der Wand ab (Fig. 10). In dem wandständigen Theile des Körnerplasma zeigten sich kräftige Strömungen, sowie auch in den einzelnen Fäden und Strangen, welche zwischen diesem Theile und den Chlorophyllbändern ausgespannt waren (Fig. 9).

Bei gelinder Erwärmung unterm Mikroskope sah ich den Kern deutlich sich noch mehr abrunden, einerseits sich nach der Wand hin begeben, und schliesslich mit dem wandstän-

*) Dass der Zellkern, obwohl mitten im Zellsafte liegend, dennoch durch die Vacuolenwand von diesem getrennt ist, geht besonders aus folgender Beobachtung hervor. Einige Fäden von genannter Alge hatten während 2 Stunden in einer Lösung von 0.1 Aeq. KNO_3 mit Eosin verweilt. In vielen Zellen war nun der Kern roth gefärbt, obwohl die nach Aussen gebogenen Querwände auf die Turgescenz der Zelle deuteten. Ich möchte diese Erscheinung aus dem Umstande erklären dass das äussere Protoplasma gestorben und gefärbt war, und also auch der Kern, während die Vacuolenwand noch am Leben war, und die Querwand nach Aussen gebogen hielt.

digen Plasma verschmelzen. Sobald dieses geschehen war nahmen die Chlorophyllbänder ihre frühere Lage wieder an, und dann sah die Zelle wieder völlig wie normal aus, die Lage des Zellkerns ausgenommen.

Es scheint mir diese Einbiegung die nämliche zu sein, wie jene welche NAEGELI *) beschreibt als Folge der Wirkung eines mechanischen Druckes auf Zellen von Spirogyra.

Ich möchte die Erscheinung des scharf Einbiegens der Chlorophyllbänder daran zuschreiben, dass der Kern, bei der Einwirkung des fremden Mediums, sich nach der Wand hin zu begeben strebt, sich abrundet und dabei an den Plasmafäden die Chlorophyllbänder mit sich zieht, bis jene zerreissen. Dann kann der Kern ungehindert in Wandplasma aufgenommen werden, und können die Bänder ihre ursprüngliche Gestalt und Stellung wieder annehmen.

II. ABSCHNITT.

DER INTRAMEABLE PROTOPLAST IST NICHT EXTRAMEABEL.

Da im vorigen Abschnitte gezeigt wurde dass die Zellen der untersuchten Geweben einzelnen Stoffen den Durchtritt gestatten, wenn diese in gelöster Form den Zellen dargeboten werden, wurde somit die Intrameabilität der Protoplaste jener Zellen nachgewiesen.

Von der grossen Anzahl wichtiger Fragen welche sich an dieses Ergebniss anknüpfen, wünsche ich hier nur eine einzige zu besprechen, welche aber principiell von grosser Wichtigkeit ist.

In der Einleitung (p. 332 ff.) wurde hervorgehoben dass die Untersuchungen von NAEGELI und von anderen Forschern gezeigt haben, dass der gesunde Protoplast die Substanzen

*) „Primordialschlauch", in: *Pflanzenphysiologische Untersuchungen* von NAEGELI und CRAMER, 1855, Heft 1, p. 11 ff.

welche sich im normalen Zellsafte vorfinden, nicht in die umspülende Flüssigkeit hinaus diffundiren lässt. Jetzt ist es von Interesse zu wissen, wie sich der Protoplast verhält dem Stoffe gegenüber, welcher zuvor von Aussen her in die Vacuole eingedrungen war. Mit anderen Worten lautet die Frage also: Ist der Protoplast, der sich für eine bestimmte Substanz intrameabel erwiesen hat, sogleich nachher, für den nämlichen Stoff extrameabel?

Ist der intrameable Protoplast auch extrameabel, so muss die Steigerung, welche die wasseranziehende Kraft des Zellsaftes beim ersten Theile des Versuchs erfahren hat, beim Verweilen in einer zweiten Flüssigkeit allmählich wieder abnehmen, bis der Salpeterwerth des Zellsaftes bis auf den der normalen Zelle gesunken ist. Wenn die Versuchszellen dieses Resultat ergeben, so zeigt dieses dass die kurz vorher intrameablen Protoplaste auch extrameabel sind. Es darf dieser Schluss aber nur unter der Bedingung gezogen werden, dass zugleicher Zeit bewiesen wird dass die Zellen noch immer vollkommen normal sind. Wäre dieses nicht der Fall so könnte die Extrameabilität ebenso wohl auf einem theilweisen Absterben der Zellen beruhen, da auch dieses einen Ausgleich der Differenze zwischen die umgebende Lösung und den Zellsaft hervorruft. Dass man bei diesem Falle aber den grössten Vorsicht in Acht nehmen soll, geht aus dem Umstande hervor dass dieser halbtodte Zustand auch eingetreten sein kann, ohne dass es sich direct an dem Protoplasten bemerken lässt. Ein schönes Beispiel dazu liefern die Endzellen der Chaetomorphafäden, welche in den Kochsalz- und Rohrzuckerlösungen ausgewachsen waren (vergl. p. 386), doch schliesslich starben. Bevor der Tod aber eingetreten war, wurde in jenen Zellen Plasmolyse sichtbar, und dann war der Protoplast äusserlich noch durch Nichts von denen anderer Zellen zu unterscheiden *). Die Contraction des Protoplasten konnte nur

*) Es wollte mir mehrere Male scheinen als wenn, während dieser Veränderungen, einen Farbstoff abgeschieden wurde, welcher den Zellsaft blass roth färbte. In den normalen Zellen fehlte dieser völlig.

daher rühren dass dieser für die Inhaltsstoffe der Vacuole extrameabel geworden war, und der Zellsaft also allmählich der umgebenden Flüssigkeit gleich wurde. Da nun der Protoplast durch Nichts mehr gehindert wurde, konnte dieser seinem Contractionsstreben nachgeben, und sich also von der Wand loslösen.

Ist aber der intrameable Protoplast nicht extrameabel, so wird der Salpeterwerth des Zellsaftes der Versuchszellen, während ihres Verweilens in der zweiten Lösung, nicht verändern, wenigstens nicht sinken müssen. Umgekehrt, wenn der Salpeterwerth unter jenen Umständen nicht sinkt, beweist dieses dass der Protoplast nicht extrameabel ist, oder vielmehr dass unter den Versuchsbedingungen während der Versuchszeit der Protoplast nicht merkbar extrameabel war. Wird also die bestehende Differenz zwischen Zellsaft und äussere Lösung nicht ausgeglichen, so beweist dieses schon genügend den normalen Zustand der Zelle; es in anderer Weise nochmals au zu zeigen würde also hier überflüssig sein.

Die drei, in dem vorigen Abschnitte zuletzt besprochenen Methoden, würden auch zur Lösung der Frage nach der Extrameabilität der Protoplasten benutzt werden können, allein es war mir nicht möglich diese jetzt an zu wenden. Die Ursache davon liegt in dem Umstande dass um die Zeit als ich jene Versuche vornehmen wollte, mir nur Spirogyra zu Gebote stand, und diese Alge, wie auch schon früher (p. 378) hervorgehoben wurde, sich als zu zart erwies um ein Wechseln der Lösungen ohne Schaden vertragen zu können. Chaetomorpha wird, allem Anscheine nach, sich viel besser zu jenen Versuchen eignen, allein ich bin jetzt genöthigt diese bis auf Weiteres zu verschieben.

Es bleibt also vorläufig nur übrig zu versuchen ob sich mit Spirogyra bessere Resultate erhalten lassen mittelst der zuerst besprochenen Methode, des directen Nachweises von Salpeter im Zellsafte. Man braucht zu diesem Zwecke also nur zu untersuchen ob die Quantität des Salzes, welche während einer bekannten Zeit aus der Salpeterlösung aufgenommen wurde, beim Verweilen in die zweite Flüssigkeit entweder abnimmt, oder nahezu die nämliche bleibt.

Verändert jene Quantität und also die Intensität der Reaction mit Diphenylamin nicht, so kann dieses nur auf einen nicht merkbaren Grad von Extrameabilität des Protoplasma während der Versuchszeit deuten.

Nimmt die Reaction beim Versuche schnell in Intensität ab, so erweist sich der Protoplast dadurch als in beträchtlichem Maasse extrameabel; findet jene Abnahme aber langsam statt, so darf man hieraus nicht ohne Weiteres auf einen geringen Grad von Extrameabilität schliessen. Jene Abnahme, kann nämlich auch bei fehlender Extrameabilität, durch einen anderen Umstand erklärt werden, und zwar durch das Wachsthum der Fäden. Da bei diesem Vorgange der in den Zellen enthaltene Salpeter über ein grösseres Volumen vertheilt wird, muss die Concentration dieses Salzes dementsprechend sinken, und die Intensität der Reaction abnehmen.

Thatsächlich fand dieses statt in den beiden Versuchen welche am Ende dieses Abschnitts besprochen werden sollen.

Also nur dann darf man aus einer langsamen Abnahme der Salpeterreaction der Versuchszellen auf die Extrameabilität schliessen, wenn zugleicher Zeit gezeigt wird dass die Fäden nicht, oder nur wenig gewachsen sind.

Es ist dieses ein Umstand, welcher bei den Versuchen zur Anwendung von Lösungen von nicht zu geringer Concentration nöthigt, da es sonst möglich ware, dass schon innerhalb weniger Tage das Wachsthum die Reaction bis zum völligen Verschwinden herabsetzte.

Ein erster Versuch war in folgender Weise eingerichtet:

Eine grosse Anzahl Spirogyra-fäden, jeder ungefähr 0.5 cM. lang, wurden, Mitte Juli, in eine Lösung von Salpeter gelegt, in der sie während einer bestimmten Zeit verweilten; nachher wurden sie in eine isotonische Kochsalzlösung übergebracht.

Bei jeder Prüfung der Zellen wurden stets drei Fäden herausgenommen und mit Diphenylamin untersucht. Während des andauernden Aufenthalts in der Kochsalzlösung starben in diesem Versuche mehrere Fäden völlig ab, sowie auch viele Zellen aus den einzelnen Fäden; immerhin blieb

aber doch ungefähr die Hälfte der Zellonzahl völlig lebendig; Wachsthum und Zelltheilung konnten nicht constatirt werden.

Die Zellen waren alle turgescent, und die Querwände der lebenden, an der Grenze von den todten, deutlich nach Aussen gebogen, während die Endzellen völlig abgerundet waren. Die Fäden verweilten während $23^{1}/_{2}$ St. in einer Salpeterlösung von 0.13 Aeq. und jeder Faden, welcher untersucht wurde, blieb vorher so lange in der Kochsalzlösung (auch von 0.13 Mol.), als in der ersten Spalte der folgenden Tabelle verzeichnet ist. Die drei folgenden Spalten enthalten die Reactionen welche die drei Fäden, welche jedesmal nach einander untersucht wurden, zeigten. Diese sind so in der Tabelle eingetragen dass stets die zweite Spalte die schwächste der beobachteten Reactionen enthält, und die vierte die stärkste.

Die Bedeutung der Zahlen ist die nämliche wie oben (p. 352) d.i: 0 = nicht, 1 = sehr schwach, 2 = schwach, 3 = deutlich, 4 = dunkel, 5 = intensiv. Zwei Zahlen neben einander geben an dass die eine Hälfte des Fadens die eine, die andere Hälfte die andere Reaction zeigte.

Zeit des Verweilens in der NaCl-lösung.	Reaction:		
	1er Faden.	2er Faden.	3er Faden.
$1^{1}/_{2}$ Stunde	4	4	4 - 5
1 Tag	3	3	3
2 Tage	4	4	4 ···· 5
3 »	3	4	4 ·· 5
5 »	0—3 *)	0—3 *)	4—5
7 »	4	4	4
10 »	4	4	4—5
14 »	4—5	5	5
21 »	4	4	4
28 »	3	3	4
35 »	3	4—5	5
49 »	4	5	5
63 »	4	4	5
78 »	3—4	4	5

*) Der Theil des Fadens welche keine Reaction veranlasste, sah völlig

Da nach 78 Tage das Material erschöpft war, musste der Versuch abgeschlossen werden.

Nachdem die Fäden während 13 Tage in der Na Cl-lösung verweilt hatten, wurde diese Flüssigkeit auf Kalisalpeter geprüft, und zwar in der oben (p. 351) beschriebenen Weise; sie rief aber keine mit blossem Auge sichtbare Reaction hervor, und es musste die Concentration des Salpeters also geringer sein wie 0.0001 Mol., oder 0.001 pCt. Auf einem Objectträger wurde dann 0.4 CC. jener Lösung auf einer kleinen Oberfläche eingedampft, und die zurückbleibende Krystalle mit Diphenylamin untersucht. Nur an einzelnen Stellen trat eine Reaction auf, zum Beweise dass sich nur einzelne Salpeterkryställchen zwischen denen von Na Cl vorfanden; erstere rührten ohne Zweifel von dem Salpeter her, welcher aus den abgestorbenen Zellen in die Lösung gelangt war. Diese Quantität war also zu gering um die kräftige Reaction der lebendigen Zellen zu veranlassen; ausserdem spricht die Beobachtung, dass die todten Zellen niemals als eine Reaction veranlassten, gegen eine solche Erklärung.

Dieser Versuch zeigt also dass die Quantität des Salpeters welche in einem Tage durch den Protoplast in die Vacuole eingedrungen war, sich selbst nach 78 Tagen dort in unverminderter Menge vorfand.

Es ist selbstverständlich dass jenes Resultat vorläufig nur für obige Versuchsbedingungen gilt, und also nur für Spirogyra und für Salpeter, so dass es immerhin möglich ist dass andere Pflanzen oder andere Substanzen abweichende Resultate liefern. Wahrscheinlich dünkt mir letzteres aber nicht, weil es sich bei der Extrameabilität wahrscheinlich um eine fundamentale Eigenschaft des Protoplasten handelt *), und es in diesem Falle kaum anzunehmen ist dass verschiedene Zellen sich grundverschieden verhalten würden.

---

normal aus. Es ist mir also wahrscheinlich dass diese Zellen im Absterben begriffen waren und der Salpeter, welcher sich in der Vacuole vorfand, schon hinaus diffundirt war (vergl. p. 392).

*) Vergl. die Einleitung, p. 333.

Von besonderem Interesse würde es jetzt sein zu wissen, wie Chaetomorpha sich bei ähnlichen Versuchen verhalten würde. Wenn diese Pflanze, derer Protoplaste sich als sehr intrameabel erwiesen, sich ebensowenig extrameabel zeigt wie Spirogyra, so darf man gewiss diese Eigenschaft als eine allgemein gültige betrachten.

Aus schon oben genannten Ursachen muss ich aber auch diesen Versuch mit Chaetomorpha bis auf Weiterem verschieben.

Die Lösung in welche die Zellen nach dem Herausnehmen aus der Salpeterlösung gebracht wurden, war in dem obigen Versuche eine solche, dass sie mit der Salpeterlösung isotonisch war. Wenn nun aber die Zellen, nachdem sie in dieser verweilt haben, in eine weniger kräftig wasseranziehende Flüssigkeit gelangen, und z. B. in das ursprüngliche Medium, wird dann vielleicht der Protoplast sich merkbar extrameabel zeigen? Unter jenen Umständen ist natürlich die Turgorkraft der Versuchszellen höher wie jene frischer Zellen, da erstere neben den normalen Inhaltsstoffen des Zellsaftes, noch den in die Vacuole eingedrungene Salpeter enthalten. Wird dieser jetzt aus den Zellen austreten?

Zur Lösung dieser Frage habe ich, im Monate October d. J. zwei Versuche mit Spirogyra angestellt, das eine Mal mit Sp. crassa und Sp. communis, das zweite Mal mit letzterer allein, weil diese sich besser zu dem Zwecke eignete.

Im ersteren dieser beiden Versuche verweilten die Fäden 3, im zweiten $3^1/_2$ St. in 0.13 Aeq. KNO_3; dann wurden sie in ein grosses Volumen Dünenwasser übergetragen, und nachher von Zeit zu Zeit jedesmal eine Anzahl derselben mit Diphenylamin untersucht.

Sp. crassa ergab nun folgende Resultate:

Nachdem die Zellen 15′ im Wasser verweilt hatten zeigten 4 Fäden die folgenden Reactionen: 4—5, 5, 5, 5; die meisten derjenigen aber welche ein oder mehrere Tage später untersucht wurden veranlassten keine Reaction; zwischen diesen fanden sich aber hin und wieder einzelne vor, welche eine mehr oder weniger deutlich blaue

Verfärbung, 3—4, verursachten. Von jeden 60 bis 100 Zellen zeigten nur etwa 1 oder 2 diese Reaction.

Die Ursache dieses Verhaltens liegt in dem Umstande dass in den Zellen von genannter Alge schon durch schwache, nicht einmal plasmolysirend wirkende Lösungen öfters das äussere Protoplasma sofort getödtet wird, während die dann noch allein lebendige Vacuolenwand übrig bleibt. Früher oder später stirbt dann auch diese allmählich ab, während die gelösten Stoffe des Zellsaftes hinaus diffundiren, und somit der Salpeter aus der Zelle verschwindet.

Die Resultate welche Sp. communis in beiden Versuchen lieferte, waren hingegen vollkommen befriedigend weil, besonders in dem zweiten Versuche, keine Zelle starb. Jene Resultate sind in den beiden folgenden Tabellen zusammengestellt. Die Einrichtung dieser ist vollkommen die nämliche wie jener welche sich auf p. 395 findet, mit Ausnahme der ersten Spalte, da diese in der folgenden Tabelle Zahlen enthält welche nicht den absoluten Dauer des Aufenthalts im Wasser angeben, sondern zeigen wieviel Mal länger die Versuchszellen im Wasser verweilten wie in der Salpeterlösung. In dieser Weise sind die Resultate bequemer zu vergleichen mit denen der vorigen Tabelle, da bei diesem Versuche die Fäden 1 Tag in die Salpeterlösung verweilten, und die Zahlen, welche sich in der ersten Spalte finden, also zugleicher Zeit Verhältnisszahlen sind. Jedesmal wenn die Zellen geprüft wurden, kam drei Mal eine Gruppe von Fäden zur Untersuchung, so dass jede Gruppe wenigstens 2—300 Zellen, und öfters deren sehr viel mehr mag enthalten haben.

I.

Zeit in Wasser. ....× 3 St.	Reaction.		
	1er Faden.	2er Faden.	3er Faden.
1/12 *)	4—5	5	5
64	3—4	3—4	4—5
78	3—4	3—4	3—4
88	3	4	3—4—5
96	3	3	3—4
103	2—3	3—4	3—4
112	2	2—3	3—4
119	0—1—2	2	2—3
128	2—3	2—3	2—3
136	0—1	0—1	1—2
144	0—1	1—2	2

II.

Zeit in Wasser. ....× 3½ St.	Reaction.		
	1er Faden.	2er Faden.	3er Faden.
2/7	3—4	3—4	3—4
7	3	3—4	3—4
14	3—4	3—4	3—4
21	2—3	2—3	2—3
27	2—3	2—3	2—3—4
34	0—1	0—1—2	0—1—2
42	0—1	1—2	2
49	0—1	0—1	0—1—2
55	0	0—1	0—1

In Bezug auf die Fäden welche benutzt wurden, hebe ich hervor dass jene welche zum zweiten Versuche dienten, im Dünenwasser alle völlig lebendig blieben, ihre schöne, hellgrüne Farbe behielten, und mehrere spiralig gebogenen Kolonien bildeten, welche jeden Tag eine andere Form zeigten. Ausserdem lehrte die Untersuchung dass die Fäden, welche alle anfangs auf einer Länge von etwa 3.5 cM. abgeschnitten waren, nach 7 Tagen erheblich gewachsen waren, da fünf derer aus einer der Spiralkolonien entnommen, dann eine Länge zeigten von resp. ungefähr: 9.5, 6.5, 6, 6 und 6 cM. Es hatte somit in jener Zeit erhebliches Wachsthum statt gefunden.

*) Bei diesem Versuche wurde, wie oben erwähnt, ausserhalb Sp. communis, auch Sp. crassa benutzt. Bei der ersten Untersuchung der Fäden, wurde nun nicht die erstere, sondern die letztere geprüft, und diese zeigte jene Reactionen (vergl. p. 397). Erstere Pflanze würde also wohl die nämliche Reaction ergeben haben, und daher sind die nämlichen Zahlen hier verzeichnet, zur Vergleichung für die weiteren.

Aus den Resultaten dieser beiden Versuchen geht nun, im Gegensatze zu dem des früher (p. 395) erwähnten, hervor dass die Intensität der Reaction, während des Verweilens der Zellen in der salpeterfreien Flüssigkeit, allmählich, obwohl sehr langsam abnahm. Im ersteren Versuche trat selbst nach einem 144 Mal längerem Verweilen im Wasser wie in der Salpeterlösung die Reaction noch auf.

Unter Hinweisung auf das oben (p. 394) Gesagte darf man aber aus jener langsamen Abnahme nicht schliessen dass die Protoplaste der Versuchszellen unter jenen Umständen extrameabel seien, und zwar weil die directen Messungen ein erhebliches Wachsthum der Fäden anzeigten.

Da nun der letztere Umstand allein schon die langsame Abnahme der Reactionsintensität völlig zu erklären vermag, ohne dass man die Extrameabilität zu Hülfe zu rufen braucht, darf man als höchst wahrscheinlich annehmen, zumal wenn man hiermit das Resultat vom ersteren Versuche (p. 395) vergleicht, dass die Intensität der Reaction ungeschwächt würde geblieben sein, wenn kein Wachtshum der Fäden statt gefunden hätte.

Dieser Schluss wird um so wahrscheinlicher, wenn man dabei die Ergebnisse beachtet von der Untersuchung des Dünenwassers in der die Fäden beim zweiten der beiden letzteren Versuche verweilten. Zwei Tage nachdem die Zellen aus dieser Flüssigkeit zum letzten Male untersucht waren, dampfte ich 1 CC. des Wassers auf einem Objectträger auf kleiner Oberfläche ein. Der, hier nur sehr geringe, Rückstand wurde dann mit der Diphenylaminlösung geprüft, jede Spur einer blauen Verfärbung blieb aber völlig aus. Als jedoch eine Quantität der Versuchsfäden in etwa 2 CC. völlig salpeterfreiem destillirtem Wasser gekocht wurde, und die so erhaltene Lösung in obiger Weise auf einer kleinen Oberfläche eingedampft war, riefen die Krystallchen am Rande des Tropfens mit Diphenylamin eine deutliche Verfärbung hervor. In den Zellen kam also noch immer Salpeter vor, wiewohl in zu geringer Quantität um nach der früher stets angewandten Methode nachweisbar zu sein,

während diese Substanz im Wasser, in dem die Fäden beim Versuche verweilt hatten, fehlte.

Wenn man alle diese Umstände in Betrachtung zieht, darf man auch aus diesen beiden letzteren Versuchen auf das Fehlen einer merklichen Extrameabilität der normalen Protoplaste von Spirogyra communis selbst während längerer Versuchsdauer, schliessen.

Die Resultate beider Versuche zeigen ausserdem, bei Vergleichung unter sich, dass die Intensitätsabnahme der Reaction im zweiten Versuche viel erheblicher war wie im ersteren. Die Ursache dieses Unterschieds meine ich in dem Umstande suchen zu müssen dass die Fäden im ersteren Versuche ein nur geringes Wachtshum zeigten, und hierdurch musste das schwächer werden der Reaction im diesem erheblich langsamer stattfinden.

III. ABSCHNITT.

Intra- und Extrameabilität von Hautschicht und Vacuolenwand.

In den beiden vorigen Abschnitten sind die neuen Versuche besprochen welche zum Zwecke der Erforschung der Intra- und Extrameabilität der Protoplaste angestellt wurden; in diesem Abschnitt wünsche ich nun die bisher bekannten Erscheinungen an Pflanzenzellen zusammen zu fassen, und ausserdem einige neue Versuche mit isolirten Vacuolen zu beschreiben welche mit jenen Eigenschaften in Zusammenhang stehen.

Obwohl die ersteren nicht sehr zahlreich sind, so heben dennoch einige dieser in verschiedenen Hinsichten bemerkenswerthe Besonderheiten hervor rücksichtlich der Eigenschafte der Protoplaste einiger Zellen, so wie jener von einigen Organen eines nämlichen Protoplasten.

Nachdem schon ältere Untersuchungen gezeigt hatten dass

die äussere Schicht eines jeden Protoplasten eine grössere Dichtigkeit besitzt wie die angrenzenden Theile, und derselbe also von einer Hautschicht umkleidet ist, war man ganz allgemein der Meinung dass die Dichtigkeit des Protoplasma nach Innen zu fortwährend geringer wurde, und betrachtete man das Vorkommen von Vacuolen als der Beweis dass die Coherenz des Protoplasma in der Mitte so gering sei, dass das überschüssige Wasser sich dort zu Tropfen ansammeln konnte.

Nur Pfeffer *) sprach als seine Ueberzeugung aus dass auch die Vacuole durch ein »Hyaloplasmahäutchen" von dem Protoplasma abgegrenzt sei.

Die neueren Untersuchungen von de Vries †) haben indess experimentell bewiesen dass die Vacuole von einer eigenen Wand, Vacuolenwand oder Tonoplast, umkleidet ist, und dass man jene also nicht als an zufälligen Orten auftretenden Tropfen betrachten darf. Ausserdem zeigte de Vries dass die Vacuolenwand mit den übrigen Organen eines Protoplasten, wie Hautschicht, Kern, Amyloplast u. s. w. gleichwerthig ist, und dass sie, wie diese, einen ebenso bestimmten Ursprung §) hat, wie zu einer streng definirten Function angewiesen ist.

In der normalen Zelle ist der Protoplast also sowohl an der Aussen- wie an der Innenseite durch eine dichtere Schicht von der Umgebung abgegrenzt, und es sind die Eigenschaften dieser beiden Schichten, also der Hautschicht und der Vacuolenwand, welche die Permeabilität eines Protoplasten bedingen.

In diesem Abschnitte werde ich daher die vornehmsten der bekannten Erscheinungen besprechen, aus denen auf die Permeabilität genannter Schichten geschlossen werden kann.

---

*) *Pflanzenphysiologie*, 1880, I, p. 34.

†) Plasmolytische Studien über die Wand der Vacuolen, *Jahrb. für wiss. Bot*, 1885, Bd. XVI, p. 465.

§) Vergl. de Vries, l. c. p. 484, und Went, *De jongste toestanden der vacuolen*, 1886. Einen Auszug letzterer Arbeit findet man in: *Archives Néerlandaises*, 1887.

An ersterer Stelle wünsche ich hier die Drüsen im Allgemeinen zu erwähnen, wähle aber aus diesen zur Besprechung die am meist bekannten, und vielleicht die am besten untersuchten, die Nectarien, wiewohl auch von diesen Organen mancher wichtiger Punkt noch kaum beleuchtet ist.

Jürgens *) welcher schon in 1873 die Nectarien (von Ranunculus und von Passiflora) anatomisch und physiologisch untersuchte, hebt hervor dass die kleinen, eiweissreichen Zellen, welche die Nectarien aufbauen, vor dem Anfange der Secretion mit feinkörniger Stärke dicht erfüllt sind, und dass diese Substanz während der Secretion allmählig verschwindet.

Während ausgebreiteter (bisher nicht publicirter) Untersuchungen über die Stoffwechselprocesse in Blüthen und Früchten, welche vor einigen Jahren vorgenommen wurden, untersuchte ich auch die Nectarien einiger Blüthen in physiologischer Hinsicht.

Meine Resultate ergaben, in vollkommener Uebereinstimmung mit Jürgens, dass die Nectarienzellen †) vor der Secretion mit feinkörniger Stärke erfüllt sind; Traubenzucker kam dann dort in ungefähr gleicher Menge vor wie in den Zellen des umliegenden Gewebes. Bei der Secretion stieg die Gehalt jener Zellen an Zucker aber sehr erheblich, während zugleicher Zeit die Stärkequantität merkbar abnahm. Auch im Honigsaft war Traubenzucker nach zu weisen; ob dort auch Rohrzucker sich vorfand blieb mir unbekannt.

Aus diesen Ergebnissen geht also hervor dass kurz bevor, und während der Secretion die Stärke im Protoplasma in Traubenzucker übergeht, und dass dieser dann hinausgeschafft wird. Dieser Austritt kann aber nur stattfinden, falls die Hautschicht der betreffenden Protoplaste um jene Zeit für Traubenzucker extrameabel ist. Umgekehrt beweist also die Secretion die Extrameabilität der Hautschicht für diese Substanz.

---

*) Referat in: *Bot. Zeitg.* 1873, Sp. 711 ff.

†) Untersucht wurden die becherförmigen Nectarien (Petalen) von Helleborus, und die Nectar absondernden Haare von Hibiscus.

In allen ähnlichen Fällen, wie z. B. die der Köpfchen der Drüsenhaare, und der secernirenden Zellen der Harz- und Gummigänge, in denen der secernirte Saft vom Protoplasten bereitet wird, bedingt die Secretion die Extrameabilität der Hautschicht für die in gelöster Form ausgeschiedenen Substanzen. Dieses braucht aber natürlich nicht der Fall zu sein für den Theil des Saftes welcher, wie die Versuche von WILSON *) zu beweisen scheinen, durch Metamorphose von einem Theile der Aussenwände der betreffenden Epidermiszellen gebildet wird.

Das nämliche gilt also auch für die Drüsenzellen der insectenverdauenden Pflanzen, und als Beispiel wähle ich hier die gesti-lten Drüsen von einem D r o s e r a-blatte.

Solange diese Drüsen sich im ungereizten Zustande befinden, scheiden sie ein schleimiges Secret ab, welches wahrscheinlich aus dem Innern des Protoplasten her stammt; es muss die Hautschicht der ungereizten Zelle also für dieses extrameabel sein. Nach der Reizung wird die Secretion ausgiebiger, und treten im Secret neue Stoffe auf, eine Säure und ein peptonbildender Ferment. Erstere war zuvor im körnigen Protoplasma, oder auch vielleicht in der Vacuole vorhanden, während das Ferment höchst wahrscheinlich aus dem Protoplasma stammt.

In dem gereizten Zustande der Zelle muss also die Hautschicht ausserdem für jene beiden Substanzen extrameabel sein, während vielleicht auch die Vacuolenwand es für die Säure sein wird.

Während der Resorbtion der gelösten organischen Substanz, muss die Hautschicht hingegen intrameabel sein für jene Stoffe, da diese zuerst bis in das körnige Protoplasma angelangt sein müssen, bevor sie nach anderen Zellen hin transportirt werden können. Es liegt aber kein zwingender Grund vor anzunehmen dass auch die Vacuolenwände für jene Stoffe intrameabel sein sollten.

In Bezug auf die Extrameabilität der Vacuolenwand unter

---

*) Vergl. PFEFFER, *Physiologie*, I, p. 177.

bestimmten Umständen, können die Vorgänge der Aggregation, welche nach der Reizung in den Protoplasten der Drüsenstielzellen auftritt, uns wichtige Besonderheiten lehren.

Diese Erscheinung wurde zuerst von Darwin beobachtet und beschrieben, doch ist sie erst durch die eingehenden Untersuchungen von de Vries *) genauer bekannt geworden. De Vries vertheilt den ganzen Vorgang in vier Stadien, welche aber nicht scharf getrennt sind, sondern allmählich in einander übergehen.

Im ersten Stadium findet starke Beschleunigung der Protoplasmaströmung und der Beweglichkeit der zahlreichen, durch Theilung aus der ursprünglich einzigen hervorgegangenen, Vacuolen statt, während die zweite Periode durch eine auffallende Verkleinerung dieser gekennzeichnet ist. Von grosser Wichtigkeit ist der Umstand dass die Turgescenz der Zellen, und somit die Steifheit des Drüsenstiels, währenddem keine Veränderung erfährt.

Wie de Vries bewies beruht die Volumverkleinerung der Vacuolen auf dem Ausstossen von einem Theile ihres Inhalts, welcher sich mit dem körnigen Protoplasma vermischt; dabei nimmt die Dicke der wandständigen Plasmaschicht ansehnlich zu. Dass die ausgestossene Flüssigkeit nicht reines Wasser ist, doch nahezu denselben isotonischen Werth bezitzt wie der ursprüngliche Zellsaft, wurde von de Vries bewiesen, und ausserdem gezeigt dass von den Substanzen welche im normalen Zellsafte vorkommen, in der ausgestossenen Flüssigkeit sich nicht vorfinden: der rothe Farbstoff, der Gerbstoff, und die Eiweisskörper. Es bleibt also nur übrig anzunehmen dass Zucker und die Säuren, welche sich auch im normalen Zellsafte vorfinden, eins von beiden oder beide mit dem Wasser ausgeschieden werden, da sonst der hohe Salpeterwerth jener Flüssigkeit unerklärbar sein würde. Es fehlte aber an Methoden, diese beide Substanzen auf zu suchen.

Bei jenen Vorgängen hat man daher mit dem merkwür-

---

*) Ueber die Aggregation im Protoplasma von Drosera rotundifolia, *Bot. Zeitg.* 1886, n°. 1—4.

digen Falle zu thun, dass die Vacuolenwand der Drüsenstielzellen von Drosera (und das nämliche gilt von anderen insectenverdauenden Pflanzen) durch bestimmte Reize extrameabel wird. Diese Extrameabilität ist aber nicht allgemein, da nicht alle Inhaltsstoffe austreten können, doch nur einige wenige. Wir sahen dass zu diesen die Pflanzensäuren und ihre Salze gehören, sowie auch Zucker, also diejenige Substanzen des Zellsaftes, welche die relativ kleineren Molecülen besitzen. Der Wasseraustritt wird durch die wasseranziehende Kraft jener ausgetretenen Stoffe veranlasst, und währt fort bis die Salpeterwerthe der ausgeschiedenen Flüssigkeit und des in der Vacuole übrig bleibenden Theiles gleich geworden sind.

Wenn man sich nun denkt dass die Vacuolenwand durch die Reizung nur in solchem Maasse extrameabel wird, dass die Molecüle jedes beliebigen Stoffes, welche eine gewisse Grösse nicht überschreiten, durchgelassen werden, also unabhängig von seiner Art oder Eigenschafte, so wird die Annahme einer specifischen Wirkung der Vacuolenwand auf jeder einzelnen der ausgeschiedenen, so wie der nicht ausgeschiedenen Stoffe, umgangen.

Wenn, nachdem die Reizung aufgehört hat, die Zellen allmählich wieder in ihren früheren Zustand zurückkehren, muss die Vacuolenwand für die vorher ausgeschiedenen Substanze, Säure und Zucker, intrameabel werden, damit sie wieder in den Zellsaft aufgenommen werden können.

Dieser Fall der Zellen von Drosera ist eigentlich der einzige, welcher bisher genügend untersucht wurde, und mit Wahrscheinlichkeit auf die sich dabei abspielenden Vorgänge schliessen lässt.

Bei den verschiedenen Processen welche während der Ernährung der Pflanzen vor sich gehen, muss zu wiederholten Malen Intra- und Extrameabilität von Hautschicht oder Vacuolenwand angenommen werden.

Als wahrscheinlichste Erklärung der bekannten Erscheinungen muss man annehmen, dass der Nahrungstransport innerhalb jeder Zelle von den Protoplasmaströmen einge-

leitet wird *), während der Uebertritt aus einer Zelle in die benachbarte durch Diffusion vor sich geht. Jedesmal wenn letztere statt finden soll, müssen die gelöst zu transportirenden Substanzen durch die Hautschicht der ersteren Zelle sich nach Aussen begeben, dann durch Diffusionsvorgänge die Dicke der Zellwand durchsetzen, um schliesslich durch die Hautschicht der zweiten Zelle in den strömenden Theil der Protoplasten zu gelangen. Zugleicher Zeit wird aber die, früher von der zweiten Zelle aufgenommen Substanz in ähnlicher Weise an einer dritten abgegeben, und nimmt ebenso die erstere von einer vorhergehenden neue Stoffe auf.

Man ist also genöthigt an zu nehmen dass bei dem Nahrungstransport die Hautschicht für die transportirtwerdenden Stoffe zugleicher Zeit sowohl extrameabel, wie auch intrameabel ist. An ersterer Stelle würde dieser Schluss auf Traubenzucker an zu wenden sein, weil vielleicht allgemein die stickstofffreien Nahrungsstoffe unter dieser Form innerhalb der Pflanzen transportirt werden. Aehnliches gilt für das Wasser welches, sammt den darin gelösten Stoffen, von den Wurzelhaaren aus dem Boden aufgesogen, und in die Pflanze hinein befördert wird, sowie ausserdem für alle anderen lebendigen Zellen, welche in directer Weise bei der Wasserbewegung betheiligt sind.

Am meisten erwähnenswerth ist aber die Nahrungsaufnahme zahlreicher junger Keimpflanzen aus dem Endosperm, um so mehr da die Gewebe beider nicht organisch verbunden sind. In allen diesen Fällen muss die Hautschicht der Zellen der Keimpflanze nicht nur intrameabel sein für anorganische Salze und Zucker, sondern ausserdem für die Eiweissstoffe, also für Substanzen mit relativ sehr grossen Molecülen. Aus den nämlichen Ursachen muss die Hautschicht der Endospermzellen extrameabel für jene Stoffe sein.

---

*) Vergl. de Vries, Ueber die Bedeutung der Circulation und der Rotation des Protoplasma für den Stofftransport in der Pflanze. *Bot. Zeitg.* 1885, n°. 1 und 2.

Wenn bei dem Nahrungstransport aller in der Zelle anlangender Traubenzucker weiter befördert, oder als Stärke deponirt wird, wie es z. B. der Fall ist in assimilirenden Blättern, so bleibt die Vacuolenwand bei diesen Vorgängen gänzlich aus dem Spiel. Wird hingegen ein Theil des Zuckers unverändert aufgespeichert, so sammelt dieser sich in der Vacuole an, und muss auch ihre Wand also zu diesem Zwecke intrameabel für Zucker sein. Dieses gilt z. B. für viele Parenchymzellen in wachsenden Stengeln und Wurzeln (vorzüglich in der Zuckerscheide *)), und ausserdem für die Zellen der Zwiebeln von Allium (für Traubenzucker), und für die der Zuckerrübe (für Rohrzucker), und zwar für beide letzteren Fälle am Ende der Vegetationsperiode des ersten Jahres, also bei der Füllung der Reservestoffbehälter. Wenn später die aufgespeicherten Substanzen wieder verbraucht werden, müssen die Vacuolenwände für jene extrameabel sein.

Obwohl wir also für die Hautschicht annehmen müssten, dass sie zu gleicher Zeit intra- und extrameabel ist für die Stoffe welche transportirt werden, so zwingen uns die bekannten Erscheinungen nicht dazu Aehnliches für die Vacuolenwand an zu nehmen, da hier die beiden Eigenschaften zeitlich gesondert sein können.

Beim Vergleiche der besprochenen Vorgänge des Stofftransports mit den Resultaten der im ersten und zweiten Abschnitte angeführten Versuche, soll man stets beachten, dass bei letzteren die Lösungen, in der die Erscheinungen der Intrameabilität beobachtet wurden, sehr viel concentrirter waren wie sie jemals beim Stofftransport vorkommen.

Etwas mehr meinen vorigen Versuchen ähnlich, hauptsächlich in Beziehung auf die Concentration der benutzten Lösung, sind jene, welche vor einigen Jahren von verschiedenen Forschern angestellt wurden zur Lösung der Frage, ob abgeschnittene, verdunkelte Blätter im Stande sind aus geeigneten Lösungen in ihren Chlorophyllkörnern Stärke zu

---

*) Vergl. DE VRIES, Wachsthumsgeschichte der Zuckerrübe. *Landwirthsch. Jahrb.* 1879, Bd. VIII, p. 445.

bilden. Die gelungenen Versuche mit Traubenzucker *), Rohrzucker, Levulose und Galactose †), Mannit, Dulcit und Glycerin §) beweisen dass unter den Versuchsbedingungen die Hautschichte der Zellen des Blattes für die benutzten Stoffe intrameabel gewesen sein müssen.

Bei seinen Culturversuchen mit Algen fand KLEBS **) dass Zygnema nicht im Stande ist im Dunkeln Zucker auf zu nehmen, und daraus Stärke zu bilden; durch weitere Versuche gelangte er aber zum Schlusse dass jenes wohl gelingt, wenn man den Zuckerlösungen 0.05—0.1 pCt. Eisenweinstein zusetzt; KLEBS meint nun dass letztere Substanz die Hautschichte der Protoplasten für Zucker intrameabel macht. Da auch DE VRIES ††) nachgewiesen hat dass gewisse Substanzen die Permeabilität eines Protoplasten verändern können, sodass Stoffe, welche vorher nicht in die Zelle eindrangen, während der Einwirkung jener Substanzeu in den Zellsaft übertreten konnten, möchte ich mich vorläufig der Erklärungsweise von KLEBS anschliessen, bis die Erscheinung genauer untersucht worden ist.

Ein erheblicher Unterschied zwischen den Versuchen von KLEBS und denen von DE VRIES besteht aber darin, dass die des letzteren stets mit dem Tode der Zellen endigten, die Versuchslösung also dem Leben schädlich war, während die Zellen in den ersteren Versuchen während 6 Monate lebensfrisch blieben.

Es scheint mir hier auch die Stelle die vor etwa einem Jahre publicirten Versuchen von PFEFFER §§) zu erwähnen,

---

*) BÖHM, *Bot. Zeitg.* 1883. Sp. 33.

†) ARTHUR MEIJER, *Bot. Zeitg.* 1884, Sp. 437; ibid. 1886, Sp. 106, 110.

§) Derselbe, ibid. 1886, Sp. 131, für Glycerin auch LAURENT, ibid. 1886, Sp. 151. Diese Thatsache in Bezug auf Glycerin ist jetzt theoretisch um so wichtiger, als es vor kurzem FISCHER und TAFEL gelungen ist Glycose synthetisch aus Acrolein (dem Aldehyd von Glycerin) darzustellen (Vergl. *Ber. d. Chem. Ges.*, Berlin 1887; *Nature* 3 Nov. 1887).

**) *Ber. d. d. bot. Ges.* 1887, p. 186.

††) *Vacuolenwand*, p. 589 ff.

§§) *Bot. Zeitg.* 1886, Sp. 121; eine ausführlichere Abhandlung erschien in: *Untersuchungen aus dem bot. Institut zu Tübingen*, 1886, Bd. II, Heft 2.

in denen gezeigt wurde dass Protoplaste im Stande sind, unter geeigneten Bedingungen, Aethylenblau passiren zu lassen, und in der Vacuole auf zu speichern. Pfeffer gebrauchte Lösungen von 0.00001 pCt. Aethylenblau in destillirtem Wasser; da aber schon solche von einer Concentration von 0.001—0.002 pCt. bei längerer Einwirkung schädlich auf die Zellen einwirken, so ist es mir bis jetzt noch fraglich ob man die Fähigkeit, Aethylenblau passiren zu lassen, als eine Eigenschaft des normalen Protoplasten zu betrachten hat. Wie dem aber auch sei, ich meine dass die von Pfeffer beobachteten Vorgänge nicht in die nämliche Gruppe von Erscheinungen gehören, wie die Resultate meiner Versuche mit Salzlösungen. Bei diesen nämlich werden die Veränderungen in der Vacuole durch erlebliche Abänderungen in der Concentration des Mediums hervorgerufen, während eine solche Wirkung bei ersteren Versuchen völlig ausgeschlossen ist. Ich glaube daher dass die Resultate sowie die Erklärung der Versuche von Pfeffer die der Meinigen völlig unberührt lassen.

Bei der Besprechung der insectenverdauenden Pflanzen (p. 406) wurde hervorgehoben dass die Vacuolenwand, zufolge des Reizes, für gewisse Inhaltsstoffe extrameabel wird. Ein ähnliches Auftreten von Extrameabilität wird, wie mir scheint, auch bei anderen Reizerscheinungen veranlasst, zumal bei solchen bei denen die Reizauslösung schnell statt finden kann.

An ersterer Stelle seien hier die Bewegungen der Sinnpflanze, Mimosa pudica, besprochen; für die Staubfäden der Cynareen wird wahrscheinlich das nämliche gelten, da diese sich in fast allen essentiellen Hinsichten der Mimosa ähnlich verhalten.

Die Bewegungen welche die Blätter dieser Pflanze machen, nachdem sie durch irgend eine Ursache gereizt worden sind, gehen in den Blattpolstern vor sich, und werden, wie schon nach den Untersuchungen Brücke's bekannt ist, durch Turgorabnahme, und entsprechende Verkürzung der Unterseite des Polsters, hervorgerufen.

Bisher wurde stets angenommen dass die Turgorabnahme

durch plötzlichen Wasserverlust der reizbaren Zellen hervorgerufen werde, weil die Reizung eine Injection der Intercellularen im untern Theile des Blattpolsters zu Folge hat, welche Injection sich von da aus weiter in die Blattstielen und in die benachbarten Stengeltheilen verbreitet.

Die Meinung dass die Turgorabnahme auf dem Auspressen reinen Wassers aus der Zelle beruht, kommt mir aber sehr unwahrscheinlich vor, hauptsächlich weil man durch diese genöthigt wird an zu nehmen dass die Vacuolenwand im Stande sei, den Zellsaft plötzlich in zwei Theile zu sondern, und zwar in reines Wasser und in eine concentrirtere Flüssigkeit. Eine solche Trennung lässt sich bekanntlich von uns nicht herstellen *) und musste, wenn sie von der Vacuolenwand zu Stande gebracht würde, ohne Zweifel dort mit complicirten Vorgängen verbunden sein. Diese machen zumal die Möglichkeit einer plötzlichen Scheidung sehr unwahrscheinlich, um so mehr da beide Theile nach der Spaltung eine grosse Anziehungskraft auf einander ausüben.

Wenn jene Hyppothese aber im Stande wäre die Erscheinungen genügend zu erklären, und wenn es keine bessere gäbe, so wäre es dennoch erlaubt jene vorläufig an zu nehmen. Jenes scheint mir aber nicht der Fall zu sein, besonders weil ich meine dass jene Hypothese nicht zur völligen Erklärung der Erscheinungen ausreicht. Wenn nämlich die gereizten Zellen Wasser verloren haben, muss der restirende Theil des Zellsaftes stärker wasseranziehend wirken wie zuvor, und also auch wie die Zellen von der Oberseite des Blattpolsters, weil vorher zwischen beiden Seiten ein Gleichgewicht bestand. Das ausgestossene Wasser muss somit nachher wieder aufgenommen werden von jenen

*) Um aus einer Lösung eine höher concentrirte zu gewinnen, besitzen wir nur zwei Mittel, erstens Abdampfen und zweitens Gefrieren lassen; in beiden Fällen wird aber die Flüssigkeit nicht in zwei flüssigen Theilen gesondert, sondern der eine Theil ist dabei entweder Wasserdampf oder Eis. Zu einer Abtrennung von flüssigen Wasser reichen unsere Mittel also bis jetzt nicht aus.

Zellen, welche es am stärksten anziehen, also von den Zellen der Unterseite. Auf die plötzliche Senkung des Blatte würde dann alsbald eine schnelle Hebung folgen müssen, bis das Blatt seine ursprüngliche Stellung wieder eingenommen hat. Letzteres ist aber nicht den Erfahrungen gemäss. Dass die Hebung des Blattes factisch erst nach einiger Zeit, und nur sehr langsam erfolgt, würde dann nur durch Annahme einer zweiten Hypothese erklärt werden können, z. B. durch diese, dass der Protoplast sogleich nach der Reizung seine Intrameabilität für reines Wasser verliert, und diese Eigenschaft erst nach einiger Zeit allmählich wieder erlangt.

Viel einfacher lassen sich die Erscheinungen aber erklären, wenn man annimmt dass der ganze Protoplast von jeder der reizbaren Zellen durch die Reizung extrameabel wird für einige, oder auch für alle Stoffe welche sich gelöst im Zellsafte vorfinden, ähnlich also wie sich die Vacuolenwand der Drüsenstielzellen von Drosera in der zweiten Periode der Aggregation verhält (vergl. p. 406). Ist jenes der Fall, so wird die Spannung der elastisch gedehnten Zellwänden von den gereizten Zellen der Unterseite des Polsters, unter Mitwirkung der Turgorkraft jener der Oberseite, einen Theil des Zellsaftes, also aus Wasser und einigen gelösten Stoffen bestehend, hinauspressen in die Intercellularen, von denen es sich in den Blattstiel und in den Stengel verbreiten kann. Die ausgestossene Flüssigkeit muss die nämliche wasseranziehende Kraft besitzen wie der Zellsaft der gereizten Zellen vor und nach der Reizung, weil beim Austreten der Inhaltsstofte so viel Wasser mitgeht, dass beiden Lösungen einen nämlichen Salpeterwerth zukommt. Daher wird jene augestossene Lösung viel langsamer aufgesogen werden, wie dieses mit reinem Wasser der Fall sein würde. Dadurch würde also die langsame Hebung des Blattes nach der Reizung völlig erklärt werden.

Die Extrameabilität der gereizten Protoplaste braucht nur so lange zu währen bis die volle Reizbewegung stattgefunden hat; unmittelbar nachher kann die Extrameabilität wieder verschwinden, und der normale Zustand des Protoplasten

sich plötzlich, oder auch allmählich wieder herstellen. Durch obige Annahme wird also eine sehr einfache Erklärung der Ursachen der Bewegungen möglich gemacht.

Um die Wahrscheinlichkeit dieser zu prüfen, habe ich einige vorläufige Versuche mit Mimosa angestellt, deren Resultate völlig meinen Erwartungen entsprachen. Diese Versuche stützten sich auf folgenden Erwägungen.

Wenn man ein Blatt von Mimosa gerade über dem Polster mit einem scharfen Messer abschneidet, und dann das Polster reizt, so krümmt sich dieses mit der Oberseite convex, und lässt dabei einen grossen Tropfen an der Schnittfläche austreten. Ist nun die von den gereizten Zellen ausgestossene Flüssigkeit reines Wasser, so wird sich dieses im Tropfen vorfinden, doch vermischt mit dem Zellsafte der durchschnittenen Zellen des Blattstiels. Da jene ausgewachsen sind, und nur noch eine geringe Quantität Säure enthalten, wird der Tropfen dann keine, oder eine nur sehr schwach saure Reaction zeigen können. Wird aber nicht reines Wasser sondern ein Theil des Zellsaftes ausgestossen, so wird diese eine grosse Menge der in den reizbaren Zellen vorkommenden Säuren enthalten, und muss die Reaction des Tropfens eine erheblich stärkere sein. Umgekehrt, wenn der Tropfen eine stark saure Reaction zeigt, kann diese nicht erklärt werden aus dem Vermischen des ausgestossenen Wassers mit dem Zellsafte der durchschnittenen Zellen des Blattstiels, und muss man also annehmen dass mit dem Wasser auch Säuren, und also im allgemeinen, Inhaltsstoffe der Zellen ausgestossen wurden.

Als nun bei einem solchen Versuche ein Blatt in der oben angegebenen Weise vorsichtig abgeschnitten war, wurde das Polster dabei nicht gereizt. Sogleich nachher fand die Reizung aber durch Berührung seiner Unterseite statt, und unmittelbar nachdem trat ein grosser Tropfen hervor. Dieser schien etwas weniger flüssig wie Wasser, hatte eine sehr schwach gelbe Farbe, und schmeckte etwas bitter und sauer. Auf blauem Lackmusspapier rief dieser einen sehr deutlichen, rothen Flecken hervor; das Reagenzpapier kam dabei nicht mit der Schnittfläche in Berührung.

Eine Wiederholung des Versuchs ergab ein vollkommen ähnliches Resultat.

Als nachher das nämliche Blattpolster durchgeschnitten wurde, zeigte die Schnittfläche sich nicht einmal feucht; auf einem angepressten Lackmusspapier erzeugte sie einen äusserst schwach rothen Flecken.

Aus diesen Versuchen meine ich schliessen zu dürfen dass der ausgestossene Tropfen einen viel grösseren Gehalt an Säuren zeigte, als durch den Inhalt der durchschnittenen Zellen erzeugt werden könnte. Es scheint mir somit nichts übrig zu bleiben als an zu nehmen dass jener Tropfen selber schon Säuren enthielt, welche letztere dann natürlich nur aus den gereizten Zellen stammen könnten. War der Protoplast nicht extrameabel für alle Inhaltsstoffe, sondern, wie die Vacuolenwand bei Drosera, nur für einzelne, so müssen zu diesen sehr wahrscheinlich die Säuren gehören, also die Substanzen mit den relativ kleineren Molecülen. In diesem Falle würde es selbst möglich sein dass die ausgestossene Flüssigkeit relativ mehr Säuren enthielt wie der ursprüngliche, und auch wie der zurückbleibende Theil des Zellsaftes. Jedenfalls ist aber die Concentration der Lösungen welche ausgestossen, oder aufgenommen werden, kaum geringer wie in meinen Versuchen im I Abschnitt.

Obwohl diese beiden Versuche die Richtigkeit meiner Erklärung nicht endgültig beweisen, so verleihen sie ihr doch eine grosse Wahrscheinlichkeit.

Pfeffer *) hatte schon früher eine derartige Erklärungsweise abgewiesen, und stützte sich dabei auf einem seiner Versuche mit den Staubfäden der Cynareen. Pfeffer beobachtete nämlich dass diese Organe, nachdem ihre Intercellularen mit Wasser injicirt worden waren, fünfmal hinter einander gereizt werden konnten, und dass sie nach jeder Reizung stets ihre ursprüngliche Länge wieder erlangten. Dieses Resultat würde man, meint er, nicht erklären können, wenn bei der Reizung, mit dem Wasser ausserdem bedeutungsvolle osmotische Stoffe aus der Zelle

*) *Pflanzenphysiologie*, II, p. 241.

traten. Hierzu möchte ich aber folgende Bedenken hervorheben.

Erstens sind die ausgestossenen Substanzen gar nicht für die Zellen verloren, da die Flüssigkeit beim Heraustreten das Injectionswasser vor sich hin schiebt, so dass, wenn die Staubfäden sich erholen, die Zellen die ausgestossene Flüssigkeit zuerst aufnehmen; sie bekommen also grösstentheils die zuerst entfernten Stoffe wieder. Zweitens aber sind die Zellen im Stande, während sie langsam in ihren früheren Zustand zurückkehren, neue osmotische Stoffe zu produciren, und also den Verlust, den sie erlitten haben können, wieder zu ersetzen, bevor sie sich völlig hergestellt haben; oder, besser gesagt, sie haben sich erst dann wieder hergestellt, und also ihre ursprüngliche Länge wieder angenommen, wenn der Verlust völlig ersetzt worden ist.

Wenn man diese beiden Umstände beachtet so erhellt dass der Versuch PFEFFER's nicht gegen unsere Erklärung spricht.

Es will mir scheinen als wenn ähnliche Vorgänge wie bei Mimosa auch bei der Reizung von Ranken auftreten können. Neue Versuche sind aber nothwendig um Gewissheit darüber zu erlangen.

Mehrere Beispiele von bekannten Erscheinungen im Leben der Pflanzen, welche auf die Permeabilität normaler Protoplaste schliessen lassen, wünsche ich hier nicht zu besprechen.

Weiterhin werde ich in diesem Abschnitte solche Versuche anführen, welche auf die Permeabilität isolirter Vacuolen Beziehung haben, und sich also an die Untersuchungen von DE VRIES *) über diesen Gegenstand anschliessen. Im Voraus möchte ich erwähnen dass sie mit diesen in vollster Uebereinstimmung sind.

Gelegentlich der Versuche mit Spirogyra welche im ersten Abschnitte zur Besprechung (p. 369) gelangten, wurden wiederholt in den Versuchsfäden Zellen beobachtet,

---

*) *Vacuolenwand*, p. 540 ff.

welche in so weit von den normalen abwichen, dass in ihnen das äussere Protoplasma gestorben war, und die Vacuolenwand also als einzig lebendiger Theil des Protoplasten ubrig geblieben war.

Ich werde hier zuerst die erhaltenen Resultate anführen, und diese nachher durch einige Beispiele erläutern. Wo nicht anderes erwähnt wird, ist stets Spirogyra nitida gemeint.

Es wurde also beobachtet:

1⁰. Die Vacuolen, von der Vacuolenwand umgeben, können sich, sofort nach dem Tode des äusseren Protoplasma, in plasmolysirenden Lösungen ausdehnen, besonders bei gelinder Erwärmung, gerade wie es bei den normalen Protoplasten beobachtet wurde (p. 366 ff.).

2⁰. Das äussere Protoplasma wirkt als Widerstand der Ausdehnung der Vacuole entgegen; und

3⁰. Die freien Vacuolen verlieren bald nach dem Isoliren die Fähigkeit sich zu vergrössern; die Ursache dieses liegt erstens in der eintretenden Starrheit der Membran, doch ausserdem im Auftreten der Extrameabilität.

Die erste Erscheinung welche mich auf die Ausdehnung isolirter Vacuolen aufmerksam machte, beobachtete ich an Zellen welche während $^1/_2$ Stunde in 0.20 Mol. Na Cl verweilt hatten. Die meisten der völlig lebendigen Zellen waren deutlich plasmolysirt, obwohl nur schwach. Einzelne zeigten sich aber turgescent da ihre Querwände nach Aussen gebogen waren; eine nähere Untersuchung lehrte nun dass gerade in diesen das äussere Protoplasma gestorben, und nur noch die Vacuolenwände lebendig waren (Fig. 11). Als die Zellen durch Erwärmung getödtet wurden, verschwand die Turgescènz der letzteren sofort, und wurden die Querwände daher wieder flach.

Aus dieser Beobachtung ging also hervor dass auch die isolirten Vacuolen im Stande sind sich auszudehnen, wegen ihrer Intrameabilität, doch ausserdem lehrte jene dass sie auch noch im Stande sind Spannungen zu ertragen, und dass sie somit nach der Isolirung für die Substanzen des Zellsaftes nicht sogleich extrameabel

sind *). Aehnliche Beobachtungen wurden zu wiederholten Malen gemacht bei der Cultur in schwach plasmolysirenden Lösungen, da in diesen stets das äussere Protoplasma von mehreren Zellen starb, und die isolirten Vacuolen, zunächst lebendig, zurück liessen.

Am lehrreichsten sind aber diejenige Veränderungen welche in normal plasmolysirten Zellen auftreten wenn diese, in früher (p. 366) angegebener Weise, während der Beobachtung unterm Mikroskope gelinde erwärmt werden. Die zahlreichen Zellen welche in dieser Weise untersucht wurden, verhielten sich alle der Hauptsache nach ähnlich, obwohl die Formänderungen der Protoplaste dabei äusserst verschieden waren.

Wenn Zellen in einer plasmolysirenden Lösung gelinde erwärmt werden, können sich die Protoplaste bis zum völligen Verschwinden der Plasmolyse ausdehnen (vergl. p. 367 ff.); diese Fälle bilden jedoch die Ausnahmen, da meistens das äussere Protoplasma dabei abstirbt, und nur noch die Vacuolenwand lebendig bleibt. Die Ursache jenes Sterbens liegt in dem Umstande dass die äusseren Schichten der Protoplaste nur selten im Stande sind dem Ausdehnungsstreben der Vacuolen nach zu geben, und dieses gelingt nur wenn die Plasmolyse nicht kräftig, oder erst vor kurzer Zeit eingetreten war. Gibt aber das äussere Protoplasma nicht nach, so bekommt es an der schwächsten Stelle, und zwar entweder am einen Ende der Zelle, oder zwischen zwei Chlorophyllbändern, einen Riss durch welchen die sich weiter ausdehnende Vacuole zum Theile hervortritt. Der todte Rest des Protoplasten wird dann allmählich auf die Seite geschoben während die Vacuole sich ab zu runden sucht.

Stets wurde beobachtet dass die Ausdehnung erheblich schneller stattfand wenn nur noch die einzelne Vacuolenwand, als wenn der ganze Protoplast lebendig war, und auch daraus darf man also schliessen dass die Ausdehnung

*) Vergl. auch DE VRIES, l. c.

von der Vacuole ausgeht und das äussere Plasma dabei Widerstand leistet.

Als Beispiel der Formänderungen welche sich bei der Ausdehnung der Vacuolen abspielen können, werde ich diese in einem Falle näher beschreiben.

Einige Fäden von Spirogyra wurden in einer Probirröhre mit 10 CC. einer Lösung von 0.25 Aeq. $K NO_3$ gebracht, derer Temperatur während des Versuchs auf 25^0 C. gehalten wurde. Eine halbe Stunde nach dem Einlegen wurde ein Faden herausgenommen und untersucht; alle Zellen zeigten normale Plasmolyse, doch dabei hatte sich der Protoplast fast stets in zwei Theilen gesondert, welche in beiden, bald näher zu besprechenden Zellen, untereinander noch durch einen äusserst zarten Protoplasmafaden verbunden waren. Durch diesen waren beide Theile an den einander zugekehrten Seiten ein wcinig zugespitzt, und dort auch waren die Chlorophyllbänder von jedem Theile mit einander verbunden. Die beiden Kugeln zusammen erfüllten etwas mehr wie die Hälfte des Zelllumens (Fig. 12, I Stadium). Als nun die Zelle gelinde erwärmt wurde, näherten sich die Spitzen der beiden Protoplasmahälften ein wenig, doch entfernten sich wieder von einander, sobald die Erwärmung aufhörte. Der verbindende Plasmastrang wurde dabei in einigen Fällen gebogen; die Näherung ging also nicht von diesem aus. Jenes Spiel wiederholte sich einige Male bis der Strang zerbrach, und die beiden Theilstücke allmählich in das lebende Protoplasma aufgenommen wurden. Dann aber entstand im äusseren Protoplasma jeder der beiden Hälften des Protoplasten einen Riss, durch den sich die Vacuole bei ihrer weiterer Ausdehnung vorwölbte, diese nahmen dabei nach einander die Formen an, welche in der Figur durch die punktirten Linien, welche mit II und III bezeichnet sind, angegeben werden. Dann aber schritt die Ausdehnung noch weiter fort, und als beide Vacuolen einander berührten, platteten sie sich gegenseitig ab. Nachdem dieses geschehen war, breiteten sie sich auch nach den anderen Seiten aus, bis sie die entsprechenden Querwänden erreichten (Fig. 13). An der Form einer der beiden Vacuolen

sieht man deutlich wie die Chlorophyllbänder bei der Ausdehnung einen Widerstand leisten da der Vereinigungsstelle dieser eine sehr deutliche Einschnürung der Vacuole entspricht. Bei der zweiten Vacuole war dieses nicht der Fall, weil diese die Chlorophyllbänder sammt dem übrigen todten Theile des Protoplasten völlig auf die Seite geschoben hatte. Diese Formänderungen spielten sich innerhalb 5′ ab.

Bisweilen geschieht es dass, wenn zwei Vacuolen aus einer nämlichen Zelle einander berühren, und sich gegenseitig abplatten (wie in Fig. 13), beide zusammenschmelzen, und dann kann jede Spur der früher doppelten Wand zwischen beiden völlig verschwinden, so dass es aussieht als wenn in der Zelle stets nur eine einzige Vacuole vorhanden gewesen wäre. In einem solchen Falle hatten sich die Querwande $^1/_2$ Minute später nach Aussen gebogen, und war die Zelle also turgescent geworden.

In einem zweiten Versuche wurden frische Fäden auf den Objecträger in einen grossen Tropfen 0.30 Aeq. KNO_3 gelegt, und mit einem Deckglase bedeckt, welches dabei auf drei Papierstückchen ruhte. Nach $3^1/_2$′ waren die Zellen schon sehr deutlich plasmolysirt, und fing der Protoplast an sich auch von den Längswänden ab zu heben; $^1/_2$′ später wurde mit der gelinden Erwärmung angefangen, derzufolge das äussere Protoplasma $^1/_4$′ später starb. Die Vacuolenwand blieb aber lebendig, und die Vacuole nahm weiterhin stets an Volum zu. Als die Erwärmung 4′ gewährt hatte, war die Plasmolyse fast völlig verschwunden, nur in den Ecken hatte sich die Vacuole noch nicht an die Zellwand angelegt. In anderen Zellen des nämlichen Fadens hatte vollkommen Aehnliches stattgefunden.

Einige Zellen aus dem Parenchym eines jungen Blattes von Stratiotes aloïdes, welche $18^1/_2$ Stunde in 0.20 Aeq. KNO_3 verweilt hatten, zeigten die Ausdehnung der isolirten Vacuolen in der nämlichen Weise wie oben.

Die Ausdehnung, welche die Vacuolen bei Erwärmung zeigen können, tritt aber nur dann auf, wenn die Isolirung vom äusseren Plasma erst vor wenigen Minuten statt gefunden hat, da sogleich nach dem Tode dieser Schichten,

die Vacuolenwand allmählich zu veränderen anfängt*). Diese Veränderung äussert sich erstens in einem starrer werden, und ausserdem in dem allmählichen Auftreten von Extrameabilität. Die nachträgliche Ausdehnung ist ein ausgezeichnetes Mittel die Starrheit der Wände zu beurtheilen, da jene um so träger vor sich geht, je mehr die Wand ihre ursprünglichen plastischen Eigenschaften eingebüsst hat. Dieses stimmt nun völlig mit meinen Erfahrungen überein; als Beispiel erwähne ich folgendes.

Ein Faden welcher 10′ in 0.30 Aeq. KNO_3 verweilt hatte, wurde auf den Objecträger gebracht. In zwei der Zellen, welche genauer untersucht wurden, starben die äusseren Schichten der Protoplaste, aber in der ersten fand dieses 5′ früher statt wie in der zweiten. Als nun, 5′ nachdem das Protoplasma in der letzten der beiden Zellen gestorben war, mit der Erwärmung angefangen wurde, dehnten sich beide Vacuolen aus, doch die der zweiten Zelle, welche erst 5′ isolirt war, ungefähr anderthalb Mal schneller wie jene der ersteren, welche schon 10′ vom äusseren Protoplasma befreit war.

Ein sicheres, aber indirectes Kennzeichen für die eingetretene Veränderung der Vacuolenwände liegt in dem Auftreten eines Niederschlags in der Vacuole; dieses ist zuerst sehr fein, doch wird später grobkörnig und verhält sich also gerade wie der von Darwin beschriebenen zusammenballenden Niederschlag von Eiweiss †), und mag wohl auch das nämliche sein.

Diesen Niederschlag sah ich meistens 10′ bis 20′ nach dem Isoliren auftreten; es kann vorkommen dass er in zwei isolirten Vacuolen einer nämlichen Zelle nicht zugleicher Zeit auftritt, so dass die eine schon einen deutlichen Niederschlag besitzt, während der Inhalt der zweiten noch vollkommen klar ist.

Sobald der Niederschlag aufgetreten ist, kann man über-

*) Vergl. de Vries, *Vacuolenwand*, p. 553 ff.

†) Vergl. Darwin, *Insectivorous plants*, p 38 ff, und de Vries, Aggregation im Protoplasma von Drosera, *Bot. Zeitg.* 1886, Sp. 42.

zeugt sein dass die Ausdehnnng, welche durch gelinde Erwärmung hervorgerufen wird, eine nur ganz geringe sein wird, während auch dann die Verschmelzung zweier Vacuolen nicht mehr schnell statt findet; stets bleibt dann an der Innenseite eine Spur der ursprünglichen Scheidewände über.

Mit dem Sichtbarwerden des körnigen Inhalts ist aber der völlige Tod der Vacuolenwand noch nicht angezeigt. Am deutlichsten geht dieses aus dem Umstande hervor dass selbst Zellen, welche eine solche Vacuole besitzen, noch Turgescenz zeigen können, in so weit sich dieser namentlich aus dem nach Aussen gebogen sein der Querwände schliessen lässt. Selbst dann ist die Vacuolenwand also noch nicht völlig extrameabel geworden, da die Elasticität der gedehnten Zellwand noch nicht im Stande ist die Inhaltsstoffe hinaus zu pressen. Erst wenn man die Vacuolenwand durch Erwärmung völlig tödtet, werden die Querwände wieder flach, so dass jene erst dann völlig extrameabel geworden sind.

Auch in anderer Weise gelang es mir zu zeigen dass sogleich nach dem Isoliren die Vacuolen nicht extrameabel sind, selbst nicht für ein schnell diffundirendes Salz wie Salpeter. Zum Beweise werde ich hier die Resultate einiger Versuche anführen, in denen Zellen die Gelegenheit geboten wurde Salpeter auf zu nehmen; diese wurden dann in gewöhnlicher Weise (vergl. p. 348) in eine andere Salzlösung abgewaschen, und nachher mit Diphenylamin untersucht. Bei jenen Versuchen wurden stets hoch concentrirte Lösungen angewandt, da in diesen das Sterben vom äusseren Protoplasma ohne Einwirkung von Wärme hervorgerufen wird *). Die Resultate dreier Versuche sind in der folgenden Tabelle verzeichnet. Die drei ersten Spalten enthalten (wie früher p. 353) die Angaben betreffend der Concentration der Lösungen, und der Zeit während welcher die Zellen in dieser verweilten. Die zweite Lösung war bei den Versuchen mit 1.0 und 0.17 Aeq. eine isotonische Na Cl-lösung, doch in denen mit 0.5 Aeq. eine Lösung von 0.5 Mol. K_2SO_4. Die vierte Spalte gibt die Art der beobachteten Plasmolyse an;

*) Vergl. de Vries, *Vacuolenwand*, p. 473 ff.

es bedeutet dort: *N*, dass die Plasmolyse der Zellen völlig normal, der ganze Protoplast also lebendig war, und *A*, dass das äussere Protoplasma gestorben, und nur noch die Vacuolenwand als einzig lebendiger Theil übrig blieb. Nur selten war das äussere Plasma sogleich bei der Einwirkung der Salzlösung gestorben, und hatte es also seine ursprüngliche Lage behalten, denn meistens hatte jenes sich ein wenig von der Wand zurückgezogen. In der fünften Spalte findet man die Intensität der beobachteten Reaction mit Diphenylamin angegeben, mit den Zahlen welche schon vorher dazu gebraucht wurden; es bedeutet also: 0 das Fehlen der Reaction, 3 deutlich, und 4 dunkel blaue Verfärbung.

Concentr. der KNO_3-lös.	Dauer des Aufenthalts in:		Beobachtete Plasmolyse.	Reaction.
	KNO_3	2e Lös.		
1.0 Aeq.	30′	15′	3 *N*, sonst *A*	4 (fast alle)
	38′	17′	alle *A*	3 („ „)
	42′	23′	alle *A*	0
	70′	15′	alle *A*	0
0.5 „	5′	10′	*A* und *N*	*A*: 3; *N*: 4
	11′	15′	fast alle *A*	0
	15′	15′	alle *A*	3
	23′	15′	fast alle *N*	*A* und *N*: 3
	40′	15′	alle *A*	0
0.17 „	135′	65′	alle *A*	einzelne: 1; sonst 0
	135′	65′	wenige *N*, sonst *A*	*A*: 0; *N*: 4

In den erwähnten Versuchen war die Vacuolenwand also während ungefähr 30′—45′ nach dem Eindringen der plasmolysirenden Lösung nicht extrameabel für den aufgenommenen Salpeter, da dieses Salz beim Verweilen in der

2en Lösung während 15′ nicht aus der Vacuole entfernt wurde.

Ausserdem geht aus obigen Versuchen hervor dass man mit Wahrscheinlichkeit die Vacuolenwand als dasjenige Organ des Protoplasten zu betrachten hat, welches die Intrameabilität regulirt, und die Ursache vom Fehlen der Extrameabilität ist, und dass somit der Name »Tonoplast", welche de Vries *) ihr gab, völlig dem Sachverhalten entspricht.

IV. ABSCHNITT.

Ursache der Intrameabilität der Protoplaste.

Die Versuche welche im II Abschnitte besprochen wurden, zeigten dass die Protoplaste, selbst bei erheblicher Versuchsdauer, den zuvor aufgenommenen Salpeter nicht in merklichem Grade aus der Vacuole in die umgebende Lösung austreten lassen; jene verhielten sich hier also vollkommen ähnlich wie derjenigen Substanzen gegenüber, welche sich normal im Zellsafte vorfinden (vergl. p. 332 ff.).

Die am Ende des vorigen Abschnittes erwähnten Versuche ergaben ferner, wie es auch schon die Versuche von de Vries gezeigt hatten, dass selbst die vom todten äusseren Protoplasma isolirten Vacuolen anfänglich das nämliche Verhalten zeigten.

Ein weiterer Beweis für den Satz dass der Protoplast, oder wahrscheinlich vielmehr nur die Vacuolenwand allein, activ das Austreten des Salpeters hindert, braucht also wohl nicht beigebracht zu werden.

Wie verhält sich aber der Protoplast der Intrameabilität gegenüber? Ist jener auch bei dem Uebergang von Substanzen in die Vacuole hinein activ betheiligt, oder wird dieser durch andere, rein mechanische Ursachen veranlasst?

---

*) *Vacuolenwand*, p. 469.

Diese Frage ist für die Intrameabilität weit schwieriger zu entscheiden, wie sie es für die Extrameabilität war. Die Ursache dessen liegt in dem Umstande dass, wenn der Protoplast bei der Extrameabilität inactiv wäre, dieses gerade den entgegengesetzten Erfolg haben würde, als wenn er activ sich verhielt, weil der inactive Protoplast einen Ausgleich der Concentratione der verschiedenen Substanzen zwischen dem Zellsafte und der äusseren Lösung nicht verhindern kann. Das Salz aber, welches durch die Intrameabilität in die Zelle eingedrungen ist, kann sowohl mittelst des activen Protoplasten hineingelangt sein, wie als Folge der ungleichen Zusammensetzung der Lösungen innerhalb und ausserhalb der Zelle.

Zur Entscheidung der Frage sind also solche Versuche nothwendig, derer Resultate sich entweder nur durch die Annahme einer activen Wirkung, oder nur durch mechanische Kräfte, und also unabhängig vom lebenden Protoplasma, erklären lässen

Solche entscheidende Resultate habe ich bisher aber nicht erhalten, doch haben eine Anzahl Beobachtungen während Versuchen mit Chaetomorpha mir gelehrt dass wahrscheinlich bei der Intrameabilität die Concentrationsdifferenze eine wichtige Rolle spielen. Es wurde nämlich beobachtet, erstens dass die eingetretene Plasmolyse schneller rückgängig wird wenn das benutzte Salz in destillirtem Wasser, wie wenn es in Meereswasser gelöst war, obwohl die beiden Lösungen isotonisch waren (unter der Annahme dass die bekannten isotonischen Coëfficiënten für willkürlich hoch concentrirte Lösungen gelten, und zweitens dass bei Anwendung von isotonischen Lösungen von Kalisalpeter und von Kochsalz in destillirtem Wasser, die Plasmolyse in der ersteren schneller verschwand wie in letzterer.

Beide Resultate lassen sich vollkommen erklären aus den Unterschieden in den Concentrationsdifferenzen, wie dieses aus dem Folgenden hervorgeht.

Bei Anwendung von Meereswasser als Lösungsmittel mit z. B. 0.25 Aeq. KNO_3, beträgt die Concentrationsdifferenz des Salpeters zwischen Zellsaft und äussere Lösung auch 0.25 Aeq. KNO_3, doch wenn man eine (isotonische) Lösung von

0.85 Aeq. KNO_3 in destillirtem Wasser benutzt, so ist die Differenz ebenso 0.85 Aeq. KNO_3, und also mehr wie drei Mal grösser wie erstere. Dementsprechend zeigte es sich dass die Plasmolyse der Versuchszellen in 0.25 Aeq. KNO_3 in Meereswasser nach $1^1/_2$ Stunde sehr geschwächt, aber immerhin noch überall sichtbar war, während Zellen welche in 0.89 Aeq. KNO_3 in destillirtem Wasser (welche Lösung also um 0.04 Aeq. höher concentrirt war wie die Vorige) gebracht, und nach 10′ untersucht waren, schon meistens ihre Plasmolyse völlig verloren hatten.

Wenn NaCl als Versuchssalz benutzt wird, muss natürlich das nämliche gelten; wählt man wieder eine Lösung von 0.85 Mol. NaCl in destillirtem Wasser, so ist die Concentrationsdifferenz 0.85—0.41 *) = 0.44 Mol., während diese in der isotonischen Lösung von 0.25 Mol. NaCl in Meereswasser auch 0.25 Mol. beträgt. Der Unterschied zwischen beiden Differenzen besteht also auch hier, obwohl er erheblich geringer ist wie bei Salpeter.

Als zweites Resultat hatte sich ergeben dass die Intrameabilität für KNO_3 erheblich grösser war wie für NaCl, wenn beide Salze sich in destillirtem Wasser gelöst vorfinden. Auch dieses lässt sich aus dem Umstande erklären dass die Concentrationsdifferenz bei KNO_3 grösser ist wie bei NaCl. Für ersteres Salz ist diese nämlich, bei Anwendung einer Lösung von 1.0 Aeq. auch 1.0, während diese für NaCl nur 1.0—0.41 = 0.59 Mol. beträgt. Dementsprechend fand ich dass die Bestimmung der plasmolytischen Grenzlösung der Zellen viel bessere Resultate lieferte wenn dazu NaCl-lösungen, als wenn solche von KNO_3 benutzt wurden, da das Verschwinden der Plasmolyse in Letzteren viel schneller stattfand.

Dass die Concentrationsdifferenze also als directe oder auch als indirecte Ursache eine Rolle spielen ist mir wahrscheinlich.

Die Ursache warum sich in dieser Weise keine entschei denden Resultate erhalten lassen liegt darin, dass bei den in obiger

*) 0.41 Mol. ist die Concentration von NaCl im Meereswasser.

Weise angestellten Versuchen nicht nur die Zusammensetzung der Versuchslösung eine Aenderung erfährt, doch dass dieses ausserdem mit der wasseranziehenden Kraft des Mediums der Fall ist. Die Resultate können dann also ebensowohl von der einen wie von der anderen Ursache hervorgerufen werden. Beim Gebrauche von Meeresalgen lässt sich diese Complication aber umgehen durch Anwendung, entweder von Lösungen einer Substanz in destillirtem Wasser, zu solcher Concentration dass ihre wasseranziehende Kraft die nämliche ist wie jene des Meereswassers, also 0.60 Aeq. KNO_3, oder von Mischungen einer derartigen Lösung mit Meereswasser in verschiedenen Verhältnissen. In dieser Weise kann man also die Algen in einem Medium cultiviren welche ein bestimmtes Salz zu fast jeder beliebigen Concentration enthält, und dennoch mit dem Meereswasser isotonisch ist; tritt auch dann noch das Salz in die Vacuole über, so kann dieses natürlich nur durch die veränderte Zusammensetzung des Mediums veranlasst sein. Da solche Lösungen aber keine Plasmolyse hervorrufen, muss der Eintritt des Salzes in die Vacuole in anderer Weise wie oben nachgewiesen werden, wie z. B. durch die Steigerung der plasmolytischen Grenzlösung, oder bei Anwendung von Salpeter, durch Nachweis dieses Salzes nach der erwähnten Methode mittelst Diphenylamin (vergl. I Abschnitt).

Da die Concentration der festen Substanze im Dünenwasser nur sehr gering (0.03 pCt.) ist, sind die Süsswasseralgen zu den obigen Versuchen unbrauchbar. In einer bestimmten Weise kann man sie aber zu diesen brauchbar machen; ich that dieses durch vorhergehende Cultur von Spirogyra-fäden während mehrerer Tage in einer Salpeter- oder Kochsalzlösung. Während des Verweilens in jenen Lösungen stieg die Concentration der Vacuolenflüssigkeit allmählich, wie schon im I Abschnitt (p. 357 ff.) erwähnt wurde, und dieses konnte soweit gehen, bis die Zellen schliesslich ihre ursprüngliche Turgorkraft wiedergewonnen hatten. Ist dieses geschehen so befindet sich die Spirogyra jener Lösung gegenüber in vollkommen ähnlichen Umständen wie Chaetomorpha in Bezug auf dem Meereswasser, und

es kann also jetzt die obige Methode auch auf erstere Pflanze Anwendung finden.

Die .wenigen Versuche welche ich in dieser Weise mit Spirogyra anstellte, waren die Folgende.

Eine grosse Anzahl Fäden wurden in eine Lösung von 0.20 Mol. Na Cl gelegt, und darin 15 Tage belassen; nach dieser Zeit war die plasmolytische Grenzlösung der Zellen von 0.15 bis zu 0.29 Aeq. $K NO_3$ gestiegen (vergl. Tabelle p. 360). Dann wurde ein Theil der Zellen in eine Lösung übergebracht welche 0.10 Aeq. $K NO_3$ + 0.05 Mol. Na Cl enthielt, und welche also um 0.05 Aeq. weniger hoch concentrirt war wie die vorige. Die Fäden verweilten 1/2 Stunde in letzterer Lösung, und dann wurde der anhängende Salpeter in der gewöhnlichen Weise durch eine $K_2 S O_4$-lösung entfernt. Die Reaction mit Diphenylamin ergab nun dass alle Zellen eine dunkle Verfärbung (4) hervorriefen, zum Beweise dass selbst in einer halben Stunde eine nicht geringe Menge Salpeters in die Vacuole eingedrungen war.

Andere Fäden nämlichen Ursprungs wurder nachher in 0.10 Aeq. $K NO_3$ gebracht, in dieser Lösung 1/2 Stunde belassen, mit einer $K_2 S O_4$-lösung abgespült und schliesslich mit Diphenylamin untersucht. Auch jene Zellen zeigten eine dunkle Verfärbung (4), und also auch unter diesen Umständen war Salpeter in die Vacuole eingedrungen.

In einem zweiten Versuche verblieben eine Anzahl Fäden zuerst 29 Tage in 0.10 Mol. Na Cl (vergl. Tabelle p. 360), dann 3 Stunden in 0.05 Aeq. $K NO_3$ und schiesslich nochmals 50' in 0.05 Mol. Na Cl. Auch diese Zellen riefen eine dunkel blaue Verfärbung (4) in der Diphenylaminlösung hervor.

Selbst wenn also, wie in obigen Versuchen, die Aenderung des Mediums von einer Verringerung seines Salpeterwerthes, und also von einer Steigerung der Turgorkraft der Zellen begleitet ist, findet der Uebertritt des Salzes in die Vacuole statt; die Intrameabilität erwies sich dadurch somit als von diesem Factor unabhängig. Ausserdem deuten aber diese Resultate darauf hin, dass es die Aenderung in der Zusammensetzung des Mediums, also das Auftreten von Con-

centrationsdifferenze ist, welche die Erscheinung der Intrameabilität hervorruft.

Obwohl sich der Protoplast also bisher bei diesem Vorgange nicht als nothwendig activ erwiesen hat, darf man aus jenen Resultaten aber nicht schliessen, dass dieser sich dabei inactiv verhalten muss, denn wenn wirklich die Concentrationsdifferenze für die Intrameabilität maassgebend sind, so können diese immerhin ebensowohl die mechanische Ursache der Erscheinung, wie auch bloss als Reiz dabei wirksam sein, indem ihr Auftreten den Protoplast veranlasst das Salz aus der Umgebung in die Vacuole zu schaffen.

Auch die Entscheidung dieser Frage muss aber einer ausgedehnteren Untersuchung überlassen werden.

Nachdem wir jetzt die Erscheiuungen der Permeabilität der Protoplaste eingehend besprochen haben, bleibt uns noch übrig einen Umstand zu betrachten, welcher für die Erklärung und Bedeutung der erwähnten Resultate von höchster Wichtigkeit ist. Dieser Umstand betrifft die Frage:

Hat man Ursache die Permeabilitätseigenschafte der Versuchszellen als normal zu betrachten? m. a. W.:

Sind die Intrameabilität, und das Fehlen von Extrameabilität Eigenschafte welche dem normalen Protoplasten zukommen?

In Bezug auf die Extrameabilität lässt sich die Antwort sofort geben.

Aus der Versuchen welche im II Abschnitt beschrieben wurden, ging hervor dass die Protoplaste von Spirogyra selbst nach längerer Zeit keine merkliche Spur des Salpeters, welcher vorher in die Vacuole eingedrungen war, hinaus passiren liessen. Obgleich also die Diffusion einen Ausgleich der Concentrationsdifferenze dieses Salzes hervorzurufen bestrebt war, und also den Salpeter aus der Vacuole zu entfernen suchte, minderte sich die Concentration dieses Salzes nicht merkbar.

Weil also der Protoplast im Stande ist die Wirkung der Diffusion zu verhindern, darf man schliessen dass jener dabei activ betheiligt sein muss (vergl. p. 423), während man

weiter aus diesem Umstande den normalen Zustand des Protoplasten währenddem ableiten darf. Dieser Schluss ist um so wahrscheinlicher weil die Zellen bei jenen Versuchen sich vollkommen ähnlich verhielten wie völlig normale Zellen, wie z. B. jene aus der rothen Rübe *), welche keinen Rohrzucker an die Umgebung abgeben, selbst nicht wenn sie während längerer Zeit in Wasser verweilen.

Jetzt bleibt uns also nur übrig die Intrameabilität zu besprechen. Die Intrameabilität der Zellen während der beschriebenen Versuche kann eine Folge sein, von einem der beiden folgenden Umständen:

1⁰. Der normale Protoplast ist intrameabel; oder

2⁰. Der normale Protoplast ist nicht intrameabel, wird aber durch Aenderung in den äusseren Umständen (in casu: der Zusammensetzung des Mediums) zur Intrameabilität veranlasst.

Unter letztere Annahme kann nun die directe Ursache des Auftretens der Intrameabilität die Folge sein:

a. von einer normalen Eigenschaft; oder

b. von einem krankhaften Zustande.

Da die Versuchszellen, nachdem sie sich intrameabel gezeigt hatten, sich völlig wie gesunde verhielten, und in keiner Hinsicht eine Schädigung aufwiesen, so kann es sich, wenn man den Fall sub 2^b als die wahrscheinlichste betrachtet, höchstens nur um einen vorübergehend krankhaften Zustand handeln.

Ist dieses aber so, so ist der Fall sub 2^b, experimentell nicht von dem sub 2^a, ebensowenig wie von dem sub 1 zu trennen, und beides zwar weil der Nachweis der Intrameabilität ohne vorhergehende Aenderung in der Zusammensetzung des Mediums nicht möglich ist.

Die Antwort auf unsere Frage, ob der intrameable Protoplast als normal betrachtet werden darf, kann sich also nur auf Wahrscheinlichkeiten stützen.

Meiner Ansicht nach wird man die Intrameabilität als

---

*) Vergl. die Einleitung, p. 333.

eine Eigenschaft des völlig normalen Protoplasten betrachten müssen. Die Veranlassung zu dieser Meinung finde ich in den folgenden Umständen:

1°. Keine der Zellen wies weder während, noch auch nachdem ihr Protoplast sich intrameabel gezeigt hatte, auch die geringste Andeutung eines abnormalen Zustandes auf. Hierbei möge man besonders beachten dass in einigen Versuchen die Erfolge der Intrameabilität schon ½ Stunde nach dem Anfange nachgewiesen werden konnten.

2°. Die Zellen von Tradescantia zeigten sich, z. B. in einem Versuche bei Anwendung einer Salpeterlösung schon nach einem Tage deutlich intrameabel. Aus einem anderen Versuche geht hervor dass solche Zellen, nach einem Verweilen von 6 Tagen in einer Kochsalz-lösung von 0.1? Mol., noch sehr kräftige Circulation des Protoplasma zeigen können (p. 366). Wenn man hierbei erwägt dass die Plasmaströmungen nur in völlig normalen Zellen stattfinden, und dass sie schon durch sehr geringe äussere Einflüsse zum vorübergehenden, oder auch zum dauernden Stillstande gebracht werden, so spricht auch jene Beobachtung für den normalen Zustand der Zellen während der Intrameabilität.

3°. Eine Veranlassung zu der Meinung dass meine Versuchspflanzen sich nicht normal verhielten, dürfte man vielleicht aus dem Umstande ableiten, dass die Intrameabilität, welche bisweilen auffallende Erscheinungen veranlasst (wie z. B. das Rückgängig werden von eingetretener Plasmolyse), nicht schon früher beobachtet wurde.

Die Ursache dieses möchte ich aber darin suchen, dass bisher niemals Meeresalgen, welche am erheblichsten intrameabel sind, zu plasmolytischen Versuchen benutzt wurden, während bei den Versuchen von DE VRIES mit Süsswasseralgen (Spirogyra), und mit Landpflanzen (Tradescantia, Curcuma, Beta) stets sehr hoch concentrirten Lösungen benutzt wurden. Denn, wie schon hervorgehoben wurde, zeigt diese Eigenschaft bei weniger intrameablen Zellen sich nur, wenn schwach plasmolysirenden Lösungen angewandt werden.

Ausserdem spricht für meine Meinung der Umstand dass

auch DE VRIES *) in zwei Versuchen mit Landpflanzen (Tradescantia und Curcuma) mit solchen schwach plasmolysirenden Lösungen, das Rückgängigwerden der Plasmolyse beabachtete. (Da die Culturen von Spirogyra in Lösungen von allmählich steigender Concentration, welche auf p. 378 erwähnt wurden, an einer stark besonnten Stelle standen, soll das schnelle Absterben dieser Fäden vielleicht eher diesem Umstande, wie der Einwirkung der Salzlösung zugeschrieben werden).

4°. Im dritten Abschnitte wurde gezeigt dass die Hautschicht, sowie die Vacuolenwand von den verschiedensten Zellen, und höchst wahrscheinlich von allen, während ihres normalen Lebens intrameabel sein müssen. Wenn sich in diesen Fällen also die Intrameabilität als eine Eigenschaft der normalen Zellen zeigt, so hat man Ursache anzunehmen dass auch die in unschädlicher Lösung verweilenden Zellen, wenn sie sich intrameabel erweisen, normal sind.

Man könnte hierzu bemerken dass die Concentrationsdifferenzen, wel he während dieses Vorganges in den Zellen unter normalen Verhältnissen herrschen, meistens sehr gering sind, wie es z. B. beim Nahrungstransport der Fall sein muss, während diese bei meinen Versuchen erheblicher waren.

Diesem gegenüber stehen aber andere Beobachtungen in denen normale Zellen die Stoffe auch aus öfters hoch concentrirten Lösungen aufnahmen. Ich errinnere hierbei besonders an die Stärkebildung in verdunkelten Blättern, welche auf Lösungen von Zucker oder von anderen Substanzen gelegt wurden (vergl. p. 409), sowie auf die Erscheinungen bei der Absorption der gelösten organischen Substanzen durch die Drüsen der insectenverdauenden Pflanzen (p. 404). Wahrscheinlich dürfen auch die Vorgänge in den reizbaren Zellen der Blattpolstern von Mimosa (p. 414), und von den Filamenten der Cynareen, während ihrer Erholung nach der Reizung, hierher gerechnet werden.

5°. Die Intrameabilität kann sich nur zeigen nachdem die Zusammensetzung des Mediums eine Veränderung er-

*) Vergl. p. 365.

litten hat. Man könnte nun diese Veränderung als die Ursache einer Abnormalität des Protoplasten betrachten, welche letztere erst die Intrameabilität hervorruft.

Dass dieses aber nicht so zu sein braucht, lässt sich daraus schliessen dass die Veränderung welche das Medium erleidet, hier in vollkommen ähnlicher Weise wirkt, wie bei allen übrigen chemischen Reizen. Als Beispiel betrachte man hier wieder den Fall der Drüsen von Drosera, welche zur Ausscheidung von Pepsin und von Säure veranlasst werden, nachdem vorher Reizung stattgefunden hat, z. B. durch Einwirkung einer stickstoffhaltigen Flüssigkeit. Anstatt hierin einen normalen Vorgang zu erblicken, könnte man nun ebensowohl annehmen dass die Protoplaste der normalen Drüsenzellen nicht extrameabel für jene Stoffe seien, dass aber diese Eigenschaft erst dann auftritt, wenn die Zellen durch Einwirkung jener Flüssigkeit in solcher Weise krankhaft verändert sind, dass sie dadurch extrameabel werden. Da man aber hier mit einer unbedingt nützlichen Eigenschaft zu thun hat, wird diese Auffassung wohl von keinem getheilt werden.

Aehnliches muss aber auch für die Intrameabilität von anderen Zellen gelten, und zwar um so zwingender als in dem Falle von Drosera, weil die ungereizten Zellen der Drüsen, welche wohl nicht extrameabel sein werden (wie alle bekannten Zellen), durch bestimmte chemische Reize extrameabel werden; alle normale Protoplaste sind hingegen schon intrameabel, und man braucht also bei meinen Versuchen entweder keine, oder höchstens nur eine quantitative Veränderung dieser Eigenschaft anzunehmen.

6°. Dass die benutzten Substanzen keine schädigende Wirkung auf die Versuchszellen ausgeübt haben, vermuthe ich, weil alle diese Stoffe, also Rohrzucker und Traubenzucker, ebenso wie Kalisalpeter und Kochsalz öfters normal in den Zellen vieler Pflanzen sich vorfinden. Beispiele für das Vorkommen der genannten Zuckerarten sind häufig; ich erwähne nur Beta und Allium; Kochsalz ist ein wichtiger Bestandtheil der Asche von Strandpflanzen, während Kalisalpeter ebenso häufig ist in Gewächsen, welche auf stark ge-

düngtem Boden leben. Die Analysen von de Vries *) ergaben z. B. dass die Markzellen von Helianthus tuberosus 0.09 Aeq. KNO_3 enthalten können, so dass dieses Salz allein schon mehr wie 40 pCt. der ganzen Turgorkraft jener Zellen liefert.

7°. An letzterer Stelle stützt sich meine Annahme darauf, dass ich in vielen Fällen, z. B. bei Meeresalgen, in der erheblichen Intrameabilität eine Anpassungserscheinung erblicke, welche unter bestimmten Umständen von hohem Nutzen sein kann. So z. B. wenn solche Pflanzen an einer Stelle gelangen welche für kurze Zeit, oder auch dauernd, von dem Meere abgeschlossen ist, und wo sich die Concentration der Flüssigkeit also durch Verdunstung allmählich steigern muss. Wären die Protoplaste nicht intrameabel, so würden die Zellen schliesslich plasmolysirt werden, dann nicht mehr wachsen können, und am Ende absterben müssen. Durch die Intrameabilität wird dieses aber verhindert.

Diese Anpassung wird natürlich von je grösserem Nutzen sein, in je höher concentrirter Lösung die Pflanzen leben, und daher liesse es sich vielleicht erklären warum die Meeresalgen jene Eigenschaft in viel höherem Maasse zeigen wie z. B. Spirogyra, da erstere in einem, nicht weniger wie 240 Mal höher concentrirten Medium leben, wie die letztere.

Vollkommen Aehnliches muss auch für viele Pilze gelten welche öfters in erstaunend hoch concentrirten Lösungen wachsen können, wie z. B. in verdünntem Glycerin, im Zuckerwasser selbst von 1.5 Mol. (isoton. mit 1.0 Aeq. KNO_3) und dergleichen. Ohne Intrameabilität der Protoplaste jener Zellen würde dieses Wachsthum natürlich nicht stattfinden können.

In der Intrameabilität erblicke ich also eine Eigenschaft des normalen Protoplasten, welche während ihres Lebens nothwendig ist zur Aufnahme von Nahrungsstoffen aus der Umgebung, und welche, unter veränderten äusseren Umständen, die Zellen im Stande zetzt, sich der neuen Umgebung an zu passen.

Leiden, October 1887.

*) *Turgorkraft*, p. 589.

FIGUREN-ERKLÄRUNG.

DIE FIGUREN, MIT AUSNAHME VON FIG. 3, 9, 11, 12 UND 13, WURDEN MIT DER CAMERA LUCIDA GEZEICHNET.

Fig. 1. Chaetomorpha aerea. Zelle in 1.0 Aeq. KNO_3 in destillirtem Wasser mit Eosin. Der Protoplast ist völlig lebendig, doch die Chlorophyllkörner sowie fast das ganze Körnerplasma, haben sich in der Mitte der Zelle zu einem Ringe zusammen gezogen; *v* die zahlreichen Vacuolen, welche, deutlich gegen einander abgeplattet, zusammen von der gespannten Hautschicht umschlossen sind. Kein Theil des Protoplasten war durch Eosin gefärbt. $^{110}/_1$.

Fig. 2. Aehnliche Zelle nachdem die Hautschicht und das Körnerplasma gestorben sind; erstere ist dabei unsichtbar geworden, während das Eosin die Körnerschicht gefärbt hat. Die Vacuolen sind jetzt frei geworden, kugelförmig, mit hyalinen, gespannten Wänden, welche durch Eosin nicht gefärbt sind. $^{110}/_1$.

Fig. 3. Theil eines Fadens von Spirogyra nitida. Verfärbung (blaue) durch Zellen, welche zuvor durch Intrameabilität Salpeter aufgenommen hatten, in einer Diphenylamin-lösung hervorgerufen. Die schraffirten Zellen waren anfangs lebendig, die nicht schraffirte war todt. Der Pfeil gibt die Richtung an, in der das Reagens unterm Deckglas weiter strömte während die Reaction auftrat. Man sieht dass von jeder der lebendigen Zellen ein (blauer) Steifen ausgeht, in der Richtung des Stromes, während die todte Zelle zu kein solcher Reaction Veranlassung gibt.

Fig. 4. Chaetomorpha aerea. Zwei lebendige Endzellen eines Fadens nach $3^3/_4$-tägiger Cultur in 0.40 Mol. Rohrzucker in Meereswasser. Die letzte (hier untere) Zelle zeigt an der hinteren Seite Plasmolyse, welche Erscheinung hier dem Absterben vorangeht. $^{55}/_1$.

Fig. 5. Aehnliche Zelle von einem andern Faden, nach 6-tägiger Cultur in der nämlichen Lösung. Die Endzelle hat die benachbarte

todte Zelle, derer Zellwand unverletzt war, ganz ausgefüllt, und wölbt jetzt auch die Querwand dieser nach Aussen vor. $^{55}/_{1}$.

Fig. 6. Spirogyra nitida. Vier Zellen durch unvollständige Theilung aus einer hervorgegangen, in einer plasmolysirenden Lösung. Die Zellen hatten 29 Tage in 0.1 Mol. NaCl verweilt, und waren dann bei der Untersuchung in eine höher concentrirte Flüssigkeit übergebracht. Die Chlorophyllbänder sind weggelassen. $^{55}/_{1}$.

Fig. 7. Lomentaria firma. Markzelle mit vielfach geschlängelten, verästelten (rothen) Chromatophoren, welche in den lebenden Zellen sehr langsame Verschiebungen und Gestaltsänderungen erleiden. $^{510}/_{1}$.

Fig. 8. Aehnliche Zelle nach Verweilen während einer Stunde in 1.0 Aeq. KNO_3 in Meereswasser. Die Zelle ist plasmolysirt, die Chromatophoren sind in Stücken auseinander gefallen, und jedes dieser hat eine ellipsoïdische Form angenommen. $^{510}/_{1}$.

Fig. 9. Spirogyra nitida. Theil der Zellwand (*z*) mit Protoplasma aus dem mittleren Theile einer Zelle, welche in einer schwach plasmolysirenden Lösung verweilte. Die Vacuolenwand (*v*), sammt einem Theile des Körnerplasma (*k'*) mit den darin liegenden Chlorophyllbändern (*c*), sind nach Innen gebogen, während die Hautschicht (*h*) sammt dem Reste des Körnerplasma (*k''*) ihre normale wandständige Lage behalten haben; nur an der Trennungsstelle hat sich die Hautschicht ein wenig von der Wand abgehoben. Die zwei Theile des Körnerplasma (*k'* und *k''*) sind durch einen Strang (*s*) verbunden, an dem eine Plasmaanhäufung vorkommt; in diesem, sowie in dem wandständigen Theile des Körnerplasma wurde lebhafte Strömung beobachtet. Sehr stark vergrössert.

Fig. 10. Aehnliche Zelle, ganz, in einer plasmolysirenden Lösung; *h* Hautschicht und *v* Vacuolenwand beim Anfang der Beobachtung. Bei gelinder Erwärmung hatten diese beide, 3'' später, die Stellungen *h*, und *v'* angenommen. Gerade in der Einschnürung lag der Zellkern. $^{100}/_{1}$.

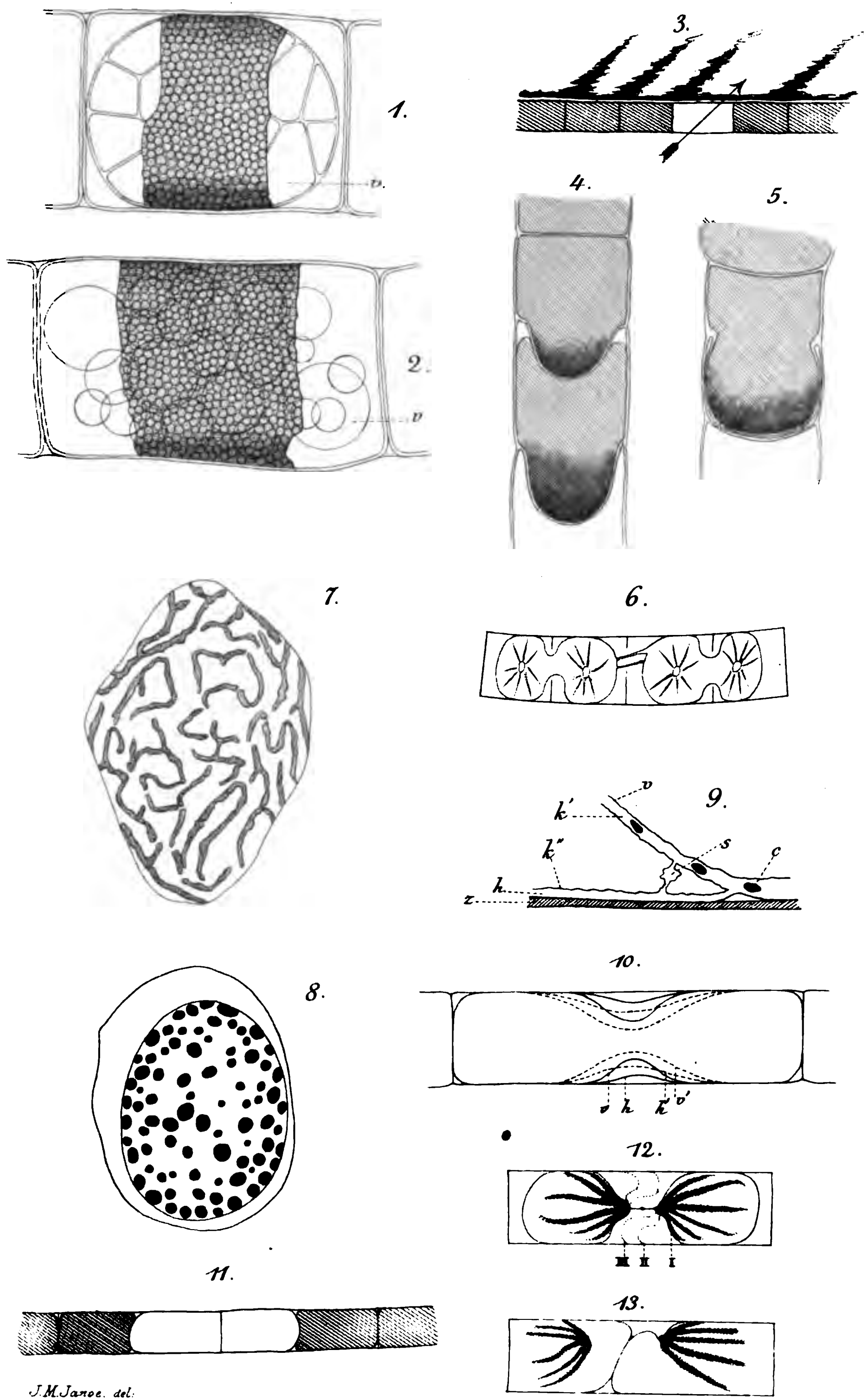
Fig. 11. Spirogyra nitida. Theil eines Fadens nach $^{1}/_{2}$-stündigem Verweilen in 0.2 Aeq. KNO_3. Die schraffirten Zellen sind völlig lebendig und nur an den Ecken schwach plasmolysirt. In den beiden mittleren Zellen aber war die Vacuolenwand allein lebendig, aber dennoch zeigten die nach Aussen gebogenen Querwände dieser die Turgescenz der Zellen an.

Fig. 12. Spirogyra nitida. Eine Zelle nach $^{1}/_{2}$-stündigem Verweilen in 0.25 Aeq. KNO_3. Der Protoplast war stark plasmolysirt,

und dabei in zwei Theilen getheilt, welche unter einander nur noch durch einen sehr dünnen, soliden Plasmastrang verbunden waren; der ganze Protoplast war dabei lebendig. In diesem Stadium hatte dieser die Form I. Nach gelinder Erwärmung brach der Strang enzwei, und kurz nachher bekam das äussere Plasma beider Theile einen Riss. Diese starben dann bis auf die Vacuolenwände ab, welche letztere sich durch die Risse vorwölbten, und nach einander die Formen II und III annahmen. In beiden Theilen ging vollkommen Aehnliches vor sich. Kurze Zeit nachher zeigte der Zellinhalt der Form wies:

Fig. 13 angibt. Die Plasmolyse war also fast völlig verschwunden, die beiden Theile der, ursprünglich einzigen, Vacuole gegen einander abgeplattet, und eine dieser durch die Chlorophyllbänder deutlich an einer Stelle eingeschnürt. Die zweite hatte die Bänder an die Seite geschoben.

J. M. JANSE. Permeabilität des Protoplasma.



rsl: & Meded: Afd: Natuurk: 3e R: Dl IV.

Lith. Gebr. Reimeringer. Amst.

PROCES-VERBAAL

VAN DE

GEWONE VERGADERING DER AFDEELING NATUURKUNDE,

op Zaterdag 24 December 1887.

Tegenwoordig de Heeren: BUYS BALLOT, Voorzitter, ZEEMAN, BIERENS DE HAAN, PLACE, BAEHR, TREUB, J. A. C. OUDEMANS, KORTEWEG, LORENTZ, PEKELHARING, BEYERINCK, DE VRIES, BRUTEL DE LA RIVIÈRE, FÜRBRINGER, HUBRECHT, HOEK, FRANCHIMONT, MAC GILLAVRY, ENGELMANN, DONDERS, RAUWENHOFF, VAN DER WAALS, SCHOLS, BOSSCHA, STOKVIS en C. A. J. A. OUDEMANS, Secretaris. Voorts het correspondeerend Lid: de Heer VAN DER BURG.

— Het Proces-Verbaal der vorige Vergadering wordt gelezen en goedgekeurd.

— Worden gelezen Brieven van Dankzegging voor ontvangen werken der Akademie van de navolgenden:

1°. J. TIDEMAN, Secretaris van het Koninklijk Instituut van Ingenieurs te 's Gravenhage, 16 December 1887; 2°. J. LIAGRE, Secretaris der Académie royale des Sciences, des Lettres et des beaux-Arts de Belgique te Brussel, 30 April 1887; 3°. den Directeur van het Musée royal d' Histoire Naturelle de Belgique te Brussel, 23 April 1887; 4°. VON BEZOLD, Directeur van het königl. preuss. meteorologisches Institut te Berlijn, 14 December 1887; 5°. H. SANTESSON, Directeur van het Institut royal géologique de Suède te

Stockholm, 2 December 1887; 6°. R. THALEN, Bibliothecaris der Société royale des Sciences te Upsala, 1887; 7°. den Directeur van het Bureau of Education te Washington, 29 November 1887; aangenomen voor bericht.

— Voorts Brieven ten geleide van Boekgeschenken van de navolgenden:

1°. het Ministerie van Buitenlandsche Zaken te 's Gravenhage, 13 December 1887; 2°. CORN. DE GROOT, 's Gravenhage, 15 December 1887; 3°. J. F. L. SCHNEIDER, Bibliothecaris der Polytechnische School te Delft, 5 December 1887; 4°. FORSTEMAN, Archivaris der kön. sächsische Gesellschaft der Wissenschaften te Leipzig, 6 October 1887; 5°. den Secretaris van het Verein für Naturwissenschaft te Brunswijk, Juni 1887; 6°. H. SANTESSON, Bibliothecaris van het Institut royal géologique de Suède te Stockholm, 2 December 1887; 7°. R. THALEN, Secretaris der Société royale des Sciences te Upsala, 1887; 8°. H. WILD, Directeur van het physikalisch Central-Observatorium te St. Petersburg, October 1887; 9°. J. C. PILLING, Directeur der U. S. geological Survey te Washington, 28 Juli 1887; 10°. M. J. C. MERRELL, Bibliothecaris van het Agricultural College te Lansing, 1 Juni 1887; waarop het gewone besluit valt van schriftelijke dankbetuiging en plaatsing in de Boekerij.

— De Heeren VAN DIESEN, A. C. OUDEMANS JR. en BEHRENS hebben zich over hunne afwezigheid verontschuldigd.

— De Heer ENGELMANN spreekt in de eerste plaats over *Bacteriopurpurine en hare physiologische beteekenis.*

In de zitting der Koninklijke Akademie van 25 Maart 1882 heeft spreker een roodgekleurd bewegelijk bacterium beschreven, merkwaardig door een scherp onderscheidingsvermogen voor verschillen in intensiteit en golflengte van licht, en om die reden door hem Bact. photometricum genoemd. Verschillende feiten wezen er toen op, dat het licht slechts door bemiddeling der roode kleurstof op de bewegingen invloed oefent. Gebrek aan materiaal belettede

echter dit vermoeden nader te toetsen. Sedert eenige maanden nu beschikt spreker over groote hoeveelheden van B. photometricum; ook heeft hij door de goedheid van Prof. WARMING te Kopenhagen, Dr. WINOGRADSKY te Straatsburg en Prof. W. ZOPF te Halle tal van andere, roodgekleurde levende Schizomyceten ontvangen, waardoor het hem mogelijk werd eenige belangrijke leemten van zijn vroeger onderzoek aan te vullen. Van de nieuwe resultaten wenscht hij de voornaamste mede te deelen.

De door spreker onderzochte vormen zijn grootendeels bekend en beschreven als Bacterium photometricum, roseopersicinum, rubescens, sulfuratum, Clathrocystis roseo-persicina, Monas Okeni, vinosa, Warmingi, Ophidomonas sanguinea, Rhabdomonas rosea, Spirillum violaceum. Of zij tot één soort of tot verschillende behooren, laat spreker in 't midden. Allen behooren tot de onlangs door WINOGRADSKY (*Botan. Zeitung* 1887, N°. 31—37) onderzochte »zwavelbacteriën". Zij vullen zich volgens WINOGRADSKY's, door spreker bevestigde, proeven, bij aanwezigheid van vrije SH_2, met zwavelkorrels en oxydeeren de zwavel tot zwavelzuur. Alle zijn door een in 't protoplasma diffuus verspreide purperachtig roode kleurstof (*Bacteriopurpurine*, RAY LANCASTER) gekleurd.

Alle nu gedragen zich, naar spreker vond, tegenover licht in hoofdzaak zooals vroeger voor Bact. photometricum werd opgegeven. De eigenaardige invloed van 't licht is niet gebonden aan de aan- of afwezigheid van zwavel of SH_2, maar aan de tegenwoordigheid van Bacteriopurpurine Spreker stelt daarom voor, deze vormen door den naam van *Purperbacteriën* te onderscheiden van de kleurstofvrije, op licht niet reageerende zwavelbacteriën. Van de laatste onderzocht spreker vooral Beggiatoa alba en mirabilis.

De invloed van 't licht uit zich op velerlei wijze: het meest in 't oog loopend op de snelheid, den duur en de richting der vrije bewegingen. Alle vormen toonen b.v. de »schrikbeweging" bij den overgang van licht in duister en hoopen zich dientengevolge bij plaatselijke verlichting van den droppel in 't licht op. Die opeenhoopingen kunnen gefixeerd

worden. Spreker laat eenige op die wijze verkregen »*Bacteriogrammen*" zien, in den vorm van een B, W en Z.

De absolute gevoeligheid voor licht hangt van velerlei omstandigheden af (soort, individu, O-spanning, SH_2-gehalte enz.), waarover spreker eenige bijzonderheden mededeelt.

In 't spectrum van zon-, gas- en electrisch gloeilicht hoopen zich alle op, vooral in 't ultrarood tusschen $\lambda =$ 0.80 en 0.90 μ, verder in 't geel bij 0.59, ook wel in 't groen tusschen 0.52 en 0.55. Uiterst zwak werkte het zichtbare rood, niet merkbaar het uiterste ultrarood (boven ca. 1.0 μ golflengte) en het ultraviolet. Ook deze opeenhoopingen kunnen als »*bacteriospectrogrammen*" gefixeerd worden en toonen dan het beeld van het absorptiespectrum der Bacteriopurpurine met zijne karakteristieke donkere banden.

Bij gelijke energie werken de lichtstralen des te sterker op de bewegingen, naarmate zij meer door de Bacteriopurpurine worden geabsorbeerd. Proeven, door spreker in 't physisch laboratorium te Utrecht, door vriendelijke bemiddeling van den Heer W. H. JULIUS met LANGLEY's bolometer genomen, toonden een uiterst sterke absorptie der ultraroode stralen aan tusschen 0.80 en 0.90 golflengte. De absorptie van 't zichtbare gedeelte werd met den mikrospectraalphotometer bepaald. Als voorbeeld diene de volgende tabel, waarin de sterkte (i) van licht, door een ca. 0.005 mm. dikke Zoogloeamembraan van Bact. photometricum doorgelaten, in procenten van 't opvallende is opgegeven. De plaatsen, waar absorptiemaxima liggen, zijn door vette cijfers aangeduid.

λ	i	λ	i	λ	i	λ	i
1.60	94.4	0.70	69.0	0.58	28.0	0.51	9.5
1.40	94.8	0.68	75.0	0.57	28.5	**0.50**	**9.0**
1.00	78.3	0.66	80.0	0.56	28.0	0.48	9.5
0.95	69.5	0.64	84.0	0.55	18.0	0.46	12.0
0.90	44.2	0.62	77.0	0.54	11.0	0.44	17.5
0.85	**29.1**	0.60	40.0	**0.53**	**9.5**	0.42	21.5
0.80	30.0	**0.59**	**27.0**	0.52	10.5		

De evidente proportionaliteit tusschen absorptie en physiologisch effect wees op een chemisch proces als primaire lichtwerking, analoog aan de koolstofassimilatie door chromophyll. Inderdaad gelukte het spreker langs verschillende wegen, o. a. door van zeer gevoelige spirillen, bacteriën en infusoriën, en ook door de purperbacteriën zelve als reagentia op vrije zuurstof te gebruiken, *zuurstofuitscheiding in 't licht* aan te toonen. Ook bleken ontwikkeling, groei en vermeerdering op den duur slechts in 't licht mogelijk te zijn.

De zuurstofuitscheiding is volstrekt gebonden aan de tegenwoordigheid van *bacteriopurpurine*. Hare grootte staat echter evenmin als bij groene cellen in een eenvoudige relatie tot de saturatie van het lichaam met de kleurstof. Wel is zij daarentegen in ieder geval voor elke golflengte, zoover dit zich laat aantoonen, evenredig aan de geabsorbeerde energie van 't licht. Ultrarood (gas- of zonlicht), door iodium in zwavelkoolstof van alle zichtbare stralen beroofd, of spectraal ultrarood tusschen ongeveer 0.80 en 0.90 μ golflengte, werkte slechts weinig zwakker dan het gemengde licht. Het zichtbare rood, het uiterste ultrarood, violet en ultraviolet gaven, althans in 't spectrum van geconcentreerd gaslicht, geen duidelijk effect.

Bacteriopurpurine is dus een echt chromophyll. Waarschijnlijk in 't algemeen niet een enkel chemisch individu, maar een mengsel, evenals andere chromophyllen (chlorophyll, diatomin, rhodophyll enz.), onderscheidt zij zich van deze laatste belangrijk door het ontbreken der groene kleurstof (chlorophylline, reinchlorophyll, kyanophyll), welke vroeger als de eenige drager van het C-assimilatievermogen der planten werd beschouwd. Het blijkt dus opnieuw dat assimilatie in 't licht ook door niet groene kleurstoffen en door iedere soort van golflengte kan worden teweeggebracht.

Bij de poging om uitscheiding van vrije zuurstof door de purperbacteriën rechtstreeks aan te toonen, kwam spreker op het denkbeeld om hiervoor van haemoglobine gebruik te maken. Dit leidt hem tot het onderwerp zijner tweede voordracht:

Over bloedkleurstof als middel om de gaswisseling van planten in het licht en het duister na te gaan.

Het beginsel dezer methode is niet nieuw, zooals spreker aanvankelijk meende. Hoppe-Seyler toonde in 1879 aan, dat een levende Elodeaplant, in O-vrij verdund bloed in een luchtdicht afgesloten glas aan direct zonlicht blootgesteld, de veneuse kleur in de arterieele doet overgaan, terwijl in 't duister de aderlijke kleur allengs terugkomt. Het beginsel dat aan deze — naar 't schijnt onopgemerkt gebleven — schoone proef ten grondslag ligt, kan een zeer ruime en vruchtbare toepassing vinden.

Spreker heeft zich overtuigd, dat reeds een enkele mikroskopisch kleine cel voor een duidelijke reactie voldoende zijn kan. Evenwel bereikt de gevoeligheid der methode op verre na niet die der bacteriemethode.

Bracht spreker een chlorophyllrijken Spirogyradraad van 0.1 mm. dikte onder 't dekglas in een droppel onverdund of weinig verdund gedefibrineerd runderbloed, dat door een stroom van H of CO_2 een duidelijk veneuse kleur had verkregen en stelde hij het praeparaat aan helder diffuus daglicht bloot, dan was het bloed binnen 10—15 minuten langs den geheelen draad tot op ongeveer $^1/_2$—2 mm. afstand er van licht arterieel rood geworden. De grens tusschen de arterieele en de veneuse kleur was zoo scherp, dat zij met een nauwkeurigheid van minder dan 0.1 mm. kon opgegeven worden. In 't duister keerde de veneuse kleur binnen ongeveer denzelfden tijd terug. Bij plotselinge verlichting van een enkele cel of een gedeelte er van, b. v. door het beeld van den lichtboog van een klein electrisch gloeilampje, vormde zich slechts onmiddellijk om het verlichte gedeelte een helderroode hof.

Zeer schoon kunnen de O-uitscheiding in 't licht en de O-absorptie in 't duister met behulp van het mikrospectraaloculair — nog beter met den mikrospectraalphotometer van spreker — gevolgd worden. Men ziet dan hoe bij verlichting der cel de donkere absorptieband der O-vrije bloedkleurstof allengs plaats maakt voor de twee donkere banden der O-haemoglobine. De verandering begint soms reeds bin-

nen 10 à 20 secunden duidelijk te worden en wel altijd het eerst onmiddellijk aan de oppervlakte der cel, vanwaar zij zich allengs verder in de vloeistof uitbreidt. Er treedt dus vrije zuurstof uit den celwand naar buiten. In 't duister keert de haemoglobineband allengs terug. Dikwijls is hij in de onmiddellijke nabijheid der cel reeds weder duidelijk, terwijl op eenigen afstand nog de beide banden van den O-hgb zichtbaar zijn: een zeer aanschouwelijk bewijs, dat de groene cellen in het duister zuurstof verbruiken en wel meer dan het bloed zelf.

De scherpte en het althans betrekkelijk lang onveranderd blijven der grens van veneuse en arterieele kleur, ook bij eenigszins gewijzigde verlichting, deden hopen, dat de methode bijzonder geschikt zoude zijn om het ongelijk effect der verschillende stralen van het spectrum op de O-uitscheiding onmiddellijk aanschouwelijk te maken. Die verwachting werd niet beschaamd.

Spreker projicieerde op een onder 't dekglas in veneus bloed geplaatsten Spirogyradraad een spectrum van ongeveer 1 cM. lengte, afkomstig van een SUGG'schen gasbrander van omstreeks 50 kaarsen lichtsterkte. Na 15 minuten was er een duidelijk effect zichtbaar: de grenslijn tusschen arterieele en veneuse kleur begon op die plaats van den draad, die in 't uiterste zichtbare rood had gelegen, zich van den draad als van een abscis te verheffen, bereikte haar grootsten afstand (omstreeks 1 mM.) reeds in het rood, ongeveer bij C, en daalde van hier vrij spoedig, totdat zij in 't begin van 't groen den draad weder bereikte.

In het spectrum van direct zonlicht kon spreker wegens den aanhoudend bewolkten hemel nog slechts zeer weinige proeven nemen. Toch heeft hij reeds met volkomen duidelijkheid kunnen vaststellen, dat de meer breekbare stralen hier relatief sterker werken dan in gaslicht. Het maximum lag bij het gebruik van Spirogyra, bij niet te groote spleetwijdte, steeds ongeveer in 't midden van 't zichtbare rood, niet in 't oranje of geel. Zeer zwak, nooit sterker dan in 't blauwgroen of blauw, was het effect in 't groen tusschen D en E. Tweemaal was er duidelijk een tweede, kleiner

maximum in 't blauwgroen zichtbaar. Nog in 't violet werd een zwak effect waargenomen.

Spreker twijfelt er niet aan of ook planten met rood, geel, bruin enz. chromophyll, zullen op deze wijze karakteristieke »haematospectrogrammen" der zuurstofuitscheiding geven. Ook de methode der successive waarneming, bij de bacteriënmethode door spreker gevolgd, zal kunnen toegepast worden en ook op die wijze het verband tusschen assimilatorisch effect en golflengte der stralen tot op zekere hoogte quantitatief worden aangetoond. Nadere mededeelingen hieromtrent behoudt spreker zich voor.

In de derde plaats demonstreert spreker een nieuw werktuig: den *Polyrheonoom*, bestemd om intensiteitsveranderingen van een galvanischen stroom voort te brengen van elken gewenschten vorm, elke grootte, elken duur en elke frequentie. Het doel wordt bereikt door wisselende samendrukking der koolplaatjes van spreker's koolrheostaat (zie Proces-Verbaal der zitting van 26 Februari 1887), door middel van een roteerend excentriek, eventueel van een stemvork, een trillende snaar, een zich samentrekkende spier enz. De rheostaat wordt in de hoofdleiding of als nevensluiting ingelascht, of ook — waar de schommelingen van de intensiteit nul dienen uit te gaan — in één der takken der brug van WHEATSTONE opgenomen. Ter controle worden de compressies rechtstreeks geregistreerd en de correspondeerende intensiteitsveranderingen volgens de methode van den differentiaalrheotoom onderzocht of autophotographisch met behulp van den capillairelectrometer geregistreerd.

Spreker heeft den polyrheonoom vooral geconstrueerd met het oog op de vraag, welken invloed de *vorm* der electrische prikkeling op het effect in het geprikkelde orgaan heeft. Die vraag, voor de leer van de specifieke energiën, van de identiteit der zenuwen en in andere opzichten belangrijk, zal nu in haar geheelen omvang kunnen onderzocht worden. Ook voor andere doeleinden zal de polyrheonoom kunnen dienen, bijv. in verband met den telephoon tot het onderzoek van het verband tusschen timbre en phasenverschil, enz.

— De Heer VAN DER BURG, correspondent der Afdeeling, biedt voor de boekerij der Akademie aan het 2de deel van zijn werk, getiteld: »De geneesheer in Nederlandsch-Indië" en vestigt daarbij de aandacht: aan de eene zijde op de vele belangrijke ziektevormen, welke tusschen de keerkringen in Azië inheemsch zijn of daar bij voorkeur woeden, en aan den anderen kant op het gebrek aan bescheiden, daarover door Nederlandsche geneeskundigen in het licht gezonden. Het laatste, in de Nederlandsche taal geschreven, werk toch over die ziekten, dagteekent van het jaar 1650. De spreker hoopt, dat de thans door hem openbaar gemaakte studiën anderen mogen opwekken zijn voorbeeld te volgen, en dat de belangstelling in de tropische ziekten van de zijde der heeren geneeskundigen eene nieuwe aera te gemoet moge gaan.

— De Heer SCHOLS biedt, uit naam van den Heer VAN DEN BERG, het volgende korte opstel aan:

Reeds vroeger hield ik mij herhaaldelijk bezig met het opsporen van het meetkundig verband tusschen de wortelpunten eener vergelijking en die van hare afgeleide.

Een eerste opstel over dit onderwerp, handelende onder anderen over het geval van drie willekeurig gegeven enkelvoudige wortelpunten, plaatste ik in het *Nieuw Archief voor Wiskunde*, Deel IX, Stuk 1, 1882, blz. 1—14 en blz. 60; een tweede, hoofdzakelijk over het geval dat de in willekeurig aantal gegeven wortelpunten enkelvoudige zijn en tevens de hoekpunten van een zoogenaamden halfregelmatigen (dat is, projectie van een regelmatigen) veelhoek, in Deel XI, 1884, blz. 153—186; terwijl ik sedert een derde opstel inzond, over het geval dat de gegeven wortelpunten in de hoekpunten van eenigen in en om eene kegelsnede passenden veelhoek vallen, maar tevens zoodanige veelvoudige wortelpunten zijn dat de graden van veelvoudigheid of de zoogenaamde magten van elke twee opvolgende dier punten zich verhouden als hunne afstanden tot het tusschenliggend raakpunt, welk laatste opstel vermoedelijk in Deel XV, 1888 of 1889 van hetzelfde tijdschrift zal opgenomen worden.

Thans heb ik bevonden, dat de in al die bijzondere gevallen bestaande betrekkingen tusschen den stand der gegeven en dien der afgeleide wortelpunten vervat zijn in de volgende voor het algemeene geval geldende stelling:

> De wortelpunten der afgeleide van eene vergelijking, die n gegeven wortelpunten ieder met eene gegeven magt heeft, zijn — boven en behalve die gegeven wortelpunten zelve ieder tot ééne magt lager — de $n-1$ brandpunten van eene kromme der $(n-1)^e$ klasse die zich zóó laat bepalen dat zij ieder der $\frac{n(n-1)}{2}$ zijden van den volledigen n-hoek der gegeven wortelpunten raakt in het afgeleide wortelpunt van hare beide eindpunten, dat is in het punt dat die zijde indeelt in reden van de magten in hare eindpunten.

Dezelfde punten dus, die voorkomen in de analytische beteekenis van afgeleiden van gegeven wortelpunten, en in de statische beteekenis van evenwigtspunten voor krachten gerigt naar de gegeven wortelpunten en evenredig aan de magten van en aan de omgekeerde afstanden tot deze punten, komen tevens voor in de meetkundige beteekenis van brandpunten eener kromme die op eenvoudige wijze door de gegeven wortelpunten en hunne magten bepaald is.

De eer hebbende, deze uitkomst voorloopig aan de Akademie mede te deelen, stel ik mij vóór het bewijs daarvan met eenige nadere uiteenzetting als Naschrift toe te voegen aan mijne laatstgenoemde voor het *Nieuw Archief voor Wiskunde* ingezonden bijdrage.

— De Heer Bierens de Haan biedt, ter opneming in de werken der Akademie, eene verhandeling aan van den Heer Dr. G. Schouten, leeraar aan de H. B. S. te Amsterdam: »De regel voor den baanvorm en de eigenschappen der centrale bewegingen graphisch toegelicht". De Voorzitter wijst de Heeren Korteweg en Schoute aan, om daarover in de Januari-Vergadering rapport uit te brengen.

— Voor de boekerij der Akademie wordt aangeboden:

Waterbouwkunde door HENKET, SCHOLS en TELDERS. Tweede deel Afd. XIII, 2de afl. en Afd. XI, 5de afl.

— De Heer J. A. C. OUDEMANS verklaart zich bereid, den brief van wijlen den Heer STAMKART, waarvan de publicatie in de Verslagen en Mededeelingen door den Heer DONDERS in de November-Vergadering verlangd werd, voor dit doel af te staan, maar alleen onder voorwaarde, dat een drietal brieven van hemzelven aan den Heer STAMKART, anterieur aan het hierboven bedoelde antwoord, mede openbaar gemaakt, en daarenboven eene door hem voorgelezen Verklaring aan een en ander worde toegevoegd. Daar niemand der leden hiertegen bezwaar heeft, wordt besloten aan den wensch van den Heer OUDEMANS gevolg te geven.

— Daar er verder niets te verhandelen is, sluit de Voorzitter de Vergadering.

BRIEFWISSELING

TUSSCHEN DEN

HEER J. A. C. OUDEMANS EN WIJLEN DEN HEER STAMKART, IN 1872 EN 1873.



OUDEMANS aan STAMKART.

Batavia 4 Augustus 1872.

Hooggel. Heer en Vriend!

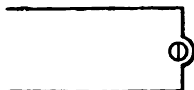
U zult zeker wel eenigszins nieuwsgierig zijn naar den basistoestel, die verleden jaar in November hier is aangebracht; omgekeerd ben ik zeer nieuwsgierig naar de details en uitkomsten van de door U en de H.H. COHEN STUART en MATTHES uitgevoerde vergelijkingen. Ik zal nu aan Uwe nieuwsgierigheid voldoen, in de hoop dat U mij ook spoedig datgene zult mededeelen, waarop ik uit den aard mijner verhouding tot den toestel prijs stel.

U zult u herinneren, dat U in Junij 1871 eene beknopte beschrijving van de verschillende stukken van den toestel hebt op schrift gesteld, die mij tegelijk met het bericht van de verzending van den toestel geworden is. Ik ben u zeer voor die beschrijving dankbaar, die mij van veel gemak geweest is.

Tot het ontpakken van den toestel ben ik eerst in Juni l.l. kunnen overgaan. Ik heb den comparateur in mijne woning opgesteld, en de kisten en inhoud onder eene loods op mijn erf geborgen. Deze week zullen de vergelijkingen, hoop ik,

beginnen van de deelen van de viermeterstaaf I met den normaalmeter. Tot nog toe heb ik de schroeven der mikrometers van den comparateur onderzocht. Ik vind hiervan in uwe berichten geene vermelding *), bij de *vergelijkingen* geloof ik dat die niet verwaarloosd mogen worden; bij de metingen op het terrein kan men nog beweren, dat de verplaatsingen, waarvan geene rekenschap genomen kan worden, te groot zijn, om op zulke kleinigheden te letten; maar bij de vergelijkingen, met mikroskopen als deze, geloof ik dat zij wel in aanmerking kunnen komen. Als ik mij wel herinner (mijn journaal heb ik op dit oogenblik niet bij mij), is de m.fout eener aflezing op eene deelstreep $\pm$ 0$^{\mu}$,4; voor de grootste correctie bij schroef I vind ik 0,39, en voor die van schroef II (van het rechtsche mikroskoop) zal zij wel 1,5 deeltje bedragen †). Ook de verdeelingen ben ik van plan alle afzonderlijk na te gaan; zij zijn ongelijk, en niet vrij van fouten; zoo u dit ook gedaan hebt, ben ik nieuwsgierig of onze resultaten overeen uitkomen §).

Ten einde de fout, waarvan U melding maakt, ontstaande door het scheef staan der aanzetcylindertjes, te ontgaan, heb ik nieuwe laten maken, van dezen vorm; ik heb ze juist



t'huis gekregen. MAYR, de horlogiemaker, heeft ze gemaakt; de afstand der middelpunten van beide gaatjes zal slechts iets

*) Mijne bedoeling was een onderzoek naar gang en naar periodieke ongelijkheid. Te Amsterdam lieten, zooals uit de papieren der commissie gebleken is, de leden COHEN STUART en MATTHES de directie der metingen geheel aan STAMKART over; de gangen der mikrometerschroeven werden eens voor al vóór de waarnemingen bepaald; die van het eene mikroskoop werd, wegens haar gering bedrag, verwaarloosd, die van het andere met een verkeerd teeken toegepast. Dit werd eerst gemerkt toen alle metingen, ook de basismeting in de Haarlemmermeerpolder, herleid waren. Van hier de noodzakelijkheid eener overrekening, die eerst 10 of 12 jaar later door STAMKART aan den Heer VAN HEES werd opgedragen. De periodieke fouten der mikrometerschroeven werden te Amsterdam niet onderzocht.

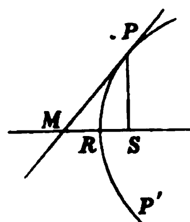
†) Een deeltje der mikroskooptrommels = 1 mikron.

§) Ook deze fouten der verdeelingen werden te Amsterdam niet onderzocht. J. A. C. O

grooter zijn dan bij de uwe, nl. 0,6 mm. De spinragdraden in die van U waren mij te fijn, ik kon ze tusschen de draden der mikroskopen ter nauwernood onderscheiden, en heb ze daarom dadelijk door cocondraden eener rups vervangen, die zich zeer aangenaam lieten instellen, ongeveer even als de verdeeling van den normaal.

Zoowel voor de vergelijking, als voor de meting op het terrein worden al de meetstaven (d. i. hunne kokers), met een overtrek van wollen deken, drie laag dik, bedekt; ik hoop dat dit de gelijkmatige verandering voor temperatuur bevorderlijk zal zijn.

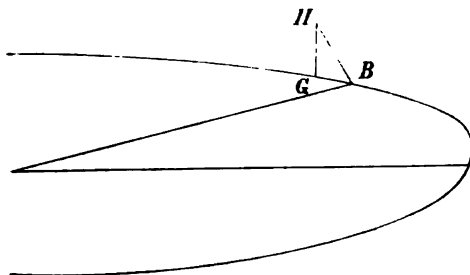
Meer heb ik nog niet te vertellen, maar wel heb ik u wat te vragen. 1°. Op blz. 18 van uw beknopt overzicht staat woordelijk het volgende: dan is het gepolijste vlakje MP een raakvlak aan dien bol en dan is



$$MS = 0{,}0050 \text{ mm.}$$
$$RS = 0{,}0003 \;\text{»}$$
$$\text{dus } MR = 0{,}0047 \text{ mm.}$$

Hier begrijp ik niets van. PS is slechts zeer klein, volgens U zelf 0,75 mm. (hetgeen ik ook niet begrijp) en als de helling MPS zoo klein is als hier, is mijns inziens $MR = RS$. Gaarne had ik hierover eenige nadere opheldering.

Volgens mijne opvatting is de zaak aldus. Laat dezen kring den horizon voorstellen, B de richting der as van den normaal, H de richting van de loodlijn op het stalen vlakje, dan is volgens uwe opgave



$$BG = 0°14'$$
$$GH = 0\ 23\ 50''.$$

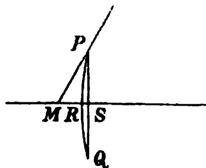
$$\text{Dus } \angle BHG = \text{boog } tg\ \frac{14'}{23'50''} = \frac{84}{143}$$

dus volgens deze berekening: . . . . $BHG = 30°26'$,
volgens U 57 53,

hetgeen dus in het geheel niet klopt.

2⁰. $BH = 23'50''$ sec. $30°26' = 1658'',2$
$= 27'38''$.

Maar dit zou, op een bol, waarvan de straal = 1000 mm. is, 8,04 mm. representeeren, terwijl de straal der vlakte, aan het uiteinde der glazen el, die mij berust, slechts 1,25 mm. is. Dus de glazen el raakt het stalen vlakje met den kant van die vlakte. Indien nu Uwe glazen el even groote eindvlakken heeft, dan is



$$PS = 1,25$$

$$RS = \frac{1,25^2}{2000} = 0.00078$$

en $$MS = PS\ tg\ 27'38''$$
$$= 0,01005$$

dus $$MR = 0,00927.$$

Al neem ik nu aan $PS = 0,75$, dan kom ik er nog niet. Er moeten, dunkt mij, fouten in het overschrijven gemaakt zijn. In het door mij ontvangene staat $BAG = 0°14$. Is dit $0°14'$ of $0°,14$ of $0°1',4$??? Voorts gis ik dat de woorden: »dan is het gepolijste vlakje MP een raakvlak aan den bol", moet gelezen worden *geen* raakvlak aan den bol. Gaarne zag ik dus hieromtrent inlichting te gemoet.

Ik heb ook, reeds lang, naar nadere details en uitkomsten van al de vergelijkingen met den platinameter en met den normaal uitgezien en hoop die spoedig te ontvangen. Anders kunnen wij onze basis ook niet reduceeren. Bij het opzenden van het Proces-Verbaal van bevinding van den toestel heb ik officieel ook verzocht dat U uitgenoodigd zoudt worden, de beloofde getallen mede te deelen. Maar ook, ik geloof dat ik geen buitensporig verzoek doe als ik een volledig afschrift van al de waarnemingen en berekeningen verzoek, die tot het vaststellen dezer grootheden

gediend hebben. Had ik ze nu reeds, dan zouden zij mij misschien ten gids kunnen zijn, doch ik moet mij nu maar zelf zien te helpen. Behalve dien, de getallen moetende overnemen, moet ik ook geheel op de hoogte zijn, hoe zij verkregen zijn.

Eene zaak heeft mij verwonderd, nl. dat U geen ander verdeelingsglaasje in de plaats van het derde in Staaf II hebt laten maken. De teekening van de afschilfering, in uwe beschrijving, is veel te gunstig. Ik geloof niet dat met die streep goede vergelijkingen te maken zijn. Slechts het uiterste uiteinde is er van zichtbaar.

Nog heb ik U eene tweede mededeeling te doen. De thermometers 2, 5, 6 en 8, hebt u eenige malen vergeleken met een thermometer van Felix, afkomstig van GREINER. Hebt U dien thermometer op zijn kookpunt in een' toestel volgens REGNAULT en op zijn vriespunt in gestooten ijs, waarvan het water wegloopt, geverifieerd? Ik krijg met een *wel* aldus geverifieerden thermometer van FASTRÉ, behoorende aan het magn. en met. observatorium, geheel andere uitkomsten als U, en de Heer BERGSMA heeft ook de ondervinding opgedaan dat alle thermometers, die hij van den besten GREINER uit Berlijn had, een foutief kookpunt hadden. Het verschil bedroeg omtrent 2° C. Ik heb ze met de uiterste zorg met FASTRÉ vergeleken; moet alleen nog de vergelijking bij 35° C. overdoen, en uit curiositeit ook nog bij 5° en 10°, ook wil ik *zelf* het kookpunt van FASTRÉ nog eens bepalen, om niet van een ander afhankelijk te zijn. Maar dit is zeker dat ik andere, en veel regelmatiger getallen krijg dan U. Dit moet natuurlijk invloed hebben op de door U bepaalde uitzettingscoëfficiënten, die nu niet gelden voor 1° C., maar 1° GREINER.

Zoodra ik met mijne vergelijkingen definitief gereed ben, zal ik U de resultaten zenden. Wellicht de volgende mail. Ik hoop op spoedige rescriptie.

Geloof mij met achting en vriendschap

Geheel den Uwen

OUDEMANS.

Batavia, 15 September 1872.

Hooggeachte Vriend!

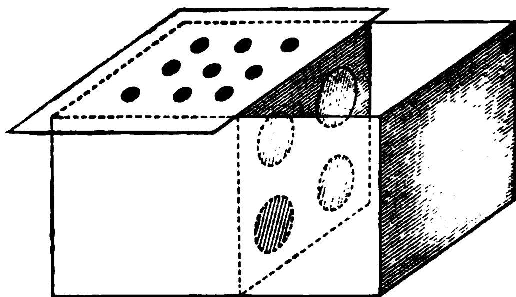
Hieronder het beloofde staatje bevattende de correcties der thermometers. Ik geloof dat de daar opgegevene getallen de onder de gegevene omstandigheden hoogst mogelijke nauwkeurigheid hebben.

Ik heb de waarde van 1° Fastré zelf bepaald, en eene waarde gekregen ongeveer $\frac{1}{330}$ grooter dan de heer Bergsma, volgens mijne bepalingen is nl. 1° Fastré:

1e bepaling,	10 Sept.	0°,19468		
2e	»	14 „	0 ,19470	gemiddeld 0°,19468
3e	»	(heden)	0 ,19465	

Dus dat klopt goed. Het kookpunt werd in een toestel van Regnault bepaald; barometer en thermometer aan den barometer opgeteekend, daarnaar het kookpunt aangenomen volgens Regnault zelf; (Dove und Moser *Repertorium der Physik,* 1e Band, blz. 21 is van 100°,00 tot 99°, 80 C foutief, zoo als eene inspectie der differenties dadelijk aantoont. Bij 99°, 90 is nl. 1m te weinig aangezet). Daarna onmiddellijk nulpunt bepaald in eene filtreerkan met gestooten ijs, zoodat het water geregeld kon afloopen. Tegen die methode zult u, geloof ik, wel niets hebben.

Voorts geschiedden de bepalingen in Juli in den waterbak, behoorende bij den basistoestel, waarin 20 kan water gaat, in September daarentegen in een kleineren, waarin 10 kan water gaat, maar die daarentegen door een watten overtrek en een houten buitenbak ook zeer langzaam afkoelt. Op den bak was eene dekplaat met cirkelvormige openingen, waarin kurken pasten, waardoor de thermometers staken; tevens was er gelegenheid tot omroeren, met een plankje, zonder de thermometers te beschadigen.



De opgegevene getallen zijn de uitkomsten van 10 vergelijkingen; die met een (*) voorzien zijn, van ongeveer 20. Alleen de 1e vergelijking van N°. 2 op 35° is verworpen. Deze week af en was verdacht, daarom heb ik de vergelijking op die temperatuur even als op 5° en 10° nu overgedaan. De afwijking van N°. 6 op 35° werd beide keeren gevonden. Gemakshalve heb ik de uitkomsten gereduceerd op aflezingen van volle vijf graden. De oorspronkelijke kwamen hier *nagenoeg* mede overeen.

	N°. 2.	5.	6.	8.
Nulpunt (herhaaldelijk bepaald)	0°,48	0°,48	0°,35	0°,60
dus op dit punt corr.	— 0 ,48	— 0 ,48	- 0 ,35	— 0 ,60
» 5° (*) »	— 0 ,41	— 0 ,48	— 0 ,30	— 0 ,55
» 10 (*) »	— 0 ,37	— 0 ,47	— 0 ,27	— 0 ,45
» 15 »	— 0 ,23	— 0 ,45	— 0 ,21	— 0 ,42
» 20 »	— 0 ,17	— 0 ,44	— 0 ,17	— 0 ,33
» 25 »	— 0 ,08	— 0 ,37	— 0 ,11	— 0 ,21
» 30 »	— 0 ,04	— 0 ,33	— 0 ,04	— 0 ,16
» 35 (*) »	— 0 ,04	— 0 ,19	+ 0 ,16	— 0 ,02

De 4 meterstaaf N°. II, is vergeleken, nl. elke meter om de 2 uur, gedurende een etmaal, dus 12 maal, elke keer Staaf Normaal S N S N S en telkens, behalve ijzerstreep, 2 zinkstrepen instillende. De staaf N°. I is nu aan de beurt, maar wij zullen liever alle uur vergelijken, en dan alleen S N S N S, en ééne zinkstreep in plaats van twee, dan is

het geheele werk nog iets minder, $\left(\frac{20}{21}\right)$ van vroeger, en ik ben overtuigd dat de nauwkeurigheid grooter zal zijn.

Wij hebben nog al moeite gehad eer de kast van den comparateur *) absoluut vast stond. Eindelijk ben ik er in geslaagd, door onder de hoeken balken recht overeind te zetten, waarop de kast bijna, d. i. op een paar ^{mm} na, rust, en er dan spieën tusschen te steken. Nu staat zij onwrikbaar, en kunnen wij bij het aflezen gerust op de kast léunen. Ook komen de staven, na heen en weder rollen, bijna volkomen op dezelfde plaats terug, hetgeen vroeger het geval niet was.

Adieu! hopende spoedig wat van u te vernemen, noem ik mij steeds

Uwen Dr. en Vriend
OUDEMANS.

---

*) Te Amsterdam was, zooals ik na mijne terugkomst uit Java vernam, de mahonihouten kast, die de heeren REPSOLD bij den comparateur hadden geleverd, om hem voor storende warmte-invloeden te beschutten, door de Akademische Commissie niet gebruikt, en de comparateur onbedekt tegen den achtermuur der linker-beneden-achterkamer van het Trippenhuis geplaatst, om voor de metingen van het licht, dat door de vensters viel, gebruik te maken.

Deze handelwijs kan niet goedgekeurd worden. Vooral in den winter veroorzaakt elk venster nederdalende luchtstroomen, gewoonlijk „tocht" genoemd, die bij alle vergelijkingen met een comparateur zorgvuldig moeten vermeden worden, daar men in die omstandigheden zeker kan zijn dat de thermometers, die bij de meters liggen, niet de temperatuur aangeven der meters zelve.

Evenzoo werkt de warmte, die van het lichaam des waarnemers uitstraalt, nadeelig; zelfs bij het gebruik van de kast om den comparateur toonen de thermometers dikwijls binnen weinige minuten eene rijzing van 0°,02 of meer, en de twijfel ontstaat dadelijk, of de meter waarop hij ligt, aan die rijzing deelneemt. Het is daarom zaak de meting zoo snel mogelijk te doen afloopen, en niet in het vermeerderen van het aantal comparaties achter elkander, eene vermeerdering van nauwkeurigheid te beoogen.

Te Batavia en te Utrecht is bij de metingen de kast altijd om den comparateur geweest. In de verlichting werd door lampen en reflectoren voorzien.

J. A. C. O.

Batavia 4 November 1872.

Hooggel. Heer en Vriend!

Hoewel ik geloof in alle billijkheid eene spoedige voldoening aan mijn zoowel officieel als particulier geuit verlangen te mogen gemoet zien, vermeen ik toch u nu reeds op nieuw lastig te mogen en moeten vallen, om, (mocht u met het mij toegedachte nadere bericht nog niet gereed zijn,) toch liefst per ommegaande eenige opheldering te mogen erlangen omtrent het volgende:

a) Uit het Proces-Verbaal 27 Juni 1868, leid ik als eindresultaat der 3 waarnemers af

Normaal	= P_7	+	40,4	+ 0,5618 (Nz — Ny)	
P_7	= P_0	+	67,0	(V. en M. Deel VII)	
P_0	= Prot.	—	0,7	(» »)	
N	= Prot.	+	106,7 mmm	+ 0,5618 (Nz — Ny)	

b) Uit het manuscript, ontvangen met den basistoestel ontleen ik

N	= G_{20}	+	15,0	mmm + enz.
G_{20}	= G_0	+	163,3	
G_0	= a_0	+	0,8	
a_0	= P_0	—	0,5	
P_0	= Prot.	—	0,7	
N	= Prot.	+	177,9	mmm + enz.

c) Uit het *Jahresbericht* 1870:

N	= VAN SWINDEN$_0$	+	175	mmm
V. Sw$_0$	= a_0	+	6,14	
a_0	= P_0	—	0,5	
P_0	= Prot.	—	0,7	
N	= Prot.	+	179,04	» + enz.

De twee laatste komen op 2 mmm met elkander overeen, dat ik echter, in acht nemende dat de glazen ellen en de el van VAN SWINDEN beide eindmaten zijn, wel wat veel vind; maar het eerste resultaat wijkt 72 mmm hiervan af!

Het verwondert mij dat u in het mij toegezondene manuscript niets gezegd hebt ter opheldering van dit verschil, en hoop spoedig die opheldering te ontvangen.

Wij hebben nu vergeleken:

de 4 ellen van Staaf II, 12 maal met de normaal,
elke keer S N S N S N S, (om de twee uur)

Daarop gebruik makende van de opgedane ondervinding:
de 4 ellen van Staaf I, 24 maal S N S N S
Staaf III » » »
Staaf IV » » »
Staaf II — Staaf I » » » } ijzeren mikr. drager links; houten dito rechts; dwarsbalk gebruikt.
nog eens » » » » » }
(Met meer voorzichtigheid
de 4 ellen van Staaf II » » »
Ten 3e male II — I » » » (houten mikroskopendrager links (met gewichten bezwaard); ijzeren dito rechts, verbindingsbalk niet gebruikt).

Deze laatste serie geeft prachtige overeenkomsten. Zoodra de uitkomsten gereed zijn, zal ik u die mededeelen, maar hoop nu ook op eene spoedige mededeeling van Uwe zijde. Ik moet nu met de vergelijkingen met de glazen el N°. 3 beginnen, of wel ook proeven doen om de relatieve uitzettings-coëfficiënten te bepalen, maar ik zou zeker veel beter kunnen beoordeelen, wat het meest gewenscht was, indien ik, al was het dan maar een verkort bericht had van de in Nederland verrichte metingen.

De invallende westmousson verhindert toch om nu de basismeting te beginnen. Ik kan mij niet goed voorstellen, hoe u er toe komen komen kunt, mij niets van die bepalingen en metingen mede te deelen. Het is toch anderhalf jaar geleden dat u de toezegging deed, en het spreekt van zelf dat de in Nederland bij de metingen opgedane ervaring ook mij te stade kan komen. Het kon bijv. ook zijn dat de bepalingen a costi vericht, zoo afdoende waren, dat hier geene herhaling noodig was, ofschoon het bovengenoemde proces-verbaal dit niet bevestigt. In alle geval ben ik in het onzekere!

Ik zond u onlangs eene kleine verhandeling over een geodesisch probleem; *) ik geloof daarmede eene lacune aangevuld te hebben. Het komt voor als de topografen signalen gebruiken, die niet tot denzelfden driehoek behooren.

Spoedig eenig antwoord te gemoet ziende, als altijd, met achtig en vriendschap

geheel de uwe
OUDEMANS.

STAMKART aan OUDEMANS.

Delft, 8 Februari, 1873.

Geachte Heer en Vriend!

(I) Honderd en meer verontschuldigingen moet ik maken wegens mijn lang stilzwijgen, op Uwe brieven. De eerste zoude ik spoedig beantwoord hebben, indien ik slechts eenigen tijd gehad had de verificatiën na te zien, die in der tijd gedaan zijn. Er ontbreekt echter aan eene overrekening van meerdere waarnemingen, waaromtrent eerst te laat ontdekt is, dat eene correctie met verkeerd teeken is toegepast, betrekking hebbende op het Mikroscoop Regts. Toen de basistoestel van hier zoude vertrekken, dacht ik de overrekening spoedig te doen plaats hebben, maar daartoe is het niet gekomen, anders zoude ik al eerder U nadere inlichtingen gegeven hebben.

(II) Wij hebben bij die verificatiën zeer getobd, waarvan de voornaamste reden, naar ik mij herinner, gelegen zijn zal, in de niet zuivere getrokken strepen op onze platina

---

*) Over de oplossing van het vraagstuk, uit de breedten en het lengteverschil van twee plaatsen op den aardbol haren afstand en de wederkeerige azimuthen te berekenen, (geplaatst in het XXXII Deel van het Natuurkundig Tijdschrift voor Ned. Indië.)

El. De toestel was te zwaar om naar boven op den zolder gebragt te worden, waar wij waargenomen hebben. De vergelijkingen hebben dus plaats gehad in een benedenkamer van het Trippenhuis, uitziende op den tuin. De verlichting was hier evenwel niet zoo goed als boven, het licht viel niet van regts en links, gelijk op de verdeelstrepen van de platina el. De vergelijking met de El van VAN SWINDEN is evenwel de beste, en de beide vergelijkingen in Uwe jongste letteren, waarvan de uitkomsten zijn

$$N = \text{prototype} + 177{,}9 + \text{etc.},$$
$$\text{en } N = \text{prototype} + 179{,}94 + \text{etc.},$$

zijn het meest te vertrouwen en behoudens narekening goed.

(III) Toen Uw eerste brief kwam, was ik op het punt om naar Parijs te vertrekken, als afgevaardigde met Dr. BOSSCHA, tot de metercommissie (International), waarvan gij zeker kennis draagt, en ik stelde het U te geven antwoord uit, totdat ik zoude terug gekomen zijn, en na de terugkomst, was een en ander opgeloopen, zoodat ik geen tijd heb kunnen vinden, de verificatie na te zien, schoon ik zeer er naar verlang dit te kunnen doen.

(IV) Het resultaat der conferentie te Parijs is, dat zeker niet spoedig, maar toch binnen eenige jaren, in Europa verspreid zullen zijn Meters van Platina à traits, met de meeste mogelijke zorg vergeleken met de Mètre des Archives. Tot zoo lang zal de juiste lengte van den meter onbekend blijven. De vergelijkingen van onzen platina, in 1838, met den Mètre des archives heeft weinig waarde. Ik vertrouw veel meer op den ouden ijzeren meter van VAN SWINDEN, maar toch het is vooreerst nog een onbekende.

De normaal meter van REPSOLD zal waarschijnlijk nader komen aan den Duitschen meter, die afgeleid is van de Toise van BESSEL. Ik zal daarom trachten onze glazen el vergeleken te krijgen met den duitschen meter, ten einde zoo mogelijk spoediger in het bezit van de in Duitschland gebruikte lengtemaat te komen, dan over de jaren, wanneer denkelijk eerst de Platina meters uit Parijs beschikbaar

zullen komen, want uit overgroote zorg om nauwkeurig te zijn heeft de Internationale Commissie te Parijs zulk een massa waarnemingen verordend, dat het einde er van niet te voorzien is.

De meters zullen zijn van Platina 90 pCt. met 10 pCt. Iridium. De doorsnede zal eene gedaante hebben, gelegen tusschen een *X* en een *H;* ✕ — een uitvinding van den heer Tresca. De ongedrukte vezel zal gelegen zijn in het bovenvlak van het middelschot.

(V) Ik hecht het meest aan de vergelijkingen van den normaalmeter, met de glazen el die door U zal gedaan worden, om de overeenkomst te zien met mijne vergelijking met de glazen el alhier, en ik vertrouw en hoop dat het vrij wel sluiten zal.

In elk geval zal de lengte der gemeten basis, en den door U te meten grondlijnen eerst definitief aangewezen kunnen worden als de ware meter bekend is.

Ik dank U zeer voor Uwe verhandeling die ik zeer toejuich, volgens een eerst doorloopen. Gezet nagaan mogt ik nog niet. Ik ben bepaald voornemen spoedig nader, en meer zakelijk te schrijven *). Geloof vooral dat het mij niet hapert aan goeden wil, en ontvang de verzekering van hoogachting en vriendschap van

T. T.

F. J. Stamkart.

---

*) Dit nader schrijven is nooit door mij ontvangen.

J. A. C. O.

VERKLARING.

De ondergeteekende, overgelezen hebbende zijne drie brieven aan den heer STAMKART, gedateerd Batavia 4 Augustus, 15 September en 4 November 1872, en het antwoord van den heer STAMKART van 8 Februari 1873,

overwegende, dat in de 1ste en 3de alinea van laatstgenoemden brief speciaal zijn *eerste* brief genoemd wordt, in de 2de alinea zijn *jongste* brief, dien de heer STAMKART den 15 December moet ontvangen hebben,

verklaart die 2de en de 5de alinea aan te zien als antwoord op dien jongsten brief (van 4 November 1872) althans als al, wat de heer STAMKART toen op dien brief wist te antwoorden,

verder gelezen hebbende de nota van den heer DONDERS, voorgelezen in de vergadering ven 26 November,

verklaart geene aanleiding te vinden een enkel woord terug te trekken van hetgeen voorkomt, in zijn Verslag: die Triangulation von Java, 1ste Abth. blz. 64, speciaal: *Prof.* STAMKART *glaubte hauptsächlich die schlechte Beleuchtung der Endstriche des Platinmeters verdenken zu müssen*,

en dit te minder, daar de heer STAMKART, meermalen met den ondergeteekende over dit gedeelte van zijn verslag gesproken hebbende, op de aangehaalde zinsnede nooit eenige aanmerking heeft gemaakt.

24 December 1887. J. A. C. OUDEMANS.

VERKLARING

VAN DEN HEER

DONDERS.

(Voorgelezen in de Vergadering van 26 November 1887).

In den brief van den Heer STAMKART is sprake van vergissing in de berekening en van overrekening, voorts van onvoldoende verlichting, in het algemeen; maar een antwoord op de vraag, waaraan een afwijking van 72 microns zou zijn toe te schrijven, vindt men er niet, — wel een verklaring, dat »het zijn bepaald voornemen is, spoedig na»der en meer zakelijk te schrijven."

Het geheel bevestigt de onderstelling, in mijn repliek (Verslagen en Mededeelingen IV, bl. 175 e. v.) uitgesproken.
